

Aufgabe 1

Gegeben seien die Gleichungssysteme

$$i) \quad 3x_1 + 3x_2 = 0$$

$$2x_1 - 2x_2 = 4$$

$$ii) \quad 7x_1 - 5x_2 = 0$$

$$14x_1 - 10x_2 = 1$$

$$iii) \quad 2x_1 - x_2 = -2$$

$$6x_1 - 3x_2 = -6$$

a) Bestimmen Sie die Lösungen wenn möglich.

b) In welchen Fällen hat das homogene Gleichungssystem eine Lösung und geben Sie diese gegebenenfalls an.

Aufgabe 2

Lösen Sie Gleichungssysteme $A \cdot \underline{x} = \underline{b}$ für

a)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 8 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 5 & 2 \\ 0 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \\ 12 \\ 47 \end{pmatrix},$$

Hinweis: Bringen Sie die erweiterte Matrix M auf Stufenform.

Aufgabe 3

Gegeben seien die Matrizen:

$$i) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix},$$

$$ii) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ b & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix},$$

$$iii) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie die reellen Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren der drei Matrizen.
b) Prüfen Sie die Orthogonalität der Eigenvektoren für i) und ii).

Aufgabe 4

Finden Sie die Matrix C , die für die Fälle 3i) und 3ii) die Matrix A auf Diagonalform bringt.
Prüfen Sie dann $C^T C = \mathbf{1}$.

Das MGP-Team wünscht ein frohes Weihnachtsfest und ein erfolgreiches 2012!
