

Einführung in die Theoretische Physik II

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 1 — Arbeit, Potenzial, Spannung

Gegeben ist das elektrische Feld

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \alpha z \mathbf{e}_z.$$

α ist eine Konstante. Weiter gegeben ist ein Weg \mathcal{C} in Parameterdarstellung:

$$\mathbf{r}(\lambda) = \begin{pmatrix} r_0 \cos(k\lambda) \\ r_0 \sin(k\lambda) \\ \lambda \end{pmatrix}.$$

r_0 und k sind Konstanten.

a) Veranschaulichen Sie sich die Geometrie des Weges \mathcal{C} !

b) Berechnen Sie

$$\frac{d\mathbf{r}(\lambda)}{d\lambda} \quad \text{und} \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}(\lambda)) \quad !$$

c) Berechnen Sie $\mathbf{r}_A = \mathbf{r}(\lambda_A)$ und $\mathbf{r}_B = \mathbf{r}(\lambda_B)$ für $\lambda_A = 0$ und $\lambda_B = z_0 = 2\pi/k!$
 z_0 ist eine weitere Konstante.

d) Berechnen Sie das Wegintegral von \mathbf{r}_A nach \mathbf{r}_B

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \mathbf{E}(\mathbf{r}(\lambda)) \cdot \frac{d\mathbf{r}(\lambda)}{d\lambda} d\lambda !$$

e) Wie groß ist die Arbeit ΔW_{AB} , die das elektrische Feld an einer Punktladung q verrichtet, die sich von \mathbf{r}_A nach \mathbf{r}_B entlang von \mathcal{C} bewegt?

f) Zeigen Sie, dass $\text{rot}\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$ ist!

g) Versuchen Sie durch "gezieltes Raten" ein Potenzial des elektrischen Felds zu finden, also eine Funktion $\Phi(\mathbf{r})$, für die $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\text{grad}\Phi(\mathbf{r})$ gilt!

h) Wie groß ist die elektrische Spannung U_{AB} zwischen \mathbf{r}_A und \mathbf{r}_B ?

Aufgabe 2 — Rotation eines sphärisch symmetrischen Zentralfelds

Zeigen Sie, dass die Rotation eines Zentralfelds, dessen Stärke nur vom Abstand vom Ursprung abhängt, stets verschwindet!

Berechnen Sie dazu die Rotation von

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = f(r)\mathbf{r},$$

wobei $f(r)$ eine beliebige Funktion von $r = |\mathbf{r}|$ ist!

Aufgabe 3 — Wegunabhängigkeit

Gegeben ist ein elektrisches Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, das wirbelfrei ist, und zwei Punkte A und B (siehe Zeichnung).

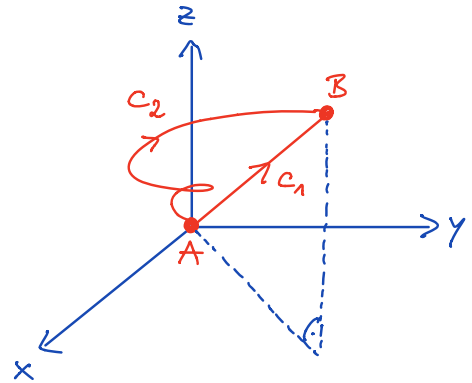
Warum gilt dann, dass das Wegintegral

$$\int_A^B \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

nicht davon abhängt, entlang welchen Weges vom Punkt A zum Punkt B die Feldstärke integriert wird?

Warum gilt also, dass

$$\int_{C_1} \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{C_2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad ?$$



Hausaufgabe

Aufgabe 1 — Geschlossenes Wegintegral und Potenzial

Gegeben ist das elektrische Feld

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \alpha \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

α ist eine Konstante.

a) (4 Punkte). Berechnen Sie explizit das geschlossene Wegintegral

$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

entlang eines Kreises in der x - y -Ebene mit Radius R , der mathematisch positiv (entgegen des Uhrzeigersinns) orientiert ist!

b) (4 Punkte). Berechnen Sie $\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r})$ und geben Sie, falls möglich, ein Potenzial $\Phi(\mathbf{r})$ an!

Wie groß ist die elektrische Spannung U_{AB} zwischen $\mathbf{r}_A = 0$ und $\mathbf{r}_B = (0, 0, 1)$?