

# V11

Einführung in die Allgemeine  
Relativitätstheorie

- Kosmologie –

Jan Louis

4.7.2024



# Kosmologie

- Kosmologie untersucht Universum als Ganzes
- Geschichte:
  - Geozentrisches Weltbild (Ptolemäus, 2. JH)
  - Heliozentrisches Weltbild (Kopernikus, 16. JH)
  - Urknalltheorie (Lamaitre 1931)
- Heute: Standardmodell der Kosmologie  
(Weiterentwicklung der Urknalltheorie)
- Konsequente Anwendung von Relativitätstheorie, Quantentheorie und Teilchenphysik

# Lösung der Einstein Gleichung für Kosmos

- Friedmann, Lemaitre: Lösung der Einstein Gleichung für Kosmos
- Zentrale Annahme:
  - Universum homogen & isotrop auf großen Längenskalen
- Typische kosmische Skalen:
  - Radius sichtbares Universum:  $10^{10}$  LJ
  - Durchmesser einer Galaxie:  $10^5$  LJ
  - Durchmesser eines Galaxienhaufens:  $10^7$  LJ
- Universum homogen & isotrop auf Längenskalen  $\gtrsim 10^8$  LJ

# Lösung der Einstein Gleichung für Kosmos

➤ Ansatz für Metrik: Robertson-Walker Metrik

$$\begin{aligned} ds^2 &= \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} (t, x, y, z) dx^\mu dx^\nu \\ &= c^2 dt^2 - R^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right] \end{aligned}$$

$R(t)$ : kosmische Skalenfaktor, wird durch Einstein Gleichung festgelegt

$$\text{Krümmung des 3-dim. Raumes: } \frac{k}{R^2} = \begin{cases} \text{flach für } k = 0 \\ \text{Kugel für } k = 1 \\ \text{Hyperboloid für } k = -1 \end{cases}$$

# Lösung der Einstein Gleichung für Kosmos

- Ansatz für Energie & Impuls Tensor: Perfekte Flüssigkeit

$$T_{\mu\nu} = p g_{\mu\nu} - \left( \frac{p}{c^2} + \rho \right) u_\mu u_\nu$$

$p(t)$  = Druck der Flüssigkeit

$\rho(t)$  = Energiedichte der Flüssigkeit

$u_\mu$  = Geschwindigkeit der Flüssigkeit

- Nächster Schritt:  $T_{\mu\nu}$ ,  $g_{\mu\nu}$  in E.G. einsetzen und DGL lösen

# Erinnerung: Einstein Gleichungen

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

$R_{\mu\nu}$ : Ricci-Tensor,       $R$ : Ricci-Skalar

$g_{\mu\nu}$ : Metrik der Raum-Zeit, spielt Rolle des Gravitationsfeldes

$R_{\mu\nu}$  und  $R$  enthalten die Änderung der Metrik  $g_{\mu\nu}$

$\Lambda$ : Kosmologische Konstante

$T_{\mu\nu}$ : Energie-Impuls-Tensor (Quellen des Gravitationsfeldes)

$\kappa$ : Konstante, proportional zur Newton Konstante  $G_N$

# Lösung der Einstein Gleichung für Kosmos

- Lösung der Einstein Gleichungen: legt Skalenfaktor  $R(t)$  fest
- verschiedene „Weltmodelle“ möglich je nach Wert der kosmologischen Konstanten  $\Lambda$ 
  1.  $\Lambda < 0$ : oszillierendes Universum (expandierend  $\leftrightarrow$  kontrahierend)
  2.  $\Lambda > 0$ : ewig expandierendes Universum mit beschleunigter Expansion
  3.  $\Lambda = 0$ : oszillierendes Universum für  $k=1$ ,  
ewig expandierendes Universum mit gebremster Exp. für  $k= 0, -1$
- Statisches Universum keine stabile Lösung (Einstein: „meine größte Eselei“)
- Expansion des Universums ist Vorhersage der ART (Lemaitre 1927)

# Beobachtung des expandierenden Universums

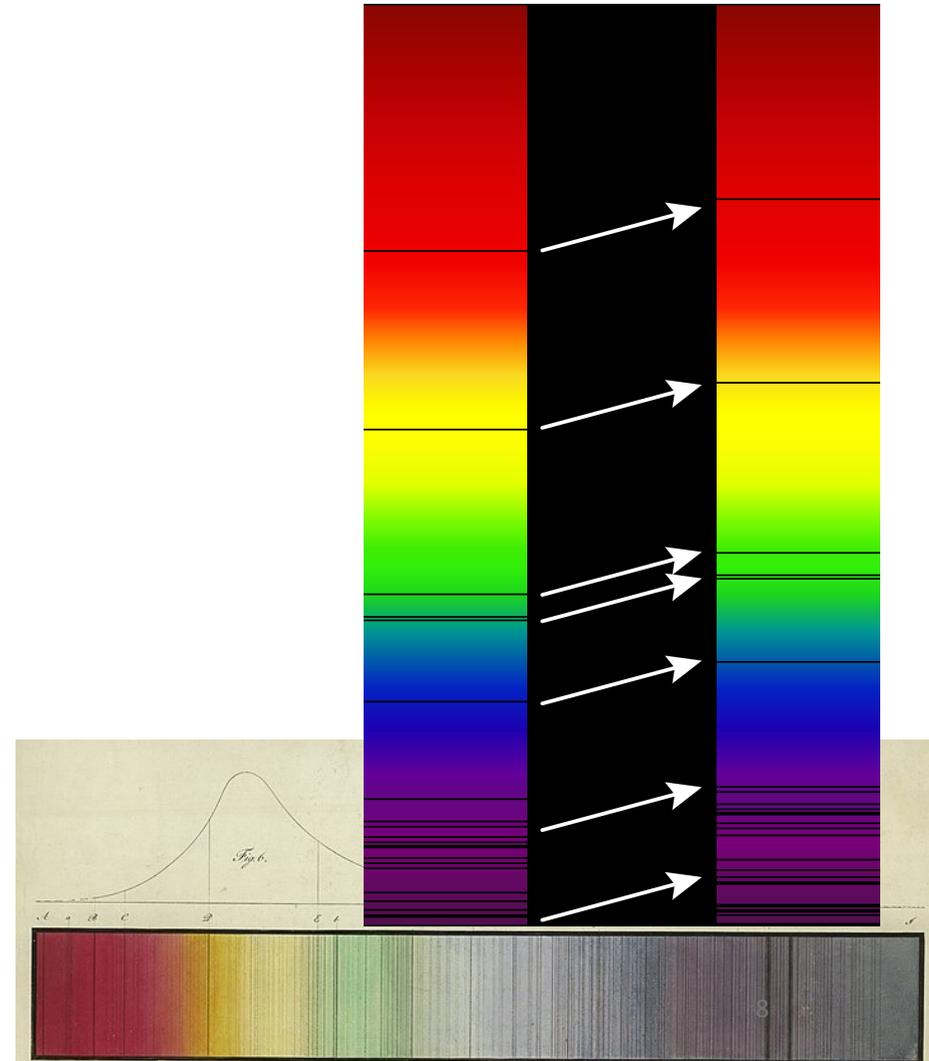
- Lichtsignal (mit Frequenz  $\nu$ ) in einem expandierenden bzw. kontrahierenden Universum erfüllt

$$R(t_1) \nu_1 = R(t_2) \nu_2 = \text{konstant}$$

⇒ für  $R(t_2) > R(t_1)$  (Expansion)

folgt  $\nu_2 < \nu_1$

d.h. Lichtsignal erscheint verschoben zum rötteren Licht (rotverschoben)



# Beobachtung des expandierenden Universums

## ➤ Quantitativ

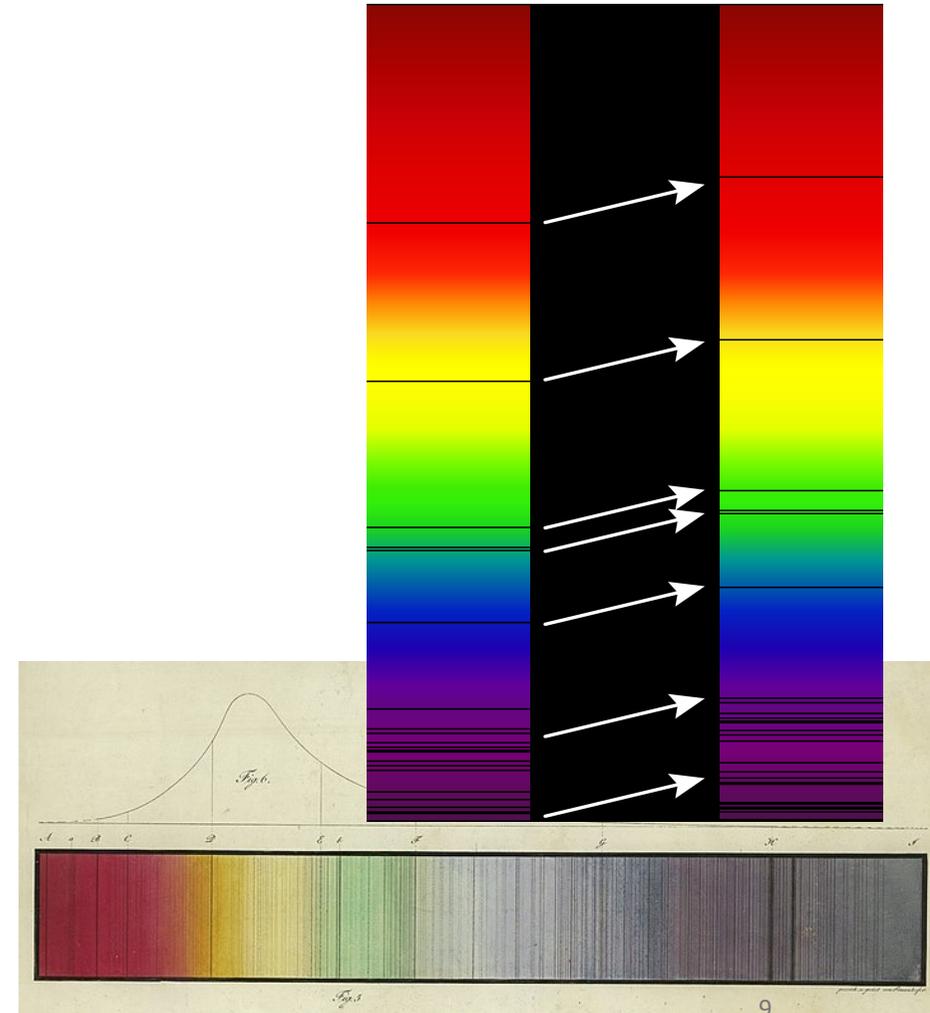
$$z = \frac{\nu_1}{\nu_2} - 1 \approx \frac{H_0 D}{c} \quad (\text{Hubble Gesetz})$$

$z$  = Rotverschiebung

$H_0$  = Hubble Konstante

$D$  = Entfernung zum Stern/Galaxie

## ➤ Je weiter ein Stern entfernt, desto größer $z$ , desto größer seine Fluchtgeschwindigkeit



# Beobachtung des expandierenden Universums

➤ Bestimmung von  $D$  (= Entfernung zum Stern/Galaxie)

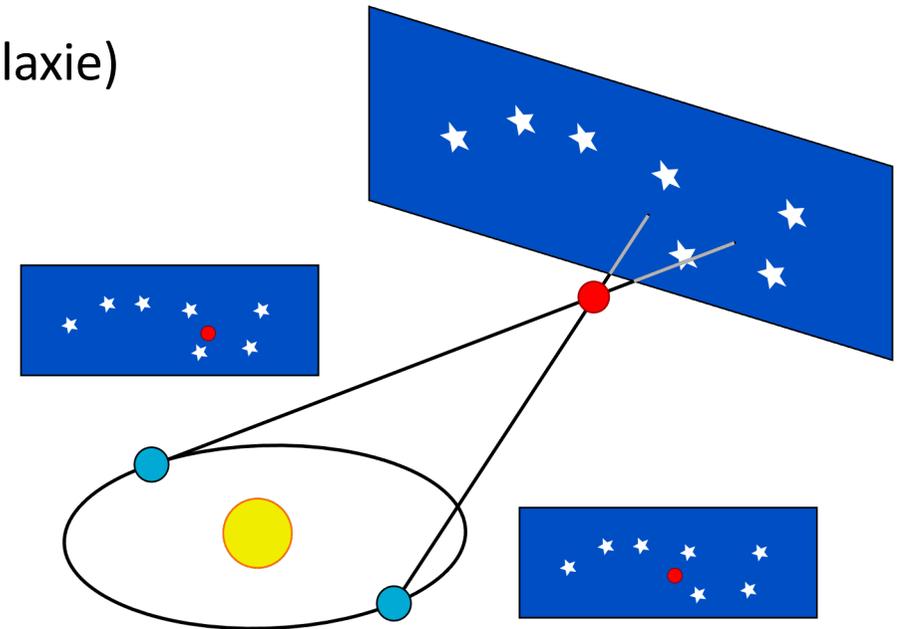
1. Triangulation (für nahe Sterne)

2. Cepheiden (Hubble)

Sterne mit periodischer Leuchtkraft

Annahme:

gleiche Periode = gleiche Leuchtkraft



➤ Aus 1. & 2. Bestätigung des Hubble Gesetzes (1929)

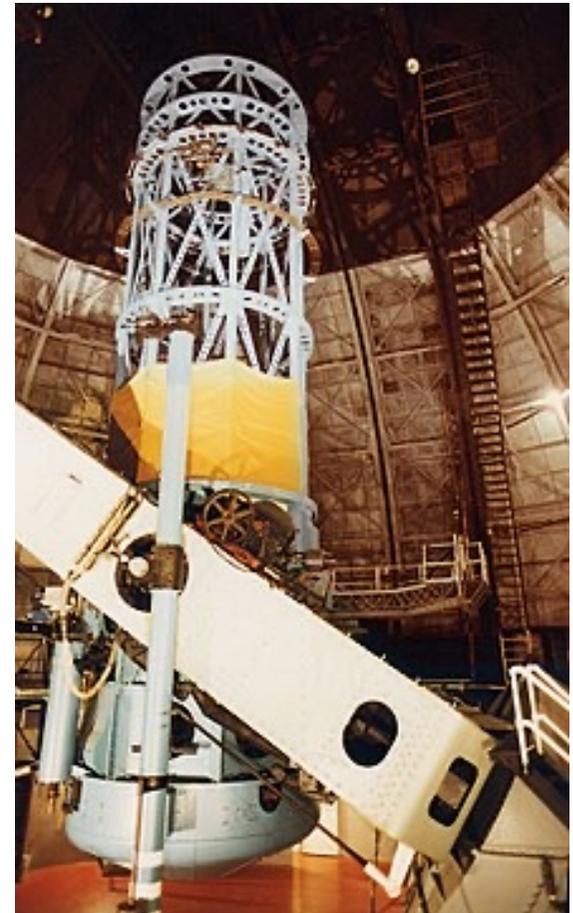
# Expandierendes Universums

- Zentrale Beobachtung der Kosmologie  
(Edwin Hubble, 1929)
- Korrelation Entfernung – Rotverschiebung

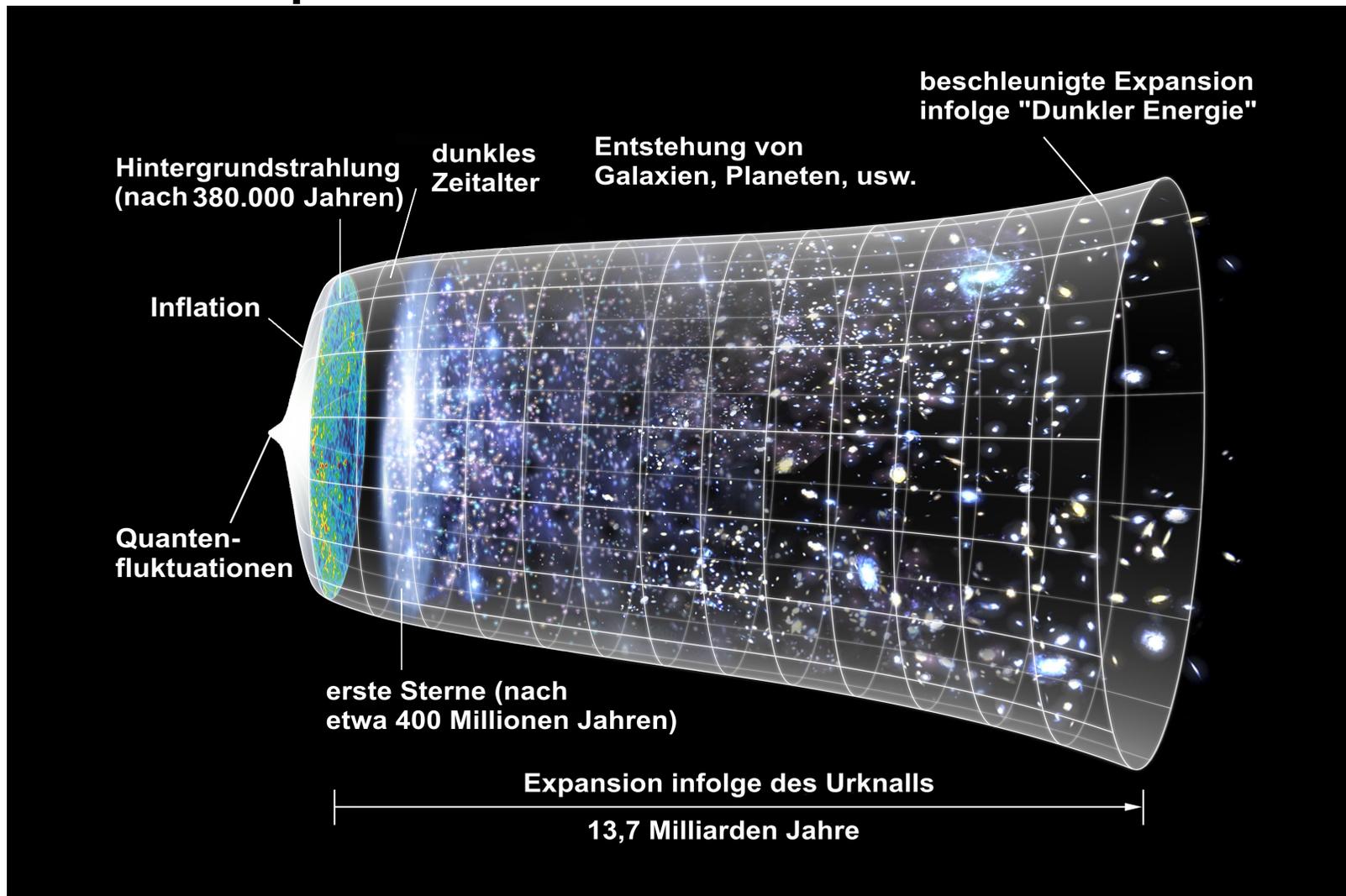
Hubble Gesetz:

$$z = \frac{R_2}{R_1} - 1 = \frac{v_1}{v_2} - 1 \approx \frac{H_0 D}{c}$$

- Interpretation:  
Universum dehnt sich als Ganzes aus

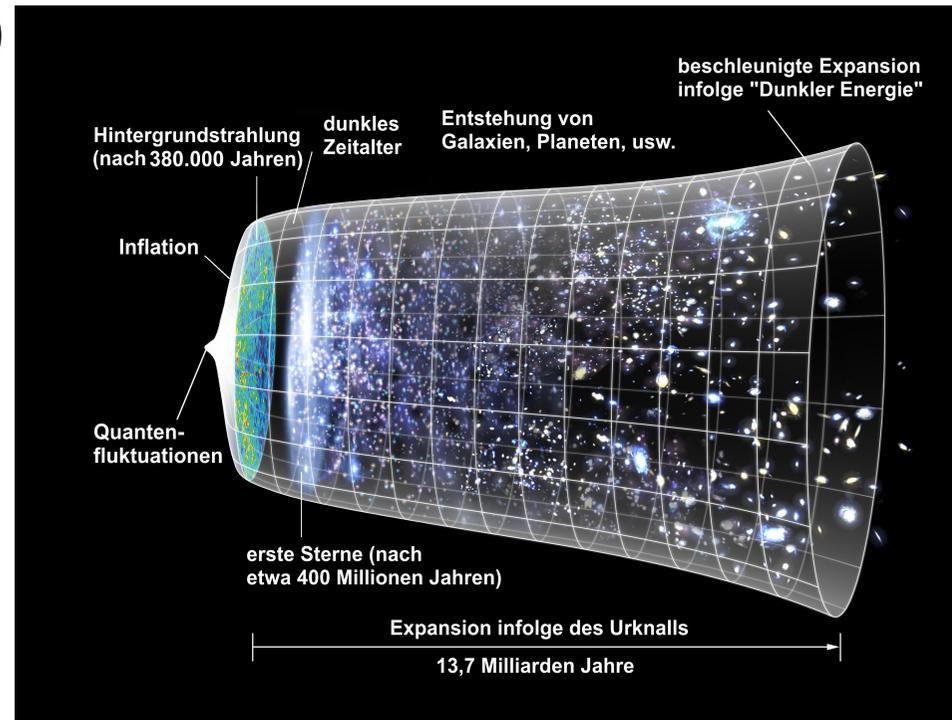


# Expandierendes Universums



# Expandierendes Universums

- Ende 1990iger Jahre (Perlmutter):  
präzisere Entfernungsmessungen (Typ I Supernova)  
-> Änderung der Geschwindigkeit der Ausdehnung  
bestimmt = Beschleunigung der Ausdehnung
- Erwartung: Ausdehnung wird durch  
Gravitationsanziehung abgebremst
- Überraschung: Ausdehnung beschleunigt sich
- Nobelpreis 2011: Saul Perlmutter, Adam Riess,  
Brian P. Schmidt
- Eine mögliche Erklärung:  
(kleine) kosmologische Konstante  $\Lambda > 0$



# Kosmologische Konstante – Dunkle Energie

- Lange Zeit: vergeblicher Versuch  $\Lambda = 0$  zu erklären,
- Heute: (vergeblicher) Versuch kleinen Wert von  $\Lambda$  zu erklären
- Erklärungsversuche:
  - Teil von Energie & Impuls ( $T_{\mu\nu}$ ) für beschleunigte Expansion verantwortlich
  - $\Lambda$  zeitabhängig, heute  $\Lambda \approx 0$
  - Wert von  $\Lambda$  ist „historischer Zufall“ -> Anthropisches Prinzip [B. Carter, 1973]
- Weinberg 1982:  
Berechnung des „habitablen“ Fensters für  $\Lambda$  und „Vorhersage“ von kleinem  $\Lambda$
- Bis heute unverstanden, man spricht von Dunkle Energie als Ursache der beschleunigten Expansion

# Historische Zufälle

- Abstand Sonne-Erde (Werte der Halbachsen) wird von Newtonschen Gravitationstheorie nicht vorhergesagt, sondern nur die Ellipsenbahn
- Abstand ist für Leben auf der Erde aber entscheidend
- Vergangenheit (Ptolomäus, Kepler): Versuch für Abstand Sonne-Erde Erklärung zu finden
- Heute: Abstand wird als „historischer Zufall“ angesehen
- „Erklärungsversuch“ durch das Anthropische Prinzip [B. Carter, 1973]

# Anthropisches Prinzip [B. Carter, 1973]

- Beobachtete / gemessene Werte von Naturkonstanten (z.B.  $G_N$ , Abstand Sonne-Erde,...) werden bislang von keiner Theorie vorhergesagt und als „Historische Zufälle“ angesehen

- Carter, ... :

„ ...was wir zu beobachten erwarten können, muss eingeschränkt sein durch die Bedingungen, welche für unsere Gegenwart als Beobachter notwendig sind.“

- Andere Formulierung:

Physikalisch sind durchaus andere Realisierungen des Universums denkbar. Weil aber nur bestimmte, mögliche Universen die Existenz des Menschen zulassen, muss das Universum so sein, wie wir es beobachten, *denn wir sind hier*, um es zu beobachten.

- Abschätzungen der Naturkonstanten, die Leben erlauben ergibt sehr enge Bereiche!

- Beobachter kommt ins Spiel

# Anthropisches Prinzip [B. Carter, 1973]

- sehr umstritten
- Contra: Aufgabe wissenschaftlicher Methodik
- Pro: Versuch „alles“ zu erklären ist zu Mensch-zentriert
- Kompromiss: Verbinde mit statistischen Überlegungen

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit ein Universum mit den beobachteten Werten zu finden?

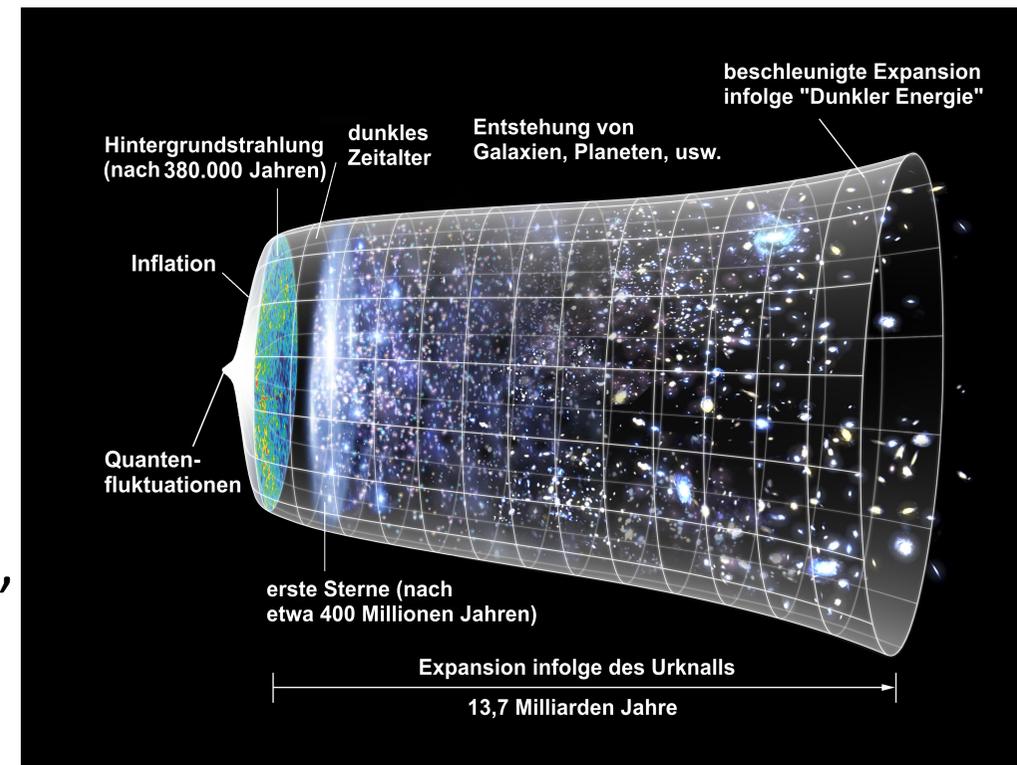
# Kosmologische Konstante – Dunkle Energie

- Lange Zeit: vergeblicher Versuch  $\Lambda = 0$  zu erklären,
- Heute: (vergeblicher) Versuch kleinen Wert von  $\Lambda$  zu erklären
- Erklärungsversuche:
  - Teil von Energie & Impuls ( $T_{\mu\nu}$ ) für beschleunigte Expansion verantwortlich
  - $\Lambda$  zeitabhängig, heute  $\Lambda \approx 0$
  - Wert von  $\Lambda$  ist „historischer Zufall“ -> Anthropisches Prinzip [B. Carter, 1973]
- Weinberg 1982:  
Berechnung des „habitablen“ Fensters für  $\Lambda$  und „Vorhersage“ von kleinem  $\Lambda$
- Bis heute unverstanden, man spricht von Dunkle Energie als Ursache der beschleunigten Expansion

# Zurück zum Expandierenden Universum

Rückwärts in der Zeit:

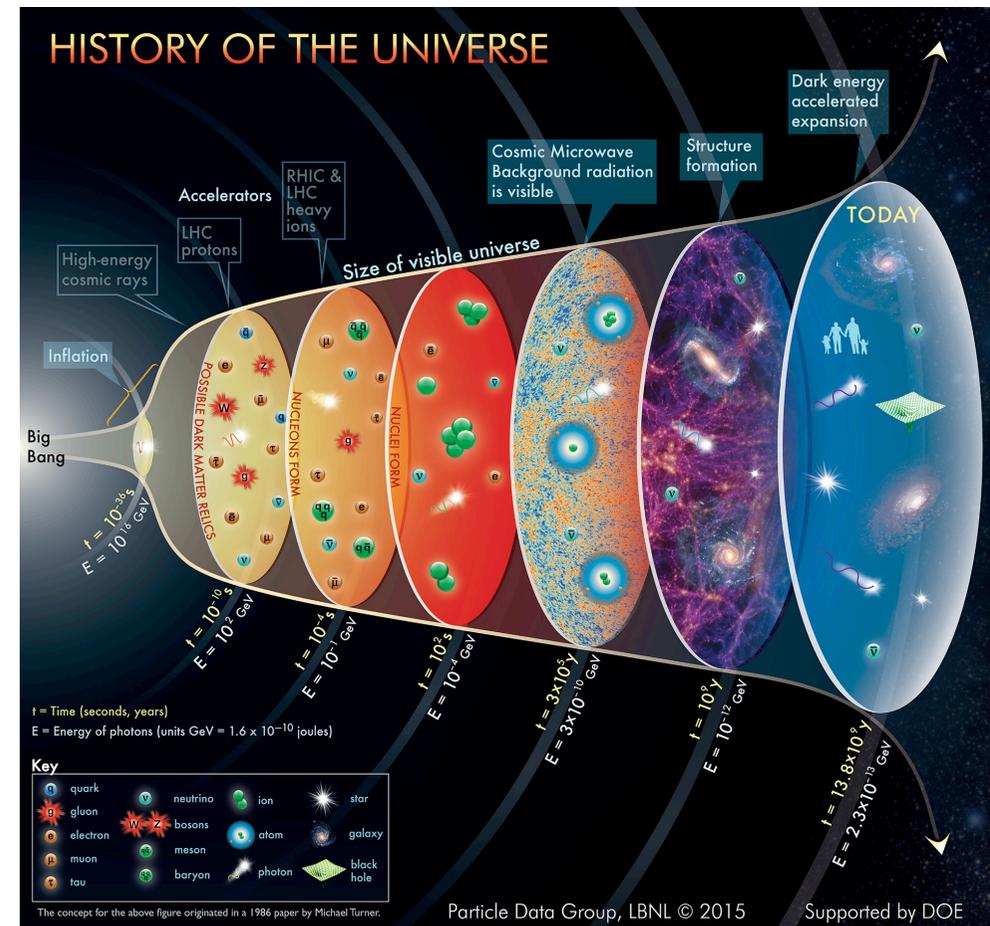
- Berechnung des Alters des Universums aus Hubble Gesetz & ART möglich
- Früher: Universum kleiner und heißer
- Analogie: expandierendes Gas kühlt ab, komprimiertes Gas heizt auf
- Sprung an den Anfang



# Zurück zum Expandierenden Universum

Rückwärts in der Zeit:

- Berechnung des Alters des Universums aus Hubble Gesetz & ART möglich
- Früher: Universum kleiner und heißer
- Analogie: expandierendes Gas kühlt ab, komprimiertes Gas heizt auf
- Sprung an den Anfang



# Expandierendes Universums

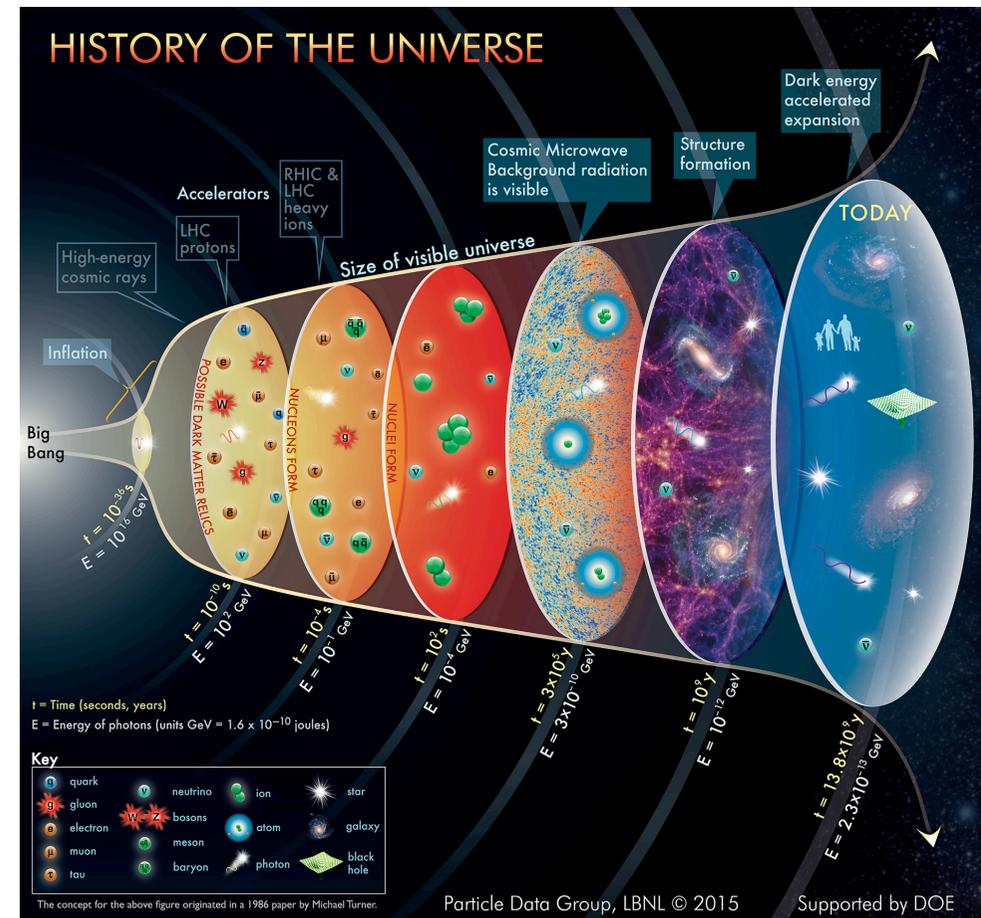
Sprung an den Anfang:

1.  $t = 10^{-10}$  s nach Urknall:

$E = 100$  GeV,  $T = 10^{15}$  K,

- Bausteine der Materie & Wechselwirkungen unter Kontrolle,
- Plasma („Quark-Gluon-Plasma“) aus Elementarteilchen beschrieben durch Standardmodell der Teilchenphysik

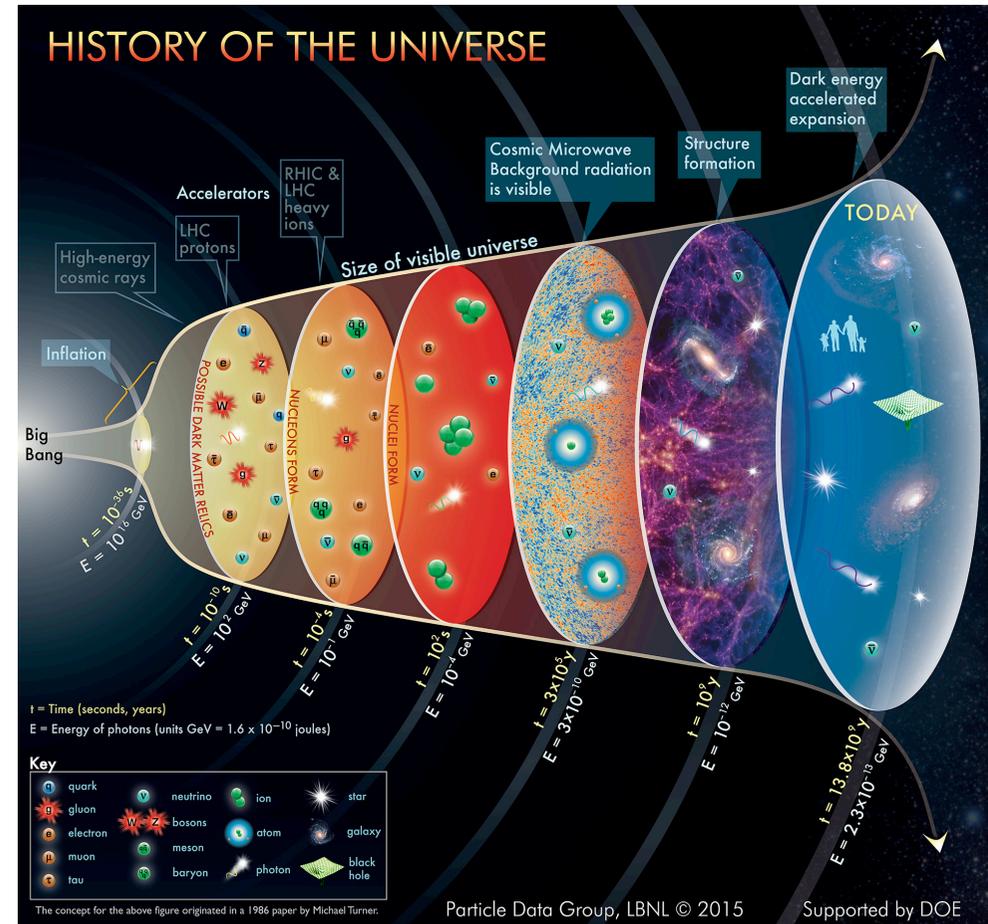
danach: Universums kühlt ab



# Expandierendes Universums

Sprung an den Anfang:

- Sinkt T bzw. E unter Schwelle einer Bindungsenergie bilden sich die energetisch günstigeren, gebundenen Zustände
- 2.  $t = 10^{-4}$  s,  $E = 0,1$  GeV,  $T = 10^{12}$  K, Nukleonen (p,n) bilden sich aus Quarks.

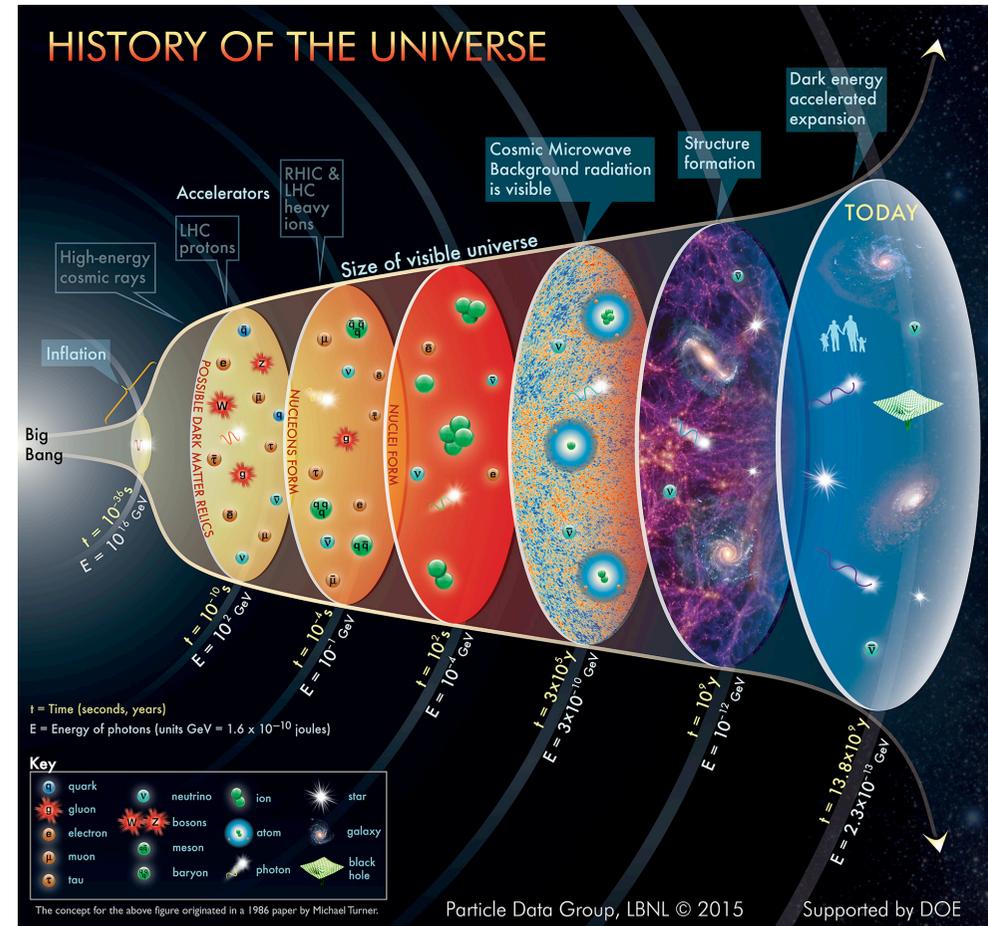


# Expandierendes Universums

Sprung an den Anfang:

3.  $t = 100 \text{ s}$ ,  $E = 10^{-4} \text{ GeV}$ ,  $T = 10^9 \text{ K}$

- leichte Kerne bilden sich (Nucleosynthese)
- Häufigkeit der leichten Elemente im Universum lässt sich erfolgreich berechnen:  $\text{He:H} = 1:9$
- Bis heute unverstanden: Brechung der Materie-Antimaterie Symmetrie (Baryogenese)

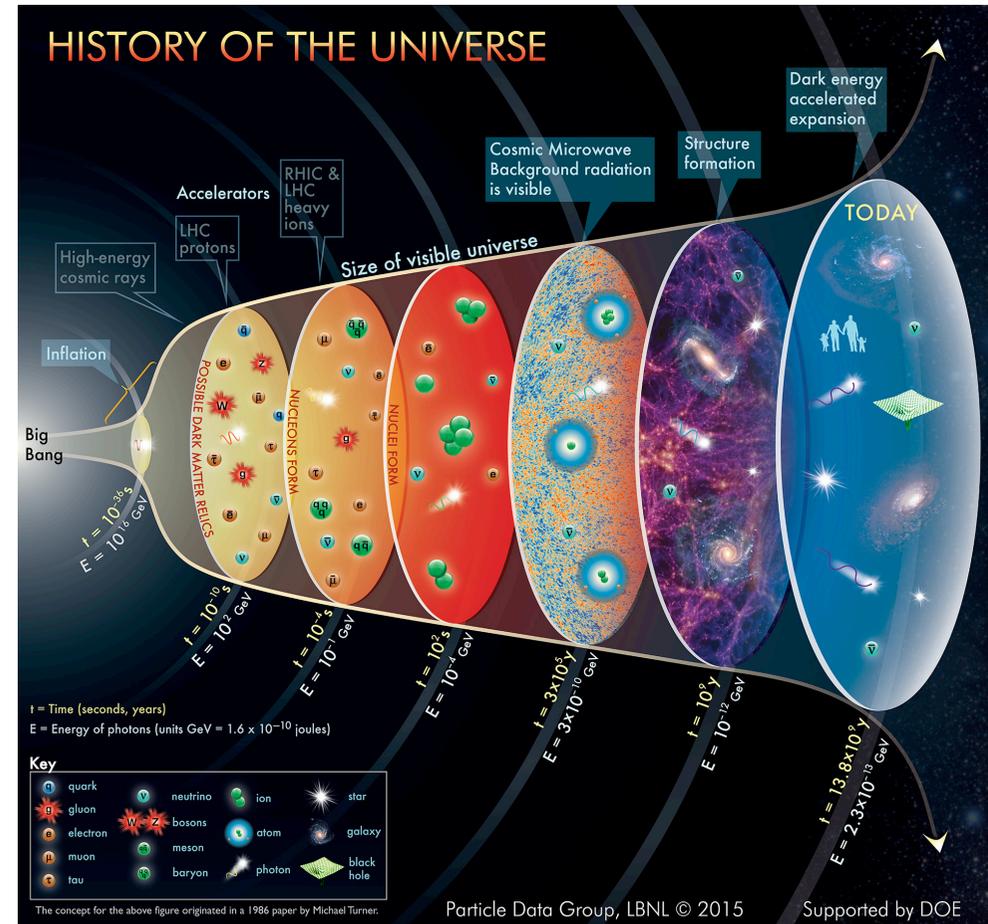


# Expandierendes Universums

Sprung an den Anfang:

4.  $t=380.000$  Jahre,  $E=1$  eV ,  $T=3.000$ K

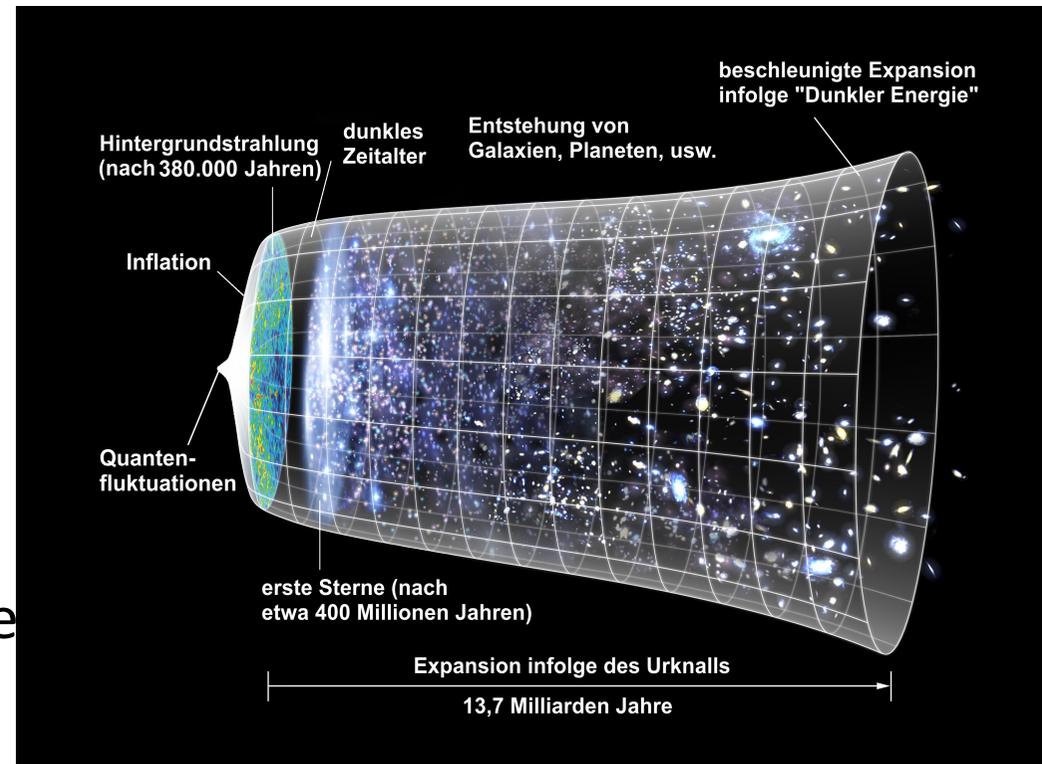
- Atome bilden sich
- Universum wird transparent für elektromagnetische Strahlung
- Hintergrundstrahlung entsteht
- Ist die am weitesten zurückreichende Strahlung



# Expandierendes Universums

Sprung an den Anfang:

4.  $t=380.000$  Jahre,  $E=1$  eV ,  $T=3.000$ K
- Atome bilden sich
  - Universum wird transparent für elektromagnetische Strahlung
  - Hintergrundstrahlung entsteht
  - Ist die am weitesten zurückreichende Strahlung



# Expandierendes Universums: 3K Hintergrundstrahlung

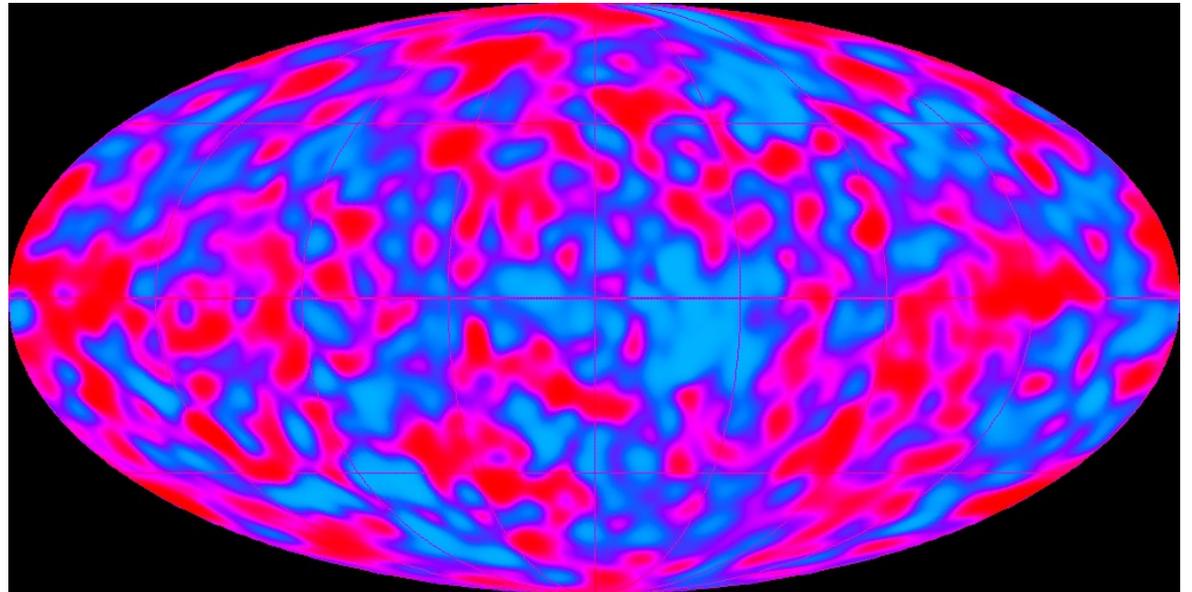
- Vorhersage von Regener (1933), Gamov (1949)
- Entdeckung 1964 Arnold Penzias, Robert Wilson (Nobelpreis: 1978)





