

Abgabetermin: 12.1.04

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Die Energie in einem Phononengas ist gegeben durch

$$E = E_0 + 3N \int_0^\infty d\omega g(\omega) \frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} .$$

Berechnen Sie E und die Wärmekapazität c_V für

- a) $g(\omega) = \delta(\omega - \omega_E)$, $\omega_E = \text{konst.}$,
- b) $g(\omega) = \frac{3\omega^2}{\omega_D^3} \theta(\omega_D - \omega)$, $\omega_D = \text{konst.}$ (θ ist die Stufenfunktion).

Bestimmen Sie das Verhalten für $T \rightarrow 0$ und $T \rightarrow \infty$ in beiden Fällen.

Berechnen Sie ω_D durch Vergleich mit dem Ergebnis aus der Vorlesung.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

In einem Festkörper kann es bosonische Anregungen (Quasiteilchen) geben mit $s = 0$ und einer Energie-Impuls Beziehung

$$\epsilon_{\vec{p}} = \Delta + \frac{(|\vec{p}| - p_0)^2}{2m}$$

(Δ, p_0, m sind konstant).

- a) Berechnen Sie die Temperaturabhängigkeit von $\langle N \rangle$ für tiefe Temperaturen in führender Ordnung in T mit Hilfe der Formel

$$\langle N \rangle \approx \frac{V}{h^3} \int d^3p e^{-\beta\epsilon_p} .$$

Hinweis: Es ist nicht notwendig das Integral explizit zu berechnen!

- b) Zeigen Sie

$$E = \left(\Delta + \frac{1}{2}kT \right) \langle N \rangle$$

mit Hilfe der Formel $E = -\frac{\partial \langle N \rangle}{\partial \beta}$.

- c) Zeigen Sie

$$c_V = \left(\frac{3}{4} + \frac{\Delta}{kT} + \left(\frac{\Delta}{kT} \right)^2 \right) k \langle N \rangle .$$

In der Vorlesung wurde der Rotationsanteil zur Zustandsumme eines zwei-atomigen Moleküls, das aus zwei verschiedenen Atomen besteht, berechnet. Falls die beiden Atome gleich sind (z.B. H_2) muß noch das Pauli-Prinzip berücksichtigt werden.

- a) Zwei Kerne mit spin $1/2$ können sich in einem Triplett Zustand ($s = 1$) oder in einem Singlett Zustand ($s = 0$) befinden. Geben Sie die entsprechenden Wellenfunktionen an. In welchem Fall ist die Wellenfunktion symmetrisch bzw. antisymmetrisch?
- b) Geben Sie die Zustandsumme für den Rotationsanteil eines Moleküls aus zwei gleichen Atomen an.

Hinweis: Es ist nicht notwendig die Summation explizit auszuführen.