

V9 Gravitationswellen

9.1

Annahme: schwaches Gravitationsfeld

$$\Rightarrow g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \epsilon h_{\mu\nu} + O(\epsilon^2) \quad \epsilon \ll 1$$

EG zur 1. Ordnung in ϵ :

$$\square h_{\mu\nu} = 0$$

Wellengleich

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\text{Lösung: } h_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu} e^{i \frac{\omega}{c} x^0} + \epsilon_{\mu\nu}^* e^{-i \frac{\omega}{c} x^0} \quad k_\mu = (c\omega, \vec{k})$$

$$\sum_{\mu,\nu} \eta^{\mu\nu} k_\mu k_\nu = 0 \quad \text{Dispersionsrelation } |\vec{k}| = c\omega$$

$$\sum_{\mu,\nu} \eta^{\mu\nu} k_\mu \epsilon_{\nu\beta} = \frac{1}{2} k_\beta \sum_{\mu,\nu} \eta^{\mu\nu} \epsilon_{\mu\nu}$$

$\Rightarrow$ 2 Polarisationstypen
 $\uparrow$
transversale

Vorhersage: Existenz von GW

6. huth Einstein: bereits 1916 gemacht

Quelle des Strahls: bewegte Massen

9.2

(analog zu bewegten Ladungen
als Quelle e-m Strahls)

freiwillig Term in $\frac{1}{5}$ Erhöhen: Quadrupol
strahlung

Abgestrahlte Leistung (Einstein 1916) (Dipol existiert in
Grav. W. nicht)

$$P = \frac{32}{5} \frac{G_N}{c^5} \omega^6 I^2$$

$\uparrow$ momenten / des Körpers

rot. Balken $L=20\text{m}$, $\omega = \frac{30}{5} \Rightarrow P \approx 10^{-29} \text{ W}$
 $I = \frac{1}{12} M L^2$

Doppelstern: $\omega^2 = \frac{2G_N M}{L^3}$ (Kepler Gesetz)

$$\hookrightarrow P = \frac{2}{5} \frac{c^5}{G_N} \cdot \left(\frac{M}{L} \right)^5, \quad \sqrt{s} = \frac{24\text{h}}{c^2}$$

($\sim 10^{25} \text{ W}$ für typ. Doppelstern)

$\Rightarrow P$ groß für L klein $\rightarrow$ i.d. Neutronenstern

Energ/KP $\sim$ | Eich

$$\phi = \frac{P}{4\pi D^2} (= 2 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2})$$

$\uparrow$ Abstr. Ed-Doppelstern

indirekte Nachweis

9.3

indirekt: keine Beobachtung des GW, sondern
Energieabstrahlung in der vorhergesagte
Größenordnung

1974 Entdeckung des Hulse-Taylor-Pulsars

(Nobelpreis 1993)

2 Neutronensterne in unserer Galaxie

- $M \sim 1,4 M_{\odot}$ f-berreich
- Entfernung 21.000 LY von Erde
- umkreisen sich in ca 8h
- 1 Stern unsichtbar
- 2. Stern: rotiert ca 17/s um eigene Achse
starkes Magnetfeld $\rightarrow$ Synchrostrahlung
im Radiobereich

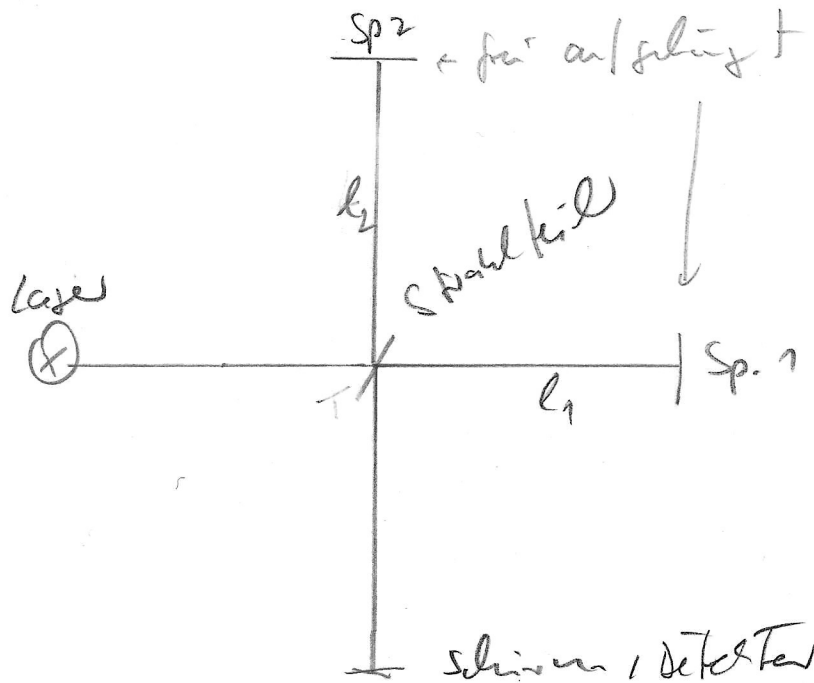
Pulsar = Pulsating Source of Radio Emission

Messung: Änderung der Pulsfrequenz 1975-2013
Überprüfung mit Abstrahlung von GW

Direkter Nachweis:

94.

Methode: Laser-Interferometer
(Michelson-Morley)



Gravitationswellen vermindert Laufweg $\frac{l_1 - p_1}{T_{L1} Sp_1}$

$\Rightarrow$ Interferenzmuster auf Schirm verschieben sich.

aus Wellenlängen: $\frac{\Delta L}{L} = h \cos \alpha$

$$h = \sqrt{\frac{8\pi G \Phi}{c^3 \omega^2}} = 1,4 \cdot 10^{-10} \sqrt{\frac{\Phi}{W/m^2}} \frac{T}{s}$$

$$\approx \begin{cases} 10^{-34} \text{ Galie} \\ 10^{-20} \text{ Doppelsterne} \\ 10^{-17} \text{ kollabierende Doppelsterne} \end{cases}$$

=> L muss groß sein

GEO 600 (Hannover); Arm länge 600m

Ligo (Hanford / Washington
^{↓ 3000 km}
 Livingston / Louisiana) : Arm länge 3,4 km
 " " " " 3 km

Virgo (Rsa)

Lisa im Weltraum soll 3 Satelliten geplant

Ligo: Laser Interferometer
 Gravitations-Wellen Observator

1. Nachweis: 2015 von LIGO

96

Quelle: 2 verschmolzen SL vor 1,3 Mill. Jahre

Massen: $M_1 = 29 M_\odot$, $M_2 = 36 M_\odot$ (daher Quasare
Neutronensterne)

abgestrahlte Energie: $3 M_\odot$

Nobelpreis 2017 Rainer Weiss, Kip Thorne,
Barry Barish

Seither: ca 20-30 weitere Ereignisse beobachtet

2017: Verschmelzung von 2 Neutronensternen
($\approx 1-1,5 M_\odot$)

gleichzeitig beobachtet eine Lichtwelle
 $\Rightarrow$ GW breiten sich mit c aus!

Bedeutung:

- neues Beobachtungsband im Universum
- andere Objekte (z.B. S.L.)
- andere Phasen in beschleunigt

im Prinzip bis Unendlich (kollabiert und
bis Entkopplung)

Zusammenfassung:

- E.G. habe Wellenlänge
- indirekte Nachweis: Änderung Pulsfrequenz von Pulsare (1975-2011)
- direkte Nachweis: 2015ff LIGO