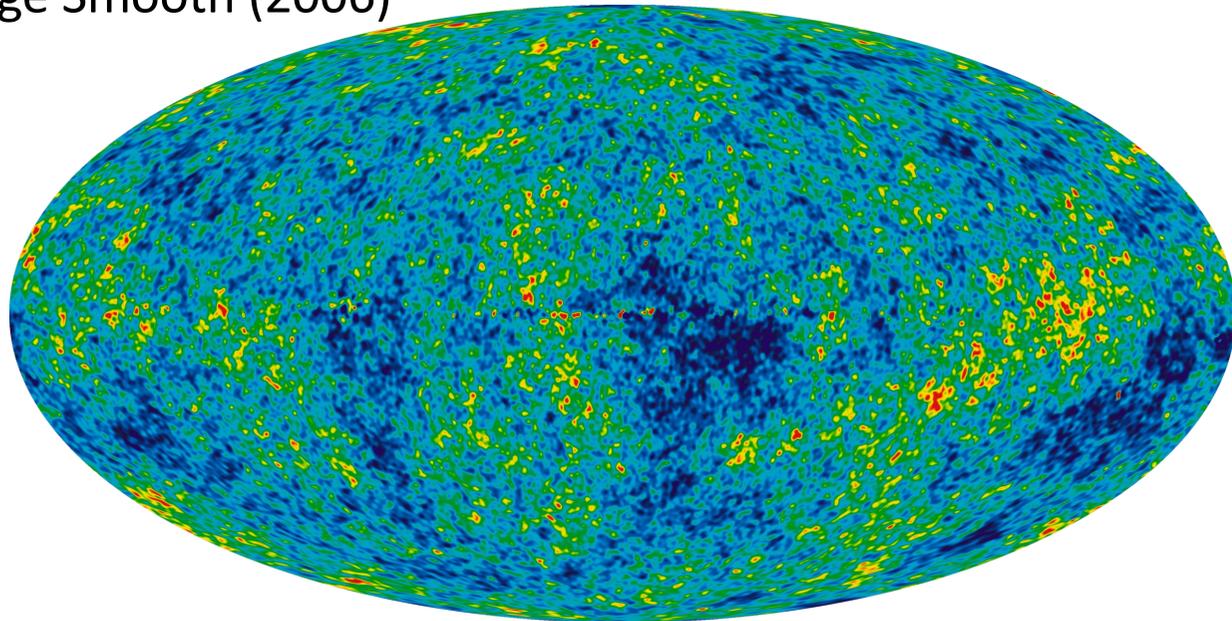
# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

- Temp. Schwankungen  $\Delta T / T = 10^{-5}$
- Messung durch satellitengestützte Teleskope
  - COBE (1989-1993),
  - Nobelpreis: John Mather, George Smooth (2006)



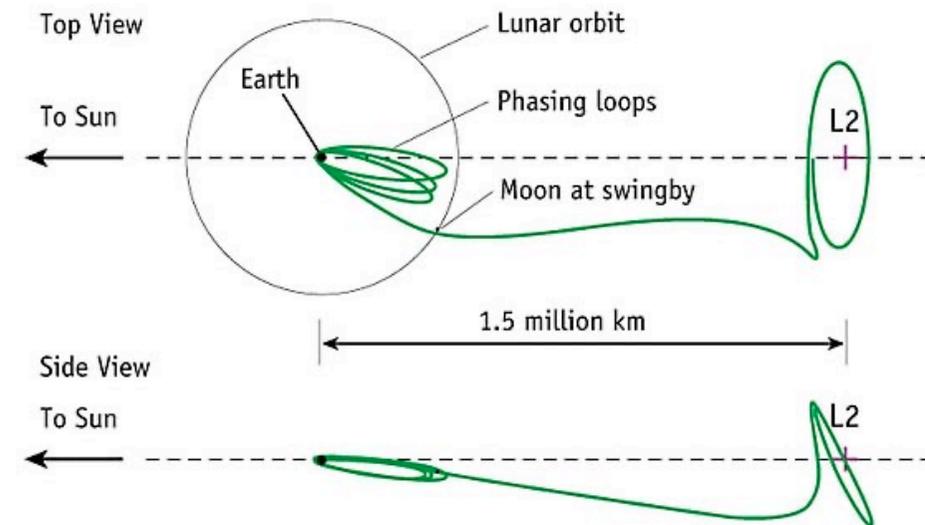
# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

- Temp. Schwankungen  $\Delta T / T = 10^{-5}$
- Messung durch satellitengestützte Teleskope
  - COBE (1989-1993),
  - Nobelpreis: John Mather, George Smooth (2006)
  - WMAP (2001-2010)



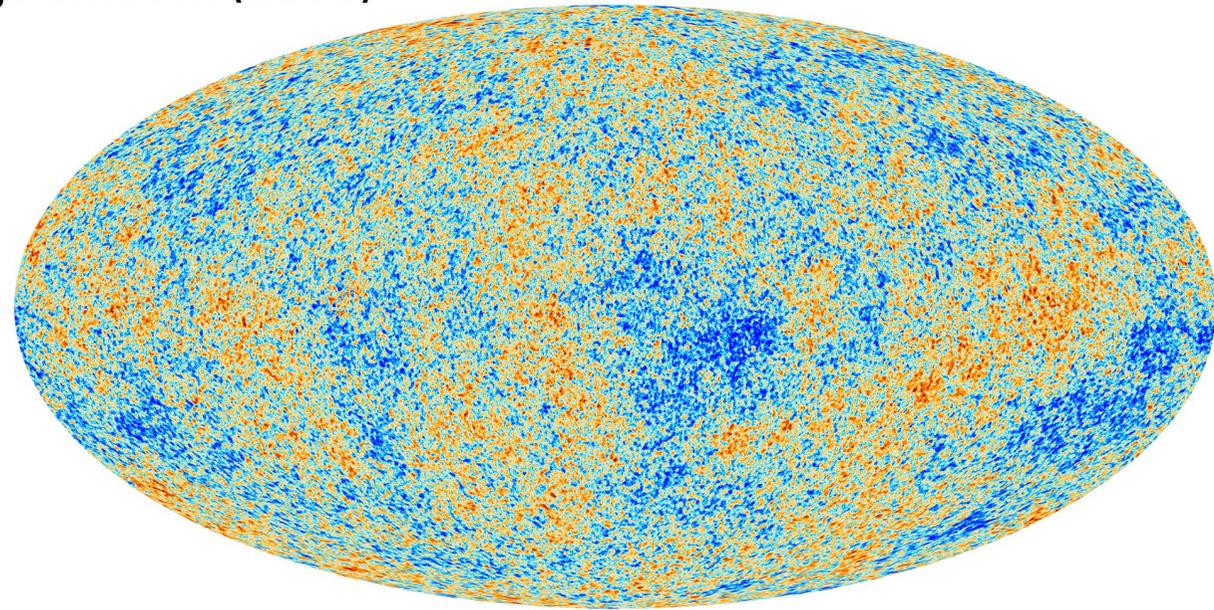
# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

- Temp. Schwankungen  $\Delta T / T = 10^{-5}$
- Messung durch satellitengestützte Teleskope
  - COBE (1989-1993),
  - Nobelpreis: John Mather, George Smooth
  - WMAP (2001-2010)



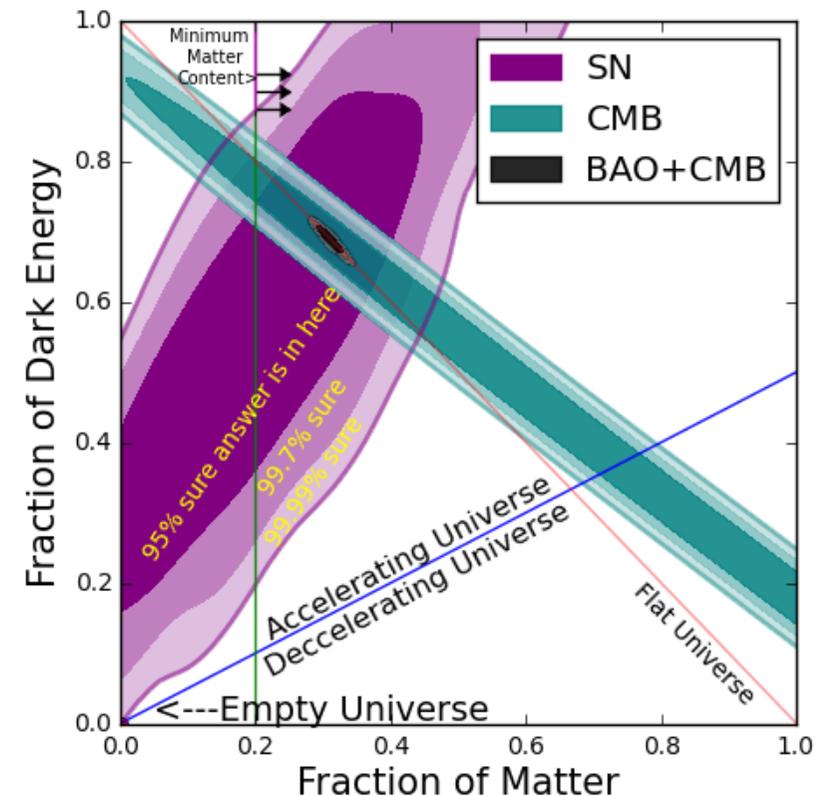
# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

- Temp. Schwankungen  $\Delta T / T = 10^{-5}$
- Messung durch satellitengestützte Teleskope
  - COBE (1989-1993),
  - Nobelpreis: John Mather, George Smooth (2006)
  - WMAP (2001-2010)
  - PLANCK (2009-2013)



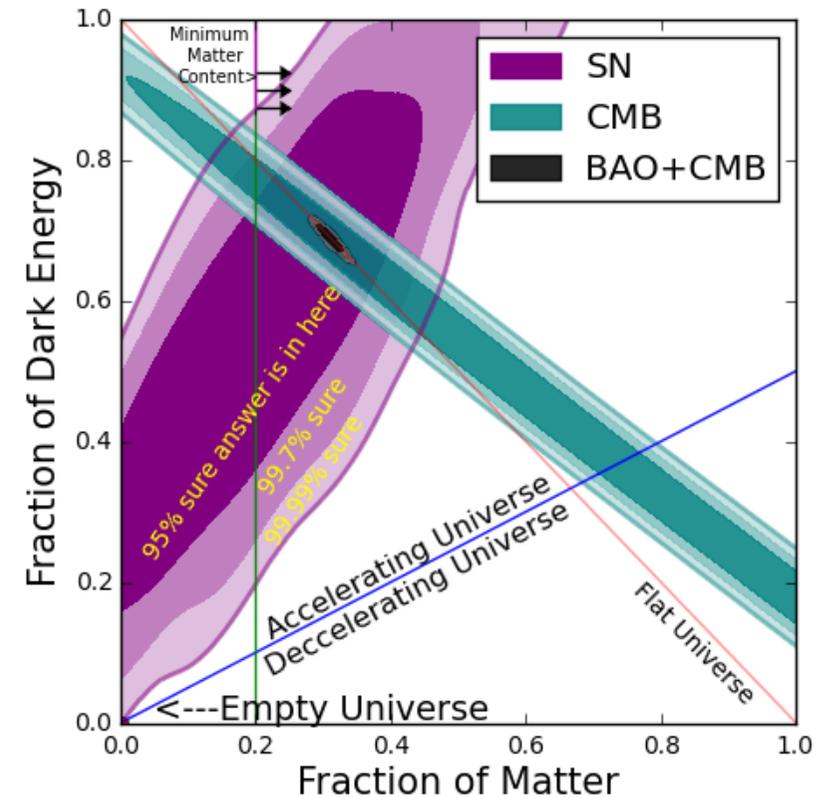
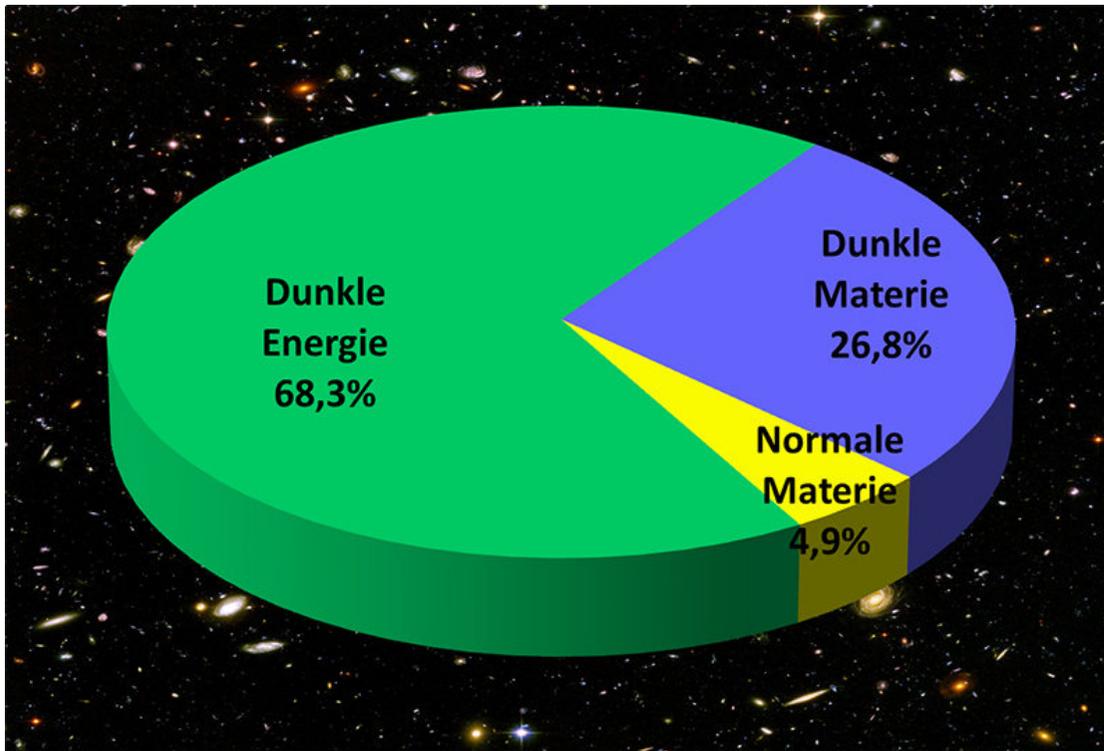
# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

- Temp. Schwankungen  $\Delta T / T = 10^{-5}$
- Messung durch satellitengestützte Teleskope
  - COBE (1989-1993),
  - Nobelpreis: John Mather, George Smooth (2006)
  - WMAP (2001-2010)
  - PLANCK (2009-2013)
- Fluktuation  $\Delta T$  geben Aufschluss über
  - Zusammensetzung des Universums
  - Flachheit des 3-dimensionalen Raumes



# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

➤ Andere Darstellung



# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

- Temp. Schwankungen  $\Delta T / T = 10^{-5}$
- Messungen:
  - COBE (1989-1993),
  - Nobelpreis: John Mather, George Smooth (2006)
  - WMAP (2001-2010)
  - PLANCK (2009-2013)
  
- Fluktuation  $\Delta T$  erklären auch die Strukturbildung im Universum

# Zusammenfassung I

- Einstein Gleichungen sagen expandierendes / kontrahierendes Universum voraus (Lemaitre 1927)
- Beobachtung der Expansion 1929 durch Hubble
- Genauere Messung 1990iger Jahre zeigen beschleunigte Expansion (Perlmutter)
- Unerwartet und bis heute unverstanden (Dunkle Energie)
- früheres Universum: kleiner und heißer
- Rekonstruktion der Geschichte des Universums benötigt Zusammenspiel von Relativitätstheorie, Quantentheorie und Teilchenphysik
- Vorhergesagte 3K Hintergrundstrahlung wurde einschließlich ihrer Fluktuationen beobachtet -> Aufschluss über Zusammensetzung des Universums

