Übungsblatt 3 Theoretische Physik A (Quantenmechanik) SS 09

Abgabetermin: 29.4.

Aufgabe 1

Gegeben sei ein Teilchen im eindimensionalen endlichen Potentialtopf mit

$$V = \begin{cases} -V_0 & \text{für} \quad |x| \leq a \ , \\ 0 & \text{für} \quad |x| > a \ . \end{cases}$$

a) Wie lautet die ungerade Wellenfunktion für $|x| \leq a$, wie lautet sie für $|x| > a$?

b) Welche Randbedingungen erfüllt die Wellenfunktion?

c) Zeigen Sie, dass die Energie durch folgende Gleichungen bestimmt ist:

$$|\sin u| = \frac{u}{u_0} \ , \qquad \text{mit} \qquad u = ka \ , \quad u_0 = \frac{a\sqrt{2mV_0}}{\hbar} \ .$$

Aufgabe 2

Für Operatoren A, B definiert man den Kommutator

$$[A, B] := AB - BA.$$

a) Berechnen Sie $[\hat{x}_i, \hat{x}_j]$, $[\hat{x}_i, \hat{p}_j]$, $[\hat{p}_i, \hat{p}_j]$ für $i, j = 1, 2, 3$.

b) Zeigen Sie $[A + B, C] = [A, C] + [B, C]$ und $[AB, C] = A[B, C] + [A, C]B$.

Aufgabe 3

a) Zeigen Sie, daß für Operatoren A, B im Sklarprodukt $\langle \Psi_1 | A | \Psi_2 \rangle$ die folgenden Beziehungen gelten:

- $(A^\dagger)^\dagger = A$
- $(cA)^\dagger = c^* A^\dagger \ , c \in \mathbf{C}$
- $(A + B)^\dagger = A^\dagger + B^\dagger$
- $(A\,B)^\dagger = B^\dagger\,A^\dagger$

b) Zeigen Sie, daß $\hat{\vec{x}}$, $\hat{\vec{p}} = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$, $\hat{H} = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V(\vec{x})$ hermitesche Operatoren sind.