

2. Übungsklausur zur Vorlesung Thermodynamik

1. Gegeben sei eine hypothetische Substanz mit folgender Energie

$$E(S) = \begin{cases} S^2 & 0 \leq S \leq 1 \\ 2S - 1 & 1 \leq S \leq 2 \\ \frac{1}{2}S^2 + 1 & S \geq 2 \end{cases} \quad S \geq 0$$

- a) Wo ist $E(S)$ konvex, wo ist $E(S)$ streng konvex?
- b) Bei welcher Temperatur findet ein Phasenübergang statt? Charakterisiere die reinen Phasen durch ihre extensiven Größen.
- c) Berechne die freie Energie in ihren natürlichen Variablen.
2. Gegeben sei folgender Kreisprozess im $T - S$ -Diagramm: Ein gleichschenkliges Dreieck, charakterisiert durch seine Grundseite und Höhe soll im Uhrzeigersinn durchlaufen werden. Die Grundseite liegt auf der Geraden $T = T_1$ und hat eine Länge von ΔS ; die Höhe habe eine Länge von $\Delta T = T_2 - T_1$.
Berechne den Wirkungsgrad dieses Prozesses und vergleiche ihn mit dem Wirkungsgrad eines Carnot-Prozesses, der zwischen Wärmereservoirs der maximalen und minimalen Temperatur des hier gegebenen Kreisprozesses arbeitet.

3. Die großkanonische Zustandssumme eines freien Fermi-Gases in einem 3D Würfel mit Kantenlänge L ist

$$Z_G = \sum_{N_{\mathbf{n}}, \mathbf{n} \in \mathbb{N}^3} e^{-\beta \sum_{\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}} (E_{\mathbf{n}} - \mu)}$$

- a) Berechne Z_G für relativistische Teilchen ($E_{\mathbf{n}} = |\mathbf{n}| \frac{\pi}{L}$).
- b) Berechne den Druck des Systems (Fermi-Druck) als Funktion der Teilchenzahldichte im Limes $T \rightarrow 0$.
4. Betrachte das folgende klassische System: Ein Gas aus N Teilchen, eingeschlossen in einem unendlich hohen Zylinder mit der Grundfläche eines Kreises mit Flächeninhalt S , steht aufrecht in einem homogenen Schwerfeld, d.h. $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$, wobei die Zylinderachse parallel zu \mathbf{g} sei.
- a) Stelle die Hamiltonfunktion auf und berechne die Dichtefunktion ϱ des kanonischen Ensembles zur inversen Temperatur β .
- b) Berechne die mittlere Zahl der Teilchen, die sich oberhalb von der Höhe h befinden.
- c) Schließe aus b), wie sich der Druck als Funktion der Höhe h verhält (barometrische Höhenformel).

Daten der Betreuer:

Prof. Fredenhagen	04089982275	DESY Geb. 2a/501	klaus.fredenhagen@desy.de
Katarzyna Rejzner	04089982226	DESY Geb. 2a/609	katarzyna.rejzner@desy.de
Andreas Degener	04089982226	DESY Geb. 2a/609	andreas.degener@desy.de
Falk Lindner	04089982410	DESY, Geb. 2a/506	falk.lindner@desy.de
Ioannis Bouzos	04089984716	DESY, ILP/122	ibrouzos@PHYSnet.uni-hamburg.de