1. Klausur Statistische Physik und Thermodynamik WS 03/04

Aufgabe 1 (5 Punkte)

N wechselwirkungsfreie Teilchen der Masse m bewegen sich in einer Ebene in einem Potential

$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad 0 \le x \le x_0 \quad \text{und} \quad 0 \le y \le y_0 \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Berechnen Sie $\Omega(E)$ im mikrokanonischen Ensemble und zeigen Sie

$$\Omega(E) = \frac{(x_0 y_0)^N (2\pi m E)^N}{h^{2N} N!(N-1)!E}$$

Hinweis: $\int d\Omega_k = \frac{2\pi^{\frac{k}{2}}}{(\frac{k}{2}-1)!}$.

b) Berechnen Sie die Entropie S für große N.

Hinweis: $N! \approx N^N e^{-N}$.

c) Berechnen Sie aus der Entropie die Temperatur T und das chemisches Potential μ des Systems.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Gegeben sei ein nicht-wechselwirkendes Gas aus N masselosen Teilchen mit einer relativistischen Energie-Impuls Beziehung $H = \sum_{i=1}^{N} c|\vec{p}_i|$ ($c =$ Lichtgeschwindigkeit).

a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme und zeigen Sie

$$Z_K = \frac{1}{N!}(8\pi V)^N \left(\frac{kT}{ch}\right)^{3N} .$$

Hinweis: $n! = \int_0^\infty dt\, t^n e^{-t}$

b) Berechnen Sie die Energie $E(T,V,N)$, Druck $P(T,V,N)$ und Wärmekapazität c_V für dieses Gas.

a) Berechnen Sie die Enthalpie $H(S, P, N)$ für das ideale Gas.

Hinweis: $S = kN[\log V - \log N + \frac{3}{2} \log T + c]$.

b) Überprüfen Sie die Maxwell Relation

$$\frac{\partial T}{\partial P} = \frac{\partial V}{\partial S} \; .$$

c) Berechnen Sie die adiabatische Kompressibilität $\kappa_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{S,N}$.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Gegeben seien zwei ideale Gase mit Teilchenzahlen N_1, N_2 in einem isolierten Behälter in dem sie durch einen verschiebaren Stempel getrennt sind (siehe Abb.). Im Ausgangszustand sei der Stempel festgestellt und die Gase nehmen die Volumina V_1 bzw. V_2 mit Temperaturen $T_1 \neq T_2$ bei gleichem Druck $P_1 = P_2$ an. Nach Lösen des Stempels strebt das System einen Gleichgewichtszustand an. Berechnen Sie Temperatur, Druck und Entropiezuwachs in diesem Gleichgewichtszustand. Zeigen Sie, daß der Entropiezuwachs nicht vom Volumen abhängt.

Hinweis: $S = kN[\log V - \log N + \frac{3}{2} \log T + c]$