# V12

Einführung in die Allgemeine  
Relativitätstheorie

- Kosmologie -

Jan Louis

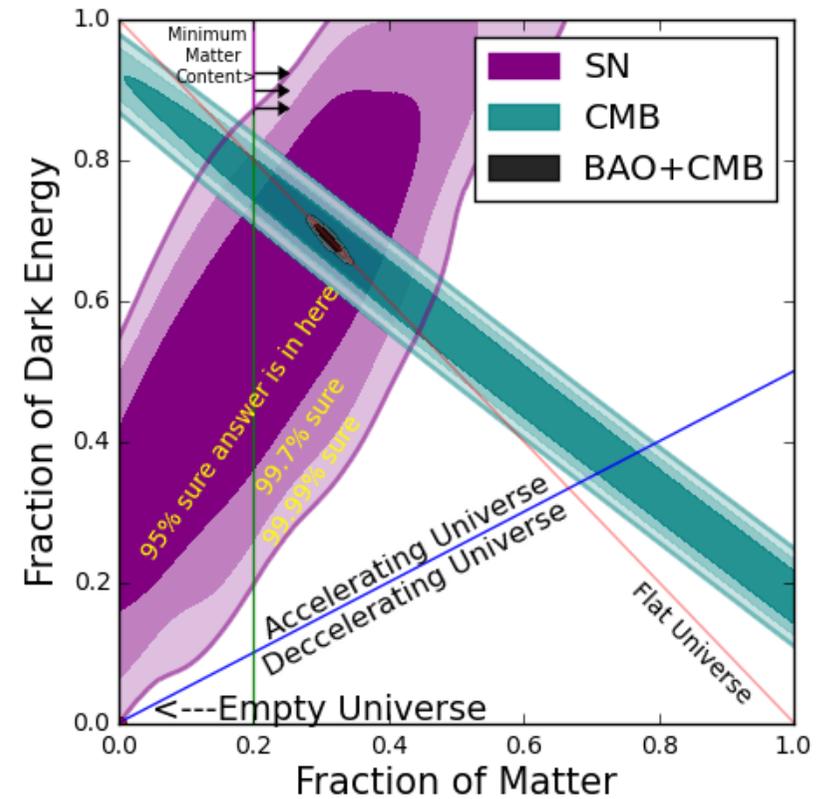
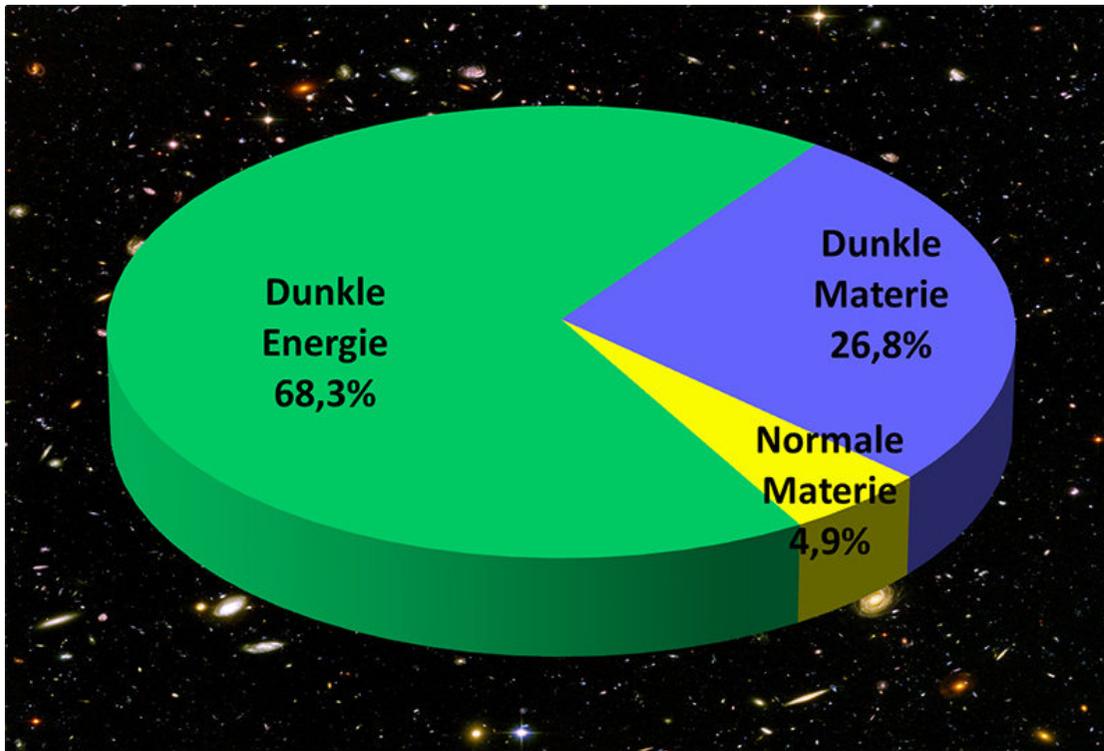
11.7.2024



# Zusammenfassung I

- Einstein Gleichungen sagen expandierendes / kontrahierendes Universum voraus (Lemaitre 1927)
- Beobachtung der Expansion 1929 durch Hubble
- Genauere Messung 1990iger Jahre zeigen beschleunigte Expansion (Perlmutter)
- Unerwartet und bis heute unverstanden (Dunkle Energie)
- früheres Universum: kleiner und heißer
- Rekonstruktion der Geschichte des Universums benötigt Zusammenspiel von Relativitätstheorie, Quantentheorie und Teilchenphysik
- Vorhergesagte 3K Hintergrundstrahlung wurde einschließlich ihrer Fluktuationen beobachtet -> Aufschluss über Zusammensetzung des Universums

# 3K Hintergrundstrahlung: Temperaturfluktuationen

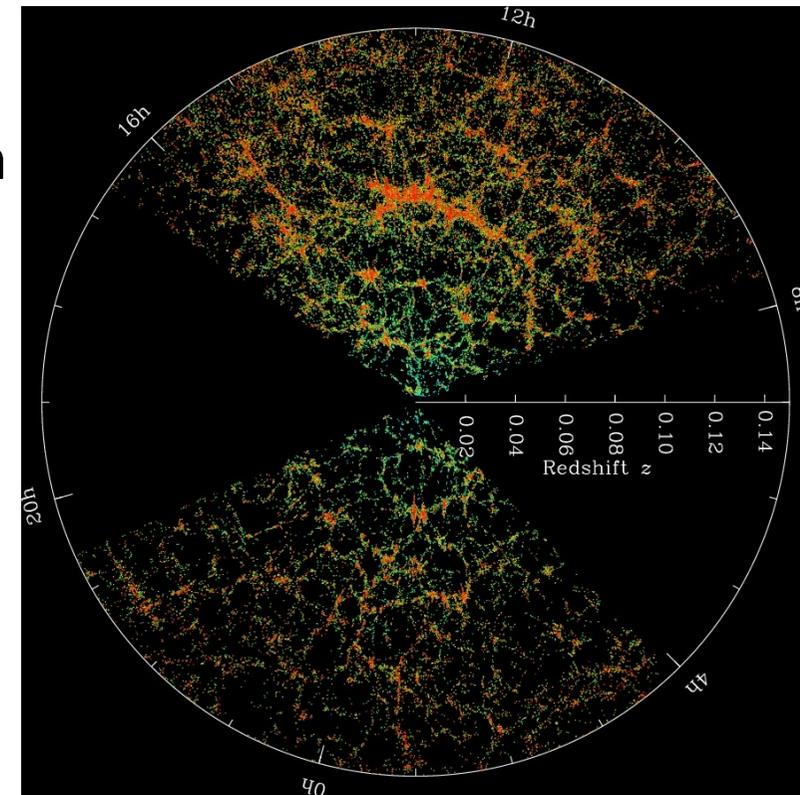


# Strukturbildung im Universum

- Temp. Schwankungen entsprechen Energie- und Materiefluktuationen
- Fluktuationen werden durch Gravitationswechselwirkung verstärkt und bilden so (großräumige) Strukturen

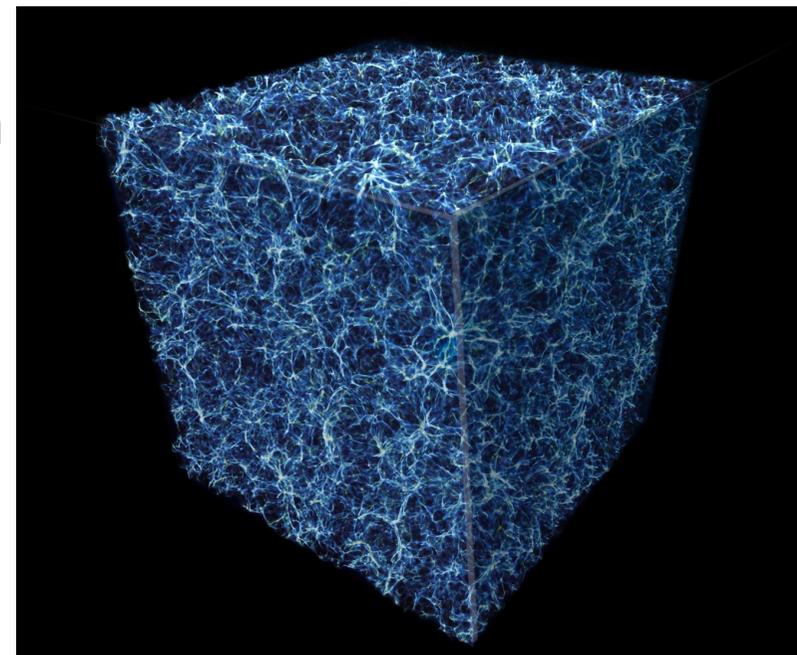
# Strukturbildung im Universum

- Temp. Schwankungen entsprechen Energie- und Materiefluktuationen
- Fluktuationen werden durch Gravitationswechselwirkung verstärkt und bilden so (großräumige) Strukturen
- Bild des Universums aufgenommen vom Sloan Digital Sky Survey (SDSS).
- Jeder Punkt im Bild ist eine Galaxie und man sieht großräumige Strukturen im Universum.
- Vergleich mit Simulationen zeigt:  
Zusätzliche Form von dunkler Materie im Verhältnis 5:1 zu leuchtender Materie notwendig



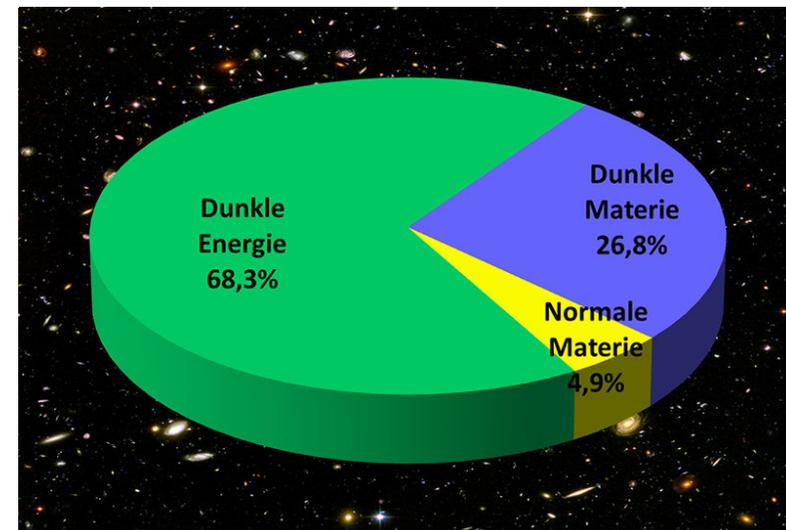
# Strukturbildung im Universum

- Temp. Schwankungen entsprechen Energie- und Materiefluktuationen
- Fluktuationen werden durch Gravitationswechselwirkung verstärkt und bilden so (großräumige) Strukturen
- Bild des Universums aufgenommen vom Sloan Digital Sky Survey (SDSS).
- Jeder Punkt im Bild ist eine Galaxie und man sieht großräumige Strukturen im Universum.
- Vergleich mit Simulationen zeigt:  
Zusätzliche Form von dunkler Materie im Verhältnis 5:1 zu leuchtender Materie notwendig



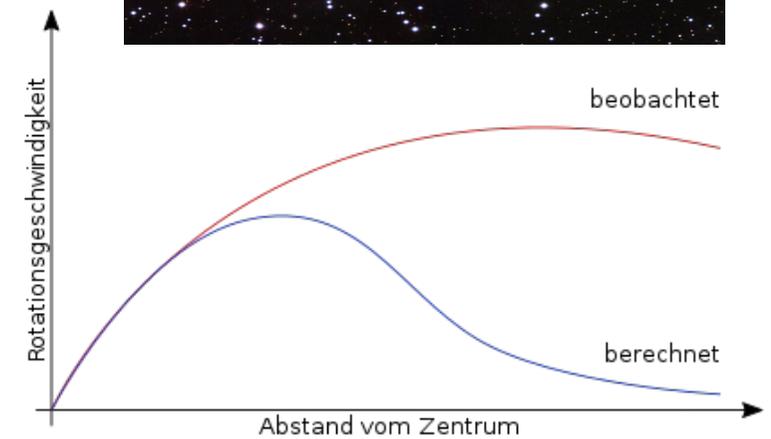
# Strukturbildung im Universum

- Temp. Schwankungen entsprechen Energie- und Materiefluktuationen
- Fluktuationen werden durch Gravitationswechselwirkung verstärkt und bilden so (großräumige) Strukturen
- Bild des Universums aufgenommen vom Sloan Digital Sky Survey (SDSS).
- Jeder Punkt im Bild ist eine Galaxie und man sieht großräumige Strukturen im Universum.
- Vergleich mit Simulationen zeigt:  
Zusätzliche Form von dunkler Materie im Verhältnis 5:1 zu leuchtender Materie notwendig



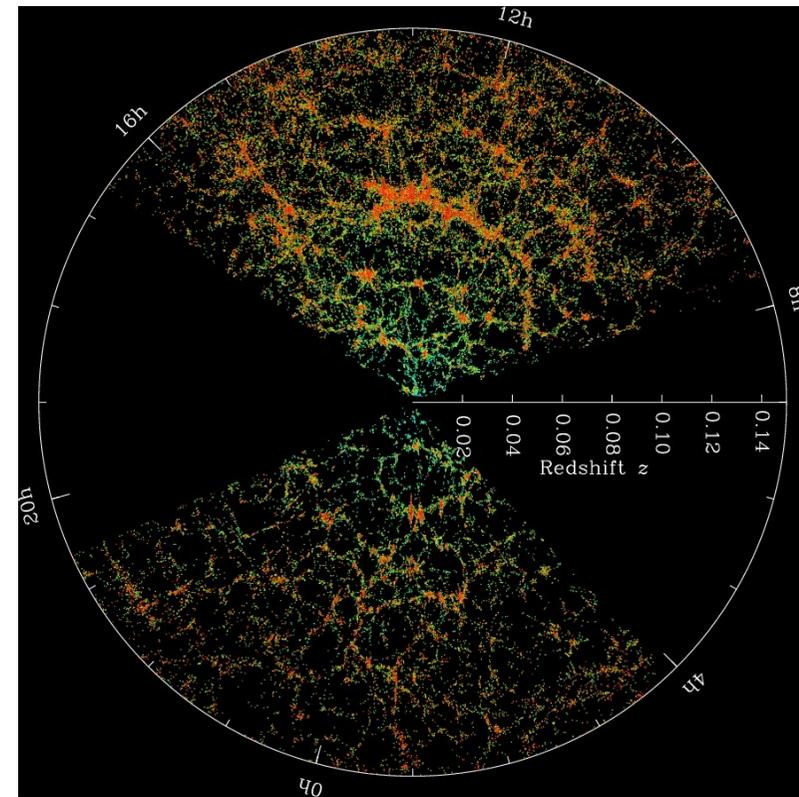
# Dunkle Materie

- Vermutete Existenz basiert auf 3 Beobachtungen:
  1. Erste Anzeichen für neue Form von Materie: Rotationskurven von Spiralgalaxien (Zwicky, 1933)



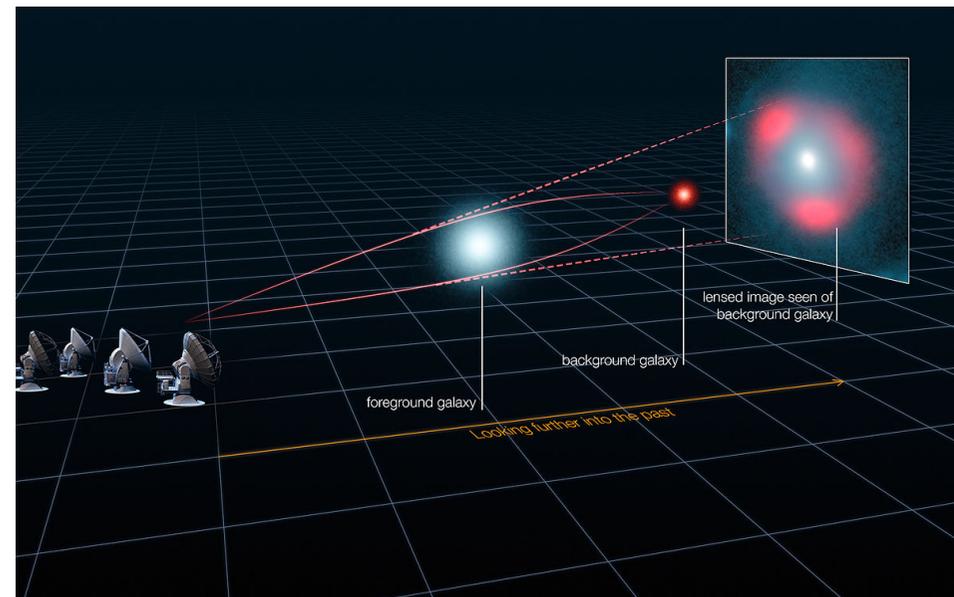
# Dunkle Materie

- Vermutete Existenz basiert auf 3 Beobachtungen:
  1. Erste Anzeichen für neue Form von Materie:  
Rotationskurven von Spiralgalaxien (Zwicky, 1933)
  2. Erklärung großräumiger Strukturen  
(Strukturbildung)



# Dunkle Materie

- Vermutete Existenz basiert auf 3 Beobachtungen:
  1. Erste Anzeichen für neue Form von Materie:  
Rotationskurven von Spiralgalaxien (Zwicky, 1933)
  2. Erklärung großräumiger Strukturen  
(Strukturbildung)
  3. Gravitationslinsen



