

Übungen zur Computational Physics

Aufgabe 10 — Spin-Dynamik

Ein magnetisches Moment \mathbf{m} befinde sich in einem äußeren Magnetfeld $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$. In guter Näherung gilt dann für die zu \mathbf{B} senkrechte Komponente von \mathbf{m} die Differenzialgleichung

$$\frac{d^2 \mathbf{m}_\perp}{dt^2} = - \left(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2} \right) \mathbf{m}_\perp - \frac{2}{\tau} \frac{d\mathbf{m}_\perp}{dt}.$$

ω, τ sind Konstanten. Zeigen Sie, dass

$$\mathbf{m}_\perp(t) = e^{-t/\tau} \mathbf{m}_\perp(0) \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \varphi) \\ \sin(\omega t + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

eine Lösung darstellt!

Aufgabe 11 — Poisson-Klammer

Die Poisson-Klammer zwischen zwei Funktionen A, B von Spinkomponenten $S_{i\alpha}$ (i : Gitterplätze, $\alpha = x, y, z$) ist durch

$$\{A, B\} = \sum_{i=1}^L \sum_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial A}{\partial S_{i\alpha}} \frac{\partial B}{\partial S_{i\beta}} S_{i\gamma}$$

definiert.

Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} \{aA + bB, C\} &= a\{A, C\} + b\{B, C\} \\ \{A, B\} &= -\{B, A\} \\ \{A, BC\} &= B\{A, C\} + \{A, B\}C \\ 0 &= \{A, \{B, C\}\} + \{B, \{C, A\}\} + \{C, \{A, B\}\} \end{aligned}$$

wobei a, b reelle Zahlen sind!