1 Relativitätstheorie

Die Form physikalischer Gesetze ist i. allg. abhängig vom gewählten Bezugssystem (BS): x, y, z, t

Sind physikalische Gesetze so formulierbar, dass sie (ihre Form) unabhängig vom BS sind?

1.1 Kovarianz physikalischer Gesetze

allgemeines Programm, beliebige BS → allg. RT

hier: Unabhängigkeit vom gewählten IS

1.1.1 Inertialsysteme

Def.:

Bem: – andere Formulierung:

ein kräftefreier Körper bewegt sich in einem IS geradlinig und gleichförmig

– Kräftefreiheit:

z.B. garantiert, falls der Körper sich weit entfernt von Massen, Ladungen, Strahlung, ... befindet

– erstes Newtonsches "Axiom", hier als Definition für IS verwendet

---

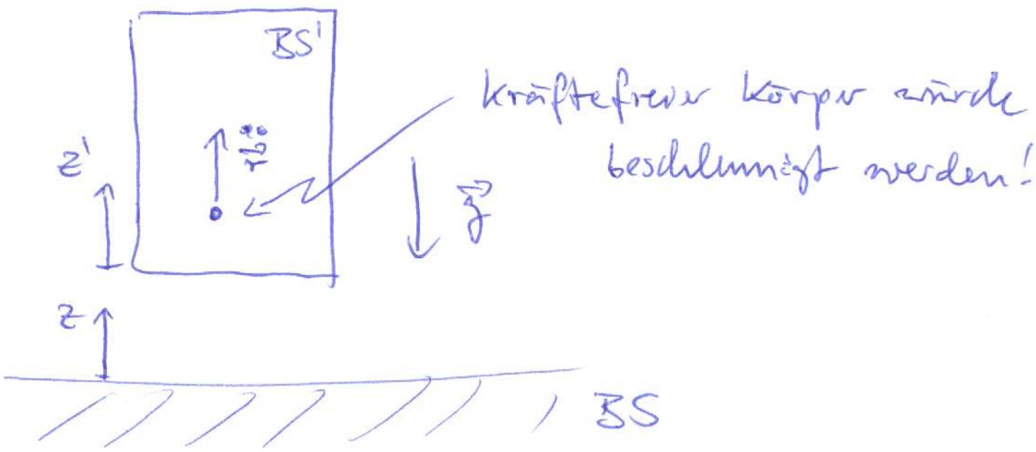
N $\underline{\text{II}}$: (2. Newtonsches Axiom)

(benutzt zur *Definition* der Kraft)

In einem Nicht-IS ("beschleunigtes BS") treten *Scheinkräfte* auf:

Bsp: fallender Fahrstuhl

BS' kein IS, obwohl $\ddot{\vec{r}}' = \text{const}$



1.1.2 Galilei - Transformationen

betrachte BS, BS'

- identisch z. Zt. $t=0$
- BS' bewege sich relativ zu BS mit $v = \text{const}$ entlang x-Achse

(spezielle)

Galilei-Transformation

v bzw. $\vec{v}$: Parameter

ist IS ein IS, dann gilt

und somit

<u>Bem:</u> $x' = d = x - vt$

gemessen in IS

gemessen in IS'

Längenkontraktion $d = \frac{1}{\gamma} x' < x'$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} > 1$$

für $v \lesssim c$ (s.u.)

Galilei-Transformationen bilden eine (Transformations-) Gruppe

–

–

–

$G = G(\vec{v})$; $\vec{v}$: Parameter der Transformation

Galilei-Gruppe

Parameter Anzahl

1) spezielle Galilei-Transformation

2) (zeitunabhängige) Translationen

3) Zeit-Translation

4) (zeitunabhängige) Drehungen

Galilei-Gruppe: 10-parametrige Gruppe
(kontinuierliche, "Lie-Gruppe")

Transformation physikalischer Größen unter speziellen Galilei-Transformationen

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v} \cdot t$$

$\Rightarrow$ Additionsgesetz für Geschwindigkeiten

$\Rightarrow$

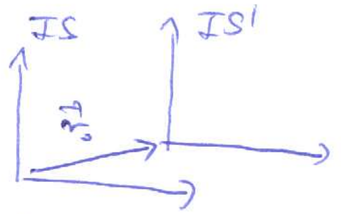
Galilei-Invarianten / invariant unter G. Transf.

$\Rightarrow$ N II hat in allen IS dieselbe Form
N II ist forminvariant

IS:

IS': $\Updownarrow$

Transformation phys. Größen unter räuml. Translationen



$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{r}_0$ $\qquad m' = m$

$\dot{\vec{r}}\,' = \dot{\vec{r}}$ $\qquad \vec{p}\,' = \vec{p}$

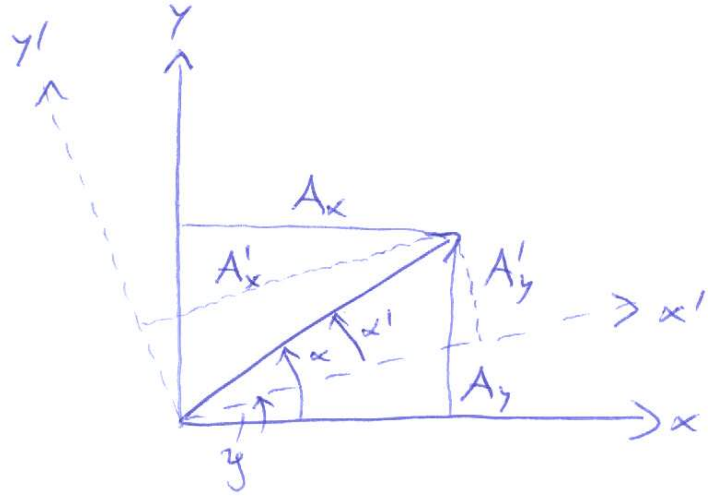
(zeitunabhängig)

$$\vec{L}\,' = m\,\vec{r}\,' \times \dot{\vec{r}}\,' = \vec{r}\,' \times \vec{p}\,'$$
$$= (\vec{r} - \vec{r}_0) \times \vec{p} = \vec{L} - \vec{r}_0 \times \vec{p}$$

1.1.3 Drehungen

Transformationsverhalten unter (zeitunabhängigen) Drehungen für viele Größen sehr viel komplizierter im Vergleich zu Translationen und speziellen Galilei-Transformationen

Transformation von Vektoren (gerichtete Größen) $\vec{A}$:



es gilt:

also:

mit $\underline{D} = (D_{ij})$ <u>Drehmatrix</u>, $\underline{D} = \underline{D}(\vec{e}_z, \varphi)$

$\underline{D}$ ist orthogonal (Zeilen oder Spalten), d.h.

---

für jede Drehmatrix $\underline{D}$ ist:

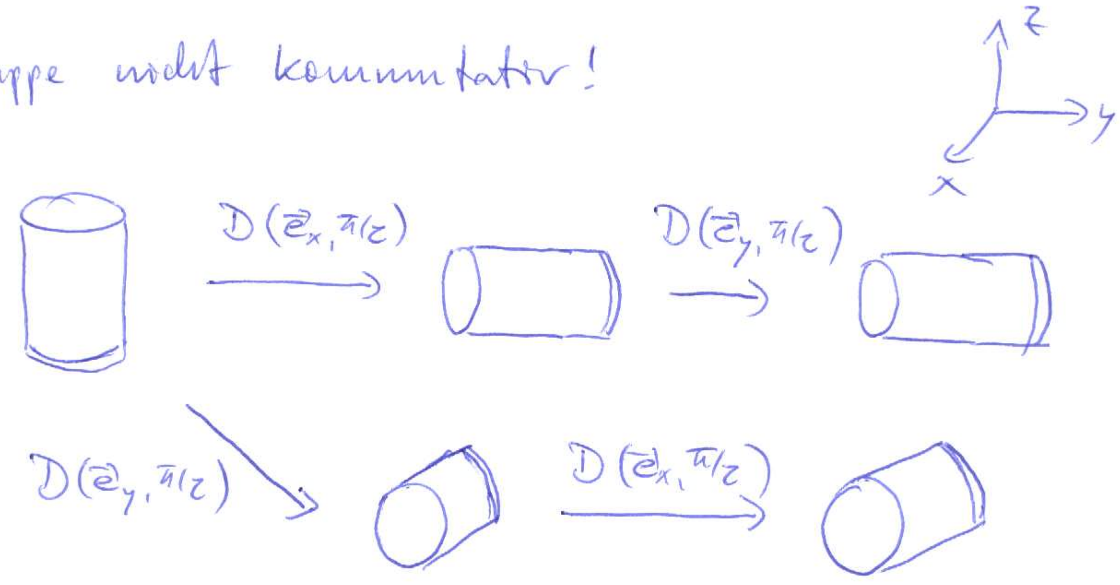
$$\underline{D} = \underline{D}(\vec{n}, \varphi)$$

$\rightarrow$ 3 Parameter

<u>Drehgruppe</u>:

beachte: $\underline{D}_1, \underline{D}_2$ Drehungen $\Rightarrow$ $\underline{D}_1 \cdot \underline{D}_2$ Drehung, denn

Gruppe nicht kommutativ!



1.1.4 Skalare, Vektoren, Tensoren

Def: Eine physikalische Größe mit Komponenten A_x, A_y, A_z (A_i) heißt Vektor, falls

für (zeitunabhängige) Drehungen, dargestellt durch eine orthogonale Drehmatrix $\underline{D}$

Bem: nicht jedes 3-Tupel $\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ ist ein Vektor (im physikalischen Sinn)

Bem: es gilt für die Basisvektoren

und $\sum_i A_i \vec{e}_i = \sum_i A_i' \vec{e}_i'$

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & \text{physikalische Größe } A \arrow[dl, leftrightarrow, "{IS \; (x,y,z,t)}"'] \arrow[dr, leftrightarrow, "{IS' \; (x',y',z',t')}"] & \\
\text{Komponenten } A_i,\ i=1,\dots,n \arrow[rr, leftrightarrow, "\text{Transformationsformeln}"'] & & \text{Komponenten } A'_i,\ i=1,\dots,n
\end{tikzcd}
$$

Skalar	$n=1$
Vektor	$n=3$
Tensor (2. Stufe)	$n=9$
	$\vdots$

<u>Beispiele</u>

Skalar:

Vektor:

Tensor:

Felder

1) Vektorfeld

$\vec{F}(\vec{r})$ (Bsp: $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{j}(\vec{r})$, ...)

2) skalares Feld

$\varphi(\vec{r})$ (Bsp: $\rho(\vec{r})$, $w(\vec{r})$, ...)

1.1.5 Relativitätsprinzip

Galilei: (1632)

- Bsp: $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$ (IS) $\Leftrightarrow$ $m'\ddot{\vec{r}}' = \vec{F}'$ (IS')

  gleiche Form

- empirische Aussage über Raum und Zeit!

Forminvarianz unter:

1) Zeittranslationen
2) räumlichen Translationen
3) Drehungen
4) spezielle Galilei-Trsf.

Noether - Theorem:

Aus der Forminvarianz folgt die Existenz von Erhaltungsgrößen in isolierten Systemen!

Relativitätsprinzip → starke Einschränkung der Form physikalischer Gesetze

Gesetz müssen <u>kovariant</u> formulierbar sein, z.B. bzgl. Drehungen:

Die Forminvarianz (unter Drehungen) ist dann <u>offensichtlich</u>

$$A = B \iff A' = B' \qquad (\text{denn } A' = A,\ B' = B)$$

$$A_i = B_i \iff A_i' = B_i' \qquad \left(A_i' = \sum_j D_{ij} A_j ,\quad B_i' = \sum_j D_{ij} B_j \right)$$

$$\vdots$$

Bsp:

Bsp: