Suche nach kosmischen γ-Punktquellen oberhalb von 20 TeV mit den HEGRA-Detektorfeldern

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von

Jürgen Prahl

aus Hamburg

Hamburg
1999

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. G. Heinzelmann
	Prof. Dr. W. Hofmann
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. G. Heinzelmann
	Prof. Dr. B. Naroska
Datum der Disputation:	11. 06. 1999
Dekan des Fachbereichs Physik	
und Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. F.-W. Büßer

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird die Suche nach Punktquellen hochenergetischer γ-Strahlung oberhalb von 20 TeV in einem Datenzeitraum von Dezember 1993 bis September 1995 mit dem HEGRA-Szintillationszähler- und AIROBICC-Detektorfeld beschrieben. Der Schwerpunkt liegt dabei auf einer möglichst vollständigen Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Daten hinsichtlich der Empfindlichkeit. Die ausgeführte sorgfältige M^{t}Carlo-Simulation der registrierten Ereignisse der kosmischen Strahlung erlaubt dabei die Verwendung sämtlicher erfaßter Ereignisse in der γ-Quellensuche.

Das Repertoire an Methoden zur Auswertung der Daten ist in drei Richtungen über den üblichen Rahmen hinaus erweitert:

- Es wird eine neue γ-Hadron-Separation („pearl") entwickelt, die auf mit den HEGRA-Felddetektoren meßbaren Größen basiert und die auch noch an der Nachweisschwelle zu signifikanten Empfindlichkeitssteigerungen um einen Faktor von mindestens 1,4 führt.
- Die Quellkandidaten werden neben dem Test auf den integralen Fluß noch zwei weiteren, allgemein auf variable Flüsse empfindlichen Tests unterzogen. Einer dieser Tests („exp-Test") ist speziell hierfür entwickelt.
- Mit einer neu entwickelten Prozedur wird unter voller Beibehaltung der Empfindlichkeit eine Rastersuche nach γ-Punktquellen am gesamten mit AIROBICC sichtbaren Himmel durchgeführt.

Ein interessantes, bisher nicht bekanntes Ergebnis, das sich auf den Zusammenhang zwischen longitudinaler Entwicklung der Teilchenzahl eines Luftschauers einerseits und der Lateralverteilung des den Boden erreichenden Čerenkovlichtes andererseits bezieht, wurde bei den systematischen Studien zur γ-Hadron-Separation gefunden:
Über weite Bereiche von Schauerparametern ist die Form der Lateralverteilung der Čerenkovlichtdichte nicht explizit abhängig von der Höhe des Maximums der Longitudinalverteilung, sondern nur vom Verhältnis der Teilchenzahlen im Maximum und am Erdboden.

Bei der durchgeführten Suche nach 61 ausgewählten Einzelquellen (Supernova-Überreste, andere galaktische Quellkandidaten und Blazare) fallen 2 Objekte durch individuelle Signifikanzen von integralen Flußüberschüssen auf: Der Blazar 1426+428 mit 4,1 σ und das Röntgenbinärsystem Her X-1 mit 3,3 σ. Das Ergebnis des auf alle erhaltenen Einzelsignifikanzen angewandten *Fisher*-Tests beträgt 2,9 σ, was einer Zufallswahrscheinlichkeit von $1{,}79 \cdot 10^{-3}$ entspricht und als Hinweis auf γ-Strahlung dieser beiden Objekte verstanden werden kann. Im Falle von Her X-1 liefern die Ergebnisse der Variablilitätstests und einer Phasenanalyse weitere leichte Indizien für ein Signal. Für die anderen untersuchten Objekte ergeben sich obere γ-Flußgrenzen von typisch $2 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ bei einer Schwellenenergie von ca. 20 TeV.

In der Suche nach unbekannten γ-Punktquellen in 37% der gesamten Himmelssphäre ergeben sich keine signifikanten, auf Quellen hindeutenden Effekte. Die erhaltenen globalen γ-Flußgrenzen von ca. $8 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ bei Energieschwellen von 20 TeV sind die derzeit einzigen in diesem Energieregime gemessenen Werte.

Eine darüber hinaus durchgeführte Rastersuche auf variable Flüsse ergibt ebenfalls keine Hinweise auf Signale.

Abstract

The topic of this thesis is the search for point sources of high energy γ-rays (above 20 TeV) during the time interval from December 1993 until September 1995 with the HEGRA scintillator and AIROBICC arrays. The main aim is to exploit the available data as complete as possible in order to achieve a maximum in sensitivity. A thorough M$^{\text{c}}$Carlo simulation of the registered events from the cosmic-ray-induced air showers allows for the use of all aquired events.

The toolbox of data analysis methods is extended in three ways beyond the generally applied procedures:

- A new γ-hadron separation method named pearl is developed which is based on quantities measurable with the HEGRA array detectors. This method yields even at the detection threshold a significant enhancement in sensitivity of a factor of at least 1.4.
- In addition to the test for DC fluxes all candidate sources are tested for variable fluxes with the help of two procedures that are generally sensitive to variability. One of these tests ("exp-test") is newly developed especially for this purpose.
- Using a newly designed procedure that keeps the full sensitivity for γ-ray point sources, an all-sky search for γ-ray point sources is carried out of the whole region visible with AIROBICC.

An interesting side-result (that was not known up to now) concerning the relationship between longitudinal development of an air shower and the lateral distribution of the Cherenkov light reaching the ground was found during the studies on γ-hadron separation:
over a broad range of shower parameters the shape of the lateral distribution of the Čerenkov light is not explicitly dependent on the height of the shower maximum, but only on the ratio between the number of particles at the maximum and at ground level.

In the search for 61 selected point source candidates (supernova remnants, other galactic source candidates and blazars), two objects show up with individual significances of DC flux excesses that are worth to mention: the blazar 1426+428 with $4.1\,\sigma$ and the X-ray binary Her X-1 with $3.3\,\sigma$. The *Fisher*-Test applied to the spectrum of all individual DC significances results in an overall significance of $2.9\,\sigma$, corresponding to a chance probability of $1.79 \cdot 10^{-3}$, which may be interpreted as a hint on a possible γ signal of both sources. In the case of Her X-1, an applied phase analysis yield some faint additional hints on a real signal. For the other investigated objects, flux upper limits of typically $\approx 2 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ are obtained, for energy thresholds of approximately 20 TeV.

In the search for unknown γ-ray sources in 37% of the whole sky sphere no significant effects of sources are observed. Instead, global upper limits on the flux of approximately $8 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ at energy thresholds of 20 TeV are derived. These are the first limits of this kind so far in that energy regime.

An additionally performed sky survey using the tests for variable fluxes yields no hints for possible signals either.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einführung

1.1 Allgemeines zur γ-Astronomie

Astronomie ist eine der ältesten Wissenschaften, deren Anfänge mindestens bis in die Steinzeit zurückreichen. Die Erfindung des Fernrohres 1608 durch *H. Lipperhey* und die Anwendung der optischen Spektroskopie (seit Anfang des neunzehnten Jahrhunderts) ermöglichte entscheidende Fortschritte, die nach und nach unser Bild vom Kosmos erweitert und revolutioniert haben; zu nennen sind u. a. die Bestimmung des Aufbaus unseres Sonnensystems, die Erkennung von Fixsternen als ferne Sonnen, die Klassifizierung der Milchstraße als gigantisches Sternensystem und das Finden einer riesigen Anzahl von Galaxien im Universum. Die beiden physikalischen Theorien der Gravitation (NEWTON 1687, EINSTEIN 1915) wären ohne die Astronomie undenkbar und fußen auf ihren Erkenntnissen.

Die optische Astronomie liefert noch immer neue Resultate; viele neue Erkenntnisse, die durch die optische Astronomie allein nicht möglich gewesen wären, sind jedoch der Erweiterung des Wellenlängenbereichs der elektromagnetischen Strahlung, der für die Forschung herangezogen wird, zu verdanken. Die Entwicklung der Radio-, Infrarot- und Röntgen-Astronomie in der zweiten Hälfte dieses Jahrhunderts führte beispielsweise zur Entdeckung der Pulsare, der aktiven Galaxienkerne sowie zahlreicher eher exotischer Objekte in der Galaxis und half, die Natur vieler Objekte zu enträtseln. Im Gegensatz zur optischen Astronomie, in der man es in erster Linie mit thermisch erzeugten Photonen zu tun hat, sind Radio- und Röntgenstrahlung zum großen Teil nichtthermischen Ursprungs: Sie entstehen oft als Sychrotron- und Bremsstrahlung. Außerhalb des optischen (und nahen IR) und Radiobereichs ist die Messung von Photonen nur durch satellitengestützte Experimente möglich, weil die Erdatmosphäre für die übrigen Bereiche des elektromagnetischen Spektrums opak ist. Somit ist auch der jüngste Zweig der Astronomie, die „γ-Astronomie“, weitgehend auf Satellitenexperimente angewiesen. Dennoch gibt es bei genügend hohen γ-Energien wieder Möglichkeiten, mit erdgebundenen Instrumenten zu arbeiten: Hochenergetische γ's lösen in der Atmosphäre Partikelkaskaden, sogenannte Luftschauer aus, die durch das damit verbundene Čerenkovlicht (derzeit für γ-Energien $\gtrsim$200 GeV) und bei $E \gtrsim 10$ TeV auch durch Sekundärpartikel, die den Erdboden erreichen, nachweisbar sind: Die Atmosphäre wird gewissermaßen „durchscheinend“.

Ein spezielles Forschungsfeld tat sich durch die Entdeckung der kosmischen Strahlung 1912 durch *V. Hess* auf: Er stellte bei Ballonflügen eine zunehmende Ionisierung der Luft mit größerer Flughöhe fest und schloß auf eine ionisierende Strahlung aus dem Weltraum. 1938 konnte *P. Auger* erstmals ausgedehnte Luftschauer durch Messung der weit verteilten Sekundärpartikel nachweisen. Heute kennt man die Zusammensetzung der primären kosmischen Strahlung für Energien $E \lesssim 100\,\mathrm{TeV}$ aus Ballon- und Satellitenexperimenten recht gut: Sie besteht hauptsächlich aus Protonen und größeren Atomkernen. Als Auftakt der Elementarteilchenphysik in den dreißiger und vierziger Jahren wurden Positron, Myon, Pion und Kaon als Sekundärprodukte der kosmischen Strahlung in Kernemulsions- und Nebelkammerexperimenten entdeckt. Nach der Entwicklung von Teilchenbeschleunigern spielte die kosmische Strahlung für die Elementarteilchenphysik nurmehr eine untergeordnete Rolle, und man konzentrierte sich auf die bis heute nicht letztgültig beantwortete Frage nach ihrer Entstehung.

Neben den erwähnten Ballon- und Satellitenexperimenten werden auch für die Erforschung der kosmischen Strahlung erdgebundene Detektoren eingesetzt, welche die von den (hinreichend hochenergetischen) Primärteilchen ausgelösten Luftschauer messen: Verwendet werden Detektorfelder zur Messung der den Erdboden erreichenden sekundären Elektronen und Myonen, Čerenkovlicht-Detektoren und, für Energien $E \gtrsim 10^{17}\,\mathrm{eV}$, auch lichtempfindliche Instrumente, die das durch die Schauer produzierte Fluoreszenzlicht der Stickstoffmoleküle messen. Im Gegensatz zur γ-Strahlung kann auch bei präziser Bestimmung der Einfallsrichtung des (geladenen) Primärteilchens nicht auf seinen Entstehungsort geschlossen werden, weil die Richtungen durch galaktische Magnetfelder so „verquirlt“ werden, daß sie (im für erdgebundene Experimente relevanten Energiebereich $E \gtrsim 1\,\mathrm{TeV}$) bemerkenswert isotrop einfallen. Die Messungen konzentrieren sich daher auf eine möglichst präzise Ermittlung des Energiespektrums und der Zusammensetzung („chemische Komposition“) der kosmischen Strahlung. Erst bei extrem hohen Teilchenenergien ($\gtrsim 10^{19}\,\mathrm{eV}$) erwartet man so geringe Ablenkungen durch die galaktischen Magnetfelder, daß aus der Richtung wieder Rückschlüsse auf (dann extragalaktische) Quellen zu ziehen sind.

Für die erdgebundene γ-Astronomie stellen die durch die kosmische Strahlung ausgelösten Luftschauer den Untergrund dar, aus dem die γ-Schauer vom zu untersuchenden Objekt herausgefiltert werden müssen; so wird z. B. die Erdatmosphäre in jeder Sekunde von ca. 250.000 γ-Quanten mit Energien größer als 20 TeV aus Richtung des Crab-Nebels (ein Objekt, das die Standardkerze in der TeV-Astronomie darstellt) getroffen, während gleichzeitig die 10 millionenfache Menge an Atomkernen, isotrop aus allen Richtungen, oberhalb dieser Energie eintreffen.[1]

Eine erfreulichere Verbindung zwischen der Physik der kosmischen Strahlung und der γ-Astronomie ergibt sich durch die Erwartung, daß die Quellen der kosmischen Strahlung ebenfalls γ-Strahlung emittieren sollten, die in denkbaren Konstellationen zwangsläufig gewissermaßen als „Hobelspäne“ bei der Beschleunigung der Atomkerne anfallen: Falls die beschleunigten Kerne eine genügend dichte, mit der Quelle assoziierte Materieansammlung zu durchqueren haben, bevor sie in den freien interstellaren Raum gelangen, entstehen bei starken Wechselwirkungen bevorzugt Pionen. Deren neutrale Variante zerfällt aber praktisch immer in zwei γ's, die das Objekt dann auch zu einer γ-Quelle machen.

Die vorliegende Arbeit hat die Suche nach Punktquellen von γ-Strahlung im Energiebereich

[1] *G. Schatz* folgend müßte man die hadronische Komponente der kosmischen Strahlung denn auch eher als „Vordergrund“ bezeichnen (SCHATZ 1996).

$E \gtrsim 20$ TeV mithilfe des HEGRA-Detektorfeldes zum Thema. In diesem Energiebereich gibt es (mit zwei Ausnahmen) bislang keine definitiv nachgewiesenen γ-Quellen. Es soll hiermit versucht werden, die vorhandene Empfindlichkeit des Instrumentes möglichst vollständig auszunutzen, um entweder potentielle γ-Quellen zu detektieren oder aber Flußobergrenzen für solche Objekte zu bestimmen.

1.2 Kosmische Strahlung

Die kosmische Strahlung kann bis zu einigen 100 TeV als primäre Teilchen von Ballon- oder Satellitenexperimenten gemessen werden, für darüber hinausreichende Energien ist der Fluß dafür zu klein. Die derzeit empfindlichsten Experimente für solche Direktmessungen bei den höchsten Energien (maximal wenige 100 TeV) sind ballongestützte Kalorimeter (JACEE: s. ASAKIMORI ET AL. 1998, Sanriku Ballon-Experimente, s. ICHIMURA ET AL. 1993). Verschiedene erdgebundene Luftschauer-Detektoren kommen zur Messung von Teilchenenergien und -sorten ab ca. 100 TeV zum Einsatz. Während direkte Messungen i. a. recht gute Energieauflösungen haben und die Teilchensorte praktisch beliebig gut bestimmen können, ist dies mit Luftschauermessungen wesentlich schwieriger: Die relative Energieauflösung liegt z. B. beim HEGRA-Experiment bei $\approx 25\,\%$ bei Teilchenenergien von $5 \cdot 10^{14}$ eV (LINDNER 1998), die Identifizierung der Primärteilchen selbst ist bestenfalls nur statistisch für viele Schauer und nur grob möglich. Die bisher höchste gemessene Energie eines Primärteilchens (Fly's Eye Coll., BIRD ET AL. 1994) betrug ca. $3 \cdot 10^{20}$ eV. Das Energiespektrum, das in Abb. 1.1 in einer Zu-

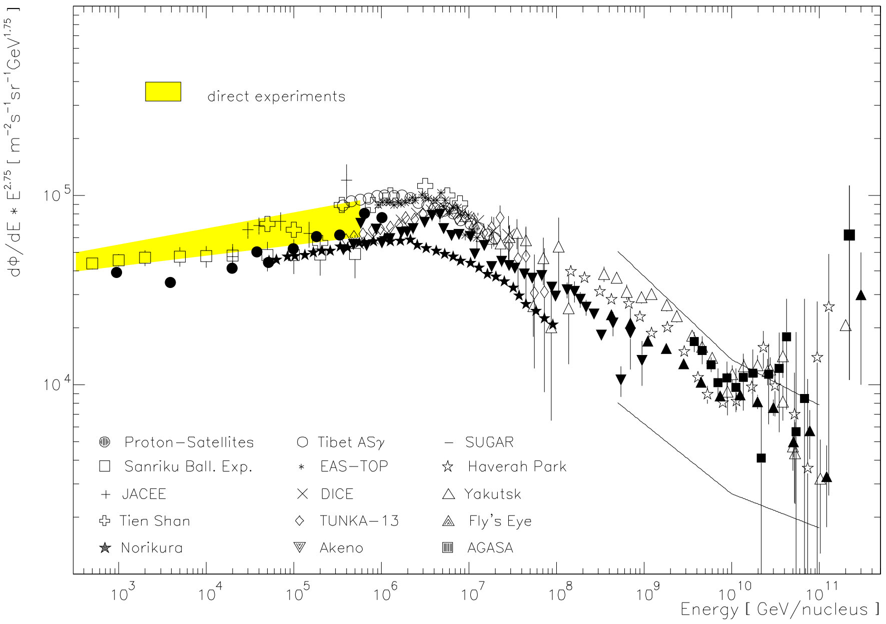


Abbildung 1.1: Das Energiespektrum der Atomkerne in der kosmischen Strahlung (aus WIEBEL-SOOTH 1998).

sammenfassung von Daten mehrerer Experimente dargestellt ist, präsentiert sich abschnittweise als Potenzspektrum darstellbar:

$$\frac{dN}{dE} \sim E^{-\alpha} \qquad \text{mit} \quad \alpha \approx \begin{cases} 2{,}7 & \text{für } 10^{12}\,\text{eV} < E < 2\cdot 10^{15}\,\text{eV} \\ 3 & \text{für } 2\cdot 10^{15}\,\text{eV} < E < 3\cdot 10^{18}\,\text{eV} \\ 2{,}6 & \text{für } E > 3\cdot 10^{18}\,\text{eV} \end{cases} \tag{1.1}$$

Die Änderung des *Spektralindex* α (d. h. der negative Exponent im differentiellen Spektrum) bei $2\cdot 10^{15}$ eV wird als „Knie“ des Energiespektrums bezeichnet.

1.2.1 Supernova-Überreste als Quellen der kosmischen Strahlung

Die kosmische Strahlung zwischen ≈ 1 TeV und dem Knie sollte nach vorherrschender Meinung überwiegend galaktischen Ursprungs sein (LONGAIR 1994).[2]

Das plausibelste „galaktische Szenario“ betrachtet die Schockfronten von Supernova-Überresten in unserer Galaxis als Quellen der kosmischen Strahlung. Diese bilden sich aus, wenn der überschallschnelle Materieausstoß der Supernova-Explosion (mit Machzahlen von 50-300) in

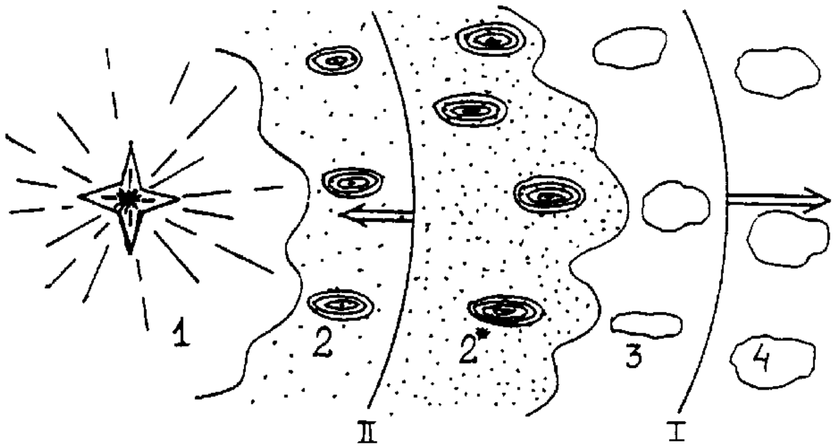


Abbildung 1.2: Skizze der Konstellation in einem jungen Supernova-Überrest (aus LOZINSKAYA 1991). Die Beschreibung findet sich im Text.

die umgebende interstellare Materie eindringt. Abb. 1.2 zeigt das Standard-Schema eines jungen Supernova-Überrest:
(I) markiert die Schockfront, die die Ausstoßprodukte im interstellaren Gas erzeugen, und die sich mit Geschwindigkeiten von 6000 bis 10000 km/s bewegt. Die durch die Schockfront komprimierte und erhitzte Umgebungsmaterie resp. die noch ungestörte Umgebungsmaterie sind mit (3) resp. (4) gekennzeichnet. Der (viel schwächere) „Rückwärts-Schock“ (II) (der durch die Abbremsung der Schockfront(I) durch die aufgesammelte interstellare Materie entsteht und sich in der frühen Phase nur relativ zur Schockfront (I) rückwärts bewegt) erhitzt die weiteren Ausstoßprodukte (verdünntes Gas und dichtere „Klumpen“ , 2 resp. 2*). (1) ist das eventuell (je nach Supernova-Typ) entstehende, zurückbleibende kompakte Objekt (Neutronenstern oder schwarzes Loch) mit der Wolke von relativistischen Teilchen.

[2]Es gibt aber ernstzunehmende Modelle, die einen überwiegend extragalaktischen Ursprung erklären könnten, siehe z. B. PLAGA 1998 und Referenzen darin.

Folgende Gründe sprechen für ein solches Szenario:

- Es scheint sehr plausibel, daß in Supernova-Überresten die beobachteten Teilchenenergien bis zu einigen PeV erreicht werden, wobei das Spektrum in natürlicher Weise einem Potenzgesetz gehorcht:
  Die Theorie zur Beschleunigung von geladenen Teilchen in solchen Schockfronten ist die *Fermi*-Beschleunigung 1. Ordnung (s. z. B. GAISSER 1990), ein stochastischer Beschleunigungsprozeß, der an Grenzflächen zwischen zwei elastisch streuenden Medien mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten auftritt. Der Beschleunigungsprozeß führt direkt auf ein Energiespektrum in Form einer Potenzfunktion, wobei der Spektralindex an der Quelle nach theoretischen Rechnungen zwischen 2 (BELL 1978, dies ist der flachste durch *Fermi*-Beschleunigung erreichbare Spektralindex im Limit eines sehr starken Schocks in einatomigen Gasen) und $\frac{7}{3}$ (BIERMANN 1993) liegen sollte. Diffusionsmodelle, welche die mit zunehmender Energie kürzer werdende Verweildauer in der Galaxis berücksichtigen, führen dann auf eine Erhöhung des Spektralindex um $\approx 0{,}6$ (SWORDY ET AL. 1990), also auf einen resultierenden Index, der etwa dem Gemessenen entspricht.

- Energetische Betrachtungen, die die Verweildauer der kosmischen Strahlung in unserer Galaxis einbeziehen, erfordern sehr starke Quellen. Bei einer Supernova-Rate von 1 pro 50 Jahren und einer mittleren freigesetzten kinetischen Energie der hadronischen Ausstoßprodukte von 10^{44} J pro Supernova benötigt man eine Effizienz zur Beschleunigung der kosmischen Strahlung von ca. 10% (DRURY ET AL. 1989), um den beobachteten Fluß zu erreichen, was im Bereich des Möglichen erscheint.

Derzeit ist keine andere Klasse von galaktischen Objekten bekannt, von der anzunehmen ist, daß diese Leistung aufgebracht werden kann. Größere Unsicherheit besteht darin, ob genügend viele, hinreichend energetische Ionen in die Schockregion injiziert werden, damit Fermi-Beschleunigung stattfinden kann; Vorschläge findet man z. B. in DRURY ET AL. 1989 und BELL 1978B.

Wenn Supernova-Überreste durch oben erwähnten Mechanismus Hadron-Beschleuniger darstellen, so sind sie auch mehr oder minder starke Emitter von γ-Strahlung: Durch zwangsläufig auftretende hadronische Wechselwirkungen der beschleunigten Kerne in der interstellaren Materie (die durch die Schockfront erheblich verdichtet sein kann) entstehen auch neutrale Pionen, die wegen ihrer kurzen Lebensdauer praktisch immer in 2 γ's zerfallen. Theoretische Rechnungen ergaben, daß man für günstige, aber realistische Konstellationen durchaus den Empfindlichkeitsbereich heutiger Instrumente für TeV- und Multi-TeV-γ-Energien erreichen könnte, vorausgesetzt, daß die Supernova-Überreste tatsächlich für den Löwenanteil der galaktischen Komponente der kosmischen Strahlung verantwortlich sind (DRURY ET AL. 1994).

1.3 Kosmische γ-Quellen

1.3.1 Bislang nachgewiesene γ-Punktquellen

Das Satellitenexperiment, das derzeit die höchsten γ-Energien messen kann (bis ca. 30 GeV) ist der EGRET-Detektor auf dem Compton-Gamma-Ray-Observatory-Satelliten (CGRO). Im zweiten EGRET-Katalog (THOMPSON ET AL. 1995) sind 129 Einzelquellen verzeichnet. Da die Winkelauflösung des Detektors zwischen 10° für die niedrigsten und 0,5° für die höchsten meßbaren Energien liegt, lassen sich zu vielen Quellpositionen nicht eindeutig die verursachenden Objekte finden. Eindeutig identifizierte Quellen sind aber eine Reihe von aktiven Galaxienkernen (AGN), 4 Pulsare und die große Magellansche Wolke (LMC). Abb. 1.3 zeigt eine Himmelskarte mit den eingezeichneten Objekten des Kataloges. Oberhalb der durch das

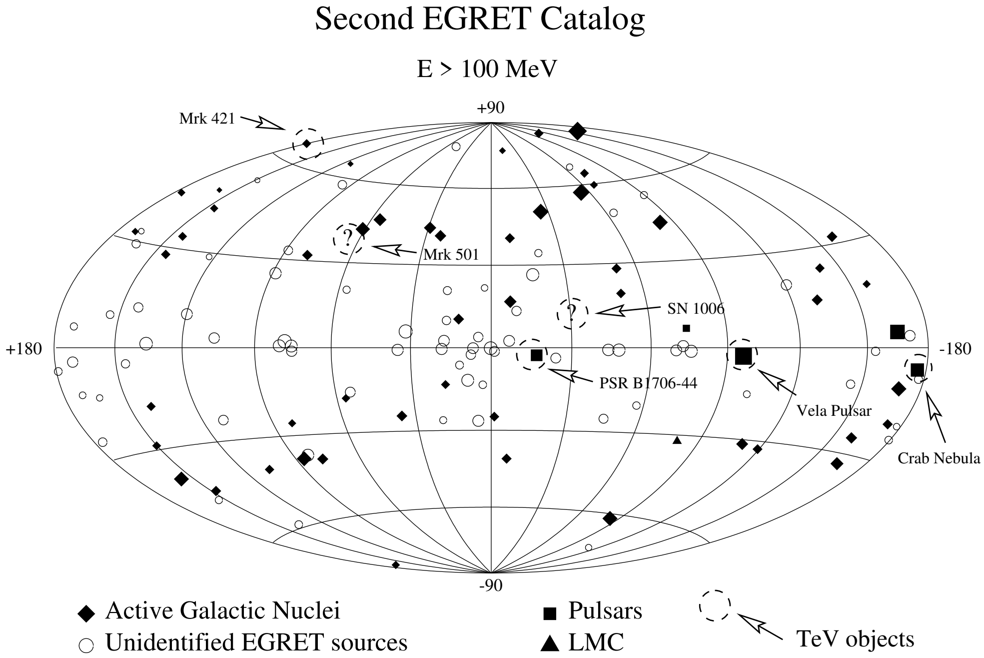


Abbildung 1.3: Die 129 γ-Punktquellen des zweiten EGRET-Kataloges in galaktischen Koordinaten (aus THOMPSON ET AL. 1995). Die gestrichelten Kreise markieren die Quellen, die mit abbildenden Čerenkov-Teleskopen im TeV-Bereich als zweifelsfrei nachgewiesen gelten. Zwei dieser Quellen (mit Fragezeichen markiert) tauchen im EGRET-Katalog nicht auf.

EGRET-Experiment zugänglichen Energien sind im Energiebereich um 1 TeV in erster Linie die Entdeckungen von Quellen durch abbildende Luft-Čerenkovteleskope (**I**maging **A**ir **C**herenkov **T**elescopes, „IACTs“) durch gefundene integrale Flußüberschüsse zu nennen: Als erste unumstritten nachgewiesene γ-Quelle wurde der Crab-Nebel im 1 TeV-Bereich mit dem abbildenden Whipple-Čerenkovteleskop gefunden (WEEKES ET AL. 1989). (Der Crab-Nebel ist der Überrest der Supernova im Jahre 1054 im Sternbild Stier, deren Ausbruch von chinesischen Astronomen beobachtet und festgehalten wurde. Das Objekt befindet sich mit einer Entfernung von ca. 2 kpc [3] deutlich innerhalb der Galaxis.) Das Objekt wurde seitdem von verschiedenen abbilden-

[3] Das parsec (pc) ist die gebräuchliche Entfernungseinheit in der Astronomie, es entspricht etwa 3,2 Lichtjahren oder $3 \cdot 10^{16}$ m. Zur Orientierung seien hier einige Werte angegeben:

Dist. Erde–Sonne:	$4{,}8 \cdot 10^{-6}$ pc	Radius der Galaxis:	≈ 15 kpc
Erde-α Cen (nächster Fixstern):	1,3 pc	Dist. Erde–M 31 (nächste regul. Galaxie):	690 kpc
Dist. Erde–gal. Zentrum:	8,2 kpc	Dist. Erde–Virgo-Cluster (nächster Galaxienhaufen)	≈ 20 Mpc
Dicke der Galaxis:	≈ 2 kpc	Dist. Erde–Mrk 421:	≈ 130 Mpc

Große Distanzen d werden durch ihre Rotverschiebung z charakterisiert ($z := \Delta\lambda/\lambda$). Für $z \ll 1$ gilt annähernd $d = cz/H$. Nimmt man für die Hubble-Konstante den Wert $H = 70\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{Mpc}^{-1}$ an, so errechnet sich die Distanz d dann zu $d = z \cdot 4250\,\mathrm{Mpc}$.

den und nicht-abbildenden Luft-Čerenkov-Teleskopen beobachtet und γ-Energien bis 50 TeV gemessen (s. dazu Abb. 5.4).

Mrk 421 und Mrk 501 sind zwei AGNs vom BL Lac-Typ, die erstmals ebenfalls von der Whipple-Kollaboration nachgewiesen wurden (PUNCH ET AL. 1992, QUINN ET AL. 1996) und auch mit den HEGRA-Čerenkovteleskopen bestätigt wurden (PETRY ET AL. 1996, BRADBURY ET AL. 1997). Diese Objekte zeichnen sich durch hohe Flußvariabilität auf einer Zeitskala von Tagen aus.

Auf der Südhalbkugel dürfen drei γ-Punktquellen im 1 TeV-Bereich als etabliert gelten: Zwei Pulsare (PSR B1706-44 und der Vela-Pulsar) und der Supernova-Überrest SN 1006. Alle drei sind vom CANGAROO-Experiment mit einem abbildenden Čerenkovteleskop gemessen worden (KIFUNE ET AL. 1995, YOSHIKOSHI ET AL. 1997, TANIMORI ET AL. 1998).

Für fünf weitere Objekte sind in modernen IACT-Experimenten ernstzunehmende Hinweise durch integrale Flußüberschüsse gefunden worden, die nach allgemeiner Meinung wohl noch Bestätigung brauchen: Das Bl-Lac-Objekt 1ES 2344+514 (CATANESE ET AL. 1997, Whipple), der galaktische Mikro-Quasar GRS 1915+105 (AHARONIAN & HEINZELMANN 1998, HEGRA) auf der nördlichen Hemisphäre; die beiden Pulsare PSR B1259-63, PSR B1509-58 (siehe SAKO ET AL. 1997, CANGAROO) und das Röntgenbinärsystem Cen X-3 (CHADWICK ET AL. 1998, MARK-6) auf der südlichen Himmelshalbkugel. Es ist darauf hinzuweisen, daß es sich im Falle des Crabnebels sicher nicht und im Falle von SN 1006 sehr wahrscheinlich nicht um γ-Strahlung nach der in Abschnitt 1.2 beschriebenen Schockbeschleunigung von Atomkernen in Supernova-Überrest-Schalen handelt (s. auch Abschnitt 1.3.2.1), sondern durch aus inverser *Compton*-Streuung erhaltene hochenergetische Photonen.

1.3.2 Modelle für γ-Quellen im TeV-Bereich

Neben dem bereits beschriebenen Mechanismus für γ-Strahlung von Supernova-Überresten gibt es weitere Modelle, die TeV-γ-Strahlung von verschiedenen kosmischen Objektklassen zu erklären versuchen. Im folgenden werden kurze Abrisse dieser Ideen gegeben. Keine von ihnen ist allerdings völlig unumstritten, weswegen kurz die verschiedenen Szenarien einander gegenübergestellt werden.

