Übungsblatt 8 Statistische Physik und Thermodynamik WS 05/06

Abgabetermin: 13.1.04

Aufgabe 1 (3 Punkte)

a) Berechnen Sie die Entropie $S = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_{V,\mu}$ für das ideale Bose-Gas und überprüfen Sie den klassischen Limes.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst $\frac{d}{dz} g_\nu = z^{-1} g_{\nu-1}$ für die Funktion $g_\nu(z) = \sum_l z^l l^{-\nu}$.

b) Berechnen Sie die spez. Wärme $c_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{N,V}$ für das ideale Bose-Gase. Welchen Wert nimmt c_V für $T = T_c$ bzw. für T groß an?

Hinweis: Differenzieren Sie $N = V\lambda^{-3} g_{3/2}(z)$ um $\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_{N,V}$ zu berechnen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben sei ein ideales Bose-Gas aus N Teilchen mit einer Energie-Impuls Beziehung

$$a)\ \epsilon(p) = a|\vec{p}|^4\ , \qquad b)\ \epsilon(p) = b|\vec{p}|\ .$$

Für welchen Fall tritt Bose-Einstein Kondensation auf? Berechnen Sie für diesen Fall T_c und die Teilchenzahl im Grundzustand $N_0(T)$ in Abhängigkeit der Temperatur.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

In einem Festkörper kann es bosonische Anregungen (Quasiteilchen) geben mit $s = 0$ und einer Energie-Impuls Beziehung

$$\epsilon_{\vec{p}} = \Delta + \frac{(|\vec{p}| - p_0)^2}{2m}$$

$(\Delta, p_0, m$ sind konstant).

a) Berechnen Sie die Temperaturabhängigkeit von $\langle N \rangle$ für tiefe Temperaturen in führender Ordnung in T mit Hilfe der Formel

$$\langle N \rangle \approx \frac{V}{h^3} \int d^3p\, e^{-\beta \epsilon_p}\ .$$

Hinweis: Es ist nicht notwendig das Integral explizit zu berechnen!

b) Zeigen Sie

$$E = (\Delta + \frac{1}{2}kT)\,\langle N\rangle$$

mit Hilfe der Formel $E = -\frac{\partial\langle N\rangle}{\partial\beta}$.

c) Zeigen Sie

$$c_V = \left(\frac{3}{4} + \frac{\Delta}{kT} + \left(\frac{\Delta}{kT}\right)^2\right) k\langle N\rangle \ .$$

****

Frohe Weihnachten und ein gutes 2006!

****