Übungsblatt 2 Theoretische Physik A (Quantenmechanik) SS 09

Abgabetermin: 22.4.

Aufgabe 1

Berechnen Sie für eine ebene Welle

$$\Psi(\vec{x},t) = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega(k)t)} \ , \qquad \omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m} \ ,$$

die Wahrscheinlichkeitsdichte ρ und die Wahrscheinlichkeitsstromdichte $\vec{j}$. Zeigen Sie, dass die Kontinuitätsgleichung erfüllt ist. Ist Ψ quadratintegrabel?

Aufgabe 2

Der Hamiltonoperator für ein Teilchen in einem 2-dim. Potentialkasten mit unendlich hohen Wänden lautet

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}(\partial_x^2 + \partial_y^2) + V \quad \text{mit} \quad V = \begin{cases} 0 & |x| < a, \ |y| < a \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Finden Sie mit Hilfe eines Separationsansatzes $\psi(x,y) = f(x)g(y)$ alle Lösungen der zeitunbhängigen Schrödingergleichung $H\psi = E\psi$ und bestimmen Sie die möglichen Werte für E.

b) Wieviele Zustände gibt es zu den niedrigsten 3 Werten von E?

c) Wie lautet die allgemeine Lösung der Schrödinger Gleichung $\Psi(x,y,t)$?

Aufgabe 3

Zeigen Sie

$$\int_{-a}^{a} e^{-i\frac{m\pi x}{a}} e^{i\frac{n\pi x}{a}} dx \ = \ 2a\delta_{nm} \ = \ 2\int_{-a}^{a} \sin(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi x}{a}) \, dx, \qquad n,m \in \mathbf{N} \ .$$