1.3.2.1 Pulsare als γ-Quellen

Pulsare sind 1967 zunächst als Radioobjekte gefunden worden; später auch im optischen und Röntgen-Bereich identifiziert worden. Es handelt sich dabei um Neutronensterne: Extrem kompakte Überbleibsel von in einer Supernova-Explosion vergangenen Sternen von einigen km Durchmesser und Rotationsperioden von einigen Millisekunden bis hin zu einigen Sekunden.

In Bezug auf γ-Strahlung erzeugende Mechanismen sind drei Konstellationen zu unterscheiden:

Isolierte Pulsare
Für isolierte Pulsare haben bereits GUNN & OSTRIKER 1969 das erste Modell zur Beschleunigung von geladenen Teilchen zu hohen Energien vorgeschlagen: Wenn die Rotationsachse

des Neutronensternes nicht mit der Achse des Magnetfeldes zusammenfällt, können Teilchen sehr effizient durch die entstehenden niederfrequenten Dipolwellen beschleunigt werden. Dieses Modell funktioniert jedoch in der einfachsten Form nur im Vakuum oder sehr kleinen Plasmadichten in der Umgebung des Pulsars.

Modernere Betrachtungen berücksichtigen in magnetohydrodynamischen Rechnungen die komplexen Verhältnisse der plasmagefüllten Magnetosphäre der Pulsare. Zur direkten Erzeugung von hochenergetischer γ-Strahlung sind in erster Linie zwei konkurrierende Mechanismen populär, die insbesondere den hohen Anteil an gepulster γ-Strahlung, der für einige Objekte bis zu EGRET-Energien vorhanden ist (RAMANAMURTHY ET AL. 1995), erklären können:

Im Polkappen-Modell (s. z. B. DAUGHERTY & HARDING 1994) werden geladene Teilchen durch die extremen induzierten elektrischen Felder aus der Oberfläche des Neutronensterns extrahiert und beschleunigt. Diese können durch Abstrahlung in den gekrümmten Magnetfeldlinien oder per inverser *Compton*-Streuung an niederenergetischen Photonen der Umgebung hochenergetische γ-Strahlung erzeugen. Dieser Mechanismus wird als annähernd genügend effizient erachtet, um den teilweise beachtlichen Anteil der in γ-Strahlung umgesetzten Abbremsleistung aus der Rotation zu erklären (ARONS 1996); es gibt aber Probleme hinsichtlich der Beobachtbarkeit wegen zu erwartender starker Kollimation des entstehenden Strahles.

Im *outer-gap*-Modell wird die Teilchenbeschleunigung in die äußeren Bereiche der Magnetosphäre verlegt (CHENG & RUDERMAN 1977), in dem geschlossene und offene Magnetfeldlinien aneinandergrenzen[4] und sich wieder starke elektrische Feldstärken ergeben, die dann wie im Polkappen-Modell γ-Strahlung erzeugen können. In diesem Falle ergibt sich ein großer Abstrahlungs-Raumwinkel automatisch, kritischer ist in diesem Modell die Effizienz des Prozesses (ARONS 1996).

Im Gegensatz zu dem eingangs erwähnten Vakuum-Fall erzeugen die Dipolwellen im Plasma der Magnetosphäre einen relativistischen Pulsar-Wind von Elektronen, Positronen und möglicherweise auch einem signifikanten Anteil von Ionen (REES & GUNN 1974, s. auch z. B. THIELHEIM 1993), der in typischen Fällen den größten Anteil aus der Abbremsleistung aufnimmt (HARDING 1996). Trifft dieser Wind auf andere Materie (s. nächster Absatz), so ergibt sich wieder die Möglichkeit, durch den *Fermi*-Mechanismus geladene Partikel zu beschleunigen. Je nach Konstellation ergeben sich daraus auch wieder verschiedene Optionen zur γ-Produktion.

Plerionen

Plerionen sind mit einem Nebel „gefüllte“ Supernova-Überreste, in deren Zentrum sich der Pulsar als Rest des explodierten Sternes befindet. Der beststudierte Plerion ist der Crab-Nebel, bei dem in Bezug auf hochenergetische γ-Strahlung das *Synchrotron-Self-Compton*-Modell (SSC), zumindest prinzipiell, allgemein akzeptiert ist (DE JAGER & HARDING 1992). Es basiert auf Teilchenbeschleunigung in dem in KENNEL & CORONITI 1984 dargestellten starken magnetohydrodynamischen Schock des Pulsar-Windes im Inneren des Nebels.

Die in der Schockfront auf Energien bis zu 10^{16} eV beschleunigten Elektronen strahlen im Magnetfeld des Nebels Synchrotronphotonen ab. Die Berücksichtigung von inverser *Compton*-Streuung der Elektronen an den „selbsterzeugten“ Synchrotronphotonen in DE JAGER & HAR-

[4]Diese Region befindet sich in der Nähe des sogenannten *Lichtzylinders* mit dem Radius $R_L := c/\Omega$. Aus relativistischen Gründen können die in der Nähe des Neutronensternes geschlossenen und mit dem Stern mitrotierenden magnetischen Dipolfeldlinien jenseits von R_L nicht geschlossen bleiben.

DING 1992 erlaubt eine gute Modellierung des gemessenen γ-Energiespektrums von 1 MeV bis oberhalb von 1 TeV bei gleichzeitiger Konsistenz mit den Radiobeobachtungen und den Annahmen über das Magnetfeld. Dieser Mechanismus führt auf eine ungepulste γ-Strahlung des Nebels. Mit dem SSC-Modell als Basis werden auch zusätzliche Komponenten aus Bremsstrahlung der hochenergetischen Elektronen in dichteren Filamenten des Crab-Nebels und mögliche γ's aus π^0-Zerfällen, falls auch Protonen in der Schockfront mitbeschleunigt werden, diskutiert (ATOYAN & AHARONIAN 1996).

Die Modelle zur γ-Strahlung sind bei anderen Plerionen ähnlich, wobei auch andere Photon-Felder als das sich aus der Synchrotronstrahlung Ergebende mit berücksichtigt werden (Mikrowellen-Hintergrundstrahlung, Infrarotphotonen von interstellarem Staub etc.).

Röntgenbinärsysteme
In engen Systemen aus einem Neutronenstern und einem Hauptreihenstern vergleichbarer Masse, die um den gemeinsamen Schwerpunkt rotieren, kann es zu Ausbildung einer Akkretionsscheibe um den dichten Partner kommen, die durch einen stetigen Materiefluß vom Begleitstern gespeist wird. Solche Objekte werden als Röntgenbinärsysteme bezeichnet.[5]

Neben den oben erwähnten Erzeugungsmechanismen kommt in diesem Falle als mögliche Quelle hochenergetischer geladener Teilchen die Akkretionsscheibe in Frage, in der (bei nicht verschwindendem Winkel zwischen Scheibenebene und Magnetfeldlinien des Pulsars) durch die Bahnbewegung beträchtliche elektrische Felder induziert werden können, die geladene Teilchen auf Energien $\gtrsim 10^{16}$ eV beschleunigen können. Vorhandene Materie als „Target“ erlaubt dann im Falle von beschleunigten Protonen wieder die γ-Erzeugung über π^0-Produktion und -Zerfall.

Röntgenbinärsysteme spielen eine besondere (und eher unglückliche) Rolle in der γ-Astronomie. So war wohl vor allem das im Kiel-Experiment gefundene Signal aus der Richtung von Cyg X-3 im 1000 TeV-Bereich (SAMORSKI & STAMM 1983) und dessen Bestätigung durch das Haverah-Park-Experiment (LLOYD-EVANS ET AL. 1983) **der** Auslöser zum Bau von um mindestens eine Größenordnung empfindlicheren Instrumenten, von denen man sich eine reiche Ernte an Quellen am γ-Himmel versprach. Das Gegenteil war jedoch der Fall: Die erwarteten hochsignifikanten Signale blieben aus, und auch Cyg X-3 blieb dunkel. Seitdem gab es zwar immer wieder Veröffentlichungen von möglichen Signalen von diversen Röntgenbinärsystemen, besonders nach speziellen Periodizitätsanalysen, die auf periodische Signale entsprechend der bekannten optischen oder Röntgenstrahlungs-Pulsfrequenz empfindlich waren; bis 1993 wurden von mindestens 17 Objekten dieser Klasse mögliche Signale veröffentlicht (CRONIN ET AL. 1993). Die Signifikanzen dieser Beobachtungen waren aber immer moderat, und teilweise wurden seltsam anmutende Ergebnisse erzielt (wie z. B. mögliche γ-Strahlungsausbrüche während der Bedeckung des Pulsars durch den Begleitstern).

Die wohl denkwürdigste Kombination von Meßergebnissen wurde im Sommer 1986 von drei verschiedenen Experimenten für Her X-1 erzielt: An verschiedenen Tagen wurden in 2 Čerenkovlicht-Experimenten und einem Szintillatorfeld (CYGNUS-Experiment, Los Alamos) moderate Überschüsse von Ereignissen festgestellt, für die sich nach Periodizitätsanalysen bizarrerweise die gleiche, gegenüber der Röntgenfrequenz „blauverschobene“ Frequenz ergab

[5] Statt des Neutronensterns kommt auch ein schwarzes Loch oder ein weißer Zwergstern in Frage. In letzterem Fall bezeichnet man das resultierende Gebilde als *kataklysmischen Veränderlichen*, weil die Materieakkretion auf den weißen Zwerg zu unregelmäßigen heftigen Ausbrüchen führt.

(Abb. 1.4).

Eine mögliche Erklärung des Phänomens geben AHARONIAN & ATOYAN 1996 mit dem *moving-target-crosses-beam*-Szenario (s. Abb. 1.5): Falls der Begleiter des Neutronensterns massive Gasausströmungen erleidet (z. B. durch Röntgenaufheizung der äußersten Schichten), so stellen diese Wolken bei geeigneter Trajektorie ein effektives „Target" für einen möglicherweise vorhandenen relativistischen Protonstrahl des Pulsars dar. Wenn die Wolke ein genügend hohes Magnetfeld besitzt, um die Richtungen der eindringenden Protonen isotrop zu machen, kann γ-Strahlung auch unter anderen Winkeln als der ursprünglichen Strahlrichtung beobachtet werden. Durch *Doppler*-Verschiebung wegen der sich fortbewegenden Wolke kann dann eine entsprechende Periodenänderung der γ-Strahlung gegenüber der Pulsarperiode erklärt werden.

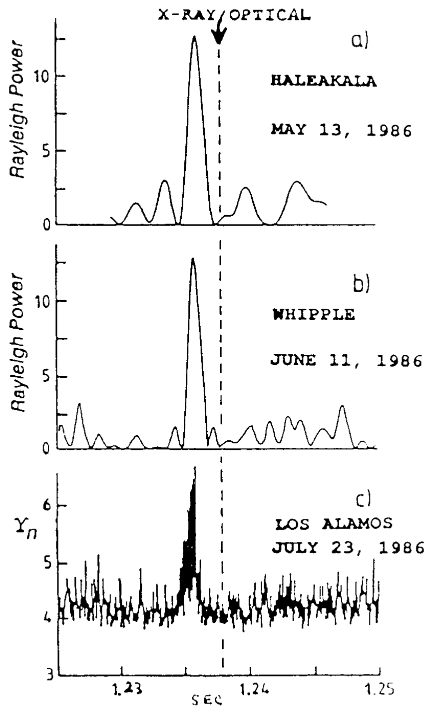


Abbildung 1.4: Ergebnisse von Periodizitätstests auf Her X-1–Daten von drei verschiedenen Experimenten (s. Text). (Aus YODH ET AL. 1986)

Bezüglich des Glaubens daran, daß Röntgenbinärsysteme TeV- und Multi-TeV-γ-Strahlungsquellen darstellen, ist die Gemeinschaft der Astrophysiker jedenfalls gespalten. Als Beispiel einer optimistischen Betrachtung sei etwa CHADWICK ET AL. 1990, als Beispiel einer skeptischen Einstellung WEEKES 1992 genannt . Die Situation könnte sich ändern, wenn die in Abschnitt 1.3.1 erwähnte Messung eines Signals von Cen X-3 unabhängige Bestätigung erfährt. (Es handelt sich dabei um die Messung eines integralen Flußüberschusses einer Signifikanz über 6 σ; pikanterweise lieferte die Suche nach gepulster Strahlung ein negatives Resultat.) Als erstes Röntgenbinärsystem überhaupt liefert Cen X-3 auch deutliche Hinweise auf γ-Strahlung in den EGRET-Daten (VESTRAND ET AL. 1997, s. aber auch MORI ET AL. 1997 bzgl. eines möglichen EGRET-Signals von Cyg X-3).

1.3.2.2 Weitere galaktische γ-Quellkandidaten

Zwei weitere, als vielversprechend anzusehende Klassen von Kandidaten für hochenergetische γ-Strahlung sollen noch kurz vorgestellt werden.

Mikro-Quasare

1994 und 1995 wurden für die beiden galaktischen unregelmäßigen Röntgenquellen GRS 1915+105 und GRO J1655-40 scheinbare Überlichtgeschindigkeiten von ausgestoßenen Plasmawolken festgestellt (MIRABEL & RODRIGUEZ 1994, TINGAY ET AL. 1995). (Für eine Erklärung dieses Phänomens s. den nächsten Abschnitt 1.3.2.3.) Möglicherweise können diese daher als Miniatur-Ausgaben der bei AGNs bekannten Jets angesehen werden. So wird auch vermutet, daß sich im Zentrum beider Objekte akkretierende schwarze Löcher (mit einer Masse von $\approx 7M_\odot$) befinden (BANDYOPADHYAY ET AL. 1998), beide Objekte weisen sehr unregelmäßige Aktivität mit stark variablen Spektralindizes auf.

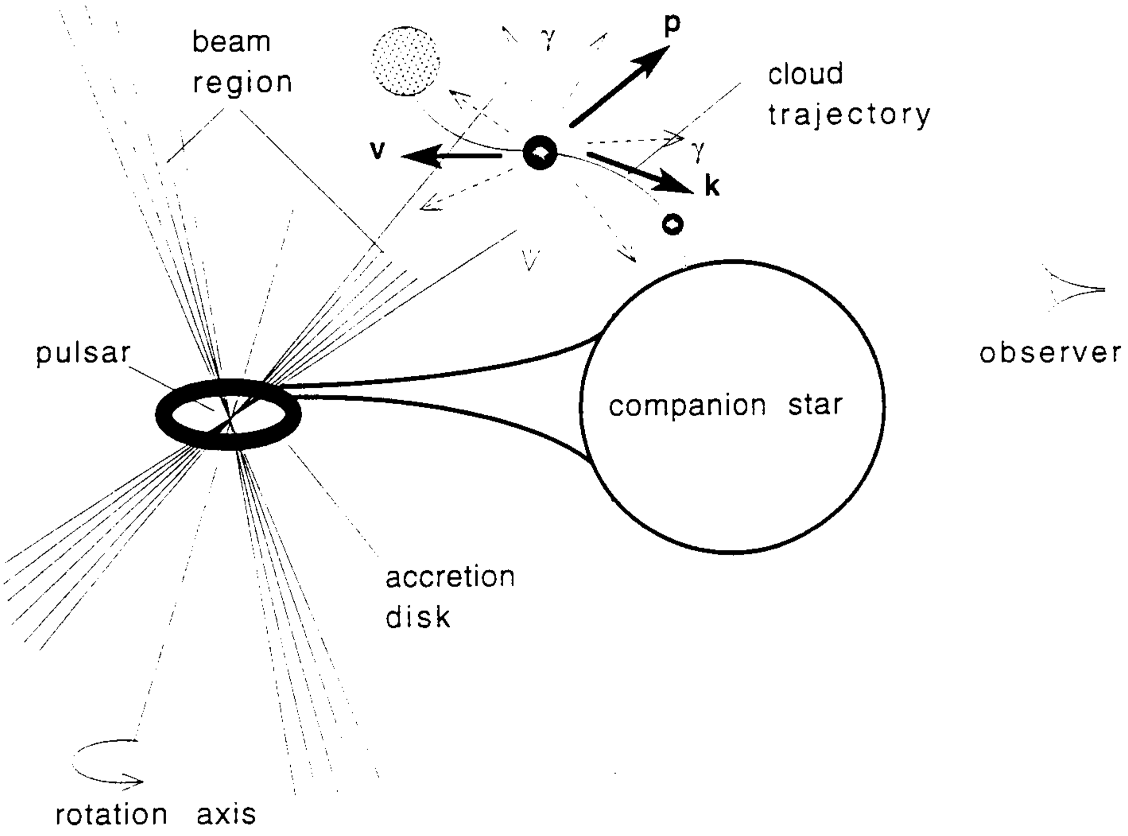


Abbildung 1.5: Mögliches Szenario zur γ-Erzeugung in einem Röntgenbinärsystem, s. Text (aus AHARONIAN & ATOYAN 1996).

Wegen dieser Ähnlichkeiten mit Blazaren müssen solche Objekte ebenfalls als Kandidaten für hochenergetische γ-Strahlung angesehen werden, wobei dann auch dieselben Erzeugungsmechanismen angenommen werden dürfen. Auch für die akkretierenden Binärsysteme SS 433 und Cyg X-3 wurden Jets nachgewiesen, allerdings ohne scheinbare Überlichtgeschwindigkeiten. Es ist zu vermuten, daß Jet-Phänomene bei galaktischen Objekten gar nicht so selten sind. Akkretierende stellare schwarze Löcher mit ausgebildeten Jets könnten dann möglicherweise auch als Kandidaten für die Beschleunigung der kosmischen Strahlung gelten.

Junge offene Sternhaufen

In Sternentstehungsgebieten angesiedelte offene Sternhaufen oder -assoziationen enthalten gelegentlich seltene junge, extreme Sterne (*Wolf-Rayet*-Sterne, leuchtstarke blaue Veränderliche (LBVs), Riesen und Überriesen vom Spekraltyp O f) mit starken und schnellen Sternenwinden. Diese können in der lokal verdichteten interstellaren Materie oder in der Nähe anderer Sterne zu großen stationären Schockfront-Systemen führen. In diesen Schockfronten können dann (wie in Abschnitt 1.2.1 erläutert) Protonen und schwerere Kerne beschleunigt werden und über π^0-Produktion γ-Strahlung erzeugen. In MANCHANDA ET AL. 1996 ist eine Reihe von solchen Sternhaufen angegeben, und es wird gezeigt, daß in sieben Fällen unidentifizierte (in der Richtung kompatible) COS B-γ-Quellen existieren, wobei in diesen Fällen besonders hohe Wind-Endgeschwindigkeiten (größer 2500 km/s) vorliegen. Die Autoren halten es dabei für möglich, daß solche Gebilde durchaus einen signifikanten Beitrag zur gesamten kosmischen

Strahlung beitragen.

Als aussichtsreichster Kandidat, als γ-Strahlungsquelle bei Energien $\gtrsim 1$ TeV sichtbar zu sein, gilt der offene Sternhaufen Berk 87 (GIOVANNELLI ET AL. 1996). Der darin lokalisierte *Wolf-Rayet*-Stern WR 142 (ST 3, Sand 5) produziert einen extrem schnellen Wind mit einer Endgeschwindigkeit von ≈ 5200 km/s, entsprechend einer Machzahl $\gtrsim 26$ (POLCARO ET AL. 1991). Mit einer Entfernung von ca. 0,9 kpc handelt es sich um ein recht nahes Objekt. Im zweiten EGRET-Katalog ist die Quelle 2EG J2019+3719 bei einer Richtungsauflösung von ca. 20 Bogenminuten kompatibel mit Berk 87. Wenn diese EGRET-Quelle auf Berk 87 zurückzuführen und oben erwähnte Schockfront-Beschleunigung tatsächlich verantwortlich für die γ-Strahlung ist, stellt auch der von EGRET gemessene Spektralindex von $\alpha = 1{,}9 \pm 0{,}1$ ein Indiz für einen starken Schock dar. Darauf basierende Flußvorhersagen führen für γ-Energien im TeV-Bereich und darüber zu Werten, die im Bereich der erreichbaren Sensitivitäten von heutigen Experimenten liegen (GIOVANNELLI ET AL. 1996, s. auch Abb. 5.7), falls die Abbruchenergien des Beschleunigungsmechanismusses nicht zu klein sind.

1.3.2.3 Aktive Galaxienkerne

Aktive Galaxienkerne (*AGN*s) ist eine Bezeichnung, unter der mehrere, zunächst einmal sehr verschiedene Objektklassen subsummiert werden. Im Laufe der zweiten Hälfte diese Jahrhunderts wurden verschiedene, nicht-stellare Objekte entdeckt (Seyfert-Galaxien, Radiogalaxien, Quasare, BL Lac-Objekte, QSOs, OVVs und andere), für die sich im Laufe der achziger Jahre das in wesentlichen Zügen allgemein akzeptierte, vereinheitlichte AGN-Modell herausbildete, was sich folgendermaßen darstellt:

Ein kleiner Bruchteil aller Galaxien hat in ihrem Kern ein supermassives ($M =$

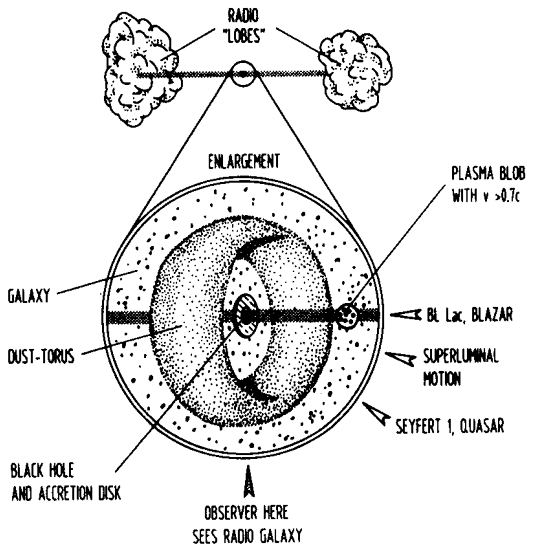


Abbildung 1.6: Schematische Darstellung eines AGN (aus BLOEMEN 1994).

$10^8 M_\odot \ldots 10^{10} M_\odot$) schwarzes Loch, welches Materie aus der Umgebung akkretiert. Zumindest bei den sogenannten „radio-lauten“ Objekten bilden sich senkrecht zu der sich ausbildenden Akkretionsscheibe Plasmajets aus, in denen Materie kollimiert und mit hochrelativistischen

Energien aus der Zentralregion herausschießt. Diese Jets führen durch Wechselwirkung mit der intergalaktischen Materie in großen Entfernungen (einige 100 kpc) von der Wirtsgalaxie zu den riesigen Radio-Lobes (in der gleichen Größenordnung). In dem richtungsweisenden Artikel BLANDFORD & KÖNIGL 1979 wurde vorgeschlagen, die hohe Intensität, Polarisation und Variabilität derjenigen AGNs, die eine kompakte Radio-Quelle im Zentrum aufweisen, durch Synchrotronstrahlung von Elektronen zu erklären, die durch Schockfronten im Jet beschleunigt werden. Die verschiedenen Erscheinungsformen der oben genannten Objekte lassen sich dann durch den Winkel zwischen der Jet-Achse und der Sichtlinie erklären (s. Abb. 1.6). Als Phänomene, die bei vielen AGNs anzutreffen sind, lassen sich nichtthermisches Radiospektrum, starke Variabilität in verschiedenen Wellenlängenbereichen auf einer Skala von Tagen und scheinbare Überlichtgeschwindigkeiten von Radio-„Knoten“ im Jet nennen. Letzterer Effekt ergibt sich, wenn einer der Jets einen kleinen, aber nicht verschwindenden Winkel ($\lesssim 1-\beta_{\mathrm{Jet}}$) zur Sichtlinie einschließt: Eine auffällige lokale Verdichtung, die sich mit annähernd Lichtgeschwindigkeit längs des Jets bewegt, scheint sich seitwärts mit Überlichtgeschwindigkeit zu bewegen. Eine genauere relativistische Betrachtung zeigt, daß scheinbare Überlichtgeschwindigkeiten ein $\beta_{\mathrm{Jet}} > 1/\sqrt{2}$ ($\approx 0{,}7$) erfordern, und allgemein gilt (URRY & PADOVANI 1995)

$$\beta_{\mathrm{scheinbar}}(\theta) = \frac{\beta_{\mathrm{Jet}} \sin(\theta)}{1-\beta_{\mathrm{Jet}} \cos(\theta)} \tag{1.2}$$

mit einer maximalen scheinbaren Geschwindigkeit von

$$\beta_{\mathrm{scheinbar,\ max}} = \frac{\beta_{\mathrm{Jet}}}{\sqrt{1-\beta_{\mathrm{Jet}}^2}} \qquad \text{bei} \qquad \theta_{\mathrm{max}} = \arccos(\beta_{\mathrm{jet}}) \tag{1.3}$$

woraus sich bei beobachteter Überlichtgeschwindigkeit also ein Mindestwert für den Lorentzfaktor γ_{Jet} ($= 1/\sqrt{1-\beta_{\mathrm{Jet}}^2}$) des Jets ergibt.

Details des vereinheitlichten Modells werden auch heute noch lebhaft diskutiert (s. z. B. ANTONUCCI 1993), wobei es in erster Linie um die Frage geht, welche Eigenschaften sich aus den verschiedenen Sichtwinkeln auf den AGN ergeben und welche Objekt-intrinsisch sind.

Obwohl die genauen Vorgänge, die zur Ausbildung der Jets führen, noch nicht vollständig geklärt sind, ist es evident, daß der Jet für das Erscheinungsbild im γ-Bereich verantwortlich ist: Alle mit AGNs identifizierten Objekte des EGRET-Kataloges und auch beide zweifelsfrei nachgewiesenen AGNs im TeV-Bereich sind sogenannte *Blazare* (darunter werden Bl Lac-Objekte und die ähnlichen sogenannten **O**ptical **V**iolent **V**ariables, OVVs verstanden), bei denen wir praktisch in den Jet hineinschauen.[6] Unabhängig vom Erzeugungsmechanismus der γ-Strahlung im Jet ist sie durch die relativistische Bewegung sowohl energetisch (relativistischer *Doppler*-Effekt) als auch in ihrer Intensität (relativistisches „Beaming“) deutlich verstärkt.

Welcher Mechanismus für das Zustandekommen der γ-Strahlung im GeV- und TeV-Bereich verantwortlich ist, wird derzeit noch ausgesprochen kontrovers diskutiert. Dabei lassen sich die vorgeschlagenen Erzeugungsmodelle in die Schlagworte „Elektron-Blazar“ und „Proton-Blazar“ teilen.

Beim Elektron-Blazar-Modell ist die entscheidende Komponente im Jet ein beschleunigtes Elektron-Positron-Paarplasma, welches Synchrotronstrahlung in den Magnetfeldern des Jets

[6] Das Akronym „Grazar“ für Gamma-Ray Blazar (STECKER & DE JAGER 1996) hat sich glücklicherweise nicht durchgesetzt.

erzeugt (BOETTCHER ET AL. 1997). Durch inverse *Compton*-Streuung[7] (IC) an externen (UV-)Photonen, z. B. aus der Akkretionsscheibe, oder an den Synchrotron-Photonen selbst (Synchrotron-Selbst-Compton-Prozesse, SSC) lassen sich unter Berücksichtigung des *Doppler*-Effektes TeV-Energien erzielen. Die Beschleunigung der Elektronen kann dabei wieder durch Schockbeschleunigung innerhalb des Jets geschehen, aber auch alternative Prozesse wurden vorgeschlagen (z. B. in BOETTCHER ET AL. 1999).

Tatsächlich erlaubt dieser Mechanismus eine gute Modellierung der bei Blazaren gemessenen Spektren vom Radio- bis in den TeV-Bereich. Eine recht harte obere Grenze in den Modellspektren um einige TeV ergibt sich durch die hohen Synchrotronverluste der Elektronen, weswegen Elektron-Blazar-Modelle zur Erklärung von höheren Energien vergleichsweise starke Bedingungen an die maximal erlaubten Magnetfeldstärken stellen.

Das Proton-Blazar-Modell (MANNHEIM 1993) geht davon aus, daß auch ein nennenswerter Anteil von Protonen im Plasma des Jets anwesend ist und diese in dessen Schockfronten mitbeschleunigt werden. Wegen wesentlich kleinerer Synchrotronverluste können diese Protonen höhere Energien als Elektronen erreichen. Pion- und Paarproduktion in Proton-Synchrotronphoton-Stößen führen dann zu γ-Strahlung entsprechend erhöhter Energien. Auch diese Vorstellung ermöglicht eine überzeugende Modellierung der gemessenen Spektren. Eine Schwierigkeit besteht aber darin, bei beobachteten Variabilitätsskalen von Tagen die entsprechende Luminosität zu erreichen (AHARONIAN ET AL. 1999).

In jedem Falle ergibt sich für γ's im TeV-Bereich wegen in γ-γ-Prozessen erzeugten e^+-e^--Paaren eine obere Grenze der Energien, was hohe Anforderungen an den *Doppler*-Faktor des Jets stellt, um jenseits von wenigen TeV noch γ-Strahlung zu erlauben.

Eine Entscheidung zwischen den Modellen ist derzeit nicht zu treffen. Das eindeutigste Kennzeichen für das Proton-Blazar-Modell liegt außerhalb der γ-Astronomie: Der Nachweis von Neutrinos aus AGNs wäre eine eindeutige Proton-Blazar-Signatur, weil sie zwangsweise beim Zerfall der geladenen Pionen (die neben den neutralen Pionen auch erzeugt werden müssen) entstehen.

Für die γ-Astronomie kommt erschwerend hinzu, daß auch die Intensität des diffusen intergalaktischen Infrarothintergrundes nicht ausreichend bekannt ist, weil er wegen Überdeckung durch Strahlung in unserem Sonnensystem und unserer Milchstraße extrem schwierig direkt zu messen ist. Dieser bedingt eine mehr oder minder starke Absorption von TeV-γ-Strahlung (genauer: Ein Hinunterkaskadieren der γ-Energien durch intergalaktische elektromagnetische Schauer) durch resonante e^+-e^--Paarerzeugung mit Hintergrundphotonen. Abb. 1.7 zeigt zur Verdeutlichung der bestehenden Unsicherheiten beispielhaft zwei verschiedene Szenarien: Während im Falle des *MacMinn&Primack*-Szenarios für nahe Blazare nur schwache Dämpfung bis zu einigen 10 TeV auftritt, ist die Abschwächung unter Zugrundelegung der Energiedichte nach *Dwek&Slawin* im TeV-Bereich schon erheblich.

Um zwischen den Einflüssen des Abbrechens des Beschleunigungsmechanismus, der Absorption in der Quelle und der Absorption im Infrarothintergrund bei abknickenden Spektren im TeV-Bereich zu unterscheiden, ist es sicher erforderlich, die simultan über einen großen Fre-

[7] Mit inverser Compton-Streuung werden in der Hochenergie-Astrophysik elastische Elektron-Photon-Streuprozesse bezeichnet, bei denen das Photon im jeweiligen Referenzsystem nach der Wechselwirkung eine höhere Energie hat als vorher. Es handelt sich daher nicht wirklich um einen irgendwie „umgekehrten“ Prozeß.

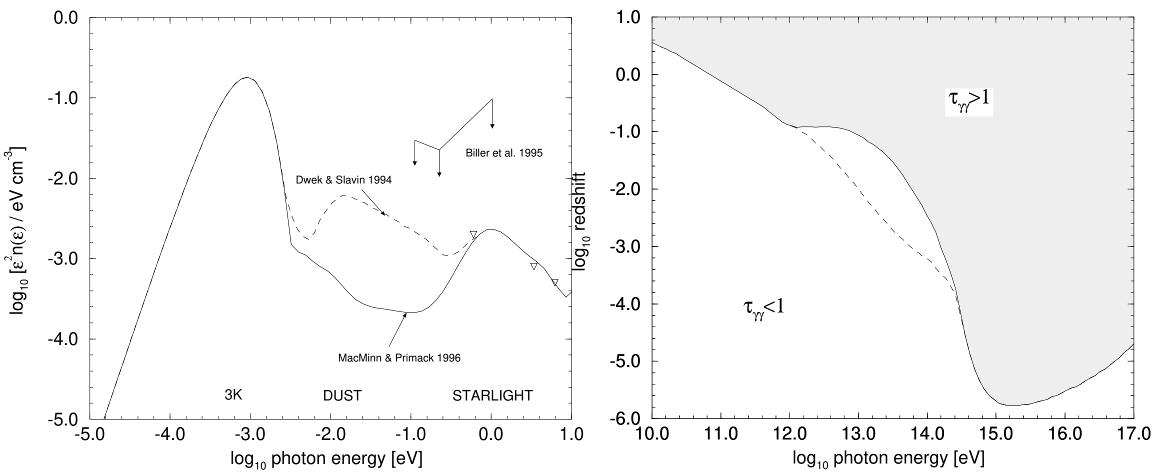


Abbildung 1.7: Links: Der intergalaktische elektromagnetische Strahlungshintergrund von Mikrowellen bis zum optischen Bereich. Die durchgezogene Linie entspricht einem Mittelwert von Abschätzungen aus diversen kosmologischen Szenarien von MACMINN & PRIMACK 1996, Die gestrichelte Kurve gibt die Ergebnisse von DWEK & SLAWIN 1994 wieder, die auf einer Interpretation der von den EGRET- und Whipple-Experimenten gemessenen Spektren des AGN Mrk 421 beruht. Die Pfeile geben eine konservativere Abschätzung (obere Grenzen) derselben Daten von Mitgliedern der Whipple-Kollaboration selbst wieder (BILLER ET AL. 1995). Rechts: Der sich daraus ergebende „γ-Horizont“ (die Kurve mit $\tau_{\gamma-\gamma} = 1$), gemessen in Rotverschiebung z, als Funktion der γ-Energie, für das *MacMinn&Primack*- (durchgezogen) und das *Dwek&Slawin*-Szenario (gestrichelt). (Beide Graphiken sind MANNHEIM ET AL. 1996 entnommen.)

quenzbereich aufgenommenen Spektren von einer Vielzahl von Blazaren in verschiedenen Entfernungen und in verschiedenen Aktivitätsstadien zu untersuchen. Neben einer Entscheidung zwischen Elektron- und Proton-Blazar ließe sich damit dann auch die Frage nach der Stärke des Infrarothintergrundes beantworten, die für die Kosmologie interessant ist: Infrarotlicht entsteht im All teils durch direkte thermische Abstrahlung von Sternen (nahes IR), teils durch reprozessiertes Sternenlicht an Staubpartikeln (fernes IR). Die Intensität des Infrarotstrahlungshintergrundes ist dadurch direkt mit der Fragestellung verknüpft, wann die Galaxienentstehung stattfand und damit, wie lange es schon Sterne gibt. Genauere Kenntnis darüber schränkt dann Modelle über die dunkle Materie im Weltall ein: Kalte dunkle Materie führt auf eine frühe Galaxienentstehung, Modelle mit Anteilen von heißer dunkler Materie fordern spätere Zeiten.

