V2 Elektrodynamik

Ab 17. Jh : Elektrizitätslehre } Gegenstand der Forschung
Magnetismus

M. Faraday (1791–1867): bewegte Ladungen → magn. Effekte

⇒ Vereinigung der beiden Gebiete

Finale + vereinheitlichte Formulierung der Elektrodynamik 1864 durch J. Maxwell (1835-1879)

Wie Gravitation ist E-Dynamik eine weitere fundamentale Wechselwirkung

zentrales neues Konzept: <u>phys. Feld.</u>

2.1. Feldbegriff

phy. Feld: Abbildung

$$\underbrace{(x,y,z}_{\text{Koordinaten des } \mathbb{R}^3},\overset{}{\underset{\text{Zeit}}{t}}) \rightarrow \underset{\text{z.B. Temperaturfeld (skalares Feld)}}{T(x,y,z,t)}$$

el. Feld $\vec{E}$:

$$(x,y,z,t) \rightarrow \vec{E}(x,y,z,t)$$

Vektorfeld

mag. Feld $\vec{B}$:

$$(x,y,z,t) \rightarrow \vec{B}(x,y,z,t)$$

$\vec{E}, \vec{B}$ erzeug. Kraft auf Ladung q

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\,\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Lorentzkraft

$\vec{v}$: Geschwindigkeit der Ladung

c: Konstante (Licht-) Geschwindigkeit

2.1. Maxwell Gleichungen

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 4\pi\rho ,$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \vec{e}_x\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \vec{e}_y\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)$$
$$+\,\vec{e}_z\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

Quellen der $\vec{E},\vec{B}$ Felder:

ρ : Ladungsdichte, Gesamtladung $Q(t) = \int d^3x\, \rho(\vec{x},t)$

$\vec{j}$: Stromdichte, Strom $I = \int d\vec{A}\cdot\vec{j}$

Querschnitt des Leiters

2.3. Lösung der Maxwell-Gleichungen

zentrale Aufgabe der E-Dynamik:

Berechne $\vec{E}$ & $\vec{B}$ für vorgegebene ρ, $\vec{j}$ (Quellen)

2.3.1
Beispiel 1: Elektrostatik: $\vec{B} = 0$, $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 = \vec{j}$

$\rho \neq \rho(t)$

$\Rightarrow$ Maxwell Gl: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$ (1), $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ (2)

Lösung: (2) $\rightarrow$ $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ $\leftarrow$ elektrost. Potential

$\wedge$ (1): $\Delta\phi = -4\pi\rho$, $\Delta = \vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

Poisson-Gleichung

allg. Lösung der Poisson-Gl. bekannt

Spezialfall: Punktladung q_2 im Ursprung

$$\vec{E}(x,y,z) = q_2 \frac{\hat{r}}{r^2}, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Kraft auf Testladung q_1

$$\vec{F} = q\vec{E} = q_1 q_2 \frac{\hat{r}}{r^2}$$ (wie Gravitationsgesetz

$\vec{F}$ ist Kraftfeld!

Newton: instantane Fernwechselwirkungen

2.3.2. elektromag. Wellen

$$\rho = \vec{j} = 0$$

$$\vec{\nabla}\vec{E} = 0 = \vec{\nabla}\vec{B}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,, \quad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\underbrace{\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E}}_{\equiv \vec{\nabla}(\underbrace{\vec{\nabla}\vec{E}}_{=0}) - \Delta\vec{E}} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\vec{\nabla}\times\vec{B}}_{\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}} \quad \Leftrightarrow$$

$$-\Delta\vec{E} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} \quad \Leftrightarrow \quad \Box\vec{E} = 0$$ Wellengleichung

$$\Box \equiv \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$$

Lösung
$$\vec{E} = \mathrm{Re}\left(\vec{E}_0(\vec{k})\, e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right) \quad |\vec{k}| = \frac{\omega}{c}$$

$$\vec{B} = \mathrm{Re}\left(\vec{B}_0(\vec{k})\, e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right)$$

mit
$$\left.\begin{array}{l} \vec{k}\,\vec{E}_0 = 0 = \vec{k}\,\vec{B}_0 \\ \vec{k}\times\vec{E}_0 = \omega\vec{B}_0 \end{array}\right\} \quad \vec{k}\perp\vec{E}\perp\vec{B}$$

ω = Frequenz der e-m. Welle beliebig

Superposition ist ebenfalls Lösung!

Licht wird als e-m identifiziert mit c = (konstanter) Lichtgeschwindigkeit

"Probleme"

i) c = konstant widerspricht Addition von Vektoren/Geschwindigkeiten

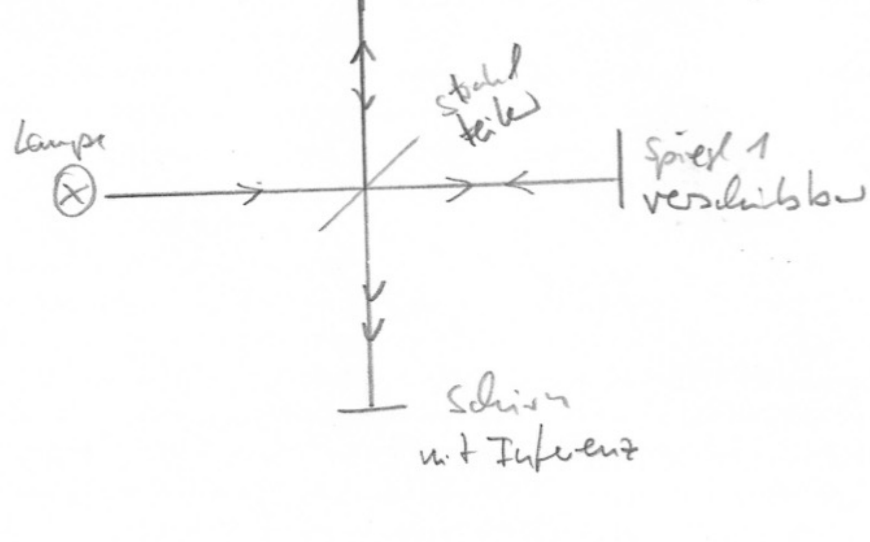
ii) bisher bekannte Wellen haben Trägermedium

- Schallwellen – Luft
- Wasserwelle – Wasser
- Seilwelle – Stoff

=> Äther wurde als Trägermedium angenommen

mit
- hoher Dichte/Steifigkeit wegen hohem
- keine Reibungskräfte -> Planetenbahnen

überprüft durch Michelson (1881), Morley (1887)
Nobelpreis 1907 (erster Amerikaner)



Erde bewegt sich im ruhenden Äther und spürt
"Fahrtwind" = Ätherwind

1 Arm mit/gegen Wind, anderer $\perp$

Drehung um 90° -> Interferenzmuster müsste sich verschieben

Ergebnis: keine Veränderung => kein Äther

Zwischenfazit am Ende des 19. Jahrh.

19. Jahrh.

"Objekt" im Universum : Materie -> Newton
em Strahlg -> Maxwell

Newtonsche Theorie
Maxwell Theorie } = klassische Physik

20. Jahrhundert:

wiss. Vorstoß in | Mikrokosmos -> kleine Längenskala
| Makrokosmos -> große Längenskala

=> neue Phänomene lassen sich nicht mit klass. Phys. beschreiben

=> neue Theorie notwendig

Mikrokosmos -> Quantentheorie
Makrokosmos -> Relativitätstheorie

Charakteristika :

i) menschl. Vorstellg versagt -> Mathematik wird zur zentrale Sprache

ii) Beobachtende spiel andere / wichtige Rolle