

Übungen zur Theoretischen Physik A

Aufgabe 4 — Aufenthaltswahrscheinlichkeit

Der Zustand eines Teilchens zur Zeit t werde durch die Wellenfunktion

$$\begin{aligned}\Psi(x) &= A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) && \text{falls } 0 < x < a \\ \Psi(x) &= 0 && \text{sonst}\end{aligned}$$

beschrieben (a ist eine reelle Konstante).

- a) Skizzieren Sie die Wellenfunktion!
- b) Bestimmen Sie die Normierungskonstante A !
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Teilchen exakt bei $x = 0$ zu finden?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man das Teilchen im Bereich $0 < x < a/2$?
- e) Wenn das Teilchen in 100 unabhängigen Experimenten stets im gleichen Zustand $\Psi(x)$ präpariert wird, in wie vielen Experimenten wird dann das Teilchen im rechten Bereich $a/2 < x < a$ gefunden?
- f) Zeigen Sie, dass $\Psi(x)$ eine Eigenfunktion des Hamilton-Operators ist, dass also

$$\hat{H}\Psi(x) = E\Psi(x) \quad \text{mit} \quad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \quad !$$

Bestimmen Sie die Energie E !

Aufgabe 5 — Operatoren

Berechnen Sie:

a)

$$x \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} x$$

b)

$$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} x \frac{\partial}{\partial x}$$

c)

$$\frac{\partial}{\partial x} x \frac{\partial}{\partial x} x$$

Beachten Sie dabei, dass es sich hier um Produkte von Operatoren x und $\partial/\partial x$ handelt, die als Hintereinanderausführen definiert sind!