Übungsblatt 6 — Statistische Physik und Thermodynamik — WS 03/04

Abgabetermin: 8.12.

Aufgabe 1 (2 Punkte)

a) Geben Sie für ein System aus 3 nicht-wechselwirkende Fermionen im Volumen V die orthonormierten Eigenzustände an und überprüfen Sie explizit die Antisymmetrie der Wellenfunktion und ihre Normierung. Wie lautet dieser Zustand in der Besetzungszahldarstellung?

b) Wie lauten die orthonormierten Eigenzustände für 3 nicht-wechselwirkende Bosonen, wenn sich zwei der Bosonen im gleichen Zustand befinden. Überprüfen Sie explizit die Symmetrie der Wellenfunktion und ihre Normierung. Wie lautet die Besetzungsdarstellung in diesem Fall?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Zeigen Sie, daß für ideale Quantengase $\langle H \rangle = \sum_p \epsilon_p \, n(\epsilon_p)$ gilt.

Hinweis: Berechnen Sie $\frac{\partial}{\partial T}(\frac{\Phi}{T})$.

b) Berechnen Sie $\langle n_q^2 \rangle - \langle n_q \rangle^2$ für ideale Quantengase im großkanonischen Ensemble.

Hinweis: Berechnen Sie $\frac{\partial}{\partial \beta \epsilon_q} \langle n_q \rangle$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sei ein System von N an Gitterplätzen lokalisierten $s = 1/2$-spins in einem homogenen Magnetfeld B. Die Energie des Systems ist $E = -(N_+ - N_-)\mu_B B$, wobei $N_+(N_-)$ die Zahl der Spins parallel (antiparallel) zum Magnetfeld bezeichnet und μ_B das magnetische Moment eines Spins ist.

a) Zeigen Sie

$$\Omega(E) = \frac{1}{\Delta} \frac{N!}{N_+! N_-!}$$

im mikrokanonsichen Ensemble.

b) Berechnen Sie daraus die Entropie $S(N, E)$ für große N.

c) Berechnen Sie $T, E(T, N)$ und c_V für das System.