Universität Hamburg, Department Physik

Übungsblatt 6 Theoretische Physik A (Quantenmechanik) SS 09

Abgabetermin: 20.5.

Aufgabe 1

a) Zeigen Sie, dass ein hermitescher Operator ($A = A^\dagger$) reelle Eigenwerte hat.

Hinweis: Benutzen Sie die Definition von $A^\dagger$ und betrachten Sie $\langle \psi_m | A | \psi_m \rangle$ und $\langle \psi_m | A | \psi_m \rangle^*$, wobei die ψ_m Eigenfunktion von A seien.

b) Zeigen Sie, dass die Eigenfunktionen eines hermiteschen Operators zu verschiedenen Eigenwerten orthogonal aufeinander stehen.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Eigenwerte nicht entartet sind und betrachten sie $\langle \psi_m | A | \psi_n \rangle$ und $\langle \psi_m | A | \psi_n \rangle^*$, wobei ψ_m, ψ_n Eigenfunktion von A seien.

Aufgabe 2

Berechnen Sie Δx und Δp im Grundzustand des ein-dimensionalen harmonischen Oszillators und überprüfen Sie Heisenbergs Unschärferelation.

Hinweis: Benutzen Sie das Ergebnis aus Aufgabe 2/Übungsblatt 5, sowie $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}$

Aufgabe 3

Zum Keplerproblem in der klassischen Mechanik:

a) Schreiben Sie die Lagrangefunktion $L(\vec{x}, \dot{\vec{x}}) = \frac{m}{2}\dot{\vec{x}} - U(|\vec{x}|)$ eines Teilchens der Masse m im Zentralpotential $U(|\vec{x}|)$ in Kugelkoordinaten.

b) Wie lauten die Erhaltungssätze für Energie und Drehimpuls?

c) Durch welchen Ansatz kann man mit Hilfe dieser Erhaltungssätze die Bewegunggleichungen lösen?