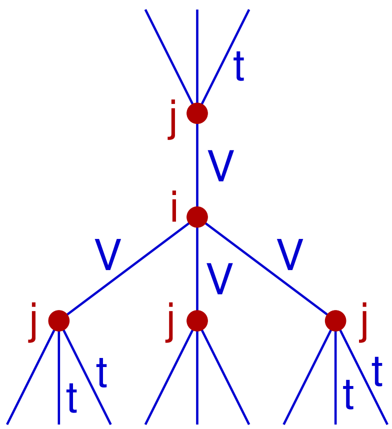
Condensed-Matter Theory - Special Topics

Problem 6 — Bethe-Gitter im Limes hoher Koordinationszahl
Betrachten Sie ein Modell nichtwechselwirkender Fermionen

$$H = \sum_{ij\sigma} t_{ij} c^\dagger_{i\sigma} c_{j\sigma}$$

auf einem Bethe-Gitter mit Koordinationszahl q. Für $q = 4$ ist:



Das Hopping zwischen nächsten Nachbarn sei t. Gesucht ist die lokale Green-Funktion $G_{\rm loc}(\omega) = G_{ii}(\omega) = G_{jj}(\omega)$ (das Modell ist homogen).

a) Behandeln Sie zur Berechnung der lokalen Green-Funktion $G_{ii}(\omega)$ an einem Platz i das Hopping V ($V = t$) zu den nächsten Nachbarn j perturbativ, und stellen Sie die Dyson-Gleichung auf!

b) Zeigen Sie weiter, dass

$$G_{ii}(\omega) = G^{(0)}_{ii}(\omega) + \sum_j G^{(0)}_{ii}(\omega) V G^{(0)}_{jj}(\omega) V G_{ii}(\omega)\ !$$

c) Begründen Sie, dass $G^{(0)}_{jj}(\omega) = G_{jj}(\omega)$ im Limes hoher Koordinationszahl $q \to \infty$, und zeigen Sie dass

$$\frac{1}{G_{\rm loc}(\omega)} = \omega + \mu - t_{ii} - q t^2 G_{\rm loc}(\omega)$$

d) Setzen Sie $t_{ii} = 0$ und nehmen Sie an, dass das Hopping gemäß $t = t^*/\sqrt{q}$ skaliert. Welche Form hat die lokale Zustandsdichte $\rho(\omega) = -(1/\pi)\text{Im}G_{\rm loc}(\omega + i0^+ + \mu)$?