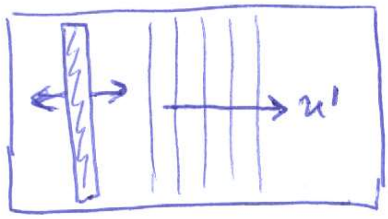
1.2 Spezielle Relativitätstheorie

1.2.1 Einsteinsche Postulate

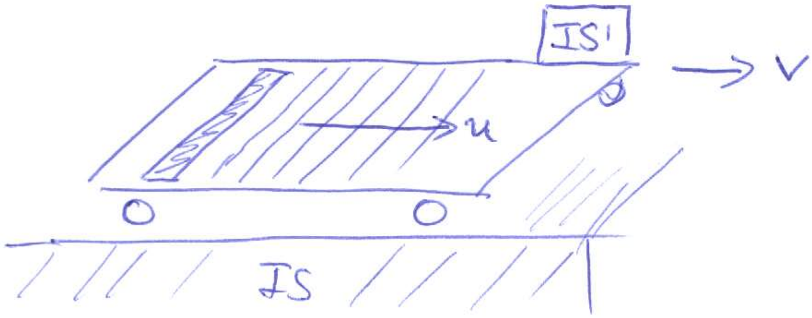
Maxwell-Gleichungen → elektromagnetische Wellen

Medium ?

Bsp: Wasserwellen



u': Geschwindigkeit relativ zum Medium (Wasser)



$u = u' + v$

v: Geschwindigkeit des Mediums relativ zum Labor (IS)

Michelson-Morley-Experiment

$c = \text{const}$ (richtungsunabhängig) ?

Einstein:

1) Alle IS sind gleichberechtigt, d.h. alle physikalischen Gesetze (insbesondere die M.G.) behalten ihre Form beim Wechsel des IS

   Es gibt keinen Äther.

2) Lichtgeschwindigkeit $= c = \text{const}$ für alle IS

Konsequenzen:

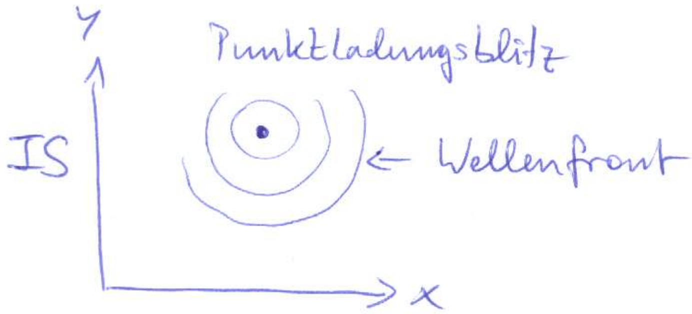
- die Elektrodynamik ist nicht forminvariant unter Galilei-Transformationen (siehe auch Bsp. oben)
- da es keinen Äther gibt und das Relativitätsprinzip gelten soll und da die Maxwell-Gleichungen korrekt sind, muss die Galilei-Transformation inkorrekt sein
- da die klassische Mechanik forminvariant unter Galilei-Transformationen ist, folgt dass ihre Gesetze ebenfalls inkorrekt sein müssen

Bsp: $u' = u - v$ (Galilei)

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \quad \text{(Lorentz)}$$

- Galilei-Transformation bleibt gültig für $v \ll c$
- für $u = c$ ist $u' = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = c$, also gleiche Lichtausbreitungsgeschwindigkeit in allen IS

1.2.2 Lorentz-Transformationen



$\left(G_{ret}(\vec{r}, t) \sim \delta\left(t - \frac{r}{c}\right) \right)$

wegen $c = \text{const}$ gleiche Beobachtung, in IS' (bewegt sich relativ zu IS in x-Richtung mit Geschwindigkeit v)

gesucht: Transformationsformeln, so dass

(es sei $IS \equiv IS'$ für $t = t' = 0$)

einfachster Ansatz

$x' = 0$ Ursprung von IS'

$ax - bt = 0 \Rightarrow x = \frac{b}{a} t \Rightarrow$

$x = 0$ Ursprung von IS

$x' = -bt, \; t' = At \Rightarrow x' = -\frac{b}{A} t' \Rightarrow$

also auch

also:

einsetzen in:

$$\begin{aligned} 0 &= \vec{r}\,'^2 - c^2 t'^2 \\ &= \gamma^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 - \gamma^2 c^2 (t - \beta/c\, x)^2 \\ &= (\gamma^2 - \beta^2 \gamma^2) x^2 + y^2 + z^2 - (c^2 \gamma^2 - v^2 \gamma^2) t^2 \\ &\quad + (2c\beta\gamma^2 - 2v\gamma^2) xt \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow \vec{r}^{\,2} - c^2 t^2 = 0$ falls:

(spezielle) Lorentztransformation:

$$ct' = \gamma\,(ct - \beta x)$$
$$x' = \gamma\,(x - \beta \cdot ct)$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

mit

ist

bzw.

$$\underline{\underline{L}} = \begin{pmatrix} \cosh\eta & -\sinh\eta & & \\ -\sinh\eta & \cosh\eta & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

Ähnlichkeit mit einer Drehung (aber $\underline{\underline{L}}^T \cdot \underline{\underline{L}} \neq \mathbb{1}$) des Raum-Zeit-Kontinuums

mit $\eta := \operatorname{arccosh}(\gamma)$ <u>Rapidität</u>

$$\cosh\eta = \gamma$$
$$\sinh\eta = \sqrt{\cosh^2\eta - 1} = \sqrt{\gamma^2 - 1} = \sqrt{\frac{1}{1-\beta^2} - 1} = \beta\gamma$$

1.2.3 Vierervektoren und Kovarianz

Def:

Bsp: (bislang einziges)

$$(x^\mu) = (ct, \vec{r}) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = x^\mu$$

"Ereignis", Raum-Zeit-Punkt

Def:

Bsp: c, $\vec{r}^2 - c^2t^2$, m (Ruhemasse), q (Ladung)

Def:

Bsp: $A^{\mu\nu} = x^\mu x^\nu$

physikalische Gesetze der Form

sind offensichtlich forminvariant unter Lorentz-Transformationen und genügen daher dem Relativitätspostulat

---

Postulat der SRT:

Physikalische Gesetze sind forminvariant unter Transformationen der

1	Zeittranslationen
3	räumliche Translationen
3	Drehungen
3	spezielle Lorentz-Trsf.
10	Parameter

1.2.4 Minkowski-Raum

sei A^μ ein Vierervektor, dann ist

analog für einen Vierervektor B^μ

es gilt

$A^{0\prime} B^{0\prime} - \vec{A}^{\prime} \vec{B}^{\prime}$

Das Vierer-Skalarprodukt zweier Vierervektoren

ist ein Viererskalar, also invariant unter Lorentz-Transformationen

Bem: $A \circ A < 0$ möglich

("indefinites Skalarprodukt")

$x \circ x$ ist eine Lorentzinvariante

Ein Ereignis x heißt

zeitartig, falls $c^2t^2 - \vec{r}^{\,2} > 0$

raumartig, falls $c^2t^2 - \vec{r}^{\,2} < 0$

Die Begriffe sind "absolut", d.h. unabhängig vom IS!

Zukunft: erreichbar von O $(x=0, t=0)$

Vergangenheit: O erreichbar

Gegenwart: nicht erreichbar von O

ist x raumartig, dann lässt sich ein IS' finden, in dem x' und O gleichzeitig sind:

denn

und

---

ist x zeitartig, dann lässt sich ein IS' finden, in dem x' und O am gleichen Ort sind:

denn

und

---

relative Begriffe: Gleichzeitigkeit, "Gleichortigkeit"

absolute Begriffe: zeitartig, raumartig