Übungsblatt 5 — Statistische Physik und Thermodynamik — WS 05/06

Abgabetermin: 2.12.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

a) Druck P und chemisches Potential μ sind intensive Variable und erfüllen daher

$$P(\lambda V, \lambda N) = P(V, N) \ , \qquad \mu(\lambda V, \lambda N) = \mu(V, N) \ , \qquad \lambda \in \mathbf{R} \ .$$

Zeigen Sie, daß daraus die folgenden Beziehungen resultieren

$$V \frac{\partial P}{\partial V} + N \frac{\partial P}{\partial N} = 0 \ , \qquad V \frac{\partial \mu}{\partial V} + N \frac{\partial \mu}{\partial N} = 0 \ .$$

b) Welche Maxwell Relationen folgen aus der der Enthalpie H bzw. der freien Enthalpie G ?

c) Benutzen Sie die Ergebnisse aus a) und eine Maxwell Relation der freien Energie, um zu zeigen

$$\kappa_T \ = \ \frac{V}{N^2} \left(\frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_{T,V} \ .$$

(κ_T ist die isotherme Kompressibilität.)

Aufgabe 2 (3 Punkte)

a) Zeigen Sie, daß für den thermische Ausdehnungskoeffizienten α gilt

$$\frac{\alpha}{\kappa_T} \ = \ \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \ .$$

Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 3 von Blatt 4.

b) Zeigen Sie

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + P - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = 0 \ .$$

Hinweis: Verwenden Sie die Maxwell Relation, die aus $\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$ folgt.

c) Berechnen Sie die adiabatische Kompressibilität κ_S, sowie die Ausdehnungskoeffizienten α, β für das ideale Gas. Überprüfen Sie ebenso die Relationen aus 2a) und 2b) für das ideale Gas.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Ein isolierter Zylinder enthält ein ideales Gas von Temperatur T_1. Als oberer Abschluß dient ein beweglicher Kolben mit Masse M_1 (siehe Abb.) Der Druck P des Gases und die Gravitationskraft des Kolbens ($K = M_1 g$) kompensieren sich im Gleichgewicht (Druck = Kraft/Fläche).

a) Die Masse M_1 wird plötzlich durch eine Masse M_2 ersetzt. Im neuen Gleichgewichtszustand stellt sich eine neue Gleichgewichtslage z_2 und eine neue Temperatur T_2 ein. Berechnen Sie $\frac{z_2}{z_1}$ und $\frac{T_2}{T_1}$ als Funktion von $\frac{M_2}{M_1}$.

b) Berechnen Sie $\frac{z_2}{z_1}$ und $\frac{T_2}{T_1}$ wenn die Masse M_1 langsam verkleinert wird (in infinitesimalen Schritten) bis die Masse M_2 erreicht ist.