Universität Hamburg, Fachbereich Physik

Übungsklausur Statistische Physik und Thermodynamik WS 05/06

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zeigen Sie für Bosonen mit $\mu = 0$ und $\epsilon_p = ap^s$ (a, s sind Konstanten), daß für kleine T gilt

$$c_V \sim T^{\frac{3}{s}} \ .$$

Geben Sie je ein Beispiel für physikalische Systeme mit $s = 1$ und $s = 2$ an.

Hinweis: $E = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p\, \epsilon_p\, n(\epsilon_p)$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Gegeben sei ein nicht-wechselwirkendes Gas bestehend aus N Elektronen in einem 1-dimensionalen Intervall $[0, L]$. Ausgehend von der Formel $N = \frac{L}{\pi\hbar} \int dp\, n(\epsilon_p)$ berechnen Sie die Fermienergie und zeigen Sie, daß für kleine T gilt

$$1 = \left(\frac{\mu}{\epsilon_F}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\pi^2}{24}\left(\frac{kT}{\mu}\right)^2 + \dots\right).$$

Hinweis: $\int_0^\infty d\epsilon\, f(\epsilon)\, n(\epsilon) = \int_0^\mu d\epsilon f(\epsilon) + \frac{\pi^2}{6}(kT)^2 f'(\mu) + \dots$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Berechnen Sie für das Potential

$$u(r) = \begin{cases} \infty & r \leq \sigma \\ -\epsilon(1 - \frac{r^3}{8\sigma^3}) & \sigma < r < 2\sigma \\ 0 & r \geq 2\sigma \end{cases}$$

den 2. Virialkoeffizienten $B(T)$ bis zur ersten Ordnung in $1/T$ und bestimmen Sie die Parameter a, b der Van der Waals Gleichung. Was ist das Ergebnis für ein ideales Gas?

Hinweis: $B(T) = -\frac{1}{2} \int d^3r\, (e^{-\beta u(r)} - 1) \approx b - \frac{a}{kT}$

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Gegeben sei ein System aus N nicht-wechselwirkendes Teilchen im homogenen Magnetfeld H mit Energieeigenwerten

$$E_n = E_0 + 2\mu_B H(n + \frac{1}{2}) \ , \qquad n = 0, 1, 2, \dots$$

Der Entartungsgrad jeden Energieniveaus sei $g = \alpha H, \alpha = konst.$. Berechnen Sie die Magnetisierung M und die Suszeptibilität χ_T.