Aufgabe 1

a) Zeichnen Sie alle Feynman-Diagramme für die Amplitude $\langle\Omega|T\{\phi(x)\phi(y)\}|\Omega\rangle$ zur Ordnung λ^2 mit $H_I = \frac{\lambda}{4!}\int d^4z\phi^4(z)$.

b) Geben Sie zu jedem dieser Diagramme den zugehörigen Ausdruck der Feynman Propagatoren (inklusive Symmetriefaktor) an.

c) Zeigen Sie, daß der Beitrag zur Ordnung λ^1 proportial zu $\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{i}{k^2-m^2}$ ist.

d) Benutzen Sie $\int d^4kF(k_r) = 2\pi^2\int_0^\infty dk_r k_r^3 F(k_r)$ (wobei $k_r = \sqrt{k^2}$), um das Integral in c) zu berechnen.

Aufgabe 2

Zeigen Sie:

a) $Sp(\text{ungerade Anzahl von}\,\gamma^\mu) = 0$,

b) $Sp(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) = 4(\eta^{\mu\nu}\eta^{\rho\sigma} - \eta^{\mu\rho}\eta^{\nu\sigma} + \eta^{\mu\sigma}\eta^{\nu\rho})$,

c) $\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma_\mu = 4\,\eta^{\nu\rho}\,\mathbf{1}$,

d) $Sp(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma^5) = -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie

$$\frac{1}{4}\sum_{s,r}\Big(\bar{v}^r(p')\gamma^\mu(1+\gamma^5)u^s(p)\Big)\Big(\bar{u}^s(p')\gamma^\nu(1+\gamma^5)v^r(p')\Big) = 2(p^{\mu\prime}p^\nu + p^{\nu\prime}p^\mu - \eta^{\mu\nu}p\cdot p' - i\epsilon^{\rho\mu\sigma\nu}p'_\rho p_\sigma) ,$$

im Hochenergielimes $m_e \approx m_\mu \approx 0$.