Übungsblatt 5 Mathematischen Grundlagen der Physik WS 11/12

Aufgabe 1

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$):

a) $f'(x) = 1 + e^{\alpha x}$,

b) $f'(x) = e^{\alpha x} e^{\beta f(x)}$,

c) $x f'(x) = \alpha f^3(x)$.

Hinweis: Benutzen Sie die Methode der "Trennung der Veränderlichen" in b) und c).

Aufgabe 2

Lösen Sie folgende inhomogenen linearen Differentialgleichungen ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$):

a) $f'(x) + \alpha x f(x) = \beta x$.

Hinweis: Lösen Sie zunächst die homogene DGL und "erraten" Sie dann eine spezielle Lösung der inhomogenen DGL.

b) $f'(x) + \alpha f(x) = \beta \sin x$.

Hinweis: Lösen Sie zunächst die homogene DGL und benutzen Sie dann die Methode der "Variation der Konstanten" zum Auffinden einer Lösung der inhomogenen DGL

Aufgabe 3

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$f^{(4)}(x) + a_2 f^{(2)}(x) + a_0 f(x) = 0 \ , \qquad a_0, a_2 \in \mathbb{R} \ .$$

a) Stellen Sie zunächst die characteristische Gleichung dieser DGL auf und geben Sie ihre Lösungen an.

b) Geben Sie die Lösung der DGL an für die Fälle:

(i) $a_0 < 0,\ a_2 = 0,$

(ii) $a_0 = 0,\ a_2 > 0,$

(iii) $a_0 = \frac{1}{4}a_2^2,\ a_2 < 0.$

Aufgabe 4

Lösen Sie mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes folgende DGLs:

a) $f'' + xf = 0.$

Wie lautet die Lösung für die Randbedingungen $f(x=0) = 1, f'(x=0) = 2$?

b) $f'' - xf' - f = 0.$

Wie lautet die Lösung für die Randbedingungen $f(x=0) = 2, f'(x=0) = 1$?