

## Übungen zur Theoretischen Physik A

### Aufgabe 9 — Ebene Polarkoordinaten

Die Transformationsformeln zwischen kartesischen Koordinaten  $x, y$  in der Ebene und ebenen Polarkoordinaten  $r, \varphi$  lauten

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi.$$

- a) Veranschaulichen Sie die Koordinaten und die Transformation mittels einer Skizze!  
 b) Begründen Sie grafisch, dass

$$dA = \rho d\varphi d\rho$$

ein infinitesimales Flächenelement in Polarkoordinaten darstellt!

- c) Berechnen Sie mit Hilfe von Polarkoordinaten die Fläche eines Kreises vom Radius  $R$ !

### Aufgabe 10 — Gaußfunktion

- a) Berechnen Sie

$$\int_0^{\infty} ds s e^{-s^2}$$

durch geeignete Variablensubstitution!

- b) Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\int_0^{\infty} d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-\rho^2} !$$

- c) Schreiben Sie das Doppelintegral von b) in kartesischen Koordinaten  $x, y$  !

- d) Zeigen Sie unter Ausnutzung von a) und b), dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-x^2} = \sqrt{\pi} \quad !$$

- e) Zeigen Sie, dass

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx = 1 \quad !$$

### Aufgabe 11 — Kugelkoordinaten

a) Wie lauten die Transformationsformeln zwischen kartesischen Koordinaten  $x, y, z$  und Kugelkoordinaten  $r, \vartheta, \varphi$ ? Wie lautet die Formel für ein infinitesimales Volumenelement in Kugelkoordinaten? Veranschaulichen Sie auch hier die Koordinaten und die Transformation mittels einer Skizze!

b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel vom Radius  $R$  mit Hilfe von Kugelkoordinaten!

### Aufgabe 12 — Normierungskonstante

Zur Zeit  $t$  sei die Wellenfunktion

$$\Psi(x, y, z, t) = \Psi(\mathbf{r}, t) = Ae^{-|r|/a}$$

gegeben mit

$$a = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} .$$

Bestimmen Sie  $A$ !