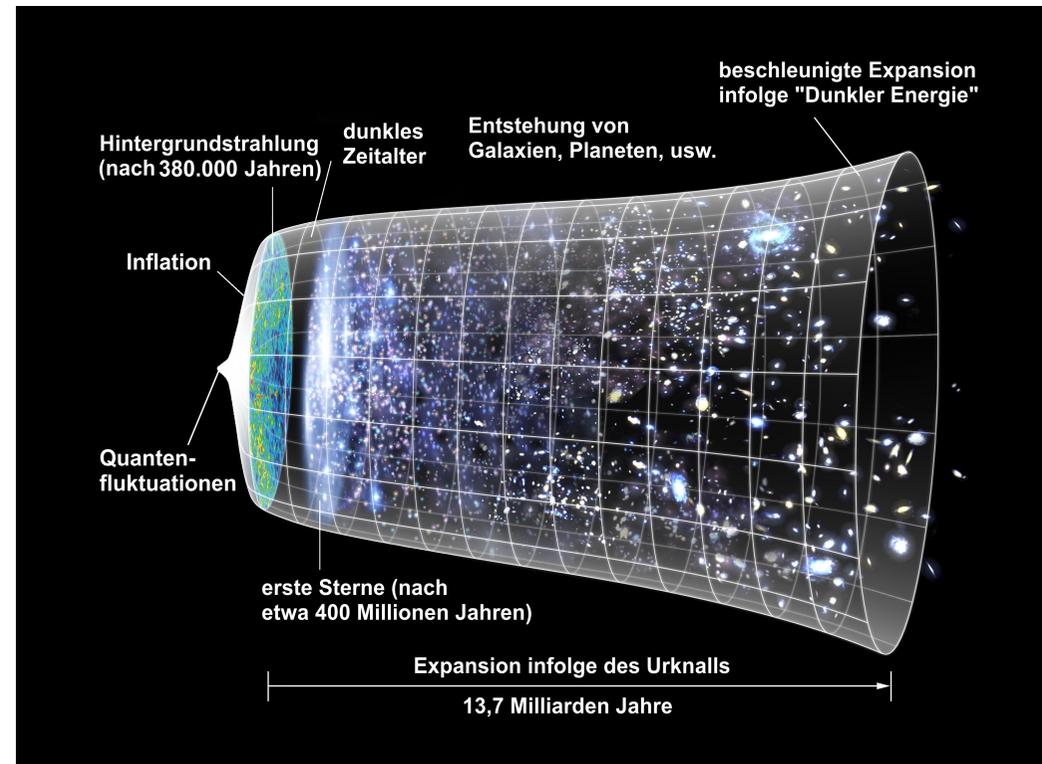
# Dunkle Materie

- Vermutete Existenz basiert auf 3 Beobachtungen:
  1. Erste Anzeichen für neue Form von Materie:  
Rotationskurven von Spiralgalaxien (Zwicky, 1933)
  2. Erklärung großräumiger Strukturen  
(Strukturbildung)
  3. Gravitationslinsen
- Eigenschaften: spürt nur Gravitationskraft
- Mögliche Erklärungen:
  - Neues Teilchen (z.B. Axions, Suche an UHH /DESY)
  - Primordiale Schwarze Löcher
  - Etwas anderes....

# Zurück zum Expandierendes Universums

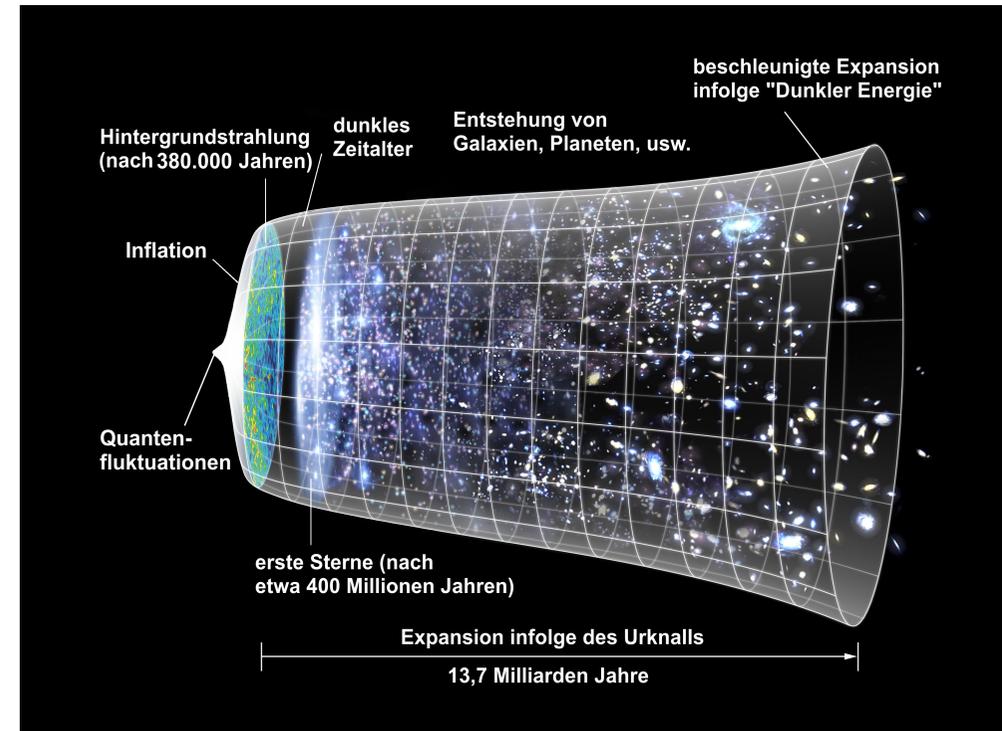
Sprung an den Anfang:

5.  $t=400$  Mio Jahre,  $E= 10^{-3}$  eV,  $T=10$  K
  - Erste Sterne entstehen
  - Gravitationskraft größer als durch Temperatur verursachter Gasdruck
  - Gaswolke aus Materie kollabiert, Sterne entstehen
  - Temperatur im Sterninnern so hoch, dass Fusionsprozess in Gang kommt



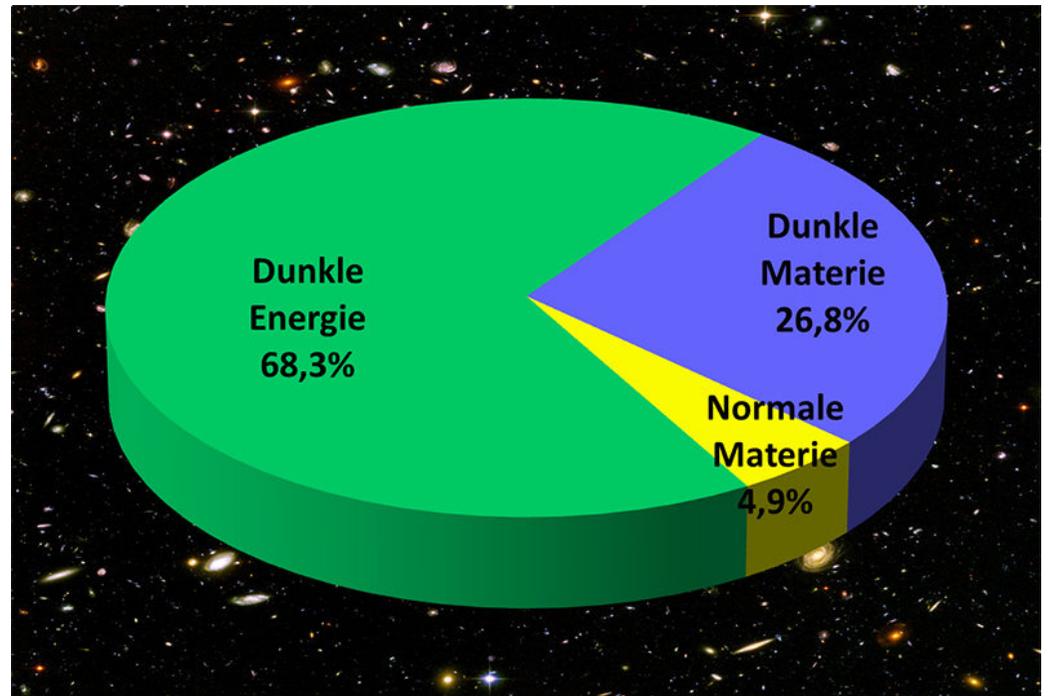
# Zusammenfassung: Standardmodell der Kosmologie

- Universum ist aus einem heißen Urknall entstanden und dehnt sich seither (beschleunigt) aus



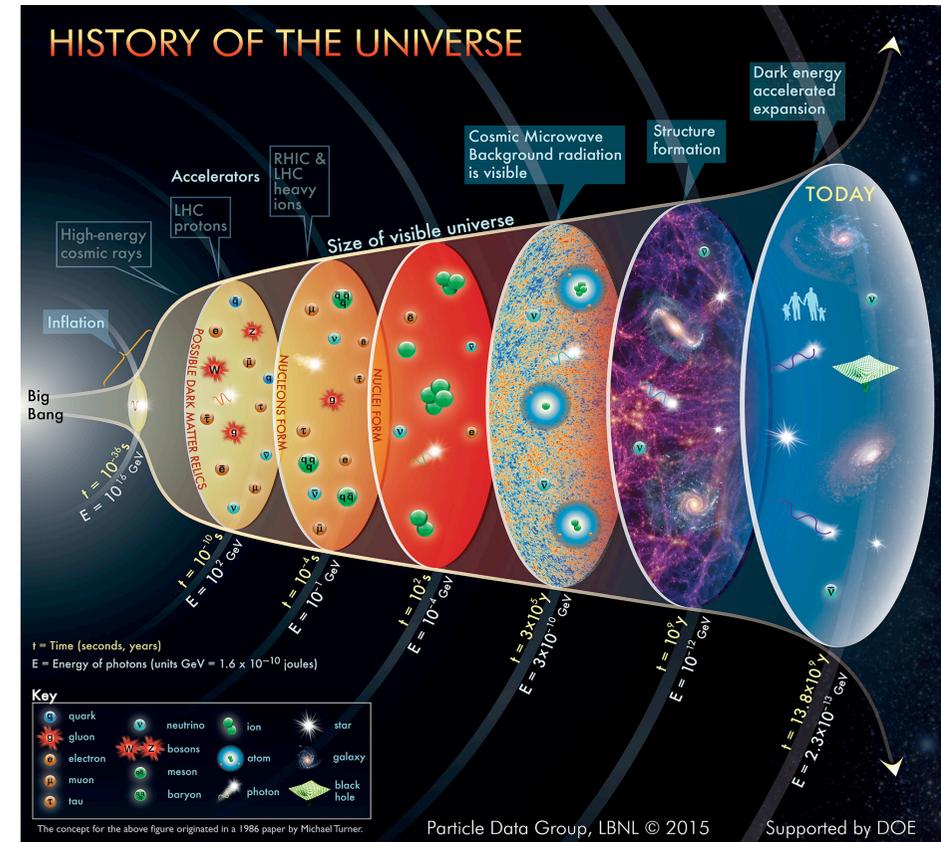
# Zusammenfassung: Standardmodell der Kosmologie

- Universum ist aus einem heißen Urknall entstanden und dehnt sich seither (beschleunigt) aus
- Eigenschaften:
  - 3dim. Raum ist flach
  - Dunkle Energie: 68%
  - Dunkle Materie 27 %



# Zusammenfassung: Standardmodell der Kosmologie

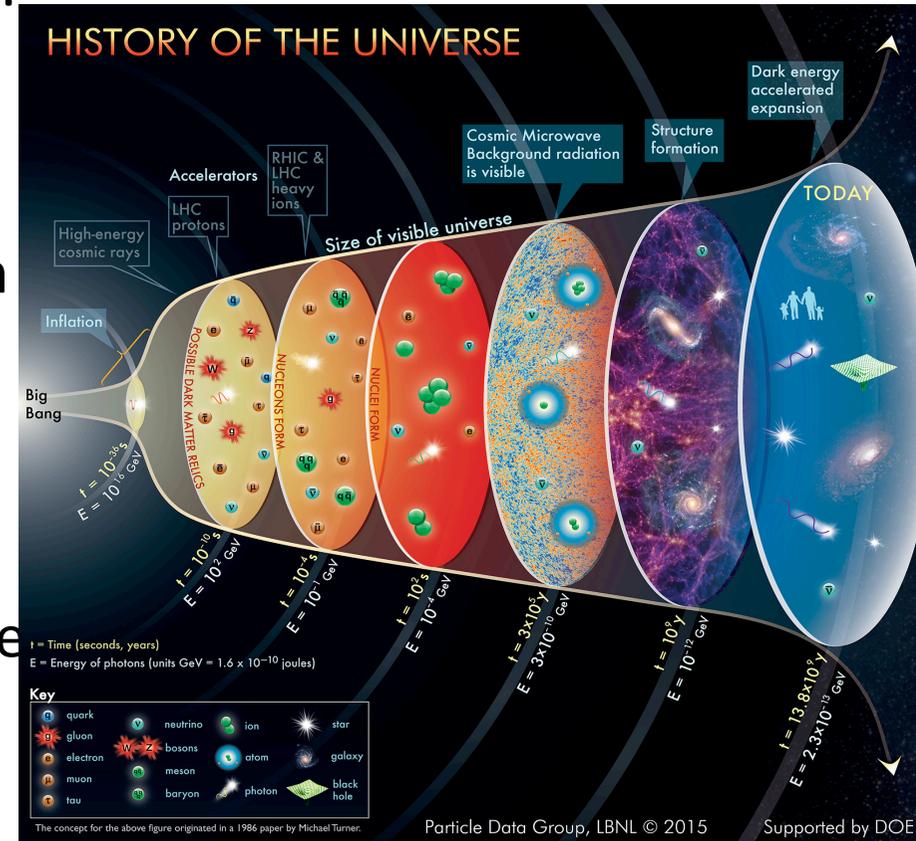
- Universum ist aus einem heißen Urknall entstanden und dehnt sich seither (beschleunigt) aus
- Eigenschaften:
  - 3dim. Raum ist flach
  - Dunkle Energie: 68%
  - Dunkle Materie 27 %
- Geschichte und heutige Strukturen lassen sich ab  $t = 10^{-10}$  s nach Urknall erfolgreich rekonstruieren



# Das frühe Universum

Sprung an den Anfang:  $t < 10^{-10}$  s nach Urknall:

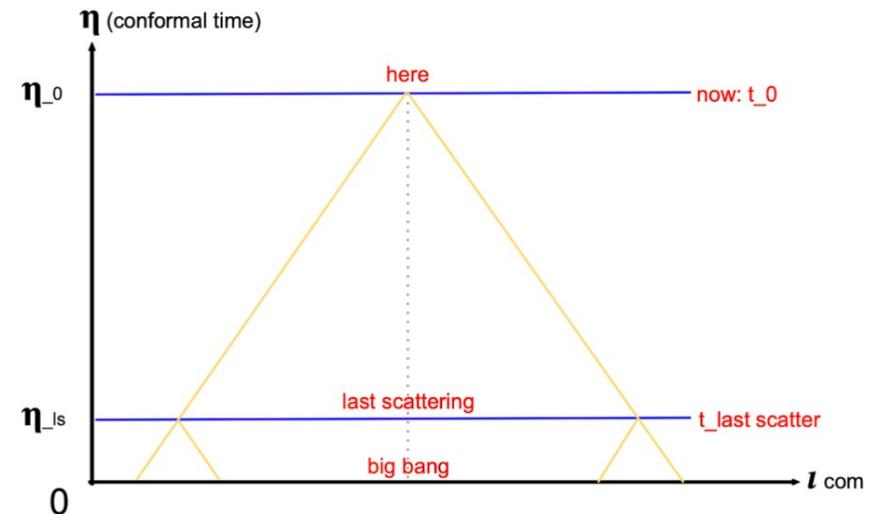
- Kein experimenteller Zugang bisher, nur theoretische Spekulationen
- $t = 10^{-43}$  s (Planck-Zeit): Quantengravitation notwendig
- Zwischen  $10^{-43}$  s  $< t < 10^{-10}$  s:
  - Theorien jenseits des Standardmodells beeinflussen die Entwicklung, z.B. Große Vereinheitlichte Feldtheorien
  - Unabhängig davon: Vorschlag für rapide Expansion des Universums (Inflation)



# Das frühe Universum - Inflation

Sprung an den Anfang:  $t = 10^{-36}$  s nach Urknall:

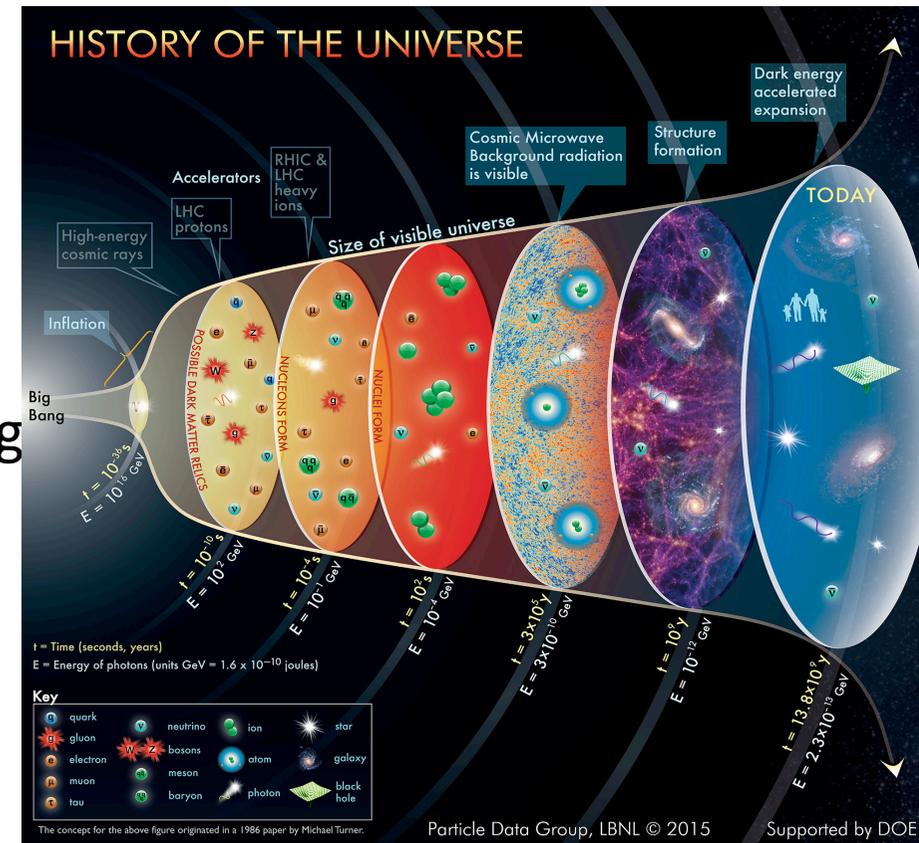
- Inflationäre Phase: rapide (exponentielle) Expansion des Universums [Alan Guth, Alexeji Starobinsky, 1980]
- Motivation:
  - Homogenität der 3K Hintergrundstrahlung (Strahlung erreicht uns aus kausal unverbundenen Regionen)



# Das frühe Universum - Inflation

Sprung an den Anfang:  $t = 10^{-36}$  s nach Urknall:

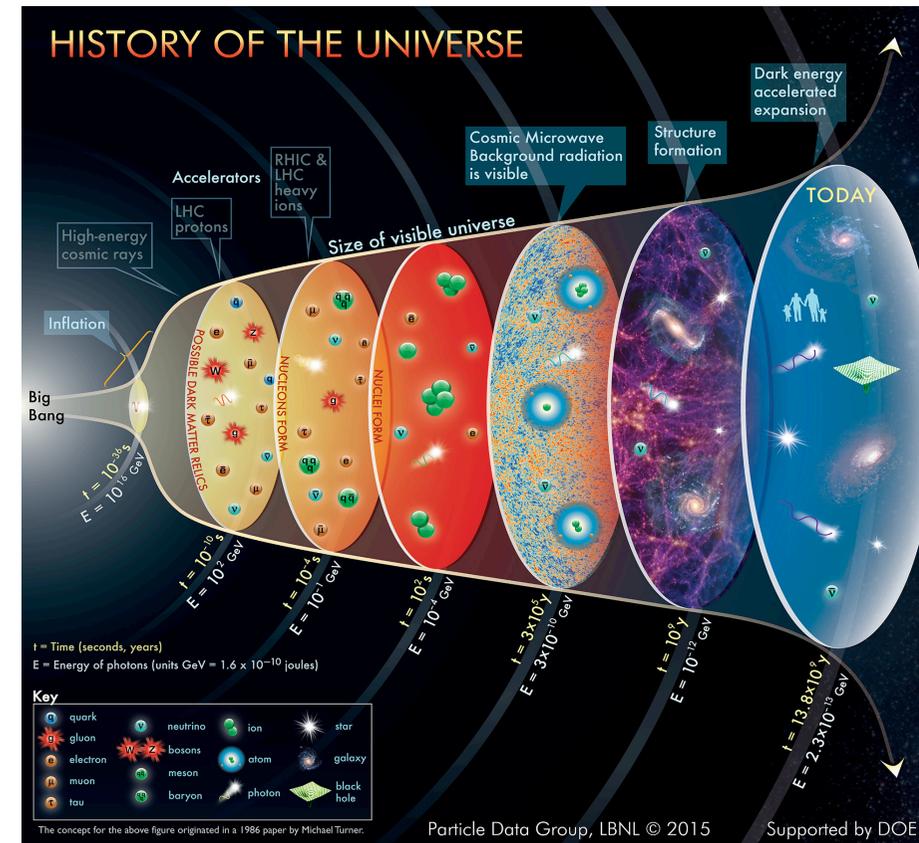
- Inflationäre Phase: rapide (exponentielle) Expansion des Universums [Alan Guth, Alexeji Starobinsky, 1980]
- Motivation:
  - Homogenität der 3K Hintergrundstrahlung (Strahlung erreicht uns aus kausal unverbundenen Regionen)
  - Flachheit des 3-dimensionalen Raumes



# Das frühe Universum - Inflation

Sprung an den Anfang:  $t = 10^{-36}$  s nach Urknall:

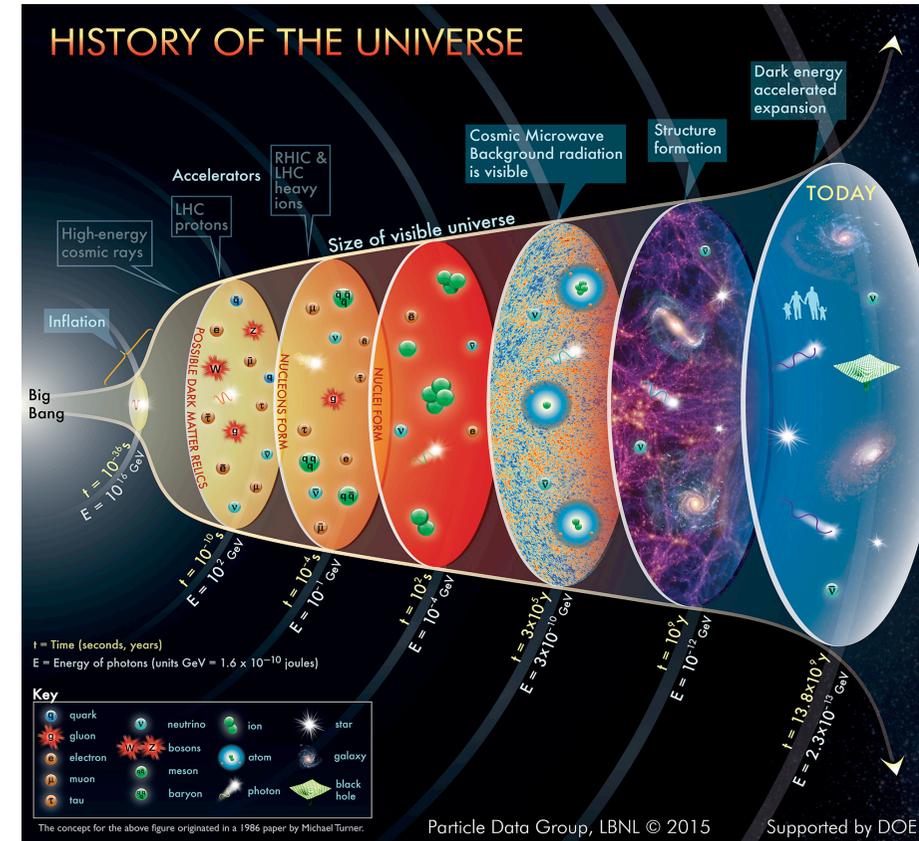
- Inflationäre Phase: rapide (exponentielle) Expansion des Universums [Alan Guth, Alexeji Starobinsky, 1980]
- Vorschlag zur Realisierung:
  - Neues Teilchen (Inflaton) mit speziellen Kopplungen
  - Bonus: Quantenfluktuationen des Inflatons erklären Fluktuationen in 3K Hintergrundstrahlung



# Das frühe Universum - Quantengravitation

Sprung an den Anfang:  $t = 10^{-44}$  s nach Urknall:

- Quantengravitation notwendig



# Notwendigkeit einer Quantengravitation

- Allgemeine Relativitätstheorie ist klassische Theorie
- Eigenschaften:
  - Kontinuierliche Raum-Zeit
  - Gravitationswechselwirkung hervorgerufen durch Krümmung der Raum-Zeit
- Singularitäten:
  - Zentrum eines schwarzen Lochs (Ortssingularität)
  - Ursprung des Universums (Zeitsingularität)
- Im frühen Universum (und im Zentrum eines schwarzen Lochs) ist Beschreibung durch ART und QT notwendig

# Notwendigkeit einer Quantengravitation

- Von einer Quantentheorie der Gravitation erwartet man auch eine Quantentheorie von Raum und Zeit
- In der etablierten QT sind Raum und Zeit klassische (kontinuierliche) Parameter

## Problem:

- In QT ist Ort eines Teilchen nicht scharf festlegbar (Heisenbergsche Unschärferelation)
- Lokalisierung der Wechselwirkung bewirkt (unendlich) großen Impuls
- Energie und Impuls rufen damit (unendlich) große Krümmung hervor

## „Technische“ Aussage:

- ART ist keine renormierbare Quantenfeldtheorie
- ART muss effektive Theorie bzw. emergente Theorie sein

# Planck - Masse, Länge, Zeit

➤ aus den Naturkonstanten

- Lichtgeschwindigkeit  $c$
- Newtonsche Gravitationskonstante  $G$
- Plancksches Wirkungsquantum  $\hbar$

lassen sich 4 Größen zusammensetzen:

➤ Planck Masse  $M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ GeV} / c^2 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$

➤ Planck Energie  $E_{Pl} = M_{Pl} c^2 = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ GeV}$

➤ Planck Länge  $l_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$

➤ Planck Zeit  $t_{Pl} = l_{Pl} / c = 1,6 \cdot 10^{-44} \text{ s}$

# Planck - Masse, Länge, Zeit

➤ Planck Masse  $M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ GeV}/c^2 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$

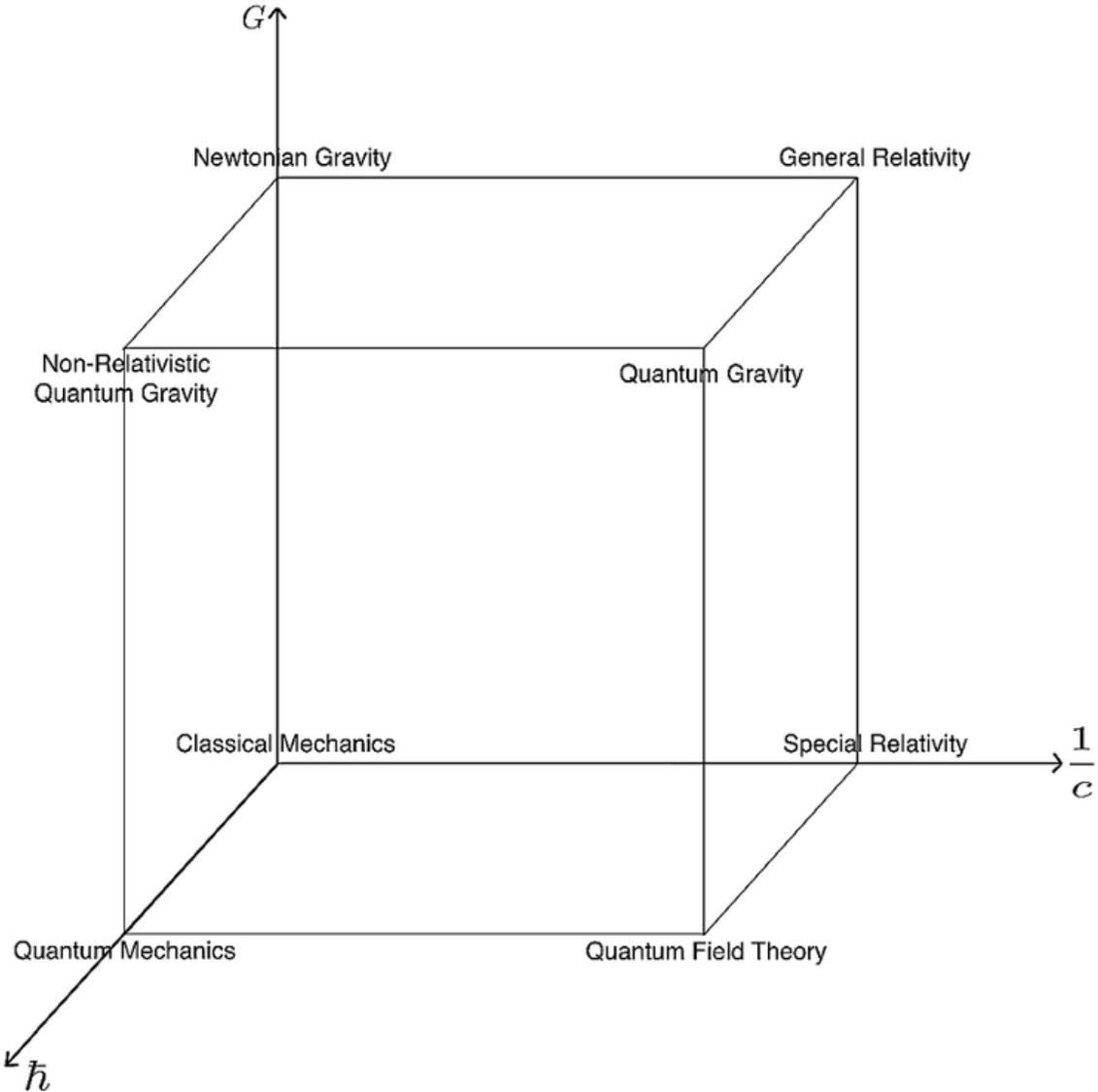
➤ Planck Energie  $E_{Pl} = M_{Pl} c^2 = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ GeV}$

➤ Planck Länge  $l_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$

➤ Planck Zeit  $t_{Pl} = l_{Pl}/c = 1,6 \cdot 10^{-44} \text{ s}$

- An diesen Skalen sind Quantentheorie und ART gleichermaßen wichtig, keine der beiden kann vernachlässigt werden
- An den uns heutigen, experimentell zugänglichen Skalen zeigt sich Problem der ART/QT (noch) nicht

# Bronsteins Würfel

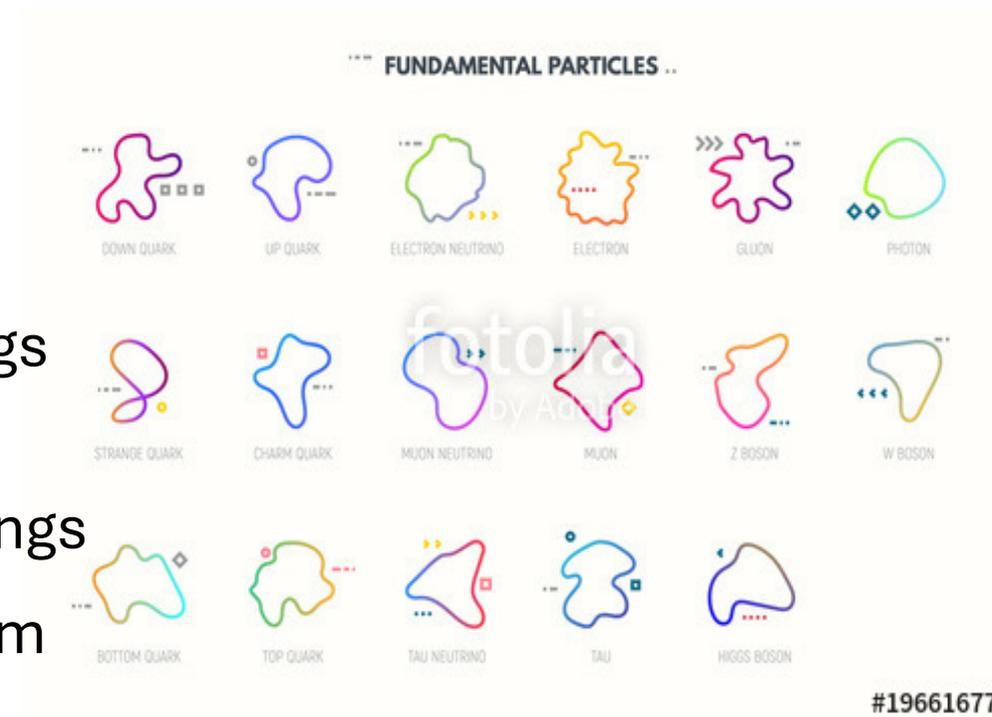


# Kandidaten für Quantengravitation

- (standard) Quantisierung der Allgemeinen Relativitätstheorie
- Stringtheorie (Gabrielle Veneziano, Leonard Susskind, ... 1968)
- Schleifenquantengravitation (Abbey Ashtekar, Lee Smolin, Carlo Rovelli, ... 1980iger)

# Grundidee der Stringtheorie

- klassische punktförmige Teilchen -> Strings
- Stringtheorie = QT von Strings
- Teilchen =  
Schwingungsanregungen der Strings
- Teilchenzoo = Anregungen eines  
fundamentalen Objekts: eines Strings
- Ausdehnung der Strings:  $l_{Pl} = 10^{-35}$  m
- Minimale Länge  $l_{Pl}$  wird eingeführt



# Eigenschaften der Stringtheorie

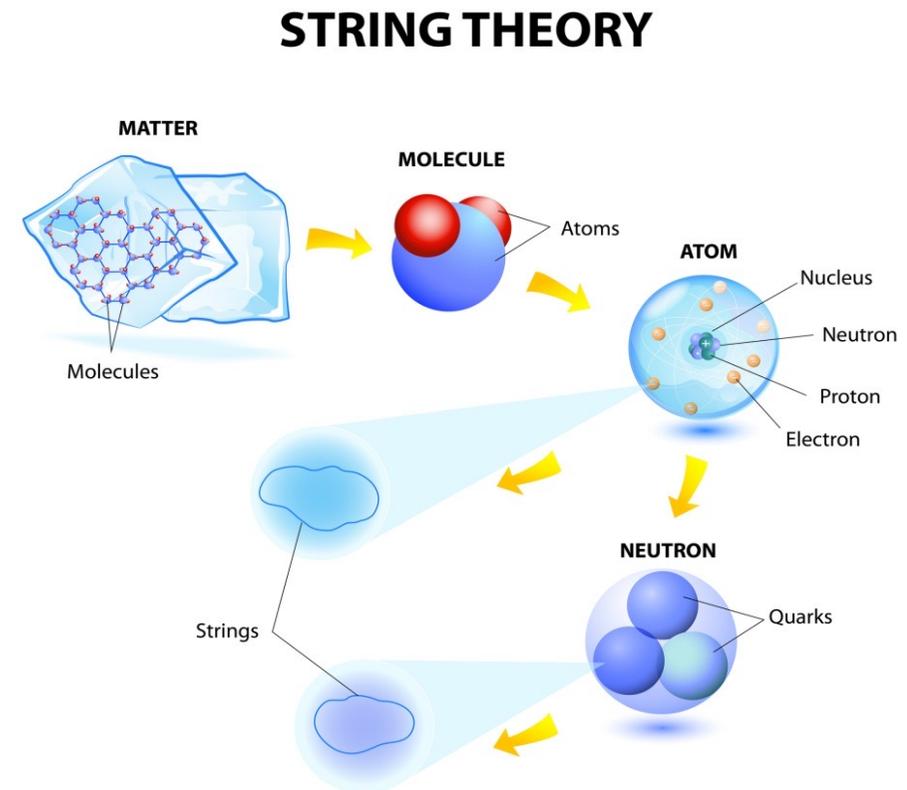
➤ Endlich viele masselose Anregungen mit den Spins:

- $s = 2$  Graviton  
(Quant der Gravitationswechselwirkung)
- $s = 3/2$  Gravitino  
(supersymmetrischer Partner des Gravitons,  
noch nicht entdeckt)
- $s = 1$  Eichbosonen (z.B. Photonen, Gluonen, ...)
- $s = 1/2$  Materieferrnionen (z.B. Leptonen, Quarks)
- $s = 0$  skalare Bosonen ( z.B. Higgs Boson)

# Eigenschaften der Stringtheorie

➤ Endlich viele masselose Anregungen mit den Spins:

- $s = 2$  Graviton  
(Quant der Gravitationswechselwirkung)
- $s = 3/2$  Gravitino  
(supersymmetrischer Partner des Gravitons, noch nicht entdeckt)
- $s = 1$  Eichbosonen (z.B. Photonen, Gluonen, ...)
- $s = 1/2$  Materieferrmionen (z.B. Leptonen, Quarks)
- $s = 0$  skalare Bosonen ( z.B. Higgs Boson)



# Eigenschaften der Stringtheorie

➤ Endlich viele masselose Anregungen

➤ unendlich viele massive Anregungen mit Massen

$$M \sim n M_S, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

–  $M_S$  = charakteristische Massenskala der Stringtheorie (Stringspannung)

– Anwesenheit von unendlich vielen Anregungen ist essentieller Unterschied zu Quantenfeldtheorien

➤ Forderung: Spin 2 Teilchen der Stringtheorie ist das Graviton der ART

$$M_S \sim M_{Pl}$$

➤ Quantenkorrekturen zur ART können berechnet werden.

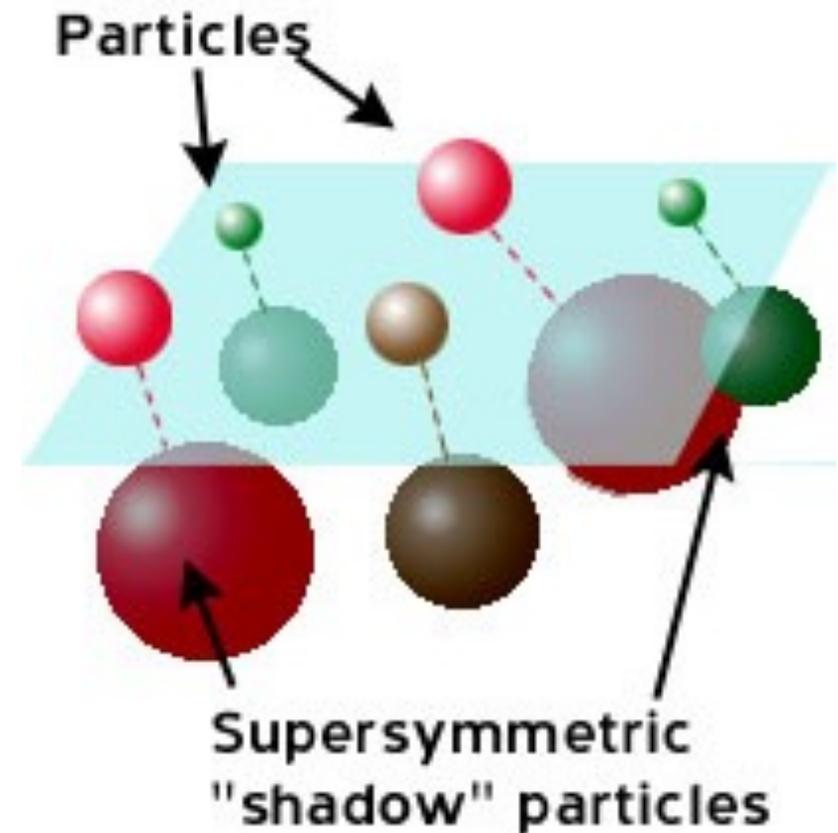
# Eigenschaften der Stringtheorie

- Endlich viele masselose Anregungen
- unendlich viele massive Anregungen
- Quantenkorrekturen zur ART können berechnet werden
  
- Effektive Theorie der Stringtheorie  
weit unterhalb der charakteristischen Skala  $M_S \sim M_{Pl}$  gilt:  
Stringtheorie  $\rightarrow$  Quantenfeldtheorie + Allgemeine Relativitätstheorie
- Stringtheorie ist Kandidat für Quantengravitation

# Eigenschaften der Stringtheorie

Konsistenz der Stringtheorie „verlangt“:

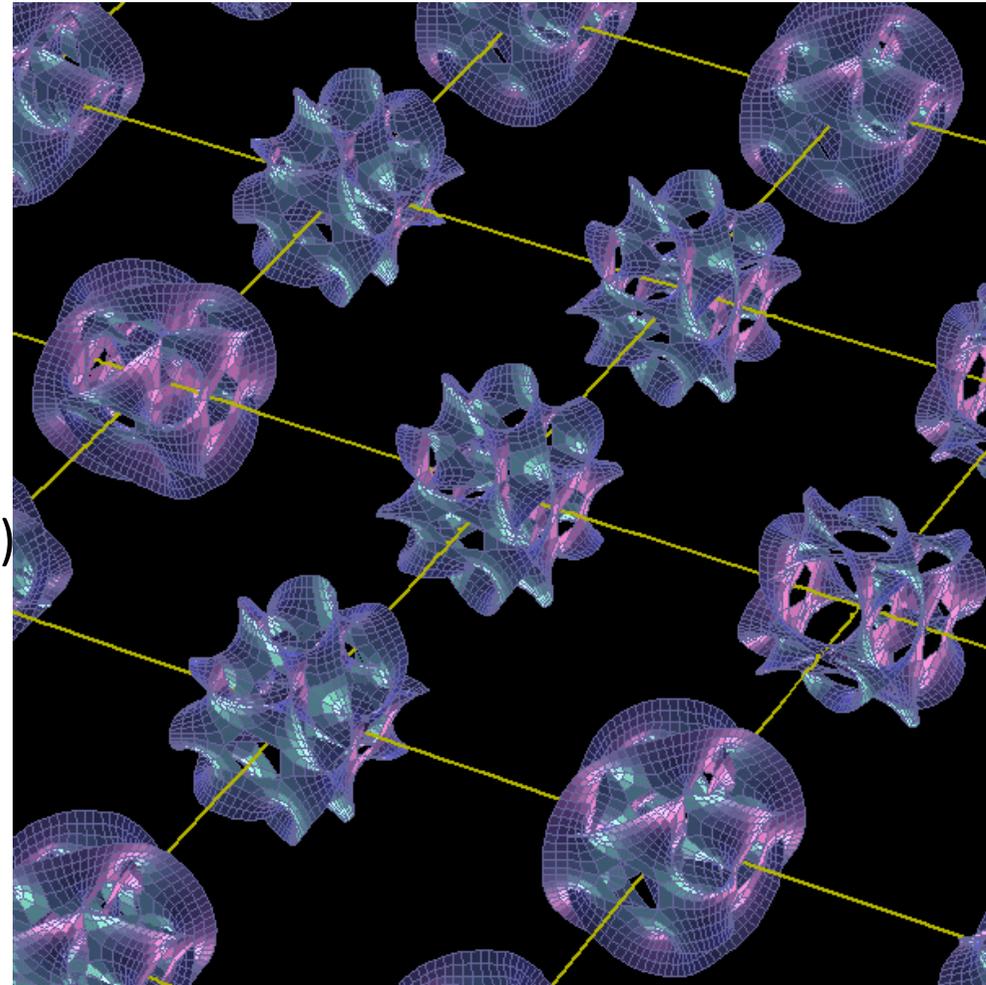
- Existenz von supersymmetrischen Teilchen



# Eigenschaften der Stringtheorie

Konsistenz der Stringtheorie „verlangt“:

- Existenz von supersymmetrischen Teilchen
- (sechs) zusätzliche Raumdimensionen
  - Beobachtung verlangt kompakte Räume
  - Natürliche Ausdehnung  $(l_{Pl})^6$   
(daher nicht sichtbar in Teilchenbeschleunigern)
  - Geometrie durch Konsistenzbedingung stark eingeschränkt: Calabi-Yau Räume

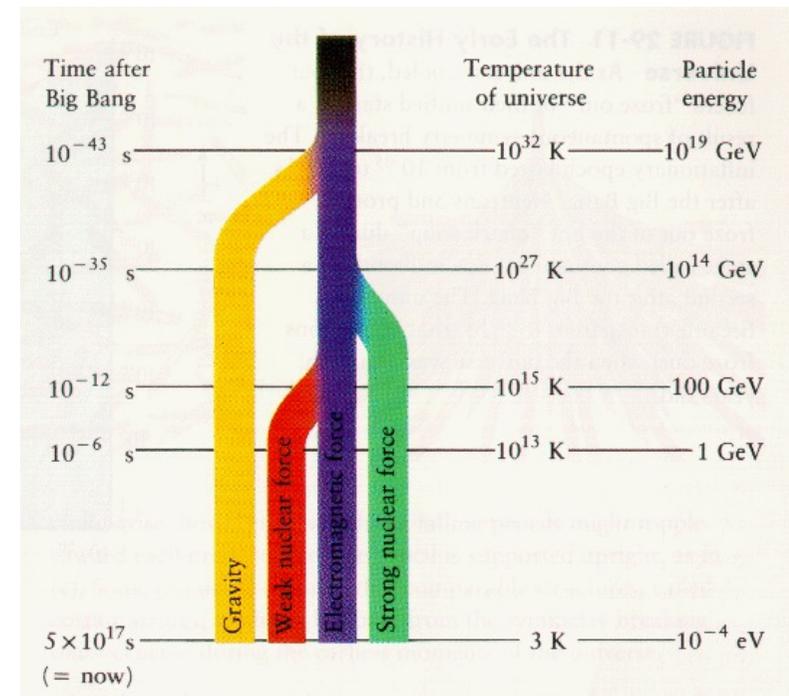


# Eigenschaften der Stringtheorie

- Vorhersage vieler neuer masseloser Teilchen
  - > Kandidaten für Inflation, DM, weitere Higgsbosonen
- Effektive Theorien sind nicht eindeutig  
(momentan: sehr viele effektive Theorien)
- Für jeden unterschiedlichen Calabi-Yau Raum -> unterschiedliches Teilchenspektrum -> Geometrisierung der Teilchenphysik (vgl. Kaluza-Klein Theorien)
- Konsequenz:
  - Viele mögliche Teilchenspektren und Wechselwirkungen
  - Viele mögliche Universen (Multiversum)

# Teilchenphysik in der Stringtheorie

- Quarks & Leptonen im Anregungsspektrum
- beinhaltet Quantentheorie aller 4 fundamentalen Wechselwirkungen
- Vereinigt Teilchenphysik (Quantentheorie) mit Gravitationstheorie
- Die notwendige Anwesenheit von Materie und Gravitation ist essentiell für Konsistenz der Stringtheorie
- Stringtheorie = Theory of Everything (TOE, „Weltformel“)



# Kosmologie in der Stringtheorie

- Da effektive Stringtheorie = Quantenfeldtheorie + Allgemeine Relativitätstheorie bleibt erfolgreiche Entwicklung ab  $t = 10^{-10}$  s nach Urknall bestehen
- Kandidaten für Dunkle Materie existieren
- Kandidaten für Inflaton existieren
- Dunkle Energie prinzipiell schwierig für Stringtheorie
  - > anthropisches Prinzip im Multiversum anwendbar
- Singularitäten schwierig, da bislang nur kleine Raum-Zeit Krümmung unter mathematischer Kontrolle -> noch keine erfolgreiche Theorie des Urknalls
- frühes Universum 9-dimensional - > warum expandieren nur 3 Dim. unverstanden

# Offene Fragen der Stringtheorie

- Experimentelle Überprüfung von Vorhersagen bei  $E_{Pl} \approx 10^{19}$  GeV (zurzeit) schwierig
- Vorhersagen bei momentan zugänglichen Energie weniger spezifisch, z.B. Supersymmetrie
- Rigorose mathematische Formulierung der Stringtheorie noch nicht bekannt
- Zugang über Näherungsverfahren (Störungstheorie) möglich
- Konsistenz der Stringtheorie nur im Rahmen einer Störungstheorie bewiesen -> Stringtheorie = störungstheoretische Quantengravitation
- Wie bekommen die masselose Anregungen ihre Masse -> Spontane Symmetriebrechung (Higgs Mechanismus) in der Stringtheorie nicht verstanden
- An welcher Skala brechen welche Symmetrien?

# Stringtheorie und Mathematik

- Revival einer engen Zusammenarbeit im Rahmen der Stringtheorie
- Adäquate mathematische Formulierung der Stringtheorie existiert noch nicht
- Untersuchung von Calabi-Yau Räumen
  - Ungelöste Probleme der Mathematik sind mit stringtheoretische Methoden gelöst worden (z.B. Anzahl der rationalen Kurven auf Calabi-Yau Räumen)
  - Überraschende mathematische Vermutungen sind durch Stringtheoretische Überlegungen vorgeschlagen und dann in der Mathematik bewiesen worden (z.B. Spiegelsymmetrie in Modulräumen von Calabi-Yau Räumen)
- Neue Mathematikbereiche sind entstanden, z.B. Quantengeometrie
- Mathematische Physik  $\leftrightarrow$  Physikalische Mathematik

# Zusammenfassung

- Stringtheorie = Quantentheorie von Strings
- Minimale Länge wird eingeführt -> liefert (störungstheoretische) Quantengravitation
- Präsenz von Materieanregungen sind essentielles Element zur Konsistenz -> Stringtheorie = Theory of Everything
- Effektive Stringtheorie weit unterhalb  $M_{Pl}$ : Quantenfeldtheorie + Allgemeine Relativitätstheorie
- Vorhersagen:
  - Supersymmetrie
  - Zusätzliche Raumdimensionen
  - Zusätzliche Teilchen
  - Viele Universen