Auch innerhalb der HEGRA-Kollaboration wurden die verschiedenen Beschleunigungsmodelle und IR-Hintergrund-Szenarien, besonders angesichts eines vermeintlichen kollektiven Signals von mehreren nahen Blazaren in HEGRA-Szintillationszähler-Daten, kontrovers diskutiert (s. auch Abschnitt 5.4).

Besondere Erwähnung verdienen in diesem Zusammenhang auch die Messungen von Mrk 501 mit den HEGRA-IACTs. Dieses Objekt befand sich 1997 in einem außerordentlich aktiven Zustand, was dieses Objekt zeitweilig zur stärksten bekannten γ-Quelle im 1 TeV-Bereich werden ließ. Wegen der guten Energieauflösung des HEGRA-IACT-Systems (stereoskopische Beobachtung, s. Abschnitte 1.5 und 1.6) konnte für Mrk 501 auch erstmals ein Energiespektrum bis zu 20 TeV mit hochsignifikanter Abweichung von einem reinen Potenzspektrum in Form eines exponentiellen Abschneidens gemessen werden (AHARONIAN ET AL. 1999). Die Kombination dieser Messungen mit den Ergebnissen von Beobachtungen im Röntgenbereich kann als Hinweis auf das Elektron-Blazar-Modell und einer starken IR-Absorption jenseits von 20-30 TeV interpretiert werden (COPPI & AHARONIAN 1999).

1.4 Hochenergetische Partikel in der Erdatmosphäre

1.4.1 Elektromagnetische Luftschauer

Hochenergetische Teilchen lösen in der Atmosphäre sogenannte *Luftschauer* aus. Ein Photon wird als erste Wechselwirkung typischerweise eine e^+-e^--Paarproduktion initiieren. Hochenergetische Elektronen strahlen im elektromagnetischen Feld der Atomkerne und Hüllenelektronen Bremsstrahlungsquanten ab, die bei genügend hoher Energie wiederum Paarbildung auslösen, was zu einem exponentiellen Anwachsen der Teilchenzahl führt (Teilchenkaskade). Die typische Längenskala ist die *Strahlungslänge* X_0, die in Luft einer Flächendichte von ca. 37 g/cm^2 ($\hat{\approx}$ 300 m unter Normalbedingungen) entspricht. X_0 gibt etwa die mittlere Verdopplungslänge für die Teilchen in der Kaskade bis hin zum Schauermaximum (in dem die maximale Anzahl der Schauerteilchen vorhanden ist), welches etwa dann erreicht ist, wenn die mittlere Teilchenenergie gerade gleich der kritischen Energie E_{krit}[8] (≈ 84 MeV in Luft) wird. Durch die statistische Verteilung der Teilchenenergien bricht die Kaskade aber nicht abrupt ab, sondern fällt langsam, ebenfalls etwa exponentiell (mit einer Abklinglänge von der Größenordnung 100 g/cm^2), ab. Typische Schauerparameter für solche elektromagnetischen Schauer für 10 und 100 TeV sind in Tabelle 1.1 wiedergegeben:

Energie des primären Photons	Tiefe des Schauermaximums $d_{\max}$ $[X_0]$	Anzahl der Elektronen $N_{\text{e,max}}$ im Maximum (mit $E > 5$ MeV)
10 TeV	11,8	$9{,}3 \cdot 10^3$
100 TeV	13,3	$83 \cdot 10^3$

Tabelle 1.1: Typische Werte für $d_{\max}$ und $N_{\text{e,max}}$ bei elektromagnetischen Schauern.

Allgemein gilt, daß die Tiefe des Maximums ungefähr proportional mit dem Logarithmus der Primärenergie E zunimmt, während $N_{\text{e,max}}$ etwa proportional zu E wächst. Die Schauerteilchen sind dabei zu einer festen Zeit in einer wenige Meter dicken, etwas gewölbten Scheibe, der *Schauerfront*, konzentriert, die senkrecht auf der verlängerten Trajektorie des einfallenden Teilchens (der *Schauerachse*) steht. Die laterale Verteilung der Teilchen hängt dabei von der Entwicklungsstufe des Schauers ab, und wird gut durch die *NKG-Funktion* beschrieben (GREISEN 1960):

$$n_{\text{e}}(r) = \frac{N_{\text{e,total}}}{r_M^2} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma(4{,}5-s)}{\Gamma(s)\Gamma(4{,}5-2s)} \cdot \left(\frac{r}{r_M}\right)^{s-2} \cdot \left(\frac{r}{r_M}+1\right)^{s-4{,}5} \tag{1.4}$$

[8] E_{krit} bezeichnet diejenige Energie, unterhalb derer für Elektronen Ionisationsverluste gegenüber Bremsstrahlung dominieren.

s bezeichnet darin das sogenannte *Schaueralter* (einer mit der Entwicklung des Schauers monoton wachsenden Größe aus der Kaskadentheorie, die im Maximum gerade 1 ist), r_M ist der *Molière*-Radius, der sich durch Coulomb-Vielfachstreuung ergibt und in Luft ca. 9,3 g/cm^2 beträgt.

Hochenergetische Luftschauer werden von Čerenkovlicht begleitet, welches entsteht, wenn sich geladene Teilchen in einem Medium schneller bewegen als die Lichtgeschwindigkeit $c_{\text{Medium}} = \frac{c_0}{n}$ (mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 und dem Brechungsindex n) darin ist. Für Normalbedingungen gilt $n_{\text{Luft}} = 1{,}00029$. Als Schwellenenergie für diesen Prozeß ergibt sich

$$E_{\check{\text{C}},\min} = m_0 c^2 n \sqrt{\frac{1}{n^2-1}} \qquad \text{(Gesamtenergie)} \tag{1.5}$$

Nimmt man vereinfachend eine isotherme Atmosphäre an (bei der die Dichte in einer gewissen Höhe durch die Flächendichte X der darüberstehenden Luftsäule gegeben ist), so gilt

$$n(X) = 1 + \frac{X}{X_{\text{NN}}} \cdot \eta_{\text{NN}} \qquad (\eta_{\text{NN}} = 2{,}9 \cdot 10^{-4},\ \ X_{\text{NN}} = 1013 \text{g/cm}^2 \approx 27 X_0) \tag{1.6}$$

Für die Č-Schwelle ergibt sich dann genähert der folgende Ausdruck:

$$E_{\check{\text{C}},\min}(X) \approx \frac{m_0 c^2}{\sqrt{2\eta_{\text{NN}} X / X_{\text{NN}}}} \approx \begin{cases} 21\,\text{MeV} & \text{für } X = X_{\text{NN}} \\ 42\,\text{MeV} & \text{für } X = 7X_0 \\ 84\,\text{MeV} & \text{für } X = 1{,}7X_0 \end{cases} \qquad (m_0 c^2 = 511\,\text{keV}) \tag{1.7}$$

Damit sind praktisch alle an der Schauerentwicklung teilnehmenden Elektronen (mit $E > E_{\text{krit}}$) auch an der Čerenkovlicht-Erzeugung beteiligt. Der Abstrahlwinkel der Č-Photonen ist dabei durchweg sehr klein (maximal 1,3°), daher konzentrieren auch sie sich, wenigstens bis zu einem Schauerachsenabstand $r \lesssim 100\,\text{m}$, innerhalb einer ca. 30 cm dünnen Scheibe. Die Lateralverteilung des Čerenkovlichtes kann dabei in einem Abstandsintervall $20\,\text{m} \lesssim r \lesssim 100\,\text{m}$ recht gut durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden (PATTERSON & HILLAS 1983):

$$\rho_{\check{\text{C}}}(r) = \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_L}\right) \tag{1.8}$$

mit dem *Lichtradius* r_L als Steigungsparameter (Größenordnung 80 m) und der Absolutnormierung ρ_0 (die gerade gleich der extrapolierten Čerenkovlicht-Dichte auf der Schauerachse ist).

1.4.2 Hadronische Luftschauer

Auch Protonen und schwerere Kerne der kosmischen Strahlung lösen Luftschauer aus, wobei die erste Wechselwirkung (mit einer mittleren freien Weglänge von ca. 80 g/cm^2) dann hadronisch ist. Nahezu alle neutralen Pionen, die bei einem solchen Prozeß entstehen, zerfallen wegen ihrer kurzen Lebensdauer von $\approx 10^{-16}$ s in ein hochenergetisches Photonenpaar, welches daraufhin eine elektromagnetische Kaskade initiiert.

Da die relevanten hadronischen Wechselwirkungslängen ca. zweimal so groß sind wie die Strahlungslänge X_0, wird durch diesen Prozeß auch ein hadronischer Schauer nach wenigen Wechselwirkungen bezüglich der Teilchenzahl von elektromagnetischen Teilchen dominiert. Die in

Hadronen verbleibende Energie dringt als „hadronisches Rückgrat“ tief in die Atmosphäre ein und speist die elektromagnetische Komponente über weitere π^0-Zerfälle, was das Longitudinalprofil hadronischer Schauer länglicher werden läßt. Aufgrund der sehr viel höheren Zahl von Elektronen und ihrer niedrigen Čerenkovschwelle wird das den hadronischen Schauer begleitende Čerenkovlicht praktisch vollständig von den Elektronen bestimmt.

Bezüglich der den Erdboden erreichenden Teilchenkomponente unterscheiden sich hadroninduzierte von elektromagnetischen Schauern hauptsächlich durch den hadronischen Kern, dessen größter Teil innerhalb eines Radius von wenigen Metern enthalten ist, und den weitverteilten Myonen, die in erster Linie bei den Zerfällen der geladenen Pionen entstehen. (Ferner entstehen in den Zerfällen unter schwacher Wechselwirkung auch eine gleiche Anzahl von sogenannten atmosphärischen Neutrinos.) Hinsichtlich der Anzahl von geladenen Teilchen, die am Erdboden registriert werden können, dominieren im Schauer-Energiebereich oberhalb von einigen TeV und bei Schauerkernabständen $\lesssim$200 m die Elektronen praktisch vollständig das Bild.

1.5 Luftschauer-Meßtechniken

In Abb. 1.8 ist schematisch die Entwicklung eines hadronischen Luftschauers zusammen mit den verbreitetsten Meßtechniken gezeigt: Szintillationszählerfelder werden zum Sampling der Schauerfront der elektromagnetischen Teilchen eingesetzt. Mit Photomultipliern ausgelesene Szintillatoren erlauben sowohl die Bestimmung der Teilchendichten als auch eine genügend gute Messung der Ankunftszeit der Schauerfront für eine Rekonstruktion der Schauerrichtung. Als Myonenzähler kommen gegen den elektromagnetischen Teilchenanteil abgeschirmte großflächige Teilchendetektoren zum Einsatz. Zum Zählen von Myonen können wieder Szintillatoren verwendet werden, während Gasdetektoren wie z. B. Driftkammern eine Richtungsmessung einzelner Myonenspuren erlauben. Solche Teilchendetektoren können Tag und Nacht durchgehend betrieben werden.

Čerenkovlicht-Detektoren kommen nur in sternklaren Nächten zum Einsatz.[9] Weitwinkel-Detektoren bestehen im Wesentlichen aus einem „nackten“ Photomultiplier im Zentrum eines Lichtkonzentrators (z. B. eines *Winston*-Kegels). In einem Feld aus solchen Detektoren wird die Intensität und die Ankunftszeit der Čerenkovlicht-Scheibe registriert. Wegen der zeitlich schärfer definierten Čerenkovlicht-Scheibe im Vergleich zur Teilchenfront wird eine genauere Richtungsrekonstruktion ermöglicht.

IACTs bilden ein Gesichtsfeld mit einem Durchmesser von wenigen Grad mit einem Spiegel auf eine Kameraebene ab. Der derzeit gebräuchlichste Kameratyp besteht aus einer Matrix sehr kleiner Photomultiplier, aus deren Signalen dann ein grobes Bild des vom Schauer emittierten Čerenkovlichtes (und damit der Schauerelektronen) in der Atmosphäre gewonnen wird. Eine präzise Richtungsbestimmung wird beim Einsatz von mehreren Teleskopen möglich (stereoskopische Beobachtung): Das aus verschiedenen Perspektiven aufgenommene Schauerbild erlaubt eine räumliche Rekonstruktion des Luftschauers.

[9] Üblicherweise ist wegen der hochlichtempfindlichen Detektoren auch der Mondschein zu hell: Im Jahresmittel liegen Betriebsdauern von Čerenkovlicht-Detektoren daher bei unter 20% von der Gesamtzeit.

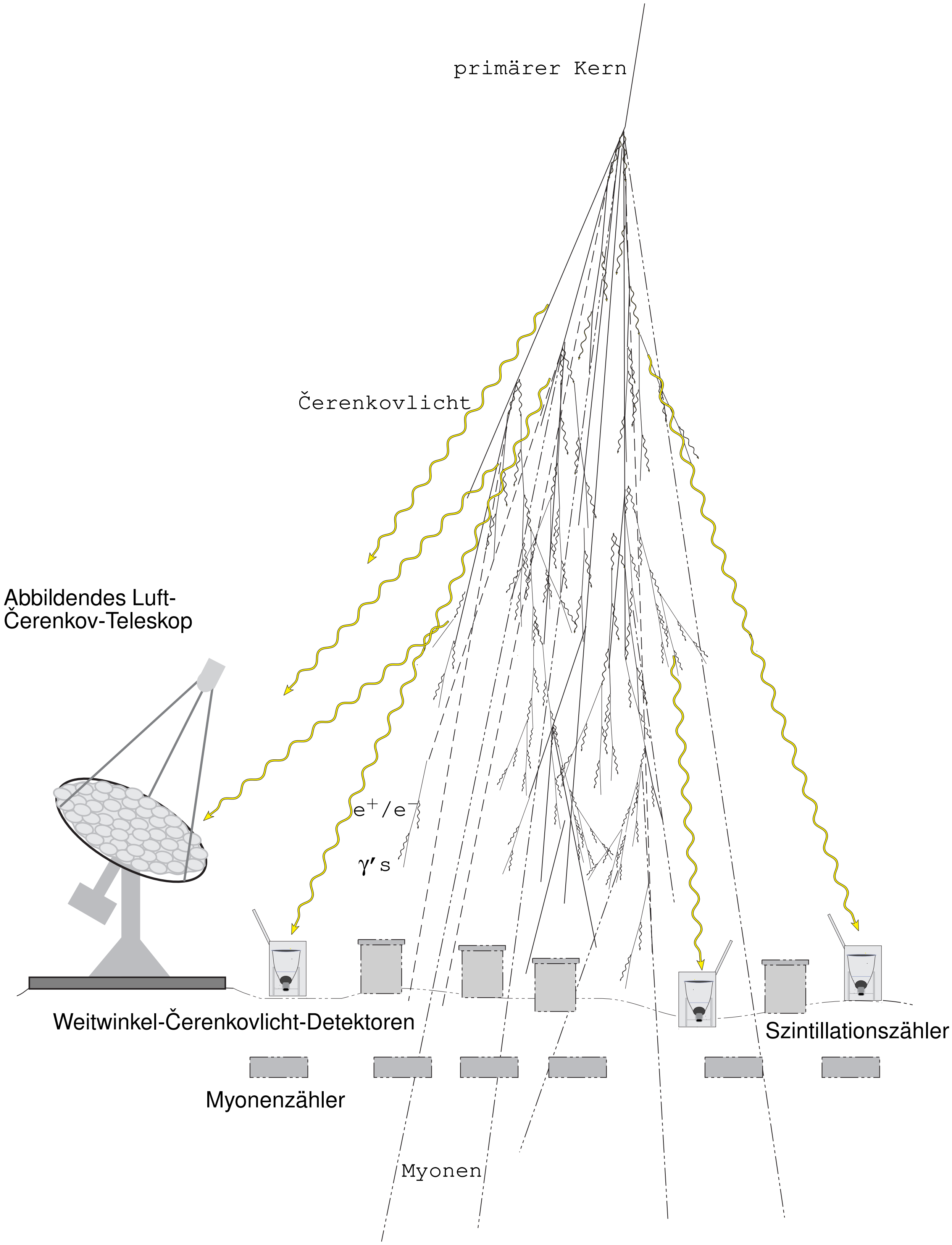


Abbildung 1.8: Schematische Entwicklung eines hadronischen Luftschauers und gängiger Meßtechniken (aus HAUSTEIN 1996).

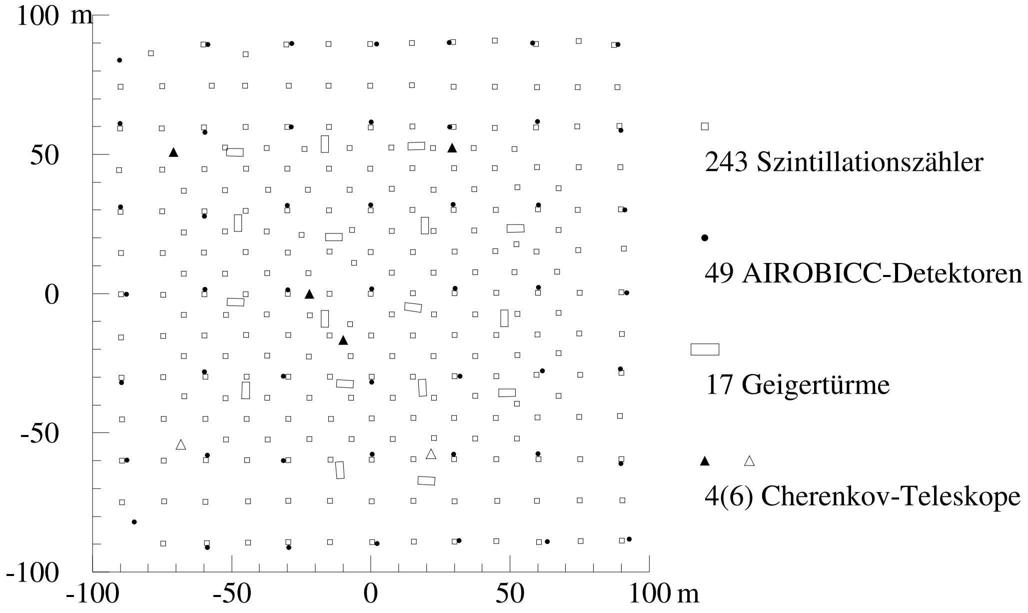


Abbildung 1.9: Schematischer Lageplan des HEGRA-Experimentes (Stand Mitte 1995).

1.6 Das HEGRA-Experiment

Das HEGRA (**H**igh **E**nergy **G**amma **R**ay **A**stronomy)-Experiment ist ein Mehrkomponenten-Detektorsystem zur Messung von Luftschauern. Es befindet sich auf der Kanarischen Insel La Palma (Spanien), auf 17,9° westl. Länge und 28,8° nördl. Breite in einer Höhe von 2200 m über dem Meeresspiegel. Begründet wurde das Experiment 1987 von der Universität Kiel mit einer Startkonfiguration eines aus 37 Stationen bestehenden Szintillationszähler-Detektorfeldes. Mit der Gründung der HEGRA-Kollaboration[10] wurde seitdem die Detektoranlage fortlaufend erweitert; so wurden wesentlich mehr Szintillationszähler (KRAWCZYNSKI ET AL. 1996), eine Detektor-Matrix von Weitwinkel-Čerenkovlichtdetektoren („AIROBICC“, KARLE ET AL. 1995), eine Matrix von Geigertürmen (zur Messung von hochenergetischen Elektronen und von Myonen, RHODE ET AL. 1996) und ein System von 6 abbildenden Luft-Čerenkov-Teleskopen (KRENNRICH 1995, AHARONIAN 1993) hinzugefügt. Der Lageplan des HEGRA-Experimentes ist in Abb. 1.9 dargestellt. Die Weitwinkel-Detektorfelder (Szintillatoren, AIROBICC und Geigertürme) haben Gesichtsfelder von $\Omega > 1$ sterad und Energieschwellen (primäre Photonenergie) von ca. 20 TeV, die IACTs ein Gesichtsfeld von $\approx 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ sterad, die Energieschwelle beträgt etwa 0,5 TeV. Detailliertere Angaben sind Kapitel 2 zu entnehmen.

1.7 Zielsetzungen dieser Arbeit

Seit der Inbetriebnahme von AIROBICC 1992 sind verschiedene Arbeiten, die sich hauptsächlich mit der γ-Punktquellensuche mit AIROBICC beschäftigen, innerhalb der HEGRA-Kollaboration entstanden (KARLE 1994, PROSCH 1997, PADILLA 1998).

Wegen der speziellen Situation bei der Datenauswertung (neuartiger Detektor, Ungewißheit über zu erwartende Signale) wurden innerhalb der HEGRA-Kollaboration mehrere, weitgehend unabhängig voneinander erstellte Datenauswerteprozeduren verwendet, um durch Vergleiche der Resultate auf unterschiedlichen Niveaus Fehler zu finden und auszuschalten. Dabei war ich maßgeblich mit der Erarbeitung des Datenrekonstruktionspaketes `fbrecons` in der Hamburger Arbeitsgruppe befaßt. Die Programmbasis geht auf *R. Eckmann* 1992 zurück, und mehrere Mitarbeiter in der Hamburger HEGRA-Gruppe haben durch etliche Verbesserungen dazu beigetragen, ein vollständiges, auf allen UNIX-Computern lauffähiges Werkzeug für die Analyse der HEGRA-Szintillator- und AIROBICC-Daten bereitzustellen. Dieses Programmpaket wurde auch in den HEGRA-Arbeitsgruppen an der Universität Kiel und an der Universität Wuppertal verwendet und auch im Zusammenhang mit anderen Fragestellungen als die der γ-Quellensuche eingesetzt (Zusammensetzung der geladenen kosmischen Strahlung, Isotropieuntersuchungen).

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Suche nach γ-Punktquellen unter Zugrundelegung von mit `fbrecons` rekonstruierten kombinierten Szintillator- und AIROBICC-Daten aus ca. zwei Jahren. Die besondere Zielstellung ist dabei, das in den Daten liegende Potential möglichst voll auszuschöpfen. Dabei sollen vier Aspekte im Vordergrund stehen:

- Es soll darauf geachtet werden, daß die Informationen möglichst aller zur Verfügung

[10] Heute gehören der HEGRA-Kollaboration folgende Institute an: Die Universitäten Kiel, Hamburg, Wuppertal und Madrid (Univ. Complutense), das Max-Planck-Institut für Physik München, das MPI für Kernphysik Heidelberg und das Yerevan Physics Institute (Armenien).

stehenden registrierten Ereignisse ausgenutzt werden können. Dies stellt Anforderungen an die Rekonstruktion in dem Sinne, daß zu praktisch jedem registrierten Ereignis zweckdienliche Parameter ermittelt werden. Ferner muß die Modellierung der registrierten Daten (welche durch M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Simulationen von Luftschauern gewonnen wird) so vollständig sein, daß sie ohne *a priori*-Ereignisselektionen interpretierbar sind.

- Bei der γ-Quellensuche mit Luftschauerdetektoren ist das größte Problem die enorme Anzahl von Untergrundereignissen der geladenen kosmischen Strahlung, die naturgemäß durch eine möglichst präzise Richtungsbestimmung der einfallenden Primärteilchen unterdrückt wird. Die Kombination von Informationen über Schauerteilchen (aus dem Szintillatorfeld) und über das den Schauer begleitende Čerenkovlicht bietet potentiell Möglichkeiten, den Untergrund durch erfaßbare Unterschiede zwischen rein elektromagnetischen und durch Atomkerne ausgelösten Luftschauern weiter zu unterdrücken. Daher sollen entsprechende Möglichkeiten ausgelotet und gegebenenfalls ein Verfahren für eine solche „γ-Hadron-Trennung" erarbeitet werden.

- Bislang wurden Punktquellenanalysen mit AIROBICC-Daten stets für eine begrenzte (obgleich teilweise recht umfangreiche) Auswahl von Quellkandidaten durchgeführt.[11] In dieser Arbeit wird versucht, ein Verfahren zu entwickeln, daß die volle Empfindlichkeit für γ-Quellen an festen Himmelspositionen auch für eine Himmelsdurchmusterung verfügbar macht. Mit einer dadurch möglichen „Himmelskarte" soll dann die Suche nach unbekannten γ-Quellen bzw. Quellpopulationen durchgeführt werden.

- Außer den in der Suche nach TeV- und Multi-TeV-γ-Strahlung von Gamma-Ray-Bursts (GRB) angewandten, sehr aufwendigen Spezialverfahren gibt es bisher keine allgemeine Suche nach zeitlich variablen Flüssen von Quellkandidaten mit dem AIROBICC-Detektor. Die üblichen Verfahren, die auf zeitlicher Unterteilung des Datensatzes auf verschiedenen Skalen beruhen, sind sehr behäbig und aufwendig. Daher sollen Verfahren gesucht oder ggf. entwickelt werden, die ganz allgemein empfindlich auf veränderliche Flüsse und möglichst so einfach in der Handhabung sind, daß sie mit akzeptablem Aufwand auf alle Kandidaten angewandt werden können.

Die Beschränkung auf simultan aufgenommene AIROBICC- und Szintillatordaten erfolgt deswegen, weil die Empfindlichkeit für Punktquellen deutlich höher ist als in den restlichen, reinen Szintillatordaten, deren Hinzuziehung also keinen nennenswerten Gewinn brächte, wie im Laufe der Arbeit deutlich werden wird.

Nicht behandelt wird in dieser Arbeit die Suche nach den sogenannten *Gamma-Ray Bursts* (GRBs), die zwar Punktquellen darstellen, aber sehr spezialisierte Analysemethoden verlangen. Ergebnisse solcher Suchen findet man in MATHEIS 1994, KRAWCZYNSKI 1997, FUNK 1997, ALBERS 1998.

Ebenfalls nicht behandelt wird die Suche nach ausgedehnten Quellen, die zwar formal nur eine kleine Erweiterung des Themas bedeutet, jedoch eine völlig andere Vorgehensweise verlangt: Beispielsweise stellt sich heraus, daß die Beschränkung auf AIROBICC-Daten nicht mehr sinnvoll ist, und auch die Untergrundberechnungen i. A. andere Techniken erfordern. Eine solche Suche wird im Rahmen der Isotropieuntersuchungen in SCHMELE 1998 durchgeführt.

[11] Eine Ausnahme stellt die Suche nach kurzzeitigen γ-Strahlungsausbrüchen in PADILLA ET AL. 1998 dar.

Kapitel 2

Die HEGRA-Felddaten, deren Simulation und Rekonstruktion

In diesem Kapitel soll das den nachfolgenden Untersuchungen zugrundeliegende Datenmaterial dargestellt werden. Es gliedert sich wie folgt: Als erstes werden die für die Untersuchungen verwendeten Detektoren näher vorgestellt und die Datennahme erläutert (Abschnitt 2.1). Abschnitt 2.2 stellt die verwendeten Rekonstruktionsprozeduren für Luftschauerparameter vor, und Abschnitt 2.3 beschäftigt sich mit vor und während der Rekonstruktion nötigen Kalibrationen. In Abschnitt 2.4 wird die Modellierung der experimentellen Daten mittels M^{t}Carlo-Simulationen beschrieben. Abschließend wird in Abschnitt 2.5 auf die in der Punktquellensuche besonders wichtige Genauigkeit der Rekonstruktion der Einfallsrichtung des primären Teilchens eingegangen.

2.1 Detektoren und Datennahme

Eine allgemeine Vorstellung des HEGRA-Experiments wurde bereits in der Einführung (Abschnitt 1.6) gegeben. An dieser Stelle soll jetzt ein Abriß über die Detektoren und die Datennahme folgen. Dabei wird besonders auf die Szintillator- und AIROBICC-Detektoren (im Folgenden als HEGRA-Felddetektoren zur Unterscheidung von den HEGRA-IACTs bezeichnet) eingegangen, weil die Untersuchungen dieser Arbeit mit den Daten dieser Detektorkomponenten durchgeführt wurden. Ferner wird im zweiten Teil dieses Abschnitts noch kurz auf verwendete Koordinaten und Zeiten eingegangen.

2.1.1 Die HEGRA-Felddetektoren und die Datennahme

Das Szintillatorfeld zur Messung der den Erdboden erreichenden geladenen Teilchenkomponente besteht aus 243 Einzelzählern mit je ca. 5 cm dicken Plastikszintillatoren von etwa 1 m^2 Fläche. Jeder Zähler ist mit einem 5 mm (ca. eine Strahlungslänge) dicken Bleikonverter zur Verbesserung der Zeitauflösung ausgestattet (ECKMANN 1991), s. Abb. 2.1. Die Zähler in der aus 167 Stationen bestehenden quadratischen, 180 m $\times$ 180 m großen Grundmatrix werden mit zwei Photomultipliern (einer für Zeitmessung und kleine Signalamplituden, der zwei-

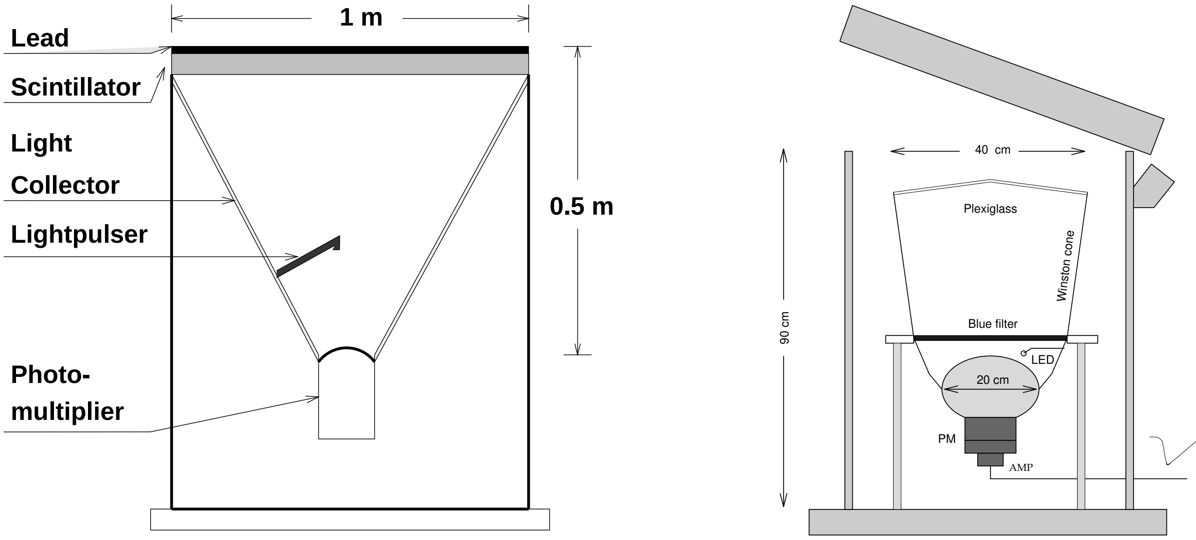


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau einer Szintillatorhütte (links, aus KRAWCZYNSKI 1997) und eines AIROBICC-Detektors (rechts, aus PADILLA ET AL. 1998).

te für die Messung großer Amplituden), die restlichen 76 Zähler, die im Zentralbereich die Dichte der Stationen verdoppeln, mit nur einem Photomultiplier (mit zwei Signalabgriffen für unterschiedliche Amplitudenbereiche) ausgelesen. Der damit erfaßbare Dynamikbereich erstreckt sich von $1\ldots > 300$ minimalionisierenden Teilchen (Zähler mit 2 Photomultipliern). Die Photomultiplier-Signale werden analog über Kabel direkt in die zentrale Ausleseelektronik im Zentrum des Feldes übertragen.

Die 49 AIROBICC(**AIR**shower **O**bservation **B**y Angle **I**ntegrating **C**herenkov **C**ounters)-Zähler sind auf einem 7×7 Zähler großen Gitter mit 30 m Abstand angeordnet. Sie sind in Gehäusen untergebracht, deren Deckel zentral gesteuert geöffnet und geschlossen werden können (Abb. 2.1). AIROBICC wird in klaren und mondlosen Nächten betrieben. Das Lichtsammelsystem besteht aus einem *Winston*-Kegel (0,125 m^2 Öffnung), der das atmosphärische Čerenkovlicht auf die Photokathode eines speziell entwickelten Photomultipliers konzentriert. Nach einer Vorverstärkung der Signale unmittelbar am Ausgang des Photomultipliers werden diese wieder analog über Kabel zur zentralen Ausleseelektronik weitergeleitet.

Die Kabelwege von den einzelnen Zählern zur Zentrale sind unabhängig vom geometrischen Abstand des Zählers etwa gleich lang, so daß zu einer horizontalen Schauerfront gehörende Signale dort alle etwa zur gleichen Zeit eintreffen. In der Zentrale ist jedem Zähler ein *Constant Fraction*-Diskriminator (CFD) zugeordnet, dessen Ausgangssignale zur Signalzeitmessung und zu Triggerzwecken verwendet werden.

Bei gestarteter Ereignisauslese werden die Zeiten der CFD-Pulse mit TDCs (*Time-to-Digital Converter*) und die analogen Pulse mit ladungsempfindlichen Q-ADCs (*Analog-to-Digital-Converter*) digitalisiert. Um einen möglichst großen dynamischen Bereich zu erhalten, werden je Zähler zwei Amplitudensignale erfaßt: Bei den Szintillationszählern die Signale beider Photomultiplier (resp. Anoden- und Dynodensignale), bei den AIROBICC-Zählern nachverstärkte und nicht nachverstärkte Signale.[1]

[1]Für die Erfassung der Signalamplituden der „kleinen“ Photomultiplier in den mit zwei Photomultipliern ausgestatteten Szintillatorhütten für die Messungen von großen Signalen wird aus technischen Gründen ein spit-

Zur automatischen, regelmäßigen Kalibration der Kabellaufzeiten sind alle Zähler mit einem zentral angesteuerten LED-Pulser ausgestattet, um Laufzeitänderungen durch wechselnde Temperaturen ausgleichen zu können. Die aufgezeichneten Daten bestehen für jeden getroffenen Detektor aus den Amplitudensignalen der Photomultiplier (also der in den ADC's erfaßten Pulsladungen), die innerhalb des Linearitätsbereiches proportional zur deponierten Energie im Szintillator bzw. der Photonenzahl des Čerenkovlicht-Pulses sind, sowie den Zeitsignalen der Diskriminatoren, die mit den TDCs gemessen werden.

Der HEGRA-Feldtrigger wird ausgelöst, wenn

1. 14 Szintillatoren innerhalb eines Zeitfensters von ca. 150 ns ein Teilchensignal oberhalb von 0,3 MIP haben
2. 6 AIROBICC-Detektoren innerhalb eines Zeitfensters von ca. 200 ns ein Amplitudensignal oberhalb einer Mindestschwelle haben

Weitere Auslöser, die im Rahmen dieser Arbeit aber keine Anwendung finden, sind der 4-fach Szintillator-Trigger (seit März 1996, jeder siebente Schauer, bei dem vier oder mehr Szintillatoren ansprechen, falls AIROBICC nicht läuft, s. KRAWCZYNSKI 1997) und der HAST-Trigger (Okt. 1996 bis April 1997, spezieller winkelsensitiver Trigger für vierfach-Koinzidenzen im Szintillatorfeld, s. PRIETZ 1998, MILDAHN 1998), die beide speziell für die Suche nach Gamma-Ray-Bursts benutzt werden. Ferner lösen auch größere Ereignisse in den HEGRA-Čerenkovteleskopen 1 und 2 den Feldtrigger aus. Zur HEGRA-Installation gehört auch eine Matrix von 17 Geigertürmen (jeweils ca. 16 m^2 aktive Fläche), mit 6 Lagen von 160 Geigerrohren zur Messung von Myonen und der harten elektromagnetischen Teilchenkomponente von Luftschauern (mittlerweile außer Betrieb). Die Auslese wird durch HEGRA-Feldtrigger gestartet, ist aber ansonsten unabhängig.

Teil der HEGRA-Anlage sind außerdem die 6 abbildenden Luft-Čerenkov-Teleskope (IACTs), welche in einem Energiebereich von etwa 500 GeV bis über 20 TeV messen und von denen 4 zu einem System zusammengeschlossen sind. Die Datenerfassung der IACTs erfolgt vollständig unabhängig vom HEGRA-Szintillator- und AIROBICC-Feld, zwei der Teleskope können aber ihrerseits Feldtrigger auslösen.

2.1.2 Verwendete Koordinatensysteme und Uhrzeit

Zur Beschreibung von Orten und Richtungen sind den Fragestellungen angepaßte Koordinatensysteme in Verwendung. Das beim HEGRA-Experiment verwendete lokale Koordinatensystem ist durch die Vermessung der Szintillator-Grundmatrix durch das Landesvermessungsamt Kiel eingeführt worden. Dessen z-Achse ist durch die Vertikale gegeben. Die Ausrichtung der x- und y-Achsen wurde willkürlich nach lokalen Gegebenheiten ausgerichtet; die Nordrichtung liegt dabei im 1. Quadranten und schließt mit der x-Achse einen Winkel von 47,233° ein. Der Koordinatenursprung liegt etwas außerhalb des Feldes, die x-y-Ebene schneidet das (im Mittel um etwa 5° geneigte) Detektorfeld etwa in Höhe des Feldzentrums. In diesem Koordinatensystem

zensensitiver V-ADC (*Voltage-to-Digital-Converter*) eingesetzt, und die Ladungsintegration der Signalpulse besorgt ein vorgeschalteter Pulsformer. Im Folgenden bedeuten QADC- bzw. VADC-Daten also Amplituden der „großen" (empfindlichen) bzw. „kleinen" (niedrigverstärkenden) Photomultiplier.

sind die Zählerpositionen vermessen, außerdem werden alle Positionen im Hamburger Rekonstruktionsprogramm (z. B. der Ort des Schauerkerns) durch solche Koordinaten ausgedrückt.

Auch lokale Richtungen werden in diesem Koordinatensystem beschrieben, wobei zwei verschiedene Formulierungen gebräuchlich sind:

- die Richtungskosinus u und v als x- und y-Komponente eines normierten Richtungsvektors (u,v,w)
- die in den Kugelkoordinaten auftretenden Winkel ϑ und φ, wobei der *Zenitwinkel* ϑ den Winkel zwischen z-Achse und Richtungsvektor und der *Azimutwinkel* φ den Winkel (im mathematisch positiven Drehsinn) zwischen x-Achse unter der Projektion des Richtungsvektors in die x-y-Ebene bezeichnet

Positionen an der Himmelssphäre werden in *Himmelskoordinaten* ausgedrückt, wobei in dieser Arbeit nur Äquatorialkoordinaten zum Äquinoktium J 2000.0 Verwendung finden.[2] Bei bekannter Ausrichtung des lokalen Koordinatensystems auf der Erde können bei gegebener Uhrzeit aus der lokalen Richtung leicht Himmelskoordinaten zum aktuellen Äquinoktium ausgerechnet werden. Da die absoluten Abweichungen zwischen aktuellem Äquinoktium und JD 2000.0 für den betrachteten Datennahmezeitraum maximal noch unter 0,07° beträgt (und außerdem bei einer direkten Kontrolle durchweg weniger als 0,03° Abweichung auftraten, s. Abschnitt 2.5.2), wird auf eine Umrechnung verzichtet.

Die aktuelle Uhrzeit wird im HEGRA-Experiment durch eine Rubidiumuhr (Uhrzeit mit Sekunden-Auflösung und Datum) zur Verfügung gestellt. Eine Zeitauflösung von 200 ns wird durch einen mit dem Sekundensignal synchronisierten 5 MHz-Zähler erreicht. Mit einer GPS-Kontrolleinheit wird die Abweichung zur Standardzeit UTC ständig kontrolliert. Die Rubidium-Uhrzeit und der 5 MHz-Zähler werden für jedes registrierte Ereignis ausgelesen und gespeichert.

2.2 Rekonstruktion von Schauerparametern

An dieser Stelle soll ein Abriß der Rekonstruktion der „klassischen“ Schauerparameter aus den HEGRA-Daten gegeben werden, wie sie im Hamburger Daten-Rekonstruktionsprogramm `fbrecons` implementiert sind. Die Methoden zur Kernortrekonstruktion und der Richtungsbestimmung aus den Szintillatordaten sind recht ausgefeilte Verfahren, die im Zuge von Diplomarbeiten in der Hamburger HEGRA-Gruppe entwickelt wurden. Sie können daher hier nur grob beschrieben werden; die entsprechenden Referenzen, in denen sie detailliert beschrieben werden, sind im Text angegeben.

[2] Äquatorialkoordinaten sind durch die Projektion der Ebene des Erdäquators (und der Polachse als z-Achse) an die Himmelssphäre definiert, wobei die x-Richtung durch den Frühlingspunkt (den Schnittpunkt der Ekliptik, also der scheinbaren Sonnenbahn, mit dem Himmelsäquator) markiert wird. Durch die Präzession des Erdkreisels mit einer Frequenz von rund 26.000 Jahren verschiebt sich ein solches Koordinatensystem ständig, weswegen es zu gewissen Referenzzeitpunkten (Äquinoktien oder Epochen) definiert wird. Das Äquinoktium JD 2000.0 definiert dieses Koordinatensystem in einer **Vorausberechnung** des Zustandes am 1. Januar 2000, 12 h, die viele Jahre vorher stattgefunden hat. Die Abweichung vom tatsächlichen Zustand ist allerdings so winzig, daß sie hier nicht berücksichtigt werden muß.

Eine andere Klasse von elementareren Schauerparametern, die im Rekonstruktionsprogramm berechnet werden und die in der γ-Hadron-Separation Verwendung finden, werden separat in Abschnitt 3.2.1 beschrieben.

Dieser Abschnitt ist mit dem Nachfolgenden, in dem die Prozeduren zur Kalibration der ADC- und TDC-Skalen beschrieben werden, verschränkt. Weil diese jedoch gebündelt vorgestellt werden sollen und teilweise nicht nur vor, sondern auch während und nach der Rekonstruktion angreifen und dann auch rekonstruierte Größen verwenden, ist hier diese Reihenfolge der Beschreibung gewählt worden. Vorläufig möge man hier von geeignet kalibrierten Daten ausgehen. Das soll bedeuten, daß für jeden getroffenen Zähler die Signalankunftszeit in Nanosekunden bezüglich eines gewissen Zeitpunktes vorliegt. Ferner soll für jeden Szintillationszähler die Anzahl der registrierten geladenen Teilchen und für jeden ausgelösten AIROBICC-Zähler die registrierte Čerenkovlicht-Dichte (in Čerenkov-Photonen/m^2) ermittelt sein.

2.2.1 Ort des Schauerkernes

Die Prozedur für die Bestimmung des Schauerkernortes für die für diese Arbeit relevanten kombinierten Szintillator- und AIROBICC-Daten wurde von *D. Dommenget* im Rahmen einer Diplomarbeit entwickelt und soll hier kurz beschrieben werden. Es ist ein mehrstufiges Verfahren, in dem drei verschiedene Abschätzungen der Position ermittelt werden, über die anschließend gewichtet gemittelt wird. Das Verfahren wurde mithilfe eines Teildatensatzes der in Kapitel 2.4 beschriebenen M$^{\text{c}}$Carlo-Daten entwickelt und optimiert. Details und die im Einzelfall recht komplizierte Prozedur findet man in (DOMMENGET 1996)

2.2.1.1 Szintillatorkern

Die registrierten Teilchenzahlen in den Szintillatoren liefern über ein modifiziertes Schwerpunktverfahren die erste Position: Zunächst wird der Zähler Z_0 mit dem höchsten Signal gesucht. Dieser wird in der Regel auch dem wahren Kernort am nächsten liegen, kann aber durch Fluktuationen (speziell bei kleinen Schauern hadronischen Ursprungs) als Ausreißer auch einen großen Abstand zur Schauerachse aufweisen. Um dies zu testen, werden die Zähler in der unmittelbaren Nachbarschaft von Z_0 auf ihren mittleren Teilchengehalt überprüft. Liegt er oberhalb von 0,5 MIPs (s. Abschnitt 2.3.2.1), so wird Z_0 als der dem Kernort am nächsten liegende Zähler angenommen und aus allen in Zählern registrierten Teilchen innerhalb eines konzentrisch zu Z_0 liegenden Quadrates mit einer Kantenlänge von 70 m (dessen Diagonalen parallel zu den Feldkanten liegen) ein Schwerpunkt als Kernortabschätzung berechnet. Dabei geht jeder Zähler mit einem Gewicht ein, daß derjenigen Fläche entspricht, welche durch die Mittelsenkrechten mit seinen Nachbarzählern begrenzt wird (*Brillouin*-Zone). Liegt der mittlere Teilchengehalt der nächsten Nachbarn von Z_0 unterhalb von 0,5 MIPs, wird nicht mehr davon ausgegangen, mit diesem Zähler bereits in der Nähe des Kernortes zu liegen. In einem iterativen Prozeß wird dann der Schwerpunkt in sukzessive kleineren Rahmen berechnet, wobei mit dem Gesamtfeld gestartet wird und der Schwerpunkt im vorangehenden Rahmen jeweils das Zentrum des folgenden bildet. Im letzten Schritt wird wieder ein Rahmen der Kantenlänge 70 m verwendet, und der hierin errechnete Schwerpunkt ist dann der gültige Szintillatorkern.

Randeffekte werden in beiden Fällen durch virtuelle Zähler gedämpft, denen Orte in Fortsetzung des Rasters über die Feldgrenzen hinaus zugewiesen werden und die Amplituden zugeordnet bekommen, die aus den zum jeweiligen Rahmenzentrum punktsymmetrisch liegenden existenten Zählern gewonnen werden. Dadurch läßt sich bis zum Rande des Feldes eine Kerposition ermitteln, die praktisch frei von systematischen Fehlern ist. Ausgefallene Zähler werden durch ein ähnliches Verfahren ausgeglichen.

2.2.1.2 AIROBICC-Kerne

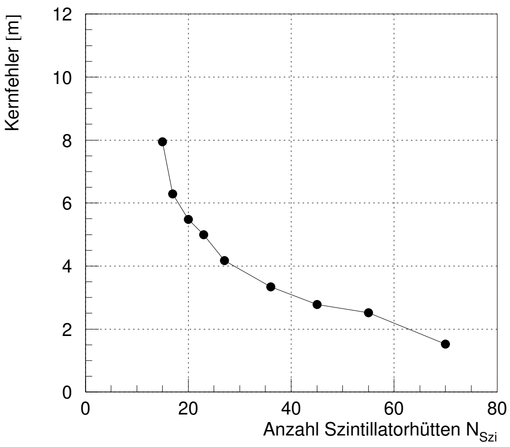
Die mit AIROBICC gemessenen Amplituden werden in zwei anderen Abschätzungen der Kernposition verwendet, dem AIROBICC-Schwerpunktskern und dem AIROBICC-Lateralanpassungskern. Zur Berechnung des ersteren wird diesmal derjenige AIROBICC-Zähler mit der höchsten Amplitude gesucht und, konzentrisch um ihn herum, ein möglichst großer Rahmen definiert, in dem nahezu alle Zähler ein Signal empfangen haben. Liegt dieser Rahmen so, daß er über die Feldgrenze hinausragt, so gehen, ähnlich wie beim Szintillatorkern, virtuelle Zähler mit ein. Der darin ermittelte Schwerpunkt der Signale definiert den AIROBICC-Schwerpunktskern.

Die Schwerpunktsmethoden haben den Nachteil, daß nur Schauerkerne innerhalb oder geringfügig außerhalb der Feldgrenzen brauchbar rekonstruiert werden können. Da bei AIROBICC-Betrieb auch ein bedeutender Anteil von Kernorten getriggerter Ereignisse deutlich außerhalb des Feldes liegen, versucht das letzte Bestimmungsverfahren, für solche Ereignisse den ansonsten zwangsläufig großen Fehler an der Positionsbestimmung zu verbessern. Dazu gehen alle gemessenen AIROBICC-Amplituden in eine χ^2-Anpassung der exponentiellen Lateralverteilungsfunktion (Gl. 1.8) ein, wobei zusätzlich zu Lichtradius r_L und Čerenkovlichtdichte auf der Schauerachse auch die beiden Kernortkoordinaten mit angepaßt werden. Bei geeignet gewählten Startparametern und einer Mindestanzahl von 8 angesprochenen AIROBICC-Zählern erreicht man, daß in knapp 90% aller Fälle zumindest die Anpassungsprozedur konvergiert.

2.2.1.3 Mittelung der Kerne

Abhängig von diversen Kriterien, die sich auf die Anzahl getroffener Zähler, den resultierenden Lichtradius r_L im AIROBICC-Anpassungskern, die Konzentration der Teilchenverteilung und die relative und absolute Lage der verschiedenen Kernortsabschätzungen beziehen, wird entschieden, welche der drei Abschätzungen in die Mittelung eingehen. Eine aus den M$^{\mathrm{c}}$Carlo-Daten gewonnene Parametrisierung der erwarteten Fehler (in Abhängigkeit von einigen der obigen Größen) bei den einzelnen Prozeduren liefert dann die Gewichte für eine Mittelung der Einzelergebnisse, um den endgültigen Wert für den Kernort zu berechnen. Für Schauerkerne innerhalb des Detektorfeldes und AIROBICC-Trigger ergibt sich ein mittlerer Kernfehler für γ-Schauer (Hadronschauer) von 7,4 m (8,8 m), für die Schauerkerne außerhalb immerhin noch 30,8 m (38,1 m).[3] In Abb. 2.2 ist der Kernortfehler in Abhängigkeit von der Anzahl der getroffenen Szintillator- resp. AIROBICC- Zähler dargestellt.

[3] Die typischen Werte liegen noch deutlich tiefer, weil die hier angegebenen Mittelwerte stark ausläuferdominiert sind.



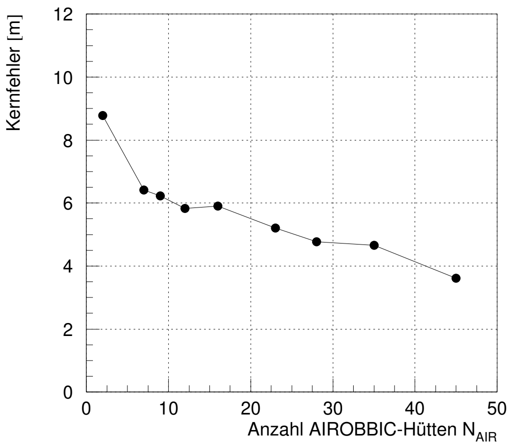


Abbildung 2.2: Der Fehler am Kernort ($\sigma_{63\%}$) gegen die Anzahl der getroffenen Szintillator- (links) bzw. AIROBICC-Zähler. (Wahre Schauerkerne innerhalb des Detektorfeldes, nach DOMMENGET 1996.)

2.2.2 Richtungsrekonstruktion

Nach der Bestimmung des Schauerkernortes, die unabhängig von der Schauerrichtung möglich ist und von einer solchen auch nicht nennenswert profitieren könnte, wird jetzt das Verfahren zur Richtungsmessung des Schauers beschrieben, welches bedeutend von einer möglichst guten Kernortrekonstruktion abhängt.

Die Schauerrichtung wird durch eine χ^2-Anpassung einer aus M$^{\mathrm{c}}$Carlo-Studien ermittelten (angenähert kegelförmigen) Schauerfront an die in den Detektoren registrierten Ankunftszeiten gewonnen: Bezeichnet $T(\vec{r},A)$ die erwartete Ankunftszeit der anzupassenden Frontflächenfunktion beim Ort $\vec{r}$ und bei einer dort gemessenen Amplitude A, $\vec{r}_i$ die Koordinaten des i-ten angesprochenen Detektors, t_i die in ihm gemessene Ankunftszeit, und σ_i die erwartete Standardabweichung dieser i-ten Messung, dann ist der Ausdruck

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{det}}} \left(\frac{T(\vec{r}_i) - t_i}{\sigma_i} \right)^2 \tag{2.1}$$

unter Variation der freien Parameter in T zu minimieren. Die freien Parameter sind (bei festgehaltenem Kernort) die zwei Richtungscosinus u und v der Schauereinfallsrichtung und ein globaler Zeitoffset t_0. Bei rotationssymmetrischen Schauerfronten geht $\vec{r}_i$ dann nur über den Abstand des i-ten Zählers von der Schauerachse d_i ein. Die Anpassung wird für Szintillations- und AIROBICC-Zähler jeweils getrennt durchgeführt.

2.2.2.1 Bestimmung der Schauerrichtung aus den Szintillatorzeiten

Im Hamburger Rekonstruktionsprogramm ist für die Richtungsbestimmung aus den in den Szintillationszählern gemessenen Ankunftszeiten das Verfahren implementiert, welches in KRAWCZYNSKI ET AL. 1996 entwickelt und beschrieben ist (bezügl. Details s. auch die Diplomarbeit KRAWCZYNSKI 1994). Die Besonderheit dieses Verfahrens ist, daß der Erwartungswert der T_i **und** der Erwartungswert für die Standardabweichung σ_i sowohl vom Schauerachsenabstand d_i

als auch von der gemessenen Amplitude A_i des jeweiligen Zählers abhängen, also gar keine feste „Schauerfront" im geometrischen Sinne mehr verwendet wird. Die verwendeten Parametrisierungen $T(d,A)$ und $\sigma(d,A)$ wurden aus den Szintillatorfelddaten mithilfe eines iterativen Selbstkonsistenzverfahrens ermittelt, also an hadronischen Ereignissen optimiert. M$^{\text{c}}$Carlo-Untersuchungen ergaben aber, daß die Verwendung dieser Parametrisierungen bei γ-Schauern keine systematischen Fehler erzeugt und die Winkelauflösung sich im Vergleich zu derjenigen für hadronische Ereignisse leicht verbessert.

Zur Berücksichtigung der ausgeprägten Ausläufer der Ankunftszeitverteilungen der Schauerteilchen zu späten Ankunftszeiten hin wird die eigentliche Anpassungsprozedur dann iterativ ausgeführt: Nach einer Anpassung der Richtung aus allen Daten der getroffenen Zähler werden im darauffolgenden Schritt diejenigen 5% der Zähler mit den größten Abweichungen verworfen, und für die dritte und letzte Anpassung dann nochmals 15,8%, so daß schließlich insgesamt nur 80% der gemessenen Ankunftszeiten verwendet werden. Die χ^2-Anpassung selbst wird im Rahmen des Rekonstruktionsprogramms durch Verwendung der universellen numerischen Minimierungsroutine `valley` von *V. Blobel* aus der DESYLIB realisiert, weil das Problem nicht auf die Anpassung einer linearen Funktion zurückzuführen ist.

Mit diesem allgemeinen Ansatz konnte eine bedeutende Verbesserung der Richtungsrekonstruktion gegenüber früheren Verfahren erzielt werden. Legt man Szintillatortrigger von 14 oder mehr getroffenen Zählern zugrunde, so erreicht man eine mittlere Winkelauflösung für hadroninduzierte Schauer von $\sigma_{63\%} \approx 1{,}0^\circ$, für γ-Schauer beträgt sie $\sigma_{63\%} \approx 0{,}9^\circ$.

2.2.2.2 Schauerrichtungen aus den AIROBICC-Ankunftszeiten

Eine wesentlich bessere Richtungsbestimmung kann aus den in den AIROBICC-Zählern gemessenen Ankunftzeiten gewonnen werden. Im Gegensatz zu den Szintillationszählerzeiten, deren Streuungen um den Erwartungswert durch Schauerfrontfluktuationen dominiert werden (in vielen Zählern wird nur ein Teilchen gemessen), werden die Streuungen der AIROBICC-Ankunftszeiten durch die experimentelle Auflösung von ca. 1 ns bestimmt. Es konnten weder signifikante Amplitudeneffekte noch eine nennenswerte Abhängigkeit vom Schauerachsenabstand gefunden werden. Es wird daher das in KARLE 1994 eingeführte Verfahren benutzt, das eine leicht kegelförmige Schauerfront mit einem halben Öffnungswinkel von $90^\circ - 1{,}07^\circ$ verwendet.

Da bei AIROBICC aufgrund zufälliger Signal-Koinzidenzen durch das Nachthimmelrauschen und durch gelegentliche Fehlkalibrationen zeitliche „Ausreißer", die nicht in die Schauerfront passen, vorkommen können, wird die Anpassungsprozedur, die schließlich die endgültige Richtungsmessung liefert, iterativ ausgeführt: Im ersten Schritt wird die Anpassung an alle registrierten Zeiten durchgeführt, im zweiten Schritt werden diejenigen Zähler weggelassen, die mehr als 20 ns Abweichung von der Front aufwiesen, und in der dritten, endgültigen Anpassung nur Zähler zugelassen, die weniger als 3,4 ns Abweichung im vorhergehenden Schritt hatten. Für die Anpassung selbst wird wieder die `valley`-Routine verwendet.

Die Genauigkeit der Richtungsbestimmung mit den AIROBICC-Daten wird in Abschnitt 2.5 dargestellt.

2.2.3 Anpassungen der Lateralverteilungen

Als letzte der „klassischen“ Schauerparameter werden die Lateralverteilungsparameter bestimmt.

2.2.3.1 Messung der Lateralverteilung der Schauerteilchen

Wie in Abschnitt 1.4 erwähnt, folgt die Lateralverteilung der Schauerteilchen annähernd der NKG-Funktion (Gl. 1.4). Als Modell für die Gesamtverteilung der Schauerteilchen erlaubt sie, aus der Messung eines Teils der Schauerfront auf die Gesamtteilchenzahl zu schließen.

Obwohl die NKG-Funktion eigentlich für pure elektromagnetische Kaskaden abgeleitet wurde, stellt sie auch für hadroninduzierte Schauer eine brauchbare Approximation dar. Auch für die Lateralverteilungen, die sich nach einer Bleischicht für die geladenen Schauerteilchen ergeben, stellt sich die NKG-Funktion als akzeptable Näherung heraus (PRAHL 1992), wobei allerdings die kaskadentheoretischen Beziehungen von der resultierenden Elektronenzahl N_e und dem Schaueralter s zu den Kenngrößen der Longitudinalentwicklung (Abstand des Schauermaximums und Elektronenzahl im Maximum) aufweichen.

Im Gegensatz zu der Messung der Zeitstruktur der Schauerfront, wo nur getroffene Zähler Information tragen, stellt sich die Meßsituation hier anders dar: Bei dem Medianwert von 18 getroffenen Zählern eines typischen Ereignisses liefern $243 - 18$ Zähler die Messung „0 Teilchen“, jede aktive Szintillatorhütte liefert also eine Information. Dabei kann von *Poisson*-verteilten Teilchenanzahlen in jedem Zähler ausgegangen werden.[4] Die beste Lösung des Anpassungsproblems bestünde demnach in einem Maximum-Likelihood-Verfahren, bei dem die freien Parameter der NKG-Funktion variiert werden, bis die NKG-Teilchendichten an sämtlichen Zählerpositionen zu einem Maximum des Produkts der Einzelwahrscheinlichkeiten jeder Messung werden. Da ein solches Verfahren, angewandt auf jedes registrierte Ereignis, viel zu aufwendig ist, wird im Hamburger Rekonstruktionsprogramm der folgende Weg beschritten:

1. Entsprechend dem rekonstruierten Schauerkernort und der gemessenen Einfallsrichtung werden alle aktiven Szintillationszähler in (senkrecht zur Achse gemessenen) 10 m breite konzentrische Ringe um die Schauerachse eingeteilt (s. Abb. 2.3)
2. In jedem Ring wird die aktive Fläche und die Anzahl der registrierten Teilchen aufsummiert.
3. Jedem Ring wird ein effektiver Achsenabstand zugeordnet, indem über die Einzelzählerabstände, gewichtet mit einer mittleren Lateralverteilung, gemittelt wird.[5]
4. Wegen der Unschärfe der rekonstruierten Kernposition und dem singulären Verhalten der NKG-Funktion auf der Schauerachse werden Zähler mit einem Achsenabstand $d_i < 5$ m

[4] Bei starken örtlichen Korrelationen der Schauerteilchen („Teilchenbündel“ mit verschiedenen Teilchenzahlen) würde diese Annahme falsch. Eine Überprüfung in den HEGRA-Felddaten (also sogar an hadronischen Schauern) ergab aber, daß *Poisson*-Fluktuationen den dominierenden Anteil an den Gesamtstreuungen darstellen.

[5] Diese Abstandsberechnung wurde von *A. Lindner* (in Verfeinerung des vorher verwendeten Mittelwertes zwischen Innen- und Außenkante des jeweiligen Ringes) eingeführt, um die Rekonstruktion der Lateralverteilungsparameter bei großen Schauern zu verbessern. Bei durchschnittlichen Ereignissen spielt dies nur eine untergeordnete Rolle.

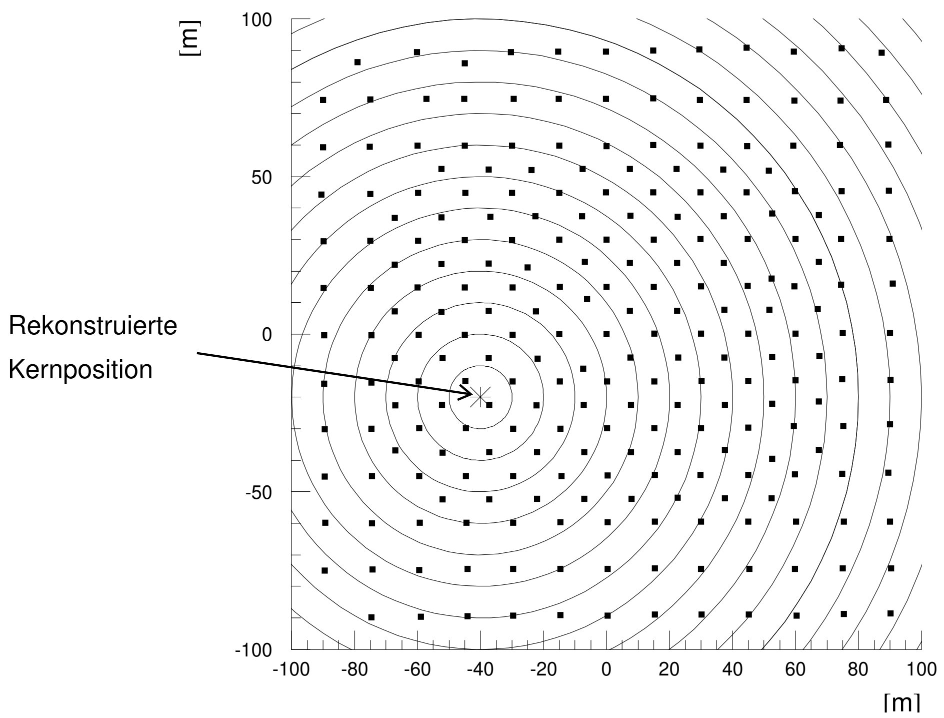


Abbildung 2.3: Illustration zur Einteilung des Szintillatorfeldes in einzelne Ringe für die Anpassung der NKG-Funktion an die registrierte Teilchenverteilung. (Angenommen wurde hier ein senkrecht einfallender Schauer.)

nicht berücksichtigt. Zähler mit $5\,\mathrm{m} < d_i < 10\,\mathrm{m}$ werden als separate Stützstellen behandelt.

5. Bei festgehaltenem *Molière*-Radius von $r_M = 112\,\mathrm{m}$ wird eine Maximum-Likelihood-Anpassung der NKG-Funktion unter Variation des Schaueralters s und der Gesamtelektronenzahl N_e an die achsennahen Einzelzähler und die Ringe durchgeführt.

Diejenigen Zähler im verdichteten Bereich des Feldes, die mit nur einem Photomultiplier ausgelesen werden, werden wegen Sättigungseffekten dann nicht berücksichtigt, wenn in einem von ihnen mehr als 10 MIPs gemessen werden. Die Anpassung ist nur numerisch möglich, und auch hier wird wieder die `valley`-Routine benutzt.

Dieses Verfahren liefert auch bei großen Schauern gleich gute Abschätzungen für N_e und s wie die Anpassung an alle Einzelzähler (LINDNER 1995), ist aber viel schneller, da nur an ≈ 20 statt an 243 Stützstellen angepaßt werden muß.

2.2.3.2 Messung der Čerenkovlicht-Lateralverteilung

Als letzte Parameter werden noch die Čerenkovlicht-Dichte auf der Schauerachse ρ_0 und der Lichtradius r_L durch eine Anpassung einer Exponentialfunktion in r nach Gl. 1.8 ermittelt. Die in diese Anpassung eingehenden Abstände von der Schauerachse werden auf $r \in [20\,\mathrm{m}, 100\,\mathrm{m}]$ eingeschränkt, weil für nähere bzw. fernere Distanzen Abweichungen von der Exponentialform auftreten. Da die Meßfehler an den Einzelzähleramplituden näherungsweise proportional zu ihrer absoluten Signalgröße, der relative Fehler also etwa konstant ist (ca. 17%), kann mit dem Logarithmus der Lateralverteilungsfunktion eine lineare Funktion an die Logarithmen der gemessenen Čerenkovlichtdichten (die dann konstante Gewichte zugeordnet bekommen) angepaßt werden. Die Lösung einer solchen χ^2-Minimierung ist eindeutig und geschlossen berechenbar, so daß in diesem Falle auf eine numerische Prozedur verzichtet werden kann.

Um (wie bei der Richtungsbestimmung) einer Verzerrung der Parameter durch Ausreißer entgegenzuwirken, ist auch dieses Verfahren zweistufig: In der ersten Anpassung werden die Amplituden aller angesprochenen AIROBICC-Zähler verwendet, dann diejenigen Zähler gesucht, die mehr als ca. 50% (genauer: Die Differenz der natürlichen Logarithmen zwischen Erwartung und Messung größer als 0,46) von der so gefundenen Lateralverteilungsfunktion abweichen, und schließlich wird die Anpassung ohne diese wiederholt. Zur Charakterisierung der Lichtmenge wird statt ρ_0 im weiteren Verlauf der Arbeit die Größe γ_{0-100} verwendet: Sie bezeichnet das Flächenintegral der Čerenkovlicht-Photonen zwischen 0 m und 100 m Achsenabstand unter Verwendung von ρ_0 und r_L in Gl. 1.8 und beschreibt diese Lateralverteilungsfunktion in Kombination mit r_L also vollständig. Man beachte aber, daß achsennahe Abweichungen von der Exponentialform demnach in γ_{0-100} nicht enthalten sind.

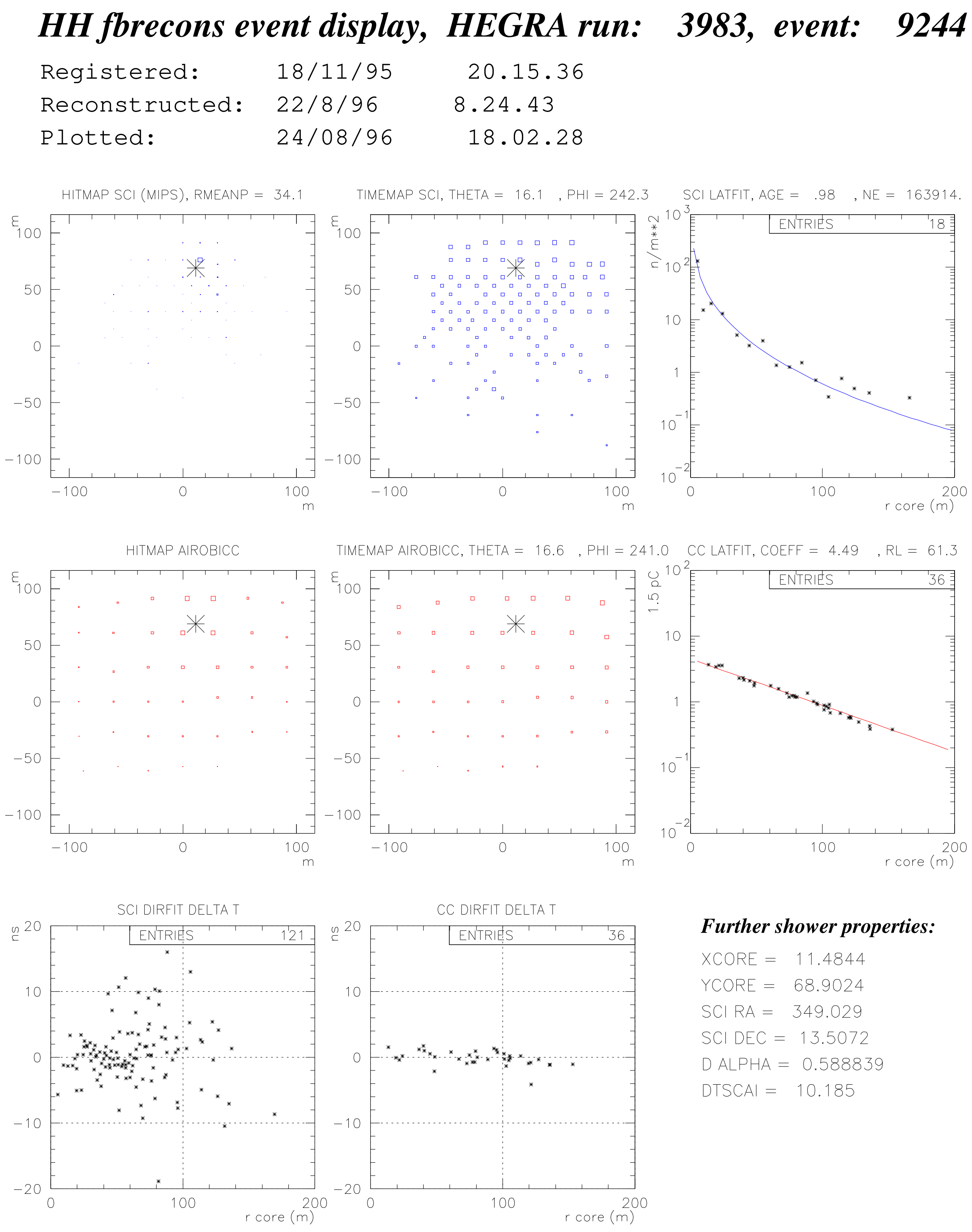


Abbildung 2.4: Beispiel für die graphische Darstellung eines voll rekonstruierten Ereignisses (s. Text).

2.3 Kalibration der HEGRA-Felddaten

Die Auswertung der HEGRA-Felddaten erfordert einige Kalibrationsprozeduren vor und während der Datenbearbeitung:

1. Die Signallaufzeiten von den Detektoren zur Datenerfassung müssen bestimmt werden
2. Die Digitalisierungsstufen (ADCs, TDCs) müssen kalibriert werden
3. Die Verstärkungen der Zähler müssen geeicht werden

Die dazu verwendeten Verfahren werden im folgenden beschrieben.

2.3.1 Zeitkalibrationen

Durch Lufttemperatur- und Sonneneinstrahlungsänderungen tagsüber und in der ersten Nachthälfte können sich die Laufzeiten auf den Kabeln recht unterschiedlich und unkontrolliert ändern (in der Größenordnung von 1-2 ns). Um diese Laufzeitänderungen zu messen, sind alle Zähler mit Lichtpulsern ausgerüstet, deren Steuerkabel vom gleichen Typ wie die Signalkabel sind und parallel zu diesen verlegt sind, also die gleichen Laufzeitänderungen erfahren. Unter stabilen und für alle Kabel gleichen Temperaturverhältnissen (was fast immer in den zweiten Nachthälften der Fall ist) sind sämtliche Laufzeiten in den Lichtpulser-Steuerkabeln mit einem Reflektometer gemessen worden. Da alle Signal- und Lichtpulser-Kabel bis auf Abweichungen im Prozentbereich gleich lang sind, stellen sich diese Laufzeiten unter Vernachlässigung von Fehlern 2. Ordnung jede Nacht wieder ein (bis auf einen allen Kabeln gemeinsamen Offset, da die Temperaturen von Nacht zu Nacht variieren). Durch die in speziellen, halbstündlich durchgeführten Lichtpulser-Runs gewonnenen Detektorantworten können dann die Signallaufzeiten von den Photomultipliern (incl. Transitzeit) bis zu den TDCs errechnet werden (wiederum bis auf einen allgemeinen Offset).

Die für die Digitalisierung verwendeten TDCs werden ebenfalls in speziellen Kalibrations-Runs geeicht. Dazu wird ein Kalibrationsmodul eingesetzt, welches, von der Datennahme automatisch gesteuert, zwei Pulse mit verschieden langen, kalibrierten Zeitintervallen dazwischen generiert. Der erste startet alle TDCs gemeinsam, der zweite stoppt durch einen Fan-Out auf alle TDC-Eingänge. Dadurch kann der gesamte dynamische Bereich aller TDCs geeicht werden.

Für die AIROBICC-Zähler wird noch eine dynamische Feinjustierung verwendet, weil die verbleibenden Fehler in der Kalibrierung z. T. größer als die Zeitauflösung von 1 ns sind. Da die Ankunftszeiten der Čerenkovlicht-Front sehr präzise definiert sind, spiegeln Versätze in den histogrammierten Zeitabweichungen (s. Abb. 2.17) solche Fehlkalibrationen wider. Durch ein dreistufiges Verfahren (in dem „Abweichler“ durch eine zusätzliche, individuelle Konstante t_{korr} auf eine Abweichung von Null gesetzt werden) können diese ausgeglichen werden. Dazu werden die ersten 5000 Ereignisse während eines AIROBICC-Runs dreimal vorrekonstruiert, wobei jeweils die mittleren Abweichungen in der Kegelanpassung ermittelt werden und Abweichungen von über 1,3 ns im ersten Durchlauf (0,7 ns bzw. 0,3 ns im zweiten bzw. dritten Durchlauf) auf Null geschoben werden. Danach wird der gesamte Run mit den so erhaltenen, im weiteren Programmablauf festgehaltenen t_{korr} rekonstruiert. In Abb. 2.5 (links) ist das Spektrum der mitt-

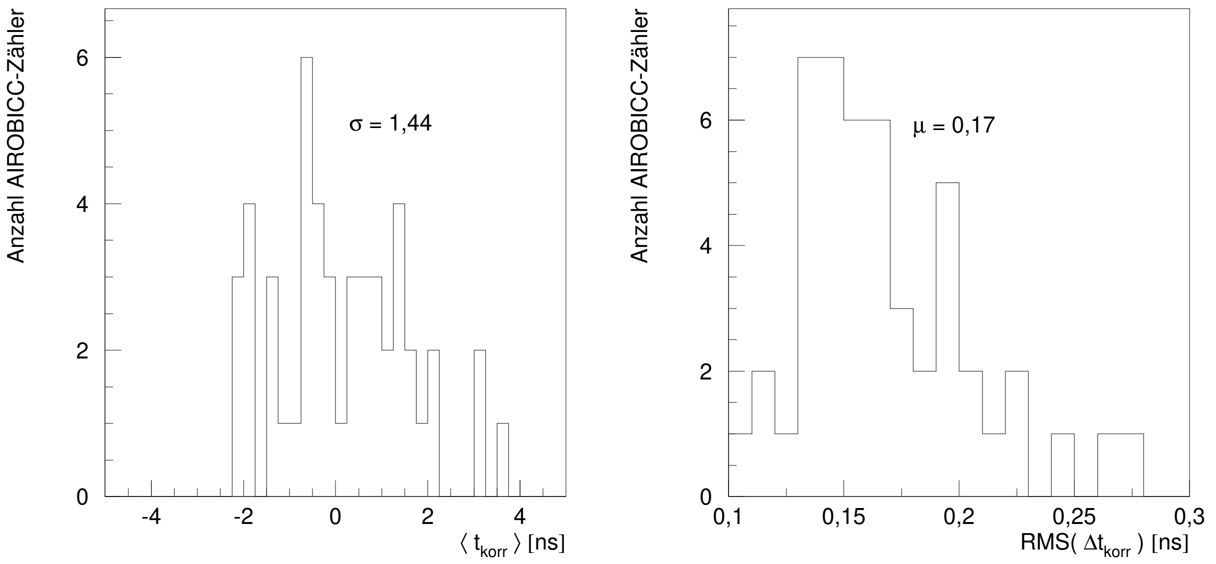


Abbildung 2.5: Die Mittelwerte $\langle t_{\mathrm{korr}} \rangle$ der Korrekturzeiten gegenüber der Normalkalibration (links), und die Streuung der Korrekturzeitdifferenzen RMS(Δt_{korr}) in zwei aufeinanderfolgenden AIROBICC-Runs für alle AIROBICC-Zähler (rechts).

leren t_{korr} für alle AIROBICC-Zähler dargestellt. Man erkennt bei einer Streuung von 1,4 ns, daß eine Justierung sinnvoll ist.

Abb. 2.5 (rechts) zeigt die Verteilung der Standardabweichungen der Differenzen der t_{korr} zwischen zwei aufeinanderfolgenden AIROBICC-Runs, spiegelt also die Kurzzeitvariationen (auf einer Skala von Tagen) wider. Der Mittelwert von 0,17 ns (vgl. die Auflösung der TDCs von 0,15 ns und die Zeitauflösung der Zähler in der Richtungsrekonstruktion von 1 ns) zeigt, daß das Verfahren stabil funktioniert und weist darauf hin, daß zeitlich langsam variierende Effekte für die Fehlkalibrationen verantwortlich sind. Tatsächlich ist auf einer Skala von Monaten auch eine deutliche Drift der t_{korr} vorhanden.

Die durch diese Feinjustierung eingeführte Unsicherheit in der Absolutorientierung sollte deutlich unterhalb der AIROBICC-Winkelauflösung liegen. Dies kann dadurch belegt werden, daß die Streuung der Run-weisen mittleren Abweichungen in den aus den AIROBICC- und den Szintillator-Daten rekonstruierten Richtungen (für letztere wird keine dynamische Feinjustierung durchgeführt) kleiner als 0,05° ist (s. Abb. 2.20).

2.3.2 Amplitudenkalibrationen

Die Amplitudenkalibration zerfällt in zwei Teile: Zum einen muß der logische Nullpunkt der ADC-Skalen in Pedestal-Messungen bestimmt werden, zum anderen muß für jeden ADC ein Skalenfaktor bestimmt werden.

Für alle in der Datennahme eingesetzten QADCs wird die logische Null in halbstündlichen Pedestal-Runs bestimmt. Dazu werden automatisch Zufallstrigger erzeugt und die Mittelwerte der so entstehenden Spektren bestimmt. Die Nullpunkte der im Szintillationszählerfeld eingesetzten VADCs wird an späterer Stelle ermittelt.

Die individuellen Skalenfaktoren werden für Szintillationszähler und AIROBICC-Zähler unterschiedlich bestimmt, wie im folgenden näher beschrieben wird.

2.3.2.1 Amplitudenkalibration der Szintillationszähler

Die Skalenbestimmung für die Szintillationszähler basiert auf dem Maximum der Häufigkeitsverteilung der Amplituden in den Schauer-Ereignissen, die im betrachteten Run aufgenommen wird: Mit Abstand am häufigsten sind Zählertreffer mit einem Teilchen, daher wird das Amplitudenspektrum von der Energiedeposition eines einzelnen Elektrons durch Ionisationen dominiert. Man erhält auf diese Weise ungefähr ein *Landau*-Spektrum mit einem eindeutig definierten Maximum. Da die Diskriminator-Schwellen so eingestellt sind, daß sich für jeden Einzelzähler etwa die erwartete Rate kosmischer Myonen (als echte minimalionisierende Teilchen) ergibt, geht man davon aus, daß unter der Bedingung, daß der Diskriminator angesprochen hat, praktisch ein vollständiges *Landau*-Spektrum in den Ereignisdaten einstellt. In Abb. 2.6 (links)

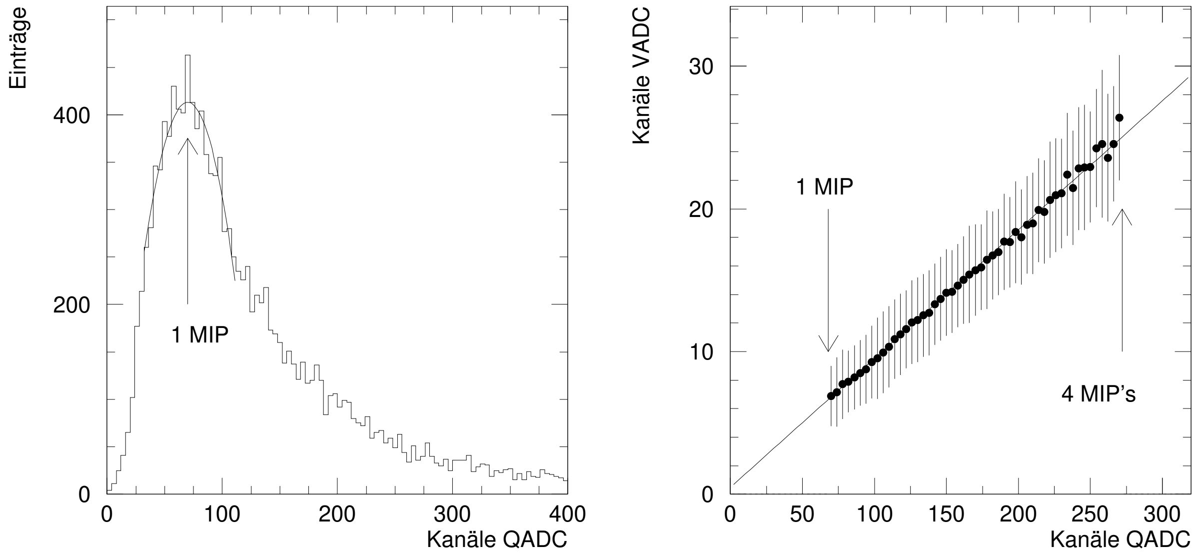


Abbildung 2.6: Links: Das Amplitudenspektrum eines zu einem Szintillationszähler gehörenden QADCs (Diskriminatorsignal gefordert) aus den Ereignisdaten mit eingezeichneter Parabelanpassung zur Bestimmung des MIP-Maximums. Rechts: Korrelation zwischen VADC- und QADC-Signalen zwischen 1 bis 4 MIPs zur Bestimmung von VADC-Skala und -Nullpunkt. (Die Balken markieren dabei die Streuung der VADC-Werte.)

ist ein solches Spektrum gezeigt. Die Position des Maximums wird durch eine Parabelanpassung um den Kanal mit dem höchsten Eintrag festgelegt, und dieser Wert als ein MIP definiert. Dieser Wert kann für praktisch jeden Zähler gut ermittelt werden und definiert dann die gemeinsame, für jeden Zähler gleiche Skala.

Zur Eichung der VADC-Skala dient dann die Korrelation zwischen VADC- und QADC-Signalen (Abb. 2.6 rechts) zwischen 1 und 4 MIPs, da in diesem Bereich die Signalantworten des empfindlichen Photomultipliers noch linear sind. Die Anpassung einer Geraden liefert dann den Umrechnungsfaktor zwischen VADC- und QADC-Skala. Der Achsenabschnitt definiert dabei die logische Null für den betreffenden VADC.

2.3.2.2 Amplitudenkalibration der AIROBICC-Zähler

Die Amplitudenkalibration für die AIROBICC-Zähler ist ungleich aufwendiger, weil das Amplitudenspektrum der Einzelzähler naturgemäß völlig strukturlos ist (eine steil abfallende, monotone Verteilung in annähernder Form einer Potenzfunktion).

Die Versorgungsspannungen und die Diskriminatorschwellen der Einzelzähler sind grob so eingestellt, daß die Einzelrate je Zähler (ausgelöst durch die Resthelligkeit des Nachthimmels, die vornehmlich von Sternenlicht und Airglow hervorgerufen wird, s. MIRZOYAN & LORENZ 1994) zwischen ca. 3 und 5 kHz liegt. Die Skalen der Einzelzähler variieren dennoch erheblich untereinander, weil das atmosphärische Čerenkovlicht eine andere spektrale Zusammensetzung als das Himmelsrestlicht hat (höherer Blau-Anteil) und die Frequenzabhängigkeit der Quantenausbeute der Photomultiplier deutliche Exemplarstreuungen aufweist.

Eine absolute Kalibration der Lichtmengen ist nur mit M$^{\mathrm{c}}$Carlo-Simulationen möglich (Abschnitt 2.4). Hier ist das Wichtigste zunächst ein Relativabgleich der Einzelzählerskalen in Bezug auf das die Schauer begleitende Čerenkovlicht. Dazu werden die Schauerdaten selbst verwendet. Zu jedem Ereignis mit mehr als 15 AIROBICC-Zählern mit Signal und einem r_P-Wert unterhalb 55 m [6] werden die AIROBICC-Zähler in 15 m breite, konzentrische Abstandsbins relativ zur Schauerachse eingeteilt. Wegen der Radialsymmetrie der Čerenkovlicht-Lateralverteilung sollte dann in einem Ring jeder aktive Zähler im Mittel dasselbe Lichtsignal „gesehen“ haben.[7] Haben in einem Ring alle aktiven Zähler angesprochen, so wird die mittlere Amplitude (einfach ausgedrückt in ADC-Kanälen) ermittelt und jedem Zähler ein Verstärkungsfaktor relativ zu diesem Mittelwert zugeordnet. Diese relativen Verstärkungsfaktoren werden für je 5000 Ereignisse für jeden Zähler histogrammiert und danach ein Mittelwert bestimmt. Zur Berechnung der entgültigen Relativkalibrationsfaktoren r_{rel} aus diesen Mittelwerten wird noch ein globaler Faktor hinzugefügt, so daß das Produkt gleich 1 ist:

$$\prod_{i=1}^{N_{\mathrm{det,AIR}}} r_{\mathrm{rel},i} \stackrel{!}{=} 1 \qquad (2.2)$$

Die Relativkalibrationsfaktoren r_{rel} werden dann in der weiteren Rekonstruktion der Daten berücksichtigt.

Das Verfahren ist so stabil, daß es während der gesamten Datenrekonstruktion mitläuft, wobei immer nach jeweils weiteren 5000 Ereignissen die r_{rel} aufgefrischt werden. Auf diese Weise können auch während eines Runs verstellte Zählerverstärkungen schnell ausgeglichen werden. Das Verfahren konvergiert (beim Start mit einer Grundeinstellung von $r_{\mathrm{rel}} = 1$ für alle Zähler) nach etwa drei Auffrischungszyklen gegen eine stabile Konfiguration. Danach liegen die typischen Schwankungen der Einzelfaktoren bei 2-3% (vgl. die mittleren Streuungen der Einzelzähleramplituden in der Lateralanpassung von 17%). Eine nennenswerte systematische Mißkalibration in Abhängigkeit von der Zählerposition ist auszuschließen, weil sich das Spekrum der Lichtradien als unabhängig vom Kernort erweist. Zur Demonstration sind in Abb. 2.7 die (inversen) Lichtradienverteilungen für Ereignisse mit Kernorten innerhalb eines Quadrates mit 40 Metern Kantenlänge im Zentrum des Detektorfeldes ($r_{g,\max} < 20\,\mathrm{m}$) verglichen mit solchen,

[6] Diese Bedingungen verwerfen kleine Ereignisse und schlechte Kernortrekonstruktionen

[7] Bei typischen Lateralverteilungen ergeben sich Unterschiede zwischen Innnen- und Außenkante eines Ringes von etwa 28%, die sich aber bei Mittelung über viele Ereignisse herausheben.

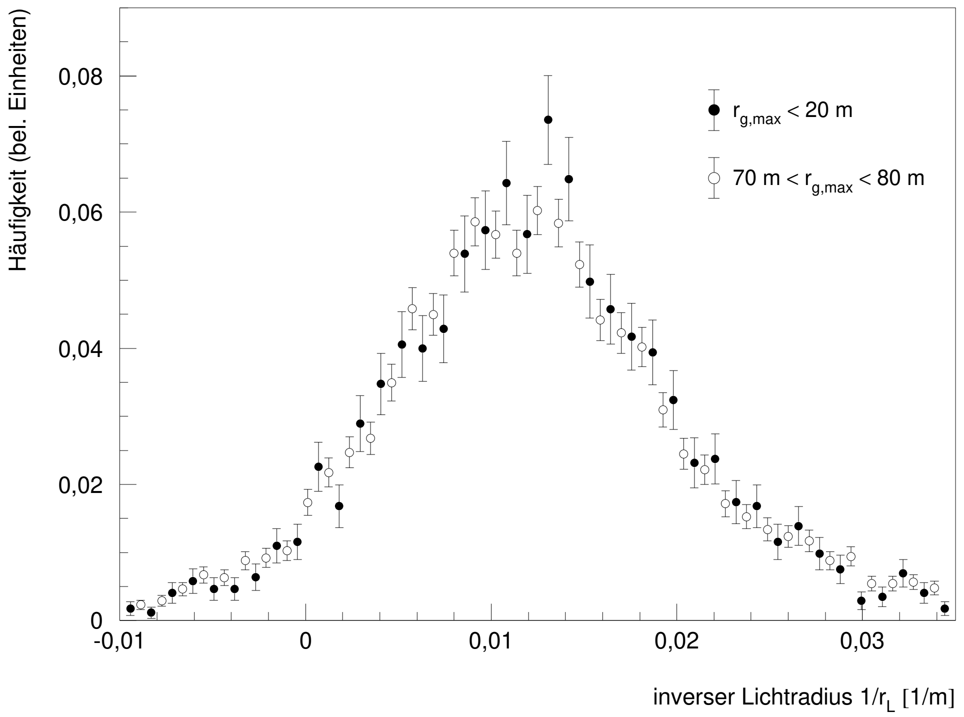


Abbildung 2.7: Die Verteilung der inversen Lichtradien $1/r_L$ für Schauer in der Nähe des HEGRA-Feldzentrums ($r_{\text{g,max}} < 20\,\text{m}$) und in der Nähe der Feldgrenze ($70\,\text{m} < r_{\text{g,max}} < 80\,\text{m}$).

deren Kerne in 10 bis 20 Metern Abstand von der äußersten Zählerreihe ($70\,\text{m} < r_{\text{g,max}} < 80\,\text{m}$) liegen. Dazu wurden alle Ereignisse mit Feldtriggern zugelassen, deren r_P-Parameter kleiner 50 Meter ist. (Dieser Schnitt verwirft grobe Fehlrekonstruktionen des Kernortes.) Die Differenz in Mittelwert resp. Streuung ist kleiner als 2% resp. 3%.

Während der Rekonstruktion der Daten dient dann immer der komplette Satz der $r_{\text{rel},i}$ am Ende eines Runs als Ausgangspunkt für die Rekonstruktion des nächsten AIROBICC-Runs. Abb. 2.8 (links) zeigt das Spektrum der auftretenden $r_{\text{rel},i}$ (gemittelt über viele Runs) für alle AIROBICC-Zähler. Aus der Streuung von 0,27 schließt man, daß ein Relativkalibrationsverfahren zur vollständigen Ausnutzung der Zählerauflösungen notwendig ist. Der Mittelwert der Streuungen der Δr_{rel} zwischen zwei aufeinanderfolgenden Runs von 0,085 ist ein Maß für die typischen Änderungen der r_{rel} auf der Skala von Tagen.

Zwei weitere Effekte in einer präzisen Amplitudeneichung, die beide von der Größenordnung 10% sind, werden durch das Lichtsammelsystem von AIROBICC im Zusammenspiel mit der Geometrie des Photomultipliers verursacht: Zum einen ergibt sich eine vom Zenitwinkel ϑ abhängige Änderung der Empfindlichkeit, deren Ursache die für verschiedene ϑ unterschiedlichen ausgeleuchteten Flächen auf der Photokathode sind. Für $\vartheta \gtrsim 25°$ nimmt auch die Effektivität der Lichtsammlung mit dem *Winston*-Kegel (s. Abb. 2.1) durch Mehrfachreflexionen ab. Diese Effekte sind bereits in KARLE 1994 bemerkt, aber nicht weiter behandelt worden. Zum anderen wird durch Asymmetrie der Geometrie des Photomultipliers im Bereich der ersten Dynode eine mit dem Azimutwinkel φ modulierte Sensitivitätsänderung verursacht. Da alle Photomultiplier in Bezug auf ihren internen Aufbau gleich ausgerichtet sind, führt auch dies zu einem alle Zähler gleichermaßen betreffenden Amplitudeneffekt.

Da die AIROBICC-Amplitudenskalen im weiteren Verlauf der Arbeit in erster Linie im Verhältnis zur Teilchenanzahl in einem Schauer wichtig sind (γ-Hadron-Trennung, siehe Kapitel 3), werden die benötigten Korrekturen der Skala aus dem Vergleich der integrierten

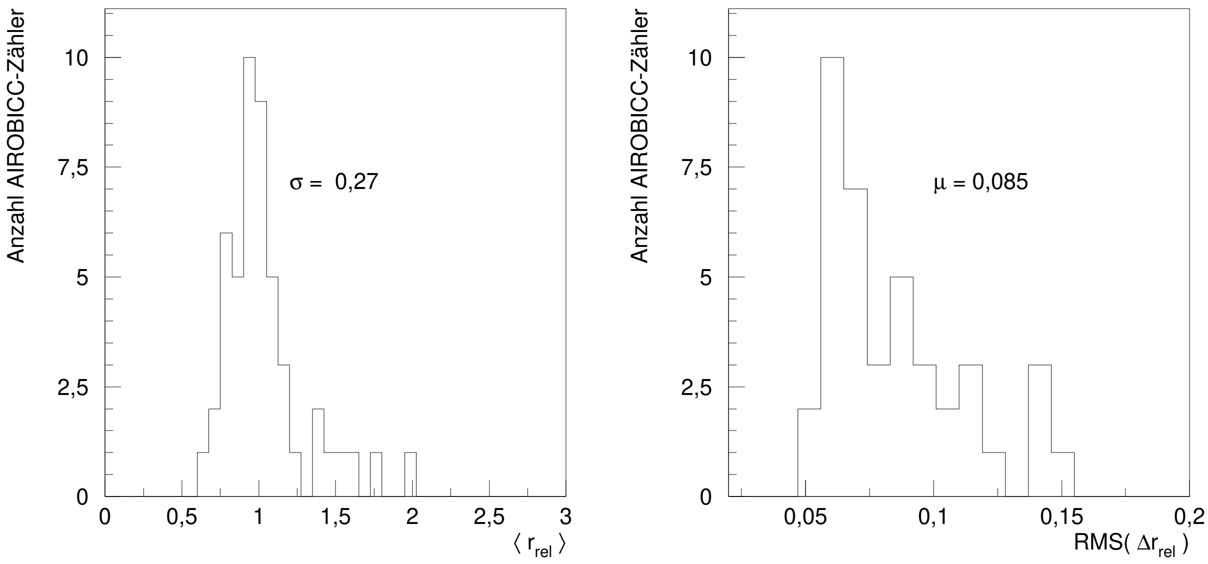


Abbildung 2.8: Links: Die Verteilung der mittleren Relativkalibrationsfaktoren $\langle r_{\text{rel}} \rangle$ der AIROBICC-Zähler. Rechts: Die Streuung der Differenzen der Relativkalibrationsfaktoren RMS(Δr_{rel}) zwischen zwei aufeinanderfolgenden AIROBICC-Runs für alle AIROBICC-Zähler.

Čerenkovlichtmenge γ_{0-100} aus der Lateralanpassung im Vergleich zu dem aus der Szintillator-Lateralanpassung erhaltenen N_e ermittelt. Dazu wird der auf einer logarithmischen Skala errechnete Mittelwert

$$q_{\text{relkal}} := \exp\left(\left\langle \log\left(\frac{\gamma_{0-100}}{N_e}\right)\right\rangle\right) \tag{2.3}$$

in Abhängigkeit von ϑ und/oder φ betrachtet.

In Abb. 2.9 ist die Abhängigkeit dieser Größe (über φ gemittelt) von ϑ dargestellt. Sie kann durch ein Polynom dritten Grades

$$q_{\text{relkal}}(\vartheta) := 0{,}925 \;\; - 3{,}66 \cdot 10^{-3}\,\vartheta \;\; + 1{,}10 \cdot 10^{-3}\,\vartheta^2 \;\; - 2{,}88 \cdot 10^{-5}\,\vartheta^3 \tag{2.4}$$

parametrisiert werden.[8] Ein Anhaltspunkt, daß diese Variation tatsächlich durch die ϑ-abhängige AIROBICC-Empfindlichkeit verursacht ist, ergibt sich durch den Vergleich mit den M$^{\text{t}}$Carlo-Ereignissen (siehe den nachfolgenden Abschnitt 2.4) für $\vartheta = 0^\circ$, 15°: In den experimentellen Daten ergibt sich aus der Parametrisierung

$$\frac{q_{\text{relkal, Daten}}(15^\circ)}{q_{\text{relkal, Daten}}(0^\circ)} = 1{,}103 \tag{2.5}$$

die M$^{\text{t}}$Carlo-Simulation liefert für diesen Faktor

$$\frac{q_{\text{relkal, M}^{\text{t}}\text{Carlo}}(15^\circ)}{q_{\text{relkal, M}^{\text{t}}\text{Carlo}}(0^\circ)} = 1{,}01 \pm 0{,}04 \tag{2.6}$$

Die verbleibende φ-Abhängigkeit ist in Abb. 2.10 zu sehen. Sie stellt sich für alle Zenitwinkel

[8]Die absolute Größe von $q_{\text{relkal}}(\vartheta)$ wurde so gewählt, daß sich, über alle Schauer gemittelt, der Erwartungswert 1 ergibt.

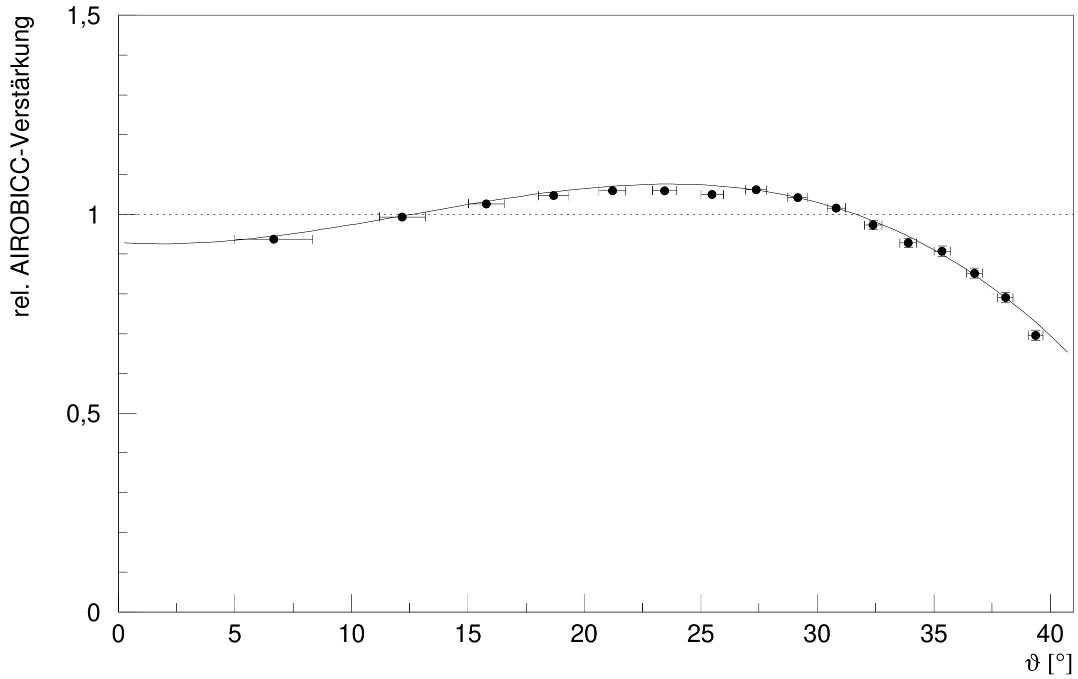


Abbildung 2.9: Relative AIROBICC-Verstärkung q_{relkal} in Abhängigkeit vom Zenitwinkel ϑ.

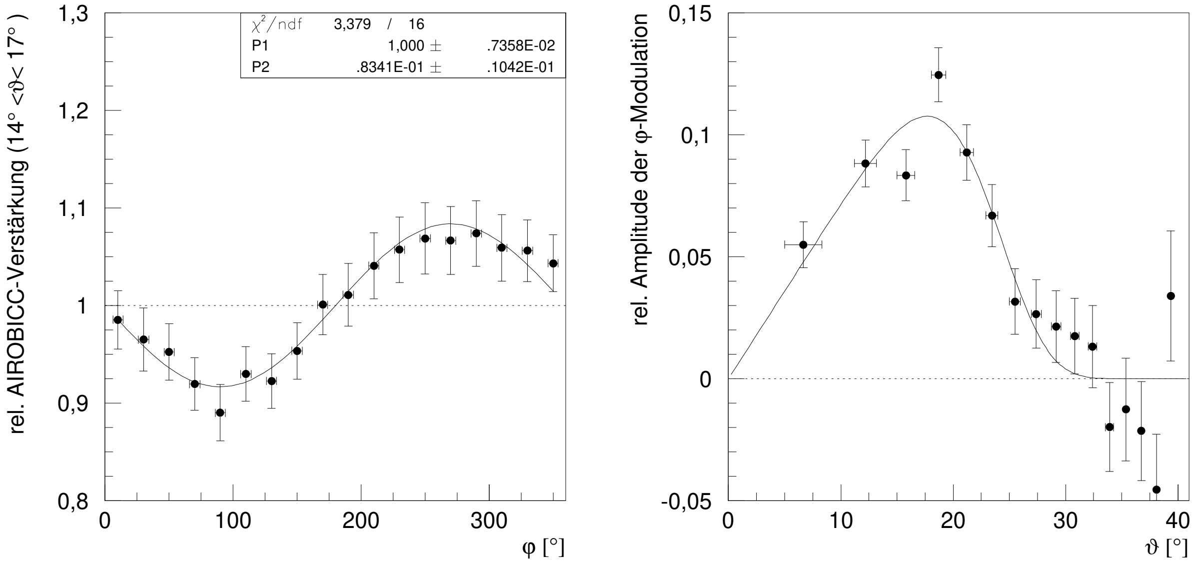


Abbildung 2.10: Relative AIROBICC-Verstärkung q_{relkal} in Abhängigkeit vom Azimutwinkel φ. Links: $q_{\text{relkal}}(\varphi)$ für $\vartheta \in [14°; 17°]$. Rechts: Abhängigkeit der Amplitude der φ-Modulation von q_{relkal} von ϑ.

ϑ als annäherd sinusförmig dar, wobei die Phase (zufällig) $\approx 180°$ ist. Abb. 2.10 links zeigt dies für ein ϑ-Intervall. Die Amplitude dieser Modulation (in Abb. 2.10 rechts) ist dabei allerdings wieder ϑ-abhängig. (Für $\vartheta \to 0$ darf schließlich kein Effekt mehr vorhanden sein; gleiches gilt wegen Mehrfachreflexionen im *Winston*-Kegel auch für sehr große ϑ.) Die in der Abbildung mit eingezeichnete Parametrisierung ist:

$$q_{\mathrm{relkal},\vartheta}(\varphi) := 1 \quad - \quad 7{,}18 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta \cdot \exp(-5{,}22 \cdot 10^{-9} \cdot \vartheta^6) \cdot \sin(\varphi) \tag{2.7}$$

Alle in der Rekonstruktion ermittelten Lichtmengen werden demgemäß durch $q_{\mathrm{relkal}}(\vartheta)$ und $q_{\mathrm{relkal},\vartheta}(\varphi)$ nach Gln. 2.4, 2.7, entsprechend der rekonstruierten Einfallsrichtung des Schauers, dividiert, um eine (zumindest bezüglich N_e) von ϑ, φ unabhängige Lichtmengenskala zu erhalten.

Der letzte berücksichtigte Effekt auf die AIROBICC-Amplitudeneichung, der ebenfalls im 10%-Bereich angesiedelt und wieder zeitabhängig ist, ist die Variation der Empfindlichkeit durch Schwankungen in der Transmissivität der Atmosphäre. Er soll durch die Run-weise Messung des γ_{0-100}/N_e-Verhältnisses gemäß Gl. 2.3 bestimmt und korrigiert werden. Gleichzeitig mit den Transmissivitätsänderungen werden damit auch alle Zähler gleichzeitig betreffende Empfindlichkeitsschwankungen des Detektors selbst ausgeglichen.[9]

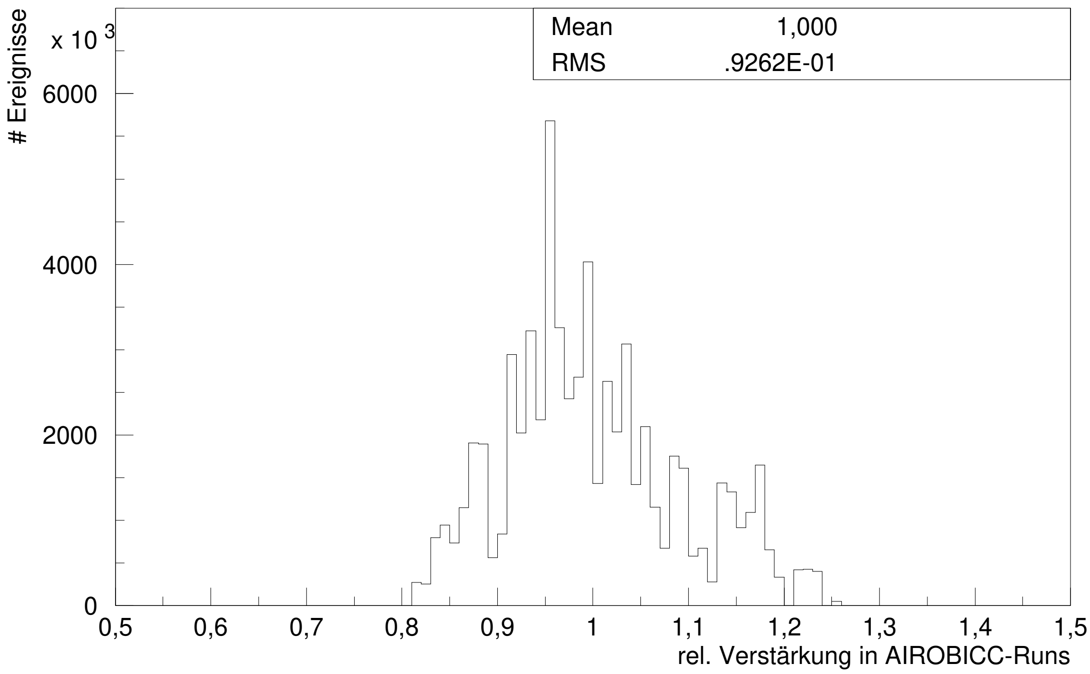


Abbildung 2.11: Spektrum der relativen AIROBICC-Verstärkung (über alle verwendeten Runs gemittelt, mit der Anzahl der Ereignisse gewichtet).

In Abb. 2.11 ist das Run-weise aufgenommene, mit den Anzahlen der Ereignisse gewichtete Spektrum der so gewonnenen relativen Verstärkung zu sehen, wobei nur Runs zugelassen wurden, die auch in die Datenauswertung eingehen. Man erkennt die annähernd log-normalverteilte Form dieses Spektrums.

[9]Die Photomultiplier von AIROBICC werden durch hohe Anodenströme durch die Resthelligkeit des Nachthimmels stark belastet. Dadurch sinkt die Verstärkung kontinuierlich leicht ab. Dies wird durch Erhöhung der Photomultiplier-Spannungen ca. einmal monatlich korrigiert.

2.4 M^{t}Carlo-Simulation

Die Kalibration gewisser Detektorparameter und die Berechnung von einigen Detektoreigenschaften sind, besonders in Ermangelung eines „Teststrahls“ oder einer gut sichtbaren Standardquelle, nur mit M^{t}Carlo-Simulationen von Luftschauern und der Detektorantwort darauf möglich. Für ein gutes Verständnis der Detetektordaten ist zum einen ein M^{t}Carlo-Datensatz erforderlich, der die möglichst gute Nachbildung der natürlichen hadronischen Schauer inklusive der Zusammensetzung der mit dem Detektorfeld gemessenen Ereignisse ermöglicht. Andererseits benötigt man γ-Schauersimulationen, um die Detektorantwort bei einem gewissen Quell-Szenario vorhersagen zu können.

2.4.1 M^{t}Carlo-Programme

Die im Rahmen dieser Arbeit erforderlichen M^{t}Carlo-Daten wurden speziell für diesen Zweck generiert. Verwendet wurde dazu eine Programmkette, die von *V. Haustein* in der Hamburger HEGRA-Gruppe entwickelt wurde (s. HAUSTEIN 1996). Die Komponenten dieser Kette werden im folgenden kurz vorgestellt.

Für die Simulation der Luftschauer in der Atmosphäre wird eine modifizierte Version des Programmes `CORSIKA 4.01` verwendet (CAPDEVIELLE ET AL. 1992), welches in der KASCADE-Kollaboration entwickelt wurde. Für die Simulationen der hochenergetischen ($>$ 10 GeV) hadronischen Wechselwirkungen wird das *Dual-Parton-Modell, HDPM* (CAPDEVIELLE 1989) verwendet, die niederenergetischen Wechselwirkungen werden gemäß dem *Isobaren-Modell* (GRIEDER 1979) modelliert. Die elektromagnetischen Wechselwirkungen werden mit dem `EGS4`-Code (NELSON ET AL. 1985) behandelt (mit zusätzlich implementierter möglicher μ^{+}-μ^{-}-Paarproduktion). In diesem Programm werden sämtliche Schauerteilchen mit Energien oberhalb 3 MeV durch die Atmosphäre (eine modifizierte US-Standardatmosphäre) verfolgt. Von den den Erdboden erreichenden Partikel liegen dann als Informationen Teilchensorte, Ort und Ankunftszeit und Impulse vor. Zur Speicherplatzersparnis werden nur diejenigen Teilchen dauerhaft abgespeichert, die Quadrate mit 1 m Kantenlänge treffen, die auf einem quadratischen Gitter mit einem Raster von 7,5 m angeordnet sind.

Die Generierung und die Verfolgung von Čerenkovlichtphotonen, die ursprünglich von HEGRA-Mitarbeitern in das Programm implementiert wurde (ARQUEROS ET AL. 1995), kann wegen ihrer enormen Anzahl nicht einzeln erfolgen: Es werden jeweils Bündel von 30-100 Photonen generiert und nur diejenigen Bündel dauerhaft gespeichert, die auf 81×81 quadratmetergroßen Feldern auf einem regelmäßigen quadratischen Gitter mit 15 m Gitterkonstante auf dem Erdboden eintreffen. Der Schauerkern wird dabei, zufällig gleichverteilt, in einer konzentrischen $15\,\mathrm{m} \times 15\,\mathrm{m}$ großen quadratischen Umgebung des zentralen Feldes festgelegt. Zwecks genaueren Studiums der Lateralverteilungen wurden zusätzlich noch sämtliche Photonenbündel gespeichert, die in 20 cm breiten, konzentrisch um die Schauerachse liegenden Ringen mit 10 m Abstand niedergehen (*Radialphotonen*). Zur Erzeugung des weiter unten beschriebenen Datensatzes wurde die Transportschrittweite in dem EGS-Teil, die im Original-`CORSIKA`-Code zur Zeitersparnis auf den 10-fachen Richtwert angehoben wurde, wieder zurückgesetzt, weil sich herausstellte, daß die Lateralverteilung des Čerenkovlichtes signifikant verzerrt wurde. Ein weiterer Fehler im Simulationscode, daß statt der recht realistischen US-Standardatmosphäre zur

Berechnung der Čerenkovwinkel eine isotherme Atmosphäre verwendet wurde, was ebenfalls zur Verzerrung der Lateralverteilung führt, wurde zu spät bemerkt und durch eine empirische Korrektur bei der Ereignisgenerierung (s. HORNS 1997) ausgeglichen.

Die Weiterverarbeitung und Reduktion der Daten zur Erzeugung von HEGRA-Feldereignissen inklusive Simulation von Detektoreffekten geschieht dann in den von *V. Haustein* erstellten Programmen `elba` und `texel`. Zur Ermittlung der in den Szintillationszählern gemessenen Zeiten und Teilchenanzahlen werden zunächst die elektromagnetischen Teilchen durch die Holzdeckel und den Bleikonverter der Szintillationszähler mithilfe von EGS4 verfolgt. Das Zeitsignal des Zählers wird dann entsprechend der am DESY-Teststrahl gemessenen mittleren Zeitauflösung (BLANCKE 1987) erzeugt. Für das Ladungssignal werden die geladenen Teilchen (aus dem Blei heraustretende Elektronen sowie Myonen und geladene Hadronen ohne Bleisimulation) oberhalb individueller Energieschwellen als 1 MIP gezählt:

$$\text{Energieschwellen für} \begin{cases} e^+, e^- : & 5\,\text{MeV} \\ \mu^+, \mu^- : & 10\,\text{MeV} \\ \text{Hadronen} : & 50\,\text{MeV} \end{cases} \tag{2.8}$$

Zur Generierung der AIROBICC-Daten werden die Čerenkovlicht-Photonenbündel auf den abgespeicherten Quadraten in der Ankunftzeit histogrammiert, wobei der resultierende Puls dann durch die Faltung des Histogrammes mit der experimentell bestimmten Impulsantwortfunktion eines AIROBICC-Zählers bestimmt wird. Dabei werden Absorptionseffekte (*Rayleigh*- und *Mie*-Streuung) und die Quanteneffizienz der Bialkali-Photokatode des Photomultipliers nach einer Parametrisierung in HILLAS 1982 berücksichtigt. Daraus wird schließlich das Amplituden- und das Zeitsignal eines AIROBICC-Zählers gebildet.

2.4.2 Erzeugung der HEGRA-Feldereignisse

Mit dieser Simulationskette wurde dann ein spezieller Datensatz aus γ- und Hadronschauern nach Tab. 2.1 erzeugt. Dabei wurden Zenitwinkel von 0° und 15° zu gleichen Teilen erzeugt, und Azimutwinkel zufällig gleichverteilt zwischen 0° und 360° gewählt. Die relative Häufigkeit in den einzelnen Energieintervallen wurde aus einem Energiespektrum $\frac{dN}{dE} \sim E^{-2,7}$ ausgewürfelt, was recht genau dem natürlichen Wert entspricht.

Für jeden Schauer wird dann versucht, 10 verschiedene HEGRA-Feldereignisse zu erzeugen, indem, wiederum zufällig gleichverteilt, aus der 81×81 Felder großen Matrix ($600\,\text{m} \times 600\,\text{m}$) mit verfügbaren AIROBICC-Zählerinformationen ein 13×13 Felder großes quadratisches Gebiet ausgewählt wird, wobei die darin enthaltenen 7×7 Zählerinformationen in einem AIROBICC entsprechenden 30 m-Raster mit den entsprechenden AIROBICC-Zählern identifiziert werden. Graphisch ist dies in Abb. 2.12 veranschaulicht. Zusätzlich wird auch die relative Orientierung der HEGRA-Feldmatrix (für die es 4 verschiedene Möglichkeiten gibt) ausgewürfelt. Überprüft wird dann, ob ein Szintillator- oder ein AIROBICC-Trigger vorliegt. Falls ja, wird das so generierte Ereignis gespeichert. Abgebrochen wird nach zehn erfolgten Triggern oder nach 1000 Versuchen, und die Anzahl der Versuche wird mit abgespeichert.

Diese Strategie erlaubt es, mit den bis weit unter die Energieschwelle der HEGRA-Felder simulierten Schauerenergien und weit über den geometrischen Einzugsbereich hinaus gestreuten

Schauerkernen (mehr als 500 m Abstand vom Detektorfeldzentrum) ein realistisches Bild der tatsächlich mit den HEGRA-Feldern registrierten Ereignissen zu modellieren. Dies wird dadurch erreicht, daß die bei den betrachteten Energien bekannte Komposition der kosmischen Strahlung (die hier der Kompilation aus verschiedenen Experimenten in WIEBEL 1994 entnommen wurde) mit den vier verschiedenen simulierten Hadronschauersorten näherungsweise nachgebildet wurde. Protonen und Heliumkerne wurden dabei entsprechend der natürlichen Zusammensetzung relativ gewichtet, Sauerstoff wurde als Repräsentant der mittelschweren Kerne (Ordnungszahl $Z = 6\ldots8$) verwendet, Eisen vertritt die Gruppe der sehr schweren Kerne ($Z = 17\ldots26$). Das Z-Intervall der schweren Kerne ($Z = 10\ldots16$) wird zu gleichen Teilen aus Sauerstoff- und Eisenkernen modelliert. Durch die vier verschiedenen Kernsorten wird bereits eine recht gleichmäßige Repräsentation erzielt, weil die relevanten Schauerparameter (wie z. B. die Tiefe des Schauermaximums oder die Fluktuationen in der Teilchenzahl) ungefähr linear vom Logarithmus der Massenzahl A abhängen. Da die Komponenten der kosmischen Strahlung leicht unterschiedliche Spektralindizes haben (im Mittel ca. $\alpha = 2{,}67$), bei der Modellierung aber der Index $\alpha = 2{,}7$ beibehalten werden soll, wurden die Gewichte entsprechend dem jeweiligen differentiellen Fluß bei 20 TeV berechnet.

Primär-teilchen	Energieintervall [TeV]	Anzahl der generierten Schauer
γ	2…12	1000
	12…80	360
	80…500	20
Proton	2…12	5700
	12…80	600
	80…500	30
Helium	2…12	2400
	12…80	300
	80…500	16
Sauerstoff	12…80	150
	80…500	8
	500…2000	4
Eisen	12…80	150
	80…500	8
	500…2000	4

Tabelle 2.1: Übersicht über die verwendeten M^tCarlo-Schauer

Neben diesen globalen Faktoren gehen für die Gewichtung der Einzelschauer dann noch der Quotient aus der Anzahl der erzielten Trigger und der Anzahl der Versuche (s. o.) mit ein, sowie natürlich die tatsächlich simulierte Anzahl von Schauern im jeweiligen Energieintervall (Tab. 2.1).

Mit den so gewichteten M^{t}Carlo-Ereignissen steht ein Datensatz zur Verfügung, der möglichst genau die natürliche Zusammensetzung der HEGRA-Feldtrigger nachbildet. Die dafür erstellte Schnittstellenroutine `mcio` erlaubt dann, diese Ereignisse durch dieselbe Rekonstruktionsprozedur laufen zu lassen wie die Originaldaten. Ferner werden darin die anfangs erwähnten, noch zu beschaffenden Detektorauflösungen berücksichtigt.

Im nächsten Abschnitt werden diese Auflösungsparameter beschafft, und es wird demonstriert, daß die aus diesem M^{t}Carlo-Datensatz rekonstruierten Ereignisparameter die experimentellen Daten gut wiedergeben.

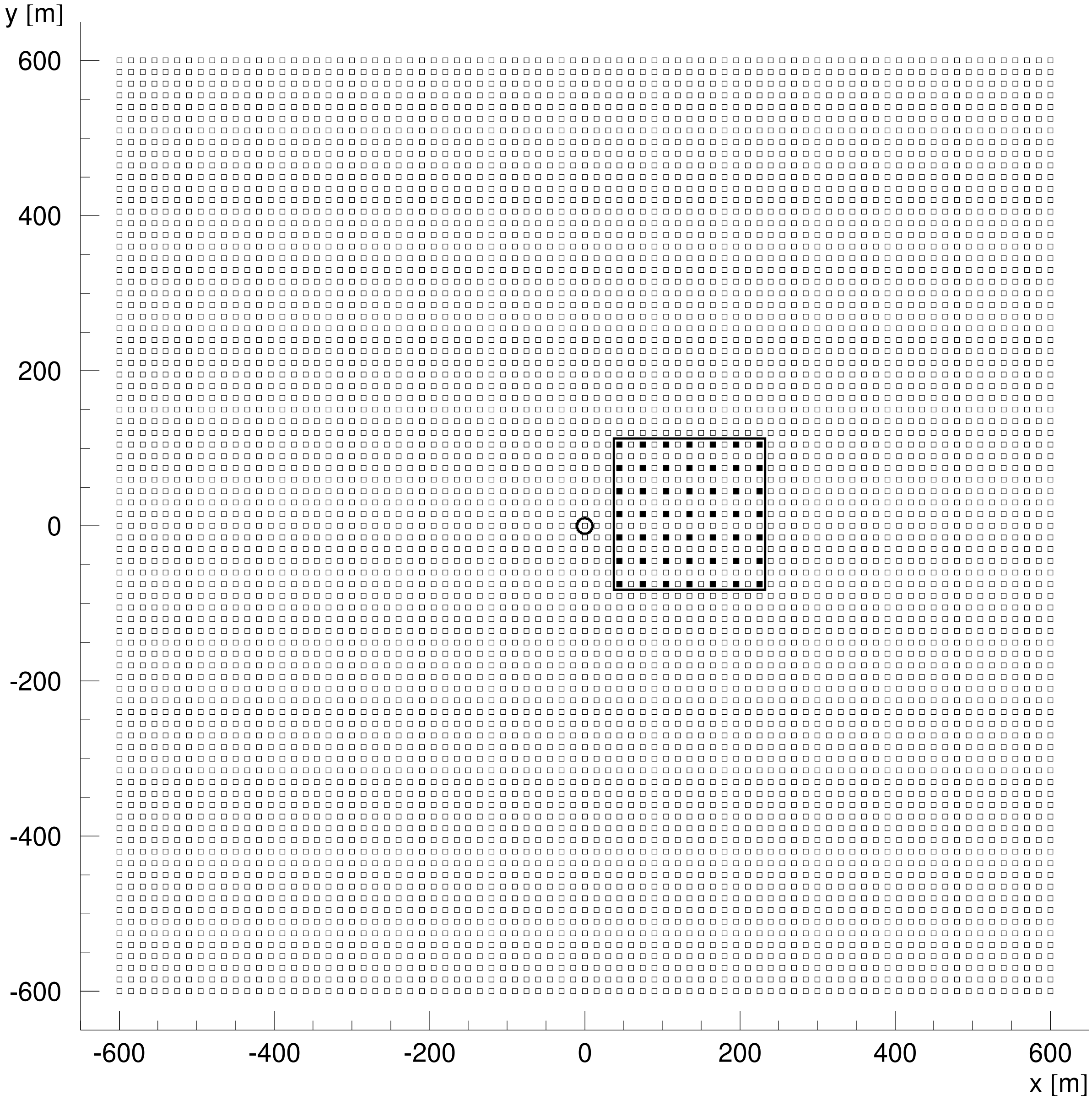


Abbildung 2.12: Illustration zur Erzeugung der HEGRA-M^{t}Carlo-Ereignisse: Dargestellt ist die M^{t}Carlo-Matrix (weiße Symbole, 81×81 Zähler, 15 m-Raster, 600 m × 600 m Fläche), für deren Zähler die simulierten AIROBICC-Daten zur Verfügung stehen. Der Schauerkern liegt in dieser Matrix, zufällig gleichverteilt, in einem 15 m × 15 m großen Quadrat, das konzentrisch zum zentralen Zähler liegt (mit einem Kreis markiert). Die HEGRA-AIROBICC-Matrix (schwarze Symbole, stark umrandet, 7×7 Zähler, 30 m-Raster) wird mit zufällig ausgewählter Position und Orientierung innerhalb der M^{t}Carlo-Matrix plaziert. Die M^{t}Carlo-Matrix der Szintillationszähler, die auf gleicher Fläche mit 161×161 Zählern in einem 7,5 m-Raster angeordnet sind und entsprechend in die HEGRA-Szintillatormatrix übertragen werden, ist hier der Übersichtlichkeit halber nicht dargestellt.

2.4.3 Interkalibrierung zwischen M^tCarlo-Daten und Felddaten

Im folgenden soll der soeben eingeführte M^tCarlo-Datensatz auf Konsistenz mit den experimentellen HEGRA-Felddaten überprüft und fehlende Parameter der Detektorsimulation ermittelt werden.

Bei letzteren handelt es sich um folgende Größen:

- Szintillatorfeld:

  1. Prozesse im Szintillator wurden nicht explizit simuliert (Ionisationsverluste, Effizienz, Wechselwirkungen im Szintillator etc.). Zu erwarten sind nicht berücksichtigte kleine Amplitudenbeiträge durch u. a. Compton-Elektronen und Ionisationen bei sehr kleinen Elektronenenergien. Daher ist die in den Daten und im M^tCarlo verwendete MIP-Skala auf Konsistenz zu prüfen und festzustellen, ob gegebenenfalls Schnitte in den HEGRA-Zählerdaten einzuführen sind.

- AIROBICC:

  1. Im Gegensatz zu Szintillatordaten, wo ein MIP-Maximum als Fixpunkt in jedem Zählerspektrum zu finden ist, gibt es keinen solchen Anhaltspunkt in AIROBICC-Zählerspektren. Aus dem Vergleich mit Szintillatordaten ist der Eichfaktor für die absolute Lichtnormierung sowie daraus die Einzelzählerschwelle zu Erzeugung von AIROBICC-Triggern zu ermitteln.
  2. Die jeweiligen Auflösungsfunktionen für Zeit- und Amplitudenmessung eines AIROBICC-Zählers sind zu ermitteln (die im M^tCarlo als perfekt angenommen sind).

Der letzte Punkt ist sehr wichtig, weil nicht die gesamte Signallaufstrecke bis hin zum ADC/TDC mitsimuliert wurde. Andererseits wäre es auch wenig hilfreich, für z. B. die Ankunftzeitmessung der Čerenkov-Lichtpulse die Pulsverschmierung durch den Winston-Kegel, die Transitzeit-Unschärfe im Photomultiplier, die Störung der Pulse durch das Nachthimmelrauschen, den elektronischen Verstärkungsprozeß, die Dispersion des elektrischen Impulses auf dem Kabel und das Ansprechverhalten des Diskriminators auf diesen Puls möglichst genau zu bestimmen, wenn sich das Gesamtverhalten der Kette auf die Zeitmeßgenauigkeit in einem einzigen Parameter Δt ausdrücken läßt, dessen Wert man aus den Meßdaten selbst ermitteln kann. Auch eine ausführliche Detektorsimulation würde nicht davon entbinden, entscheidende Übereinstimmungen zwischen den Meßdaten und den M^tCarlo-Daten zu überprüfen.

2.4.3.1 MIP-Skala in den Szintillatoren

Die eben erwähnten, in der Simulation vernachlässigten Szintillatoreffekte sollen durch zwei Parameter berücksichtigt werden: Eine für die experimentellen Felddaten geforderte Mindestsignalhöhe A_{min} in jedem angesprochenen Zähler und ggf. ein Skalierungsfaktor S_{MIP} für die Konversion zwischen gezählten Teilchen im M^tCarlo und den Vielfachen eines MIPs in den Felddaten (s. Abschnitt 2.3.2.1).

Um die Mindestsignalhöhe zu ermitteln, sind prinzipiell verschiedene Spektren von Größen, die aus Teilchenzahlen gebildet werden, geeignet. Da aber der Skalierungsfaktor S_{MIP} zunächst noch unbekannt ist und die Teilchenzahl in den echten Daten als kontinuierliche, in den M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Daten jedoch als diskrete Größe auftaucht, soll hierfür die recht elementare Größe r_P (s. Abschnitt 3.2.1, Gl. 3.14) benutzt werden. r_P mißt den mittleren Abstand der registrierten Teilchen von rekonstruierten Schauerkern und ist *per definitionem* von einer Skalierung der Teilchenzahlen unabhängig, reagiert aber empfindlich auf die Veränderung der Mindestsignalhöhe A_{min}: Abb. 2.13 zeigt das r_P-Spektrum in den echten HEGRA-Felddaten unter drei

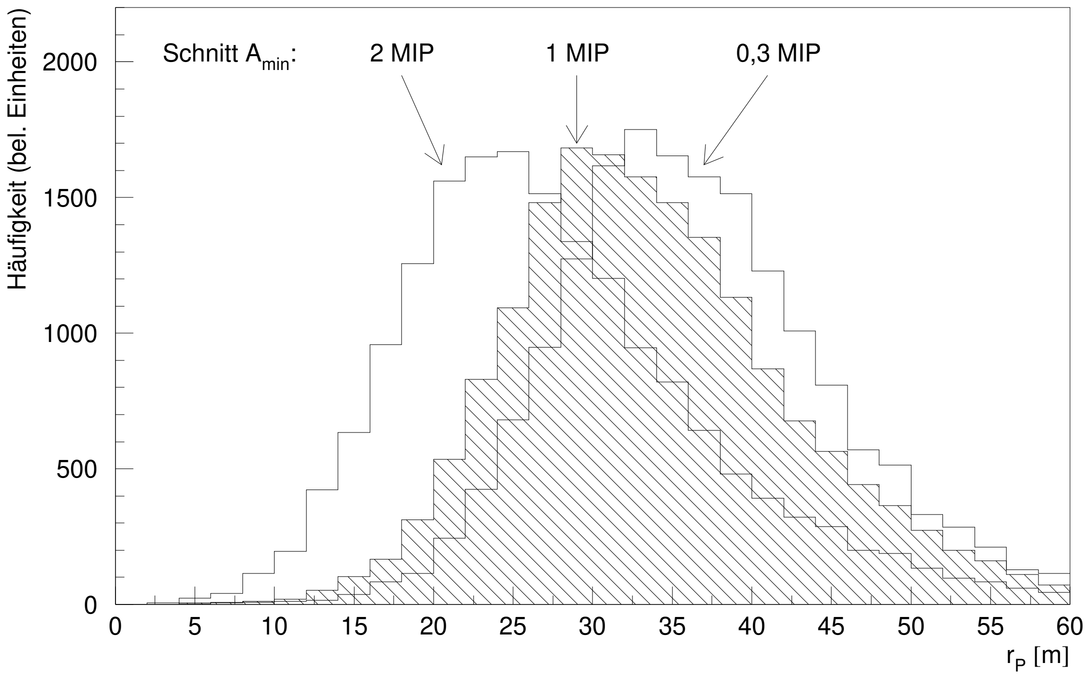


Abbildung 2.13: r_P-Spektren für drei verschiedene A_{min}-Werte aus HEGRA-Szintillatordaten (Kerne innerhalb der Zählermatrix).

verschiedenen A_{min}. Mit

$$A_{\mathrm{min}} = 1{,}0\ \ \mathrm{MIP} \tag{2.9}$$

wird eine gute Übereinstimmung zu dem im M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Spektrum erreicht, wie in Abb. 2.14 b) zu sehen ist. Auch die Spektren des Schaueralters s aus der Lateralanpassung (Abb. 2.14 d) als ausgearbeitetes Maß für die laterale Streuung der Schauerteilchen spiegelt dies wider. Aus den Spektren c) (Logarithmus der Partikelzahl $\log_{10}(N_e)$ aus der Lateralanpassung), e) (gewichtete Anzahl registrierter Partikel N_P) und f) (Anzahl der Teilchen im Zähler mit maximaler Amplitude) wird deutlich, daß die MIP-Skalierung in M$^{\mathrm{t}}$Carlo und Daten bereits sehr gut übereinstimmt, mithin also $S_{\mathrm{MIP}} = 1$ gilt. Eine weitere Konsistenzprüfung mit dem Spektrum der Anzahl der angesprochenen Hütten (Abb. 2.14 a) zeigt, daß die Anpassung der MIP-Skalen der Daten auf die der M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Simulationen funktioniert hat, weil beide Spektren exzellent zusammenpassen: Eine Verzerrung in dieser Verteilung bei gleichzeitiger Übereinstimmung von direkt in MIPs gemessenen Größen würde bedeuten, daß es keine brauchbare lineare Skalierung gibt. Man beachte bei sämtlichen Verteilungen in Abb. 2.14, daß sie **ohne irgendwelche Reinigungsschnitte** erhalten wurden. (Lediglich für die HEGRA-Felddaten wurde der Zenitwinkel auf $\vartheta < 20^{\circ}$ eingeschränkt.)

Ein letzter, unabhängiger Beleg für die Korrektheit der Skalen liefert ein Vergleich der Raten, die in KRAWCZYNSKI 1997 mit praktisch gleicher Ausgangssituation vorgenommen wurde: Aus der M^t^Carlo-Simulation erwartet man eine Ereignisrate von $(17{,}14 \pm 1{,}29)\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{sr}^{-1}$ aus der Richtung des Zenits, in den Felddaten erhält man $20{,}16\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{sr}^{-1} \pm 10\%$.[10] Das bedeutet, daß die absoluten Schauer-Energieskalen in M^t^Carlo und Daten bis auf etwa 10% übereinstimmen.

2.4.3.2 AIROBICC-Grundeichungen

Aus den szintillatorgetriggerten M^t^Carlo-Ereignissen konnte unter Ausnutzung der $\log_{10}(\gamma_{0-100}) - \log_{10}(N_e)$-Korrelation die Absoluteichung der Čerenkovlicht-Intensitätsskala vorgenommen werden, um daraus die Einzelzählerschwellen abzuleiten. Es resultiert eine Schwelle von

$$\rho_{\check{C},\mathrm{min}} = (5000 \pm 360)\,\frac{\mathrm{Photonen}}{\mathrm{m}^2} \tag{2.10}$$

(entsprechend einer Pulsamplitude von $1100\,\mathrm{Photonen}/(\mathrm{m}^2\,\mathrm{ns})$.

Mit dieser Schwelle wurden dann zusätzlich zu den Szintillator-Triggern auch AIROBICC-Trigger zugelassen. Danach wurde mithilfe der relativen Amplitudenstreuungen κ in der AIROBICC-Lateralanpassung in den HEGRA-Daten die entsprechende Verschmierung der Pulsamplituden (zufällig ausgewürfelt aus einer log-Normalverteilung) im AIROBICC-M^t^Carlo eingestellt. Dieser mittlere relative Fehler beträgt

$$\langle\kappa\rangle = 17\% \tag{2.11}$$

Mit diesen Einstellungen wurden dann erneut simulierte HEGRA-Ereignisse aus dem M^t^Carlo-Datensatz erzeugt. Die relevanten Spektren von grundlegenden Schauerparametern, die sich auf AIROBICC beziehen, sind in Abb. 2.15 gezeigt. Man sieht in allen Spektren eine befriedigende Übereinstimmung zwischen M^t^Carlo-Simulationen und den echten Daten. Dabei ist wieder zu betonen, daß (bis auf die Einschränkung im Zenitwinkel) keinerlei Schnitte vorgenommen wurden.

Die verbleibenden kleinen, im Zusammenhang mit den in dieser Arbeit ausgeführten Analysen im allgemeinen tolerablen Abweichungen sind hauptsächlich auf einen erst später genauer studierten Effekt zurückzuführen: Die verwendeten Verstärker in der AIROBICC-Signalkette, die in erster Linie auf gute Zeitauflösung bezüglich der Pulsflanke im Hinblick auf die langen Kabelwege optimiert sind, weisen in der Kennlinie Ausgangspulsladung Q_{out} zu Eingangspulsladung Q_{in} deutliche Nichtlinearitäten auf.

[10] Der angegebene „Fehler“ in der Rate der Felddaten ist die Schwankung, die sich durch Wettereinflüsse ergibt.

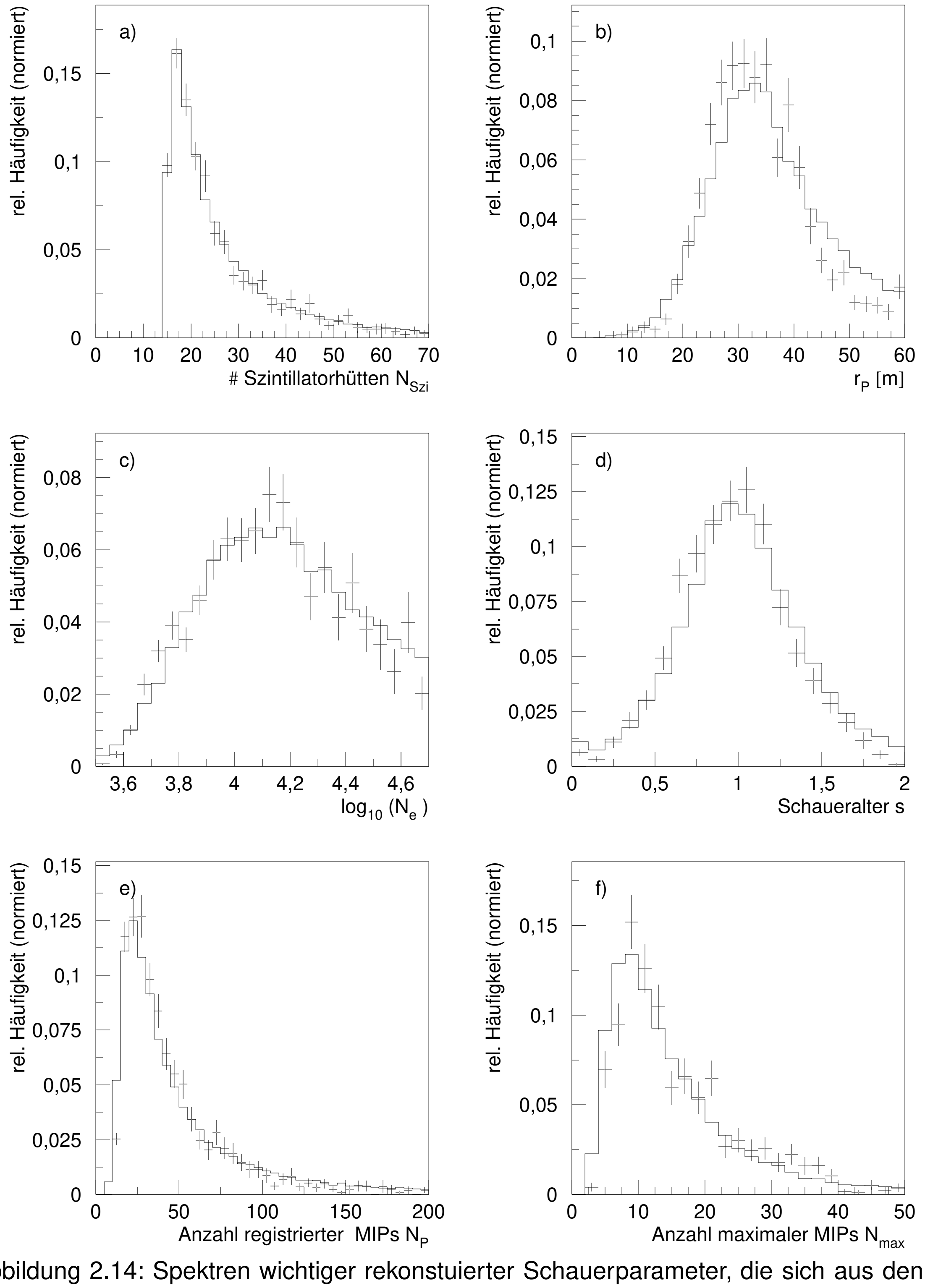


Abbildung 2.14: Spektren wichtiger rekonstuierter Schauerparameter, die sich aus den Szintillatordaten ergeben, im Vergleich von HEGRA-Felddaten (durchgezogene Histogramme) zu den simulierten Ereignissen (Fehlerkreuze). (Nur Szintillatortrigger, keine weiteren Schnitte).

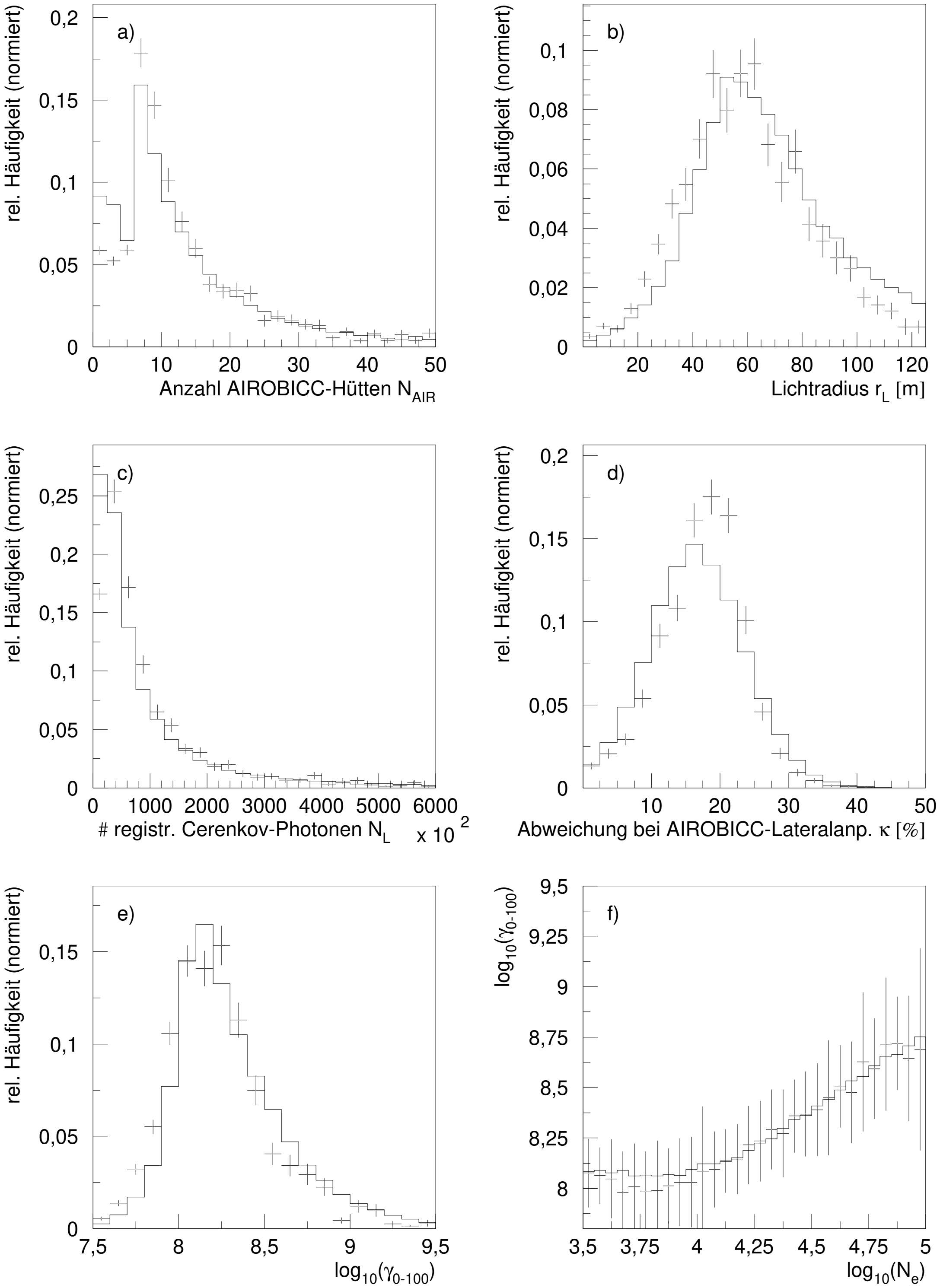


Abbildung 2.15: Spektren wichtiger rekonstuierter Schauerparameter, die sich aus den AIROBICC-Daten ergeben, im Vergleich von HEGRA-Felddaten (durchgezogene Histogramme) zu den simulierten Ereignissen (Fehlerkreuze). Die Kreuze in der $\log_{10}(\gamma_{0-100}) - \log_{10}(N_e)$-Korrelation (f) geben die Streubreite der Verteilung wieder. (Szintillator- oder AIROBICC-Trigger, keine weiteren Schnitte).

In der Datenrekonstruktion wurde daraufhin eine Korrektur zur Linearisierung der gemessenen Amplituden eingeführt, die sich jedoch später als nicht weitreichend genug herausstellte (HORNS 1997). Die sich daraus ergebenden Unterschiede sind aber für die hier angestrebte Verwendung der Daten zu klein, um eine nochmalige Rekonstruktion der Daten zu rechtfertigen.[11]

Bezüglich des Spektrums der relativen Amplitudenstreuungen κ ist noch zu bemerken, daß sich für keinen festen Verschmierungswert eine perfekte Übereinstimmung zeigt. Tatsächlich sind die sich ergebenden relativen Streuungen in den Daten leicht amplitudenabhängig und liegen bei großen Ereignissen eher bei 12%. Für die überwiegende Mehrheit der Schauer (die in dieser Arbeit die Hauptrolle spielen) ist der Wert aber genügend genau (und eher etwas zu pessimistisch) eingestellt. Als unabhängige Kontrolle der sich aus dieser Kalibration ergebenden Čerenkov-Photonskala und der daraus folgenden Schwellen dient wieder ein Vergleich der Raten (KRAWCZYNSKI 1997): Aus der M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Simulation erwartet man für die Gesamttrigger (AIROBICC oder Szintillator) eine Ereignisrate von $(22{,}49 \pm 1{,}29)\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{sr}^{-1}$ aus der Richtung des Zenits, in HEGRA-Daten ergibt sich $(21{,}53 \pm 1{,}03)\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{sr}^{-1}$ in ausgezeichneter Übereinstimmung.

Ein weiterer Beleg für die Vollständigkeit des M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Datensatzes bezüglich vorkommender Schauerenergien und wahrer Schauerkernorte ergibt sich aus dem Vergleich der Spektren der Abstände des Kernortes vom Zentrum des Detektorfeldes für M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Ereignisse und HEGRA-Daten. Dieser Vergleich ist nur mit rekonstruierten Kernorten möglich, weil naturgemäß die wahren Kernorte der realen Ereignisse nicht zur Verfügung stehen (Zu Details der Kernortrekonstruktion siehe Abschnitt 2.2.1). Eine gute Größe zum Vergleich ist

$$r_{\mathrm{c,\,max}} := \max(|x_{\mathrm{c}}|, |y_{\mathrm{c}}|) \qquad (2.12)$$

wobei hier die Kernortskoordinaten x_{c}, y_{c} in einem System wie in Abb. 1.9 beschrieben werden. $r_{\mathrm{c,\,max}}$ gibt damit den Abstand des Kernortes vom Feldzentrum in Maximumsnorm, so daß alle Kernorte auf den Kanten konzentrischer Quadrate denselben $r_{\mathrm{c,\,max}}$-Wert zugeordnet bekommen. Abb. 2.16 zeigt die Spektren von $r_{\mathrm{c,\,max}}$ für M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Hadronen und HEGRA-Daten im Vergleich. Man erkennt die gute Übereinstimmung beider Spektren bis zu rekonstruierten Kernabständen von mehr als 200 m. Bezüglich der kleinen, kaum signifikanten Abweichungen in der Nähe der Feldgrenze (die äußerste Zählerreihe befindet sich bei $r_{\mathrm{c,\,max}} = 90\,\mathrm{m}$) ist zu beachten, daß für die M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Simulation ein perfekte Zählerraster-Geometrie verwendet wurde, die beim realen Detektor leicht gestört ist.

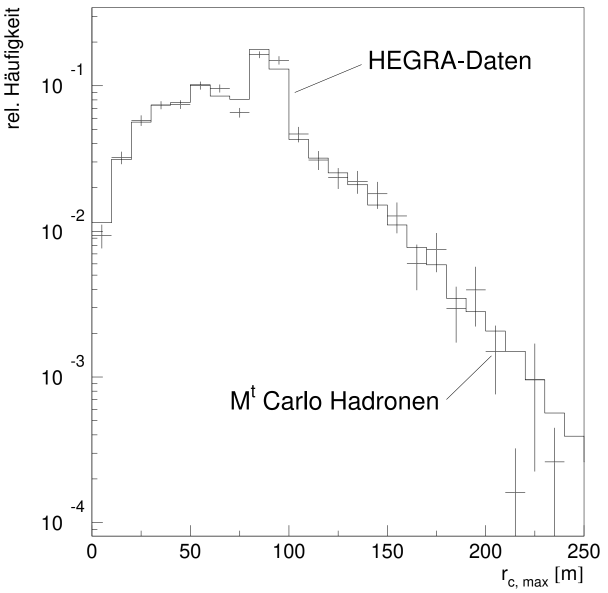


Abbildung 2.16: Das Spektrum der Abstände rekonstruierter Schauerkernpositionen $r_{\mathrm{c,\,max}}$ (in Maximumsnorm) vom Feldzentrum. Die äußerste Zählerreihe befindet sich in dieser Darstellung bei 90 m (Alle Feldtrigger, keine weiteren Schnitte).

[11]Diese Abweichung wirkt sich allerdings etwas ungünstig auf die Verwirklichung der γ-Hadron-Trennung aus, siehe Abschnitt 3.2.3.3.

Als letzte elementare Kalibration ist noch die experimentelle Zeitauflösung zu implementieren, weil die Ankunftszeiten im M^{t}Carlo fast eine Zehnerpotenz genauer bestimmt sind. Um die Zeitauflösung der AIROBICC-Zähler und der ganzen Signalkette bis hin zur Digitalisierung in der Ereignissimulation einzustellen, wird das Spektrum der Zeitabweichungen in der Kegelanpassung verwendet: Nach einer normalverteilten Verschmierung der M^{t}Carlo-Ankunftszeiten mit einer Standardabweichung von $\sigma_{t,\mathrm{AIR}} = 1\,\mathrm{ns}$ ergab sich weitestgehende Übereinstimmung dieser Spektren, wie es in Abb. 2.17 dargestellt ist.[12] Die Spektren selbst folgen dann sowohl in der Simulation wie auch in den Daten in guter Näherung einer *Gauß*verteilung. Später wird gezeigt, daß mit dieser Einstellung auch die Gesamtwinkelauflösung in Daten und M^{t}Carlo übereinstimmt.

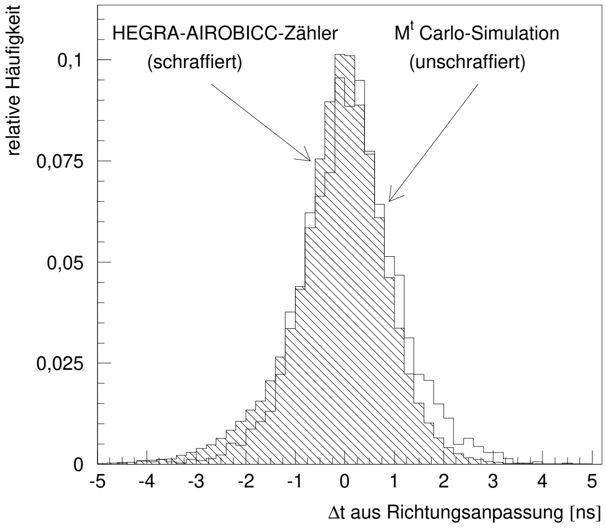


Abbildung 2.17: Das Spektrum der Zeitabweichungen Δt in der Kegelanpassung an die gemessenen AIROBICC-Zeiten für HEGRA-Daten und M^{t}Carlo.

2.5 Genauigkeit der Richtungsrekonstruktion

Bei einem Luftschauer-Detektorfeld zur γ-Punktquellensuche kommt der Genauigkeit, mit der die Einfallsrichtung des Primärteilchens bestimmt werden kann, die wohl größte Bedeutung zu. Dies liegt daran, daß, bei festgehaltenen sonstigen Rahmenbedingungen, die Empfindlichkeit (ausgedrückt durch den minimalen Fluß, den man zu einem festgelegten Konfidenzniveau gerade noch detektieren kann) umgekehrt proportional zum typischen Fehler in der Richtungsbestimmung ist, sofern sich die zugrundeliegende Statistik in jedem Falle durch das *Gauß*-Limit beschreiben läßt. In dem Fall, daß (wie auch in dieser Arbeit) zur Auswertung der Daten eine Himmelsregion um die Position des Quellkandidaten herum betrachtet wird, innerhalb dessen die Untergrunderwartung praktisch beliebig gut bekannt ist, ist dies leicht einzusehen: Bei einer Verkleinerung aller Winkelfehler um einen Faktor A kann auch die Quellregion unter Erhaltung aller darin liegenden Ereignisse von der Punktquelle um diesen Faktor verkleinert werden, was den eingeschlossenen Raumwinkel und damit die Anzahl der Untergrundereignisse um einen Faktor A^2 reduziert. Die Standardabweichung der zugrundeliegenden *Poisson*-Statistik für die Anzahl der Untergrundereignisse, die im *Gauß*-Limit die Signifikanz-Skala definiert und die gerade die Quadratwurzel aus dem Erwartungswert für die Anzahl der Untergrundereignisse ist, sinkt demnach um den Faktor A. Dies erlaubt dann bei gleicher Mindestsignifikanz die Detektion von um einen Faktor A reduzierten Flüssen.

[12] Dabei weisen die Spektren der Zeitabweichungen eine etwas kleinere Streuung von ca. 0,95 ns auf, weil ja bei kleinen Zählerzahlen durch die Anpassung selbst die Streuungen minimiert werden.

Bei den Fehlern in der Richtungsbestimmung sind zwei verschiedene Komponenten zu unterscheiden: Der **zufällige Richtungsfehler**, der durch Fluktuationen in der Schauerentwicklung und durch endliche Detektorauflösung hervorgerufen wird und sich nur statistisch beschreiben läßt, und die **Mißweisung**, die sich in einem definierten Ereignisensemble als systematische Abweichung der geeignet definierten Mittelwerte der rekonstruierten Richtungen von der tatsächlichen Einfallsrichtung äußert. Im folgenden werden diese beiden Komponenten für die aus den AIROBICC-Daten rekonstruierten Richtungen betrachtet.

2.5.1 Winkelauflösung des AIROBICC-Detektors

Der zufällige Richtungsfehler läßt sich statistisch durch seine Verteilungsfunktion beschreiben. Dabei ist zu beachten, daß es (bei nicht allzu großen Winkelabweichungen) zwei unabhängige Richtungen für die Winkelabweichungen gibt, in Himmelskoordinaten etwa die Abweichungen in Richtung der Rektaszension und der Deklination. Für die Praxis brauchen dabei nur gleiche Verteilungsfunktionen für beide Richtungen betrachtet zu werden, die auf der Ebene zu rotationssymmetrischen Verteilungen führen und sich durch den absoluten Abweichungswinkel α ausdrücken lassen. Im Standardfall von in einer Dimension um Null normalverteilten Winkelfehlern mit der Standardabweichung σ folgt für die Verteilungsdichte von α (PRAHL 1992):

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right) \tag{2.13}$$

Definiert man die Standardabweichung für α durch

$$\sigma_\alpha := \sqrt{\int_0^\infty \alpha^2 f(\alpha) d\alpha} = \sqrt{2}\sigma \tag{2.14}$$

so sind in einem Kreis um Null mit dem Radius σ_α ca. 63% der Verteilung enthalten.

Für solche normalverteilten Richtungsfehler läßt sich dann z. B. die optimale Quellregion in Abhängigkeit von σ_α errechnen (PRAHL 1992, Anhang B). Die globale (alle rekonstruieren Ereignisse beinhaltende) Verteilungsdichte der Winkelfehler aus der AIROBICC-Richtungsrekonstruktion ist nicht streng *gauß*isch, weil sie sich aus einem Spektrum von verschiedenen Auflösungsfunktionen zusammensetzt (durch verschiedene Anzahl von Zählern mit Signal, verschiedene Kernpositionen, verschieden gute Rekonstruktion des Kernortes). In erster Linie äußern sich die Abweichungen durch stärkere Ausläufer in den Verteilungen zu großen Richtungsabweichungen. Es stellt sich aber heraus, daß das Spektrum der kleineren Richtungsabweichungen annähernd der gaußischen Form (Gl. 2.13) folgt, so daß das absolute Winkelfehlerspektrum $f(\alpha)$ in diesem Zusammenhang praktisch vollständig durch das 63%-Quantil (im folgenden als $\sigma_{63\%}$ oder auch einfach als Winkelauflösung bezeichnet) der Verteilung beschrieben werden kann.

Ohne eine Eichpunktquelle ist man darauf angewiesen, die Winkelauflösung mit Hilfe der M^{t}Carlo-Simulation zu bestimmen. Eine andere Methode, die allerdings gewisse systematische Unsicherheiten aufweist, ist die sogenannte *Schachbrett-Methode*: Dazu werden die Detektoren im Feld (entsprechend den schwarzen und weißen Feldern auf einem Schachbrett) in zwei Gruppen eingeteilt und die Richtungsrekonstruktion für beide Gruppen separat durchgeführt.

Das Spektrum der durch 2 dividierten[13] absoluten Winkelabweichungen ist dann annähernd gleich dem gesuchten Spektrum der Richtungsfehler. Voraussetzung ist allerdings, daß der Fehler in der Kernortrekonstruktion für die Richtungsrekonstruktion vernachlässigbar ist und die Anpassung der Schauerrichtung frei von systematischen Fehlern[14] ist; anderenfalls unterschätzt das Schachbrett-Verfahren die tatsächliche Winkelauflösung. Ferner können hierfür nur Untergrund-Ereignisse der geladenen kosmischen Strahlung herangezogen werden. Für solche Ereignisse liegt die Winkelauflösung aber etwas oberhalb derjenigen für (die hier relevanten) γ-induzierten Ereignisse. Aus diesem Grunde soll das Schachbrett-Verfahren nur als Konsistenzkontrolle verwendet werden.

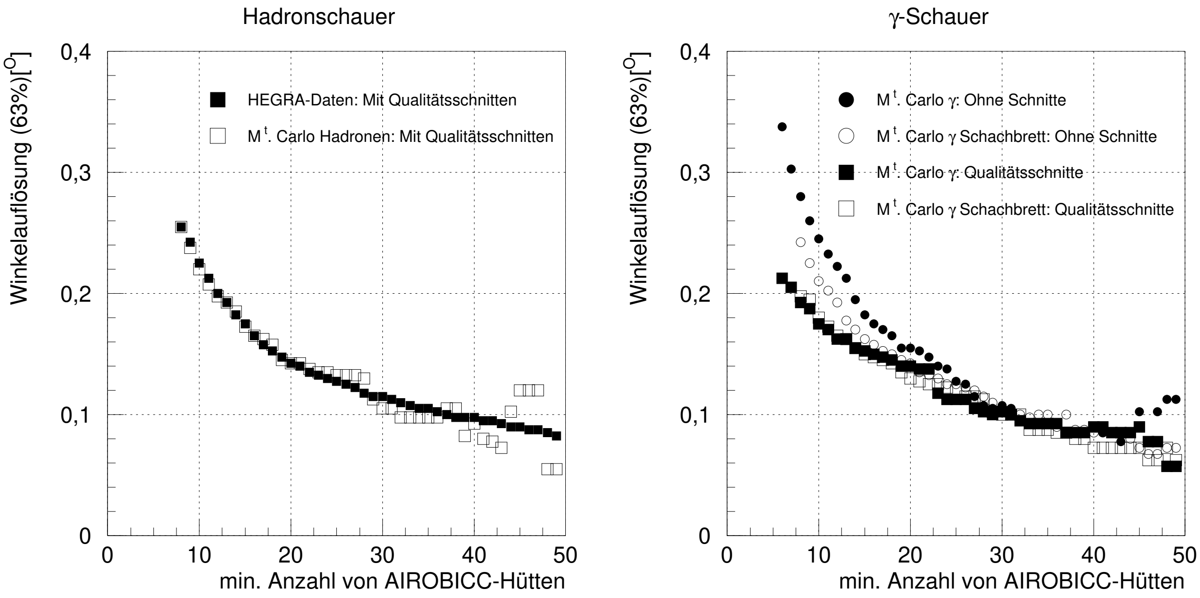


Abbildung 2.18: Die mittlere Winkelauflösung ($\sigma_{63\%}$) gegen die Mindestanzahl der getroffenen AIROBICC-Zähler für Hadron- (links) und γ-Schauer (rechts) (s. Text).

Abb. 2.18 (links) zeigt die sich aus dem Schachbrettverfahren ergebenden $\sigma_{63\%}$-Werte gegen die Mindestanzahl von AIROBICC-Zählern mit Signal für die HEGRA-AIROBICC-Daten im Vergleich zu denjenigen aus den simulierten hadronischen Ereignissen. Man erkennt, daß sich die Verteilungen praktisch nicht unterscheiden. Daher wird davon ausgegangen, daß die Verteilungsfunktionen für die Winkelfehler in den HEGRA-Daten und in der Simulation gleich sind. In Abb. 2.18 (rechts) sind Winkelauflösungen für γ-Ereignisse (wobei wieder ein Spekralindex des Energispektrums von $-2{,}7$ zugrunde gelegt wurde) gegen eine geforderte Mindestanzahl von AIROBICC-Zählern unter verschiedenen Bedingungen gezeigt, wobei die gefüllten Symbole die direkt (gegen die wirkliche Einfallsrichtung) gemessenen Winkelauflösungen, die weißen Symbole zu der aus der Schachbrett-Methode ermittelten Winkelauflösung gehören. Die in Abb. 2.18 verwendeten Qualitätsschnitte ($r_P < 50\,\mathrm{m}$, $r_{c,\max} < 80\,\mathrm{m}$, die etwa 60% aller Ereignisse verwerfen) dienen der Illustration von zwei Sachverhalten:

[13]Die so gemessenen Abweichungen sind im Mittel um einen Faktor 2 größer als die zu bestimmende Abweichung: Die Anzahl der Zähler in jeder Gruppe ist im Mittel die Hälfte der Gesamtanzahl, was zu einer Zunahme des Fehlers um einen Faktor $\sqrt{2}$ führt, und außerdem werden hier zwei mit diesem Fehler behaftete Richtungen miteinander verglichen, was einen weiteren Faktor $\sqrt{2}$ liefert.

[14]Z. B. könnte die Form der erwarteten Schauerfront systematisch von der tatsächlich Vorliegenden abweichen, etwa bei Schauerkernen außerhalb des Detektorfeldes.

Zum einen wird deutlich, daß unter Anwendung der Schnitte (die praktisch nur Ereignisse mit sehr guter Kernortrekonstruktion übrig lassen) die direkt gemessenen Winkelauflösungen gut von denen aus der Schachbrettmethode Gewonnenen reproduziert werden, daß aber, wenn alle Ereignisse zugelassen werden, die Winkelauflösung unterschätzt wird.
Zum anderen ist zu erkennen, daß die Winkelauflösung unter Anwendung der Schnitte zwar deutlich besser wird, die Empfindlichkeit in Bezug auf Punktquellen aber nicht wächst: Für das Beispiel von mindestens 6 angesprochenen AIROBICC-Zählern (entsprechend also der AIROBICC-Triggerschwelle) ergibt sich eine Zunahme der Empfindlichkeit um einen Faktor $0{,}34°/0{,}215° = 1{,}58$, durch die verworfenen 60% von Ereignissen vermindert sich die Empfindlichkeit aber wieder um einen Faktor von $\sqrt{1-0{,}6} = 0{,}63$, so daß sich per Saldo die Empfindlichkeit gar nicht ändert, sondern lediglich die Statistik vermindert wird. Dies ist im *Gauß*-Limit unproblematisch, kann sich aber bei kleinen Ereigniszahlen nachteilig auswirken. Außerdem fällt ein systematischer Fehler (s. nächster Abschnitt) bei kleinerer Winkelauflösung stärker ins Gewicht, indem er der maßstäblichen Verkleinerung des Quellbins entgegensteht, so daß durch die Qualitätsschnitte insgesamt eine Verminderung der Empfindlichkeit verursacht wird. Dabei ist ein kleiner, aber signifikanter Effekt noch nicht berücksichtigt, der zu einer Empfindlichkeitssteigerung von ca. 8 % führt, wenn alle Ereignisse zugelassen werden:
Die Čerenkovlicht-Lateralverteilungen für γ-Schauer sind flacher als diejenigen der hadronischen Schauer (s. Kapitel 3), so daß der Einzugsbereich für AIROBICC-Trigger für γ-Ereignisse größer ist. Für das Beispiel eines Kernschnittes von $r_{\mathrm{c,max}} < 80$ m ergibt sich, daß etwa 50 % der γ-Schauer, aber nur 41,5 % der hadronischen Ereignisse verworfen werden.

Das hier verwendete Beispiel für Qualitätsschnitte steht dabei stellvertretend für andere Kombinationen: Es konnten keine Schnitte gefunden werden, die (bei dem hier angenommenem Spektralindex) zu einer Verbesserung der Empfindlichkeit führen.

Festzuhalten bleibt daher die Winkelauflösung für γ-Ereignisse ohne weitere Schnitte mit AIROBICC-Triggerschwelle von

$$\sigma_{63\%,\gamma} = 0{,}34° \tag{2.15}$$

2.5.2 Mißweisung des AIROBICC-Detektors

Eine Bestimmung des systematischen Richtungsfehlers ist (ohne Eichpunktquelle) weitaus schwieriger, da man ihn naturgemäß nicht mit Hilfe der simulierten Daten bestimmen kann.[15]
Dabei ist daran zu denken, daß eine Systematik (als Abweichung des Mittelwertes einer Richtungskomponente) vollständig nur in einem speziell darauf abgestimmten Koordinatensystem zu sehen ist, während sie sich in anderen Systemen mehr oder weniger stark herausmitteln kann. So wird sich beispielsweise eine systematische Überschätzung des Zenitwinkels ϑ in einer Untersuchung unter Benutzung von Himmelskoordinaten (Rektaszension α und Deklination δ) und unter Einbeziehung sämtlicher Schauer kaum durch eine Verschiebung der Mittelwerte äußern, sondern nur eine Verbreiterung der Verteilungen sichtbar werden, die schwieriger zu messen ist.

Als Ursachen für systematische Fehler in der Richtungsbestimmung können auftreten:

1. Fehler in vermessenen Positionen der Einzelzähler

[15] Eine in irgendeinem Koordinatensystem auftretende systematische Fehlbestimmung, die im M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Datensatz ebenfalls auftritt, würde man sofort korrigieren.

2. Falsche Messungen oder Fehlkalibrationen der Kabellaufzeiten

3. Fehlkalibration der TDCs

4. Falsche Voraussetzungen in der Schauerfront-Anpassung (mangelhafte Kernortrekonstruktion, schlechtes Schauerfront-Modell)

und, bei Errechnung von Himmelskoordinaten

5. Fehler in der Vermessung der Ausrichtung des lokalen Kordinatensystems

6. Falsche Uhrzeit/Datum

Sämtliche Fehlerquellen können dabei auch durch Programmierfehler verursacht werden. Fehler der Kategorien 1. bis 4. werden nur, wenn sie kollektiv bei vielen Zählern gleichzeitig und gleichgerichtet auftreten, eine Mißweisung verursachen. Anderenfalls würden sie (in Bezug auf die Einzelereignisse) zu variablen (auch dem Betrag nach nicht konstanten) Richtungsfehlern führen, die bereits im Schachbrett-Vergleich zwischen simulierten und echten Daten in Erscheinung treten bzw. im zufälligen Fehler untergehen würden.

Um Fehler der Kategorien 5. und 6. auszuschließen, wurden 1994 mit einem Theodolithen lokale Richtungen von drei weit auseinanderliegenden Sternen gemessen, die aktuelle Uhrzeit gemäß der Rubidiumuhr bestimmt und aus diesen Daten mit den Originalroutinen des `fbrecons`-Programmes die Himmelskoordinaten berechnet.

Das Ergebnis ist in Abb. 2.19 zu sehen: Die verbleibende Abweichung von den tatsächlichen Positionen ist kleiner als 0,03° (vgl. auch Abschnitt 2.1.2) und zu vernachlässigen. Zusätzlich wurde in diesem Rahmen mit drei verschiedenen Messungen der Mondposition auch die Berechnungsprozedur für Mondpositionen im Rahmen des `fbrecons`-Programmes geprüft.

Die von der Rubidiumuhr gelieferte Uhrzeit konnte als potentielle Fehlerquelle (trotz zeitweise erheblicher Stabilitätsprobleme mit der Notstromversorgung und mit der GPS-Kontrolle) ebenfalls ausgeschlossen werden: Der Vergleich mit Ereigniszeiten, die im CRT-Gastexperiment simultan aufgenommen wurden und die regelmäßig mit dem Internet-Timeserver des CERN synchronisiert wurden, zeigte in den verwendeten Daten keine nennenswerten Abweichungen über den Sekundenbereich hinaus.

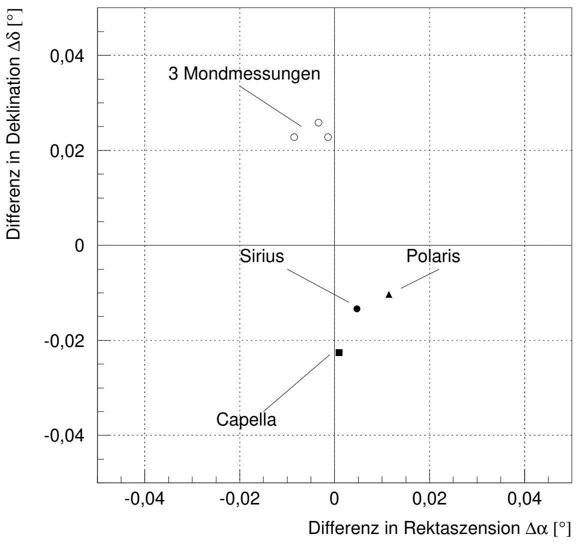


Abbildung 2.19: Im lokalen HEGRA-Koordinatensystem gemessene Richtungen für drei Sterne sowie drei Messungen der Mondposition im Vergleich zur wahren Position. Die Abweichungen in Richtung der Rektaszension α sind als absolute Richtungsabweichungen berechnet ($\Delta\alpha \cdot \cos(\delta)$).

Um die Stabilität der Richtungsrekonstruktionen in lokalen Koordinaten zu gewährleisten, wurden die χ^2-Spektren aus der AIROBICC-Richtungsanpassung, die Abweichungen zwischen Szintillator- und AIROBICC-Richtung und das sich ergebende Gesamtspektrum der lokalen Richtungen für die verwendeten Daten auf zeitliche Variationen hin überprüft. Dabei ergaben sich keine Hinweise auf Schwankungen $\gtrsim 0{,}1°$.

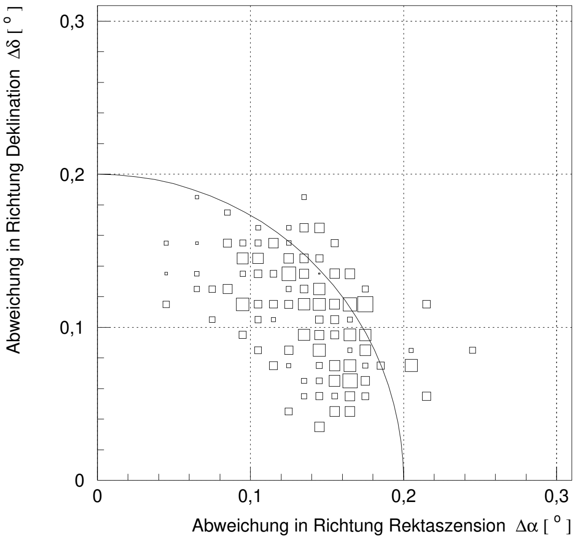


Abbildung 2.20: Run-weise Abweichungen in Himmelskoordinaten α und δ zwischen Szintillator- und AIROBICC-Richtung. (Aufgetragen sind $\delta_{\mathrm{SZI}} - \delta_{\mathrm{AIR}}$ gegen $(\alpha_{\mathrm{SZI}} - \alpha_{\mathrm{AIR}}) \cdot \cos(\delta)$, über jeden verwendeten Run gemittelt, mit der Anzahl der Ereignisse gewichtet). Als Mittelwerte ($\pm$ Streuung) ergeben sich $\langle\Delta\alpha\rangle = 0{,}14° \pm 0{,}03°$ und $\langle\Delta\delta\rangle = 0{,}11° \pm 0{,}03°$.

Der direkte Vergleich der lokalen Richtungen zwischen den aus Szintillator- und AIROBICC-Daten ermittelten Richtungen zeigt, daß die Gesamtwinkelabweichung im Mittel bei $\lesssim 0{,}2°$ liegt: Abb. 2.20 zeigt die Abweichungen, die sich für die verwendeten Runs ergeben, in Richtung Deklination und Rektaszension.[16] Falls diese Abweichung zu gleichen Teilen von Szintillator- und AIROBICC-Rekonstruktionen hervorgerufen wird, erwartet man demnach eine Absolutabweichung $\lesssim 0{,}15°$ für jede der Richtungen.

Eine Kontrollmessung der lokalen Richtungsrekonstruktionen der Ereignisse gegen Rekonstruktionen aus den Geigerturmdaten[17] (PETRY 1997) ergab für die AIROBICC-Rekonstruktionen eine Abweichung von $-0{,}03° \pm 0{,}05°$ in Richtung Deklination und eine Abweichung von $-0{,}11° \pm 0{,}06°$ in Richtung Rektaszension (jeweils Geigerturm-Ergebnis $-$ AIROBICC-Ergebnis) für den untersuchten Zeitraum von September 1994 bis April 1995.

Für die reinen HEGRA-Szintillatordaten ergibt sich eine (allerdings verhältnismäßig ungenaue) langfristige Überprüfungsmöglichkeit der absoluten Mißweisung: Durch die Abschattung der kosmischen Strahlung durch den Mond ergibt sich an der Mondposition ein Defizit an Ereignissen. Bei einer Winkelauflösung von 1,0° und einem ungefähren Mondradius von 0,25° benötigt man allerdings recht große Datenmengen für eine Analyse. Eine entsprechende Untersuchung dieses „Mondschattens" in KRAWCZYNSKI ET AL. 1996 in Daten zwischen November 1994 und März 1995 führte auf eine Abweichung der Szintillator-Richtungen von $\Delta\delta = 0{,}06°\,^{+0{,}09°}_{-0{,}15°}$ in Richtung zu größeren Deklinationen und $\Delta\alpha = 0{,}02°\,^{+0{,}15°}_{-0{,}06°}$ in Richtung zu größeren Rekaszensionen. Dieses Ergebnis ist sowohl mit einer völlig korrekten Szintillatorrichtung auf einem

[16] Deklination und Rektaszension bilden zwar die Himmelskoordinaten, Abweichungen darin spiegeln aber nur lokale Richtungsabweichungen wider, weil alle lokalen Richtungen auf die gleiche Weise in Himmmelskoordinaten umgerechnet werden. Sie entsprechen wegen der äquatornahen Lage des HEGRA-Detektors qualitativ den Richtungskosinus u und v (s. Abschnitt 2.1.2). Eine Abweichung in Himmelskoordinaten weist daher auf eine „Verkippung" der beiden Richtungen gegeneinander hin.

[17] Die Geigertürme erlauben direkte eindimensionale Richtungsrekonstruktionen von Schauer-Myonen. Bei bekanntem Kernort läßt sich aus den Daten mehrerer (gegeneinander verdrehter) Türme die Schauerrichtung rekonstruieren.

1-σ-Niveau verträglich, als auch damit, daß praktisch die gesamte zwischen AIROBICC- und Szintillatorrichtungen gemessene Abweichung in Abb. 2.20 durch eine Szintillatormißweisung hervorgerufen wird.

Eine kürzlich stattgefundene Untersuchung von Richtungsabweichungen von AIROBICC-Richtungen im Vergleich zu im HEGRA-IACT-System stereoskopisch rekonstruierten Schauerrichtungen (MUNDZECK 1999), die sich auf praktisch dieselben Rekonstruktions- und Kalibrationsroutinen für AIROBICC stützt, liefert als Ergebnis für eine absolute Mißweisung einen Wert von $\lesssim 0{,}2^\circ$. Dieses Ergebnis muß aufgrund der völlig unabhängigen Rekonstruktion aus den Teleskopdaten, die ständig mit Sternpositionen kontrolliert wird, auch als eine Messung der Mißweisung in Himmelskoordinaten verstanden werden.

Eine Korrektur der Mißweisung kommt aufgrund der unklaren Ursache und aufgrund des Mangels an Überprüfungsmöglichkeiten ihrer Stabilität auf kurzen Zeitskalen nicht in Frage. Stattdessen soll im folgenden von einer absoluten Mißweisung von

$$\delta_0 = 0{,}2^\circ \tag{2.16}$$

ausgegangen werden, die angesichts der obigen Resultate realistisch erscheint.

Kapitel 3

γ-Hadron-Separation

In diesem Kapitel werden die Möglichkeiten der Untergrundunterdrückung mittels einer γ-Hadron-Separation untersucht. Obwohl die eigentliche Separation zur Datenanalyse gehört, wird diesem Thema hier ein eigenes Kapitel gewidmet, da erhebliche Vorarbeit zur Entwicklung einer Separation in der hier relevanten Situation nötig ist. Tatsächlich gibt es kein Standardverfahren, welches so klar und ausentwickelt ist, daß es zur γ-Quellensuche in AIROBICC- und Szintillatordaten direkt einsetzbar wäre, und von dem bekannt wäre, daß es die vorhandenen Unterschiede zwischen γ- und hadroninduzierten Schauern optimal nutzen würde. Wie sich im Verlauf dieses Kapitels herausstellen wird, lohnt es sich, auch vermeintlich klare Zusammenhänge noch einmal kritisch zu hinterfragen.

Dieses Kapitel gliedert sich in zwei Teile:
Der erste Abschnitt beschäftigt sich mit charakteristischen Unterschieden von γ- und Hadronschauern, die in der Čerenkovlicht- und Teilchenkomponente am Erdboden zugänglich sind, anhand des auf die registrierten Ereignisse zugeschnittenen M$^{\mathrm{c}}$Carlo-Datensatzes, und versucht eine Erklärung der teilweise überraschenden Resultate.
Im zweiten Abschnitt wird die konkrete Realisierung einer Trennung aus rekonstruierten HEGRA-Felddaten entwickelt, mit besonderem Augenmerk auf eine universelle Anwendung auch auf die kleinsten registrierten Schauer, bei denen nur sehr wenige Detektorstationen angesprochen haben.

3.1 Schauerphänomenologie im Hinblick auf γ-Hadron-Trennung

In der γ-Astronomie kommen für eine γ-Hadron-Separation, je nach Detektortyp, verschiedene Ansätze in Frage. Die klassische Idee ist bei Teilchen-Detektorfeldern, welche auch Myonen messen, deren Anzahl in Relation zur Elektronenanzahl zu setzen, da hadronische Schauer sich durch einen deutlich höheren Myongehalt als γ-Schauer auszeichnen (siehe z. B. BORIONE ET AL. 1997 für eine Anwendung im CASA-MIA-Experiment). Beim HEGRA-Experiment wurde diese Möglichkeit, zusammen mit der Eigenschaft von hadronischen Schauern, höherenergetische Elektronen in größerer Entfernung vom Schauerkern zu beeinhalten, in einer γ-Hadron-Separation unter Verwendung der Geigerturm-Daten mithilfe neuronaler Netze verwirklicht

(WESTERHOFF ET AL. 1995).

Aus Informationen über die Lateralverteilung der elektromagnetischen Teilchenkomponente allein ist es praktisch nicht möglich, eine wirksame γ-Hadron-Trennung zu erhalten, es gibt jedoch charakteristische Unterschiede in meßbaren Čerenkovlicht-Schauerparametern. Die wirksamsten Unterdrückungsmechanismen wurden für abbildende Luft-Čerenkov-Teleskope entwickelt, die in erster Linie auf der größeren Streuung der Richtungen und Schauerachsenabstände der Čerenkovlicht-emittierenden Elektronen für hadronische Schauer beruhen (FEGAN 1995, DAUM ET AL. 1997).

Im folgenden sollen jetzt diejenigen Unterschiede zwischen γ- und Hadronschauern anhand des M^{t}Carlo-Datensamples herausgearbeitet werden, die in der Quellensuche mit den HEGRA-Detektorfeldern bei kleinen Schauerenergien ausgenutzt werden können. Um einigermaßen rasch zu den relevanten Resultaten zu gelangen, wird bereits das natürliche Energiespektrum und die normale chemische Komposition hineingesteckt. Außerdem werden nur diejenigen Schauer betrachtet, die den HEGRA-Feldtrigger auslösen.

Wie in Kapitel 1 bereits gezeigt, entstammen die hadronischen Ereignisse, die mit den HEGRA-Detektorfeldern aufgezeichnet werden, einem steilen Energiespektrum, welches sich in dem hier interessanten Bereich, also etwa zwischen 10 und 100 TeV, durch eine Potenzfunktion darstellen läßt (s. Gl. 1.1). Es ist instruktiv, einmal einen Blick auf die von den HEGRA-Feldtriggern tatsächlich herausgeschnittene $\log_{10}(E)$-Verteilung zu werfen, ohne wie üblich die Ordinate mit einer logarithmischen Skala zu versehen. In Abb. 3.1 ist dies für γ-Ereignisse gezeigt, für deren Ausgangsspektrum ein Spektralindex von $\alpha = 2{,}7$ verwendet wurde. Die Standardabweichung der zur Verdeutlichung angepaßten log-Normal-Verteilung entspricht knapp einem Faktor 2 in der γ-Energie; man könnte also, etwas überspitzt, von nahezu „monochromatischer“ γ-Strahlung sprechen, wenn man vom Gros der potentiell empfangenen Ereignisse

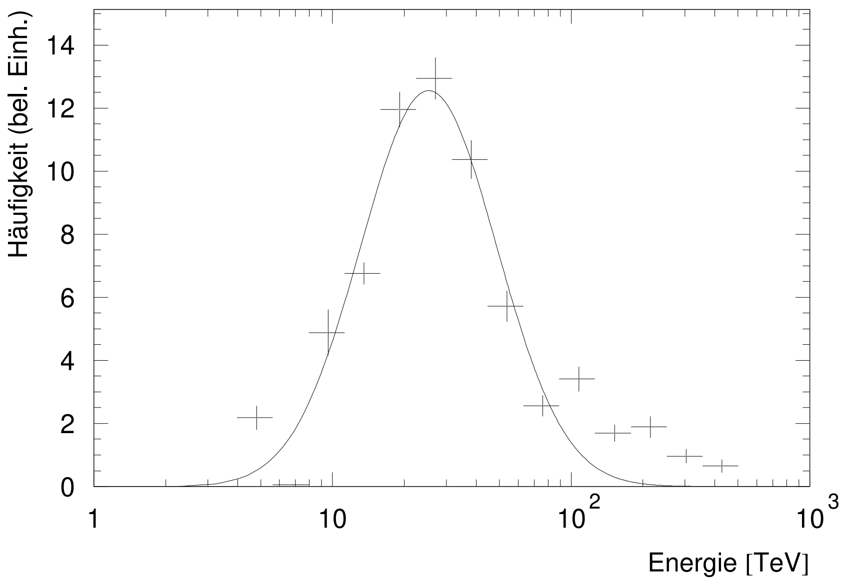


Abbildung 3.1: Das Energiespektrum der von den HEGRA-Szintillator- und AIROBICC-Triggern akzeptierten γ-Ereignisse ohne weitere Schnitte (M^{t}Carlo, mit einem Spektralindex von $\alpha = 2{,}7$ verteilt).

ausgeht. Zu beachten ist dabei, daß hier alle triggerauslösenden Ereignisse eingegangen sind; ein Schnitt auf den Kernort würde diese Verteilung noch schmaler machen. Eine entsprechende Darstellung für Protonschauer sähe ähnlich aus: Auch für diese ergibt sich eine Standardabweichung vom Mittelwert nahe einem Faktor zwei, wobei dann die Energieskala um ca. einen Faktor 1,5 nach oben verschoben ist.

Im folgenden wird daher nicht mehr explizit auf unterschiedliche Schauerenergien eingegangen.

Da sich die Schauerenergien an der jeweiligen Energieschwelle konzentrieren, darf man nicht erwarten, daß man relativ subtile Unterschiede, wie etwa Unregelmäßigkeiten in der Lateralverteilung des Čerenkovlichtes (BAILLON ET AL. 1993) oder in der Zeitstruktur der Čerenkovlichtfront (CABOT ET AL. 1998) ausnutzen kann, da die verfügbaren Schauerparameter aus nur wenigen angesprochenen Detektoren ermittelt werden und daher auch nur recht grob bestimmt sind. Gewisse charakteristische Unterschiede wie unterschiedlicher Polarisationsgrad des Čerenkovlichtes (HILLAS 1996), unterschiedliches Verhältnis des UV-Anteils zum sichtbaren Anteil des Čerenkovlichts (STEPANIAN 1995) sowie die oben erwähnte verschieden starke Streuung der Emissionsrichtungen des Čerenkovlichtes sind mit dem AIROBICC-Detektor prinzipiell nicht erfaßbar.

Stattdessen soll sich hier auf die deutlichen Unterschiede konzentriert werden, die sich aufgrund der verschiedenen Longitudinalentwicklung der Luftschauer ergeben und die sich in Unterschieden von elementaren Lateralverteilungsparametern widerspiegeln. Von letzteren erwartet man, daß sie prinzipiell durch die Daten der Szintillations- und AIROBICC-Zähler zugänglich sind.

Die Zusammenhänge zwischen Luftschauer-Parametern, die auf den Teilchenzahlen und dem Čerenkovlicht beruhen, sind teilweise recht unübersichtlich. Im Gegensatz zu Medien mit homogener Dichte (der typische Fall in Kalorimeter-Experimenten in der Hochenergie-Physik) spielt in der Atmosphäre die mit der Schauerentwicklung zunehmende Dichte eine große Rolle. Neben der im Schauerverlauf abnehmenden mittleren Teilchenenergie variieren somit ebenfalls *Molière*-Radius, die Čerenkov-Schwelle und der Abstrahlwinkel der Čerenkov-Photonen. Einfache geometrische oder physikalische Prinzipien zur Erklärung von γ-Hadron-Trennungs-Mechanismen zielen daher oft zu kurz. Hier sollen deswegen zunächst die wichtigen Größen und Relationen weitgehend phänomenologisch analysiert werden, und erst im Anschluß daran soll versucht werden, die tieferen Zusammenhänge zu erklären.

3.1.1 Auswirkungen der Longitudinalentwicklung

Zunächst sollen die in diesem Zusammenhang wichtigen Verteilungen vom dekadischen Logarithmus des Teilchenverhältisses $N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}}$, der Distanz des Schauermaximums $d_{\max}$ sowie deren Korrelation betrachtet werden, wobei (s. Abb. 3.2)

- $N_{\mathrm{e,max}}$ die Elektronenzahl im Schauermaximum und
- N_{e} die Elektronenzahl auf Detektorniveau ist, und
- $d_{\max}$ der Abstand des Schauermaximums vom Detektor bedeutet
(der zweckmäßigerweise in Einheiten der Flächendichte $[\mathrm{g/cm^2}]$ gemessen wird).

$N_{e,max}$ und N_e sind dabei mit voller M^{t}Carlo-Präzision ausgewertet, d. h. N_e ist die abgezählte Anzahl von Elektronen, die das Detektorviveau erreichen, $N_{e,max}$ die Anzahl, die sich durch Spline-Interpolation von in 20 äquidistanten Flächendichte-Niveaus ermittelten exakten Elektronenanzahlen für das Schauermaximum ergibt. Auch die Position des Schauermaximums selbst wurde durch das Maximum der Spline-Funktion definiert.

Eingegangen sind ohne weitere Schnitte alle Schauer, die die AIROBICC-Triggerbedingung erfüllen, wobei für die γ-Schauer wieder ein spektraler Index α (differentiell) von 2,7 verwendet wurde. In Abb. 3.3 a), e) ist die mit den so bestimmten Größen die charakteristische Abhängigkeit von $\log_{10}(N_{e,max}/N_e)$ von d_{max} dargestellt. Man erkennt, daß diese Größe bei γ-Schauern mit steigendem d_{max} rascher wächst als bei Hadronschauern, was mit der Eigenschaft korrespondiert, daß erstere nach dem Schauermaximum rascher aussterben. Der ab einem gewissen d_{max} annähernd lineare Zusammenhang spiegelt den (nach einer dem Schauermaximum unmittelbar folgenden Übergangsphase) exponentiellen Abfall der Teilchenzahl im Schauer wider[1]. Die zu diesem Abfall gehörenden Abklinglängen liegen für Hadronschauer bei $\Lambda_{Ne} = 237\,\mathrm{g/cm^2}$ und für γ-Schauer bei $\Lambda_{Ne} = 130\,\mathrm{g/cm^2}$. Da, wie in c) und g) zu sehen ist, die Mittelwerte von d_{max} für Hadronen und γ's identisch sind, folgt daraus ein deutlich höheres mittleres $\log_{10}(N_{e,max}/N_e)$ für γ-Schauer ($\mu = 0{,}65$) im Vergleich zu Hadronschauern ($\mu = 0{,}43$, siehe b) und f)). Dies bedeutet also bei gleichem $N_{e,max}$ zu einem um einen Faktor von ca. 1,7 verminderten N_e bei γ-Schauern.

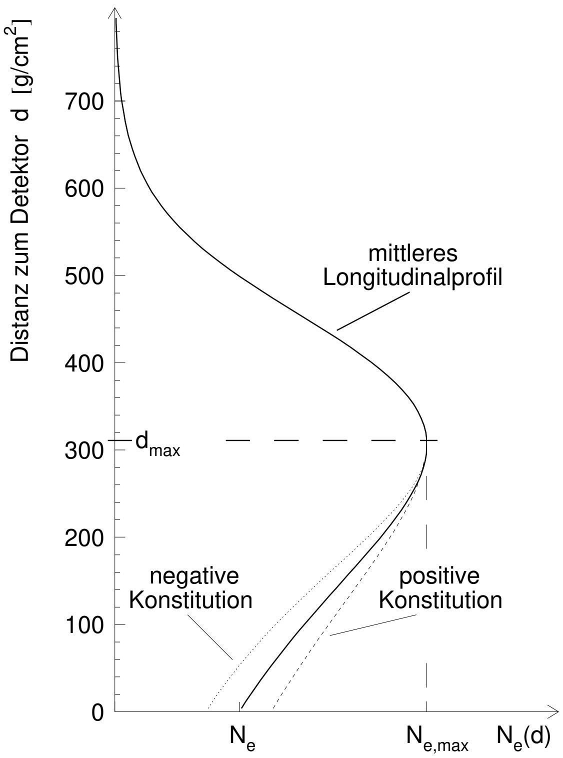


Abbildung 3.2: Schematisches Longitudinalprofil der Elektronenzahl eines typischen Schauers (Konstitution Null, dicke Linie), eines Schauers mit negativer Konstitution (gepunktet) und eines Schauers mit positiver Konstitution (gestrichelt).

Interessant sind noch die Abweichungen der individuellen Schauer von der mit $R_{Ne}(d_{max})$ bezeichneten mittleren Relation zwischen $\log_{10}(N_{e,max}/N_e)$ und d_{max}: Diese Größe wird hier und im folgenden (elektronische) „Konstitution“ (K_{Ne}) genannt, weil sie das individuelle longitudinale Abklingverhalten eines Schauers charakterisiert: Ein Schauer, der nach dem Maximum untypisch schnell abfällt, also überdurchschnittlich „schnell altert“, hat eine negative, überdurchschnittlich langsam alternde Schauer haben eine positive Konstitution (s. Abb. 3.2). Formal wird für einen individuellen Schauer definiert:

$$K_{Ne} = R_{Ne}(d_{max}) - \log_{10}\left(\frac{N_{e,max}}{N_e}\right) \tag{3.1}$$

[1] Die in der Abbildung verwendete Anpassung dieser Relation ist eine zweiparametrige Funktion: Ein Parabelstück mit Scheitelpunkt in (0,0) und eine sich daran differenzierbar anschließende Gerade.

Aus den Konstitutionsspektren in d) und h) erkennt man zum einen, daß sie sich nicht nennenswert für Hadron- und γ-Schauer unterscheiden, und zum anderen, daß die Streubreite der Konstitution K_{Ne} einen merklichen Einfluß auf die Breite der Gesamtverteilung von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ hat.

Eine direkte Ausnutzung des unterschiedlichen $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$-Mittelwertes für γ- und Hadronschauer ist natürlich nicht möglich, weil $N_{\mathrm{e,max}}$ einer direkten Messung nicht zugänglich ist. Da es sich bei dem den Erdboden erreichenden Čerenkovlicht um eine Größe handelt, die sich durch (gewichtete) Summation über die ganze Longitudinalentwicklung des Schauers ergibt, liegt es nahe, daß die Čerenkovlichtmenge am Erdboden bei festem $N_{\mathrm{e,max}}$ eine weniger stark ausgeprägte Abhängigkeit von der Schauerhöhe hat und daher einen indirekten Zugang zu $N_{\mathrm{e,\,max}}$ bieten könnte. Daher sollen jetzt die analogen Zusammenhänge auch für das Čerenkovlicht untersucht werden. Als charakteristische Größe wurde hier die Anzahl der Čerenkovlicht-Photonen verwendet, die zwischen 0 bis 100 Metern von der Schauerachse die Detektorebene treffen. Sie wird aus einer Anpassung der Lateralverteilung nach Gl. 1.8 zwischen 20 und 100 Metern Schauerachsenabstand an mit M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Präzision ermittelte Photondichten in radialen Ringen („Radialphotonen", s. Abschnitt 2.4.1) ermittelt, die bis zum Schauerkern extrapoliert und integriert wird, und wird mit γ_{0-100} bezeichnet.

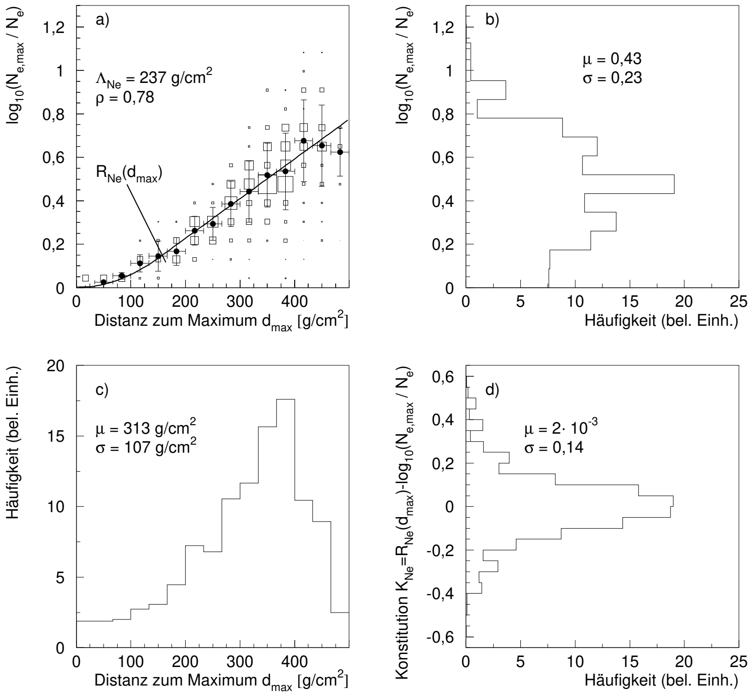
Abb. 3.4 zeigt die entsprechenden Größen. Die Mittelwerte von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/\gamma_{0-100})$ in Abhängigkeit von d_{max} (mit $R_{\mathrm{Cl}}(d_{\mathrm{max}})$ bezeichnet, siehe a) und e)) wurden hier durch eine dreiparametrige Funktion (für kleine d_{max} konstant, daran stetig anschließend eine Gerade mit endlicher Steigung) angepaßt. Die hier verwendete Aufteilung in $R_{\mathrm{Cl}}(d_{\mathrm{max}})$ und (Čerenkovlicht-) Konstitution K_{Cl} schreibt sich wieder

$$\log_{10}\left(\frac{N_{\mathrm{e,max}}}{\gamma_{0-100}}\right) = R_{\mathrm{Cl}}(d_{\mathrm{max}}) - K_{\mathrm{Cl}} \tag{3.2}$$

Wieder zeigt der lineare Zusammenhang zwischen $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/\gamma_{0-100})$ und d_{max} (nach dem Übergangsbereich bei kleinen d_{max}) eine exponentielle Abschwächung des Čerenkovlichtes mit wachsendem d_{max} bei festem $N_{\mathrm{e,max}}$, die aber diesmal nicht durch das Aussterben des Schauers, sondern durch die breiter werdende Lateralverteilung des Čerenkovlichtes und die atmosphärische Absorption hervorgerufen wird. Wie zu erwarten, sind die daraus resultierenden Abschwächungslängen für die jeweilige Teilchensorte deutlich größer als die auf das N_{e} am Erdboden Bezogenen. Auch hier gilt, daß die Abschwächungslängen für Hadronen mit $\Lambda_{\mathrm{Cl}} = 349\,\mathrm{g/cm^2}$ deutlich größer ist als diejenige für γ-Schauer ($\Lambda_{\mathrm{Cl}} = 249\,\mathrm{g/cm^2}$)

Auffallend ist hier besonders, daß sich die Spektren von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/\gamma_{0-100})$ für Hadron- und γ-Schauer praktisch nicht unterscheiden(b) und f)), und sämtliche Streuungen im Vergleich von denjenigen an $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ um ca. einen Faktor 2 reduziert sind. Aus ersterer Eigenschaft folgt unmittelbar, daß das Verhältnis $N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100}$ (bzw. dessen Logarithmus) insgesamt für Hadron- und γ-Schauer charakteristisch unterschiedlich ist (nämlich im Mittel um den vorher erwähnten Faktor 1,7). Es liegt also mit $N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100}$ eine erste Größe vor, die aus prinzipiell observablen Schauerparametern zusammengesetzt ist und die unterschiedliche Erwartungswerte für γ- und Hadronschauer aufweist. Im folgenden soll jetzt noch gezeigt werden, daß $N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100}$ Hadronen und γ's sogar besser trennt als $N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}}$. Mithilfe der oben eingeführten Definitionen kann für die Größe $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$ dann folgende Aufspaltung in Komponenten K_{eff}, R_{eff}

Hadron-Schauer:



γ-Schauer:

