Übungsblatt 6 Quantenmechanik I SS 06

Abgabetermin: 18.5.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Stellen Sie die Operatoren L_x, L_y, L_z und $\vec{L}^2$ in Kugelkoordinaten dar.

Hinweis:

$$x = r \sin\theta \cos\varphi, \quad y = r \sin\theta \sin\varphi, \quad z = r \cos\theta$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß die Legendrepolynome

$$P_l(\xi) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{d\xi^l} (\xi^2 - 1)^l$$

die Legendresche Differentialgleichung

$$(1 - \xi^2) \frac{d^2 P_l}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dP_l}{d\xi} + l(l+1) P_l = 0$$

erfüllen.

Hinweis: Differenzieren Sie dazu $(l+1)$-mal die Gleichung

$$(\xi^2 - 1) \frac{d}{d\xi} (\xi^2 - 1)^l = 2l\xi (\xi^2 - 1)^l$$

Aufgabe 3 (2 Punkte)

a) Berechnen Sie explizit die Legendrepolynome P_l für $l = 0, \ldots, 3$.

b) Berechnen Sie explizit als Funktion von θ, φ die Kugelflächefunktionen Y_{lm} für $l = 0, 1, 2$.

Hinweis:

$$Y_{lm} = (-1)^{\frac{1}{2}(m+|m|)} P_{l|m|} e^{im\varphi} , \qquad P_{l|m|} = (1 - \xi^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{d\xi^m} P_l(\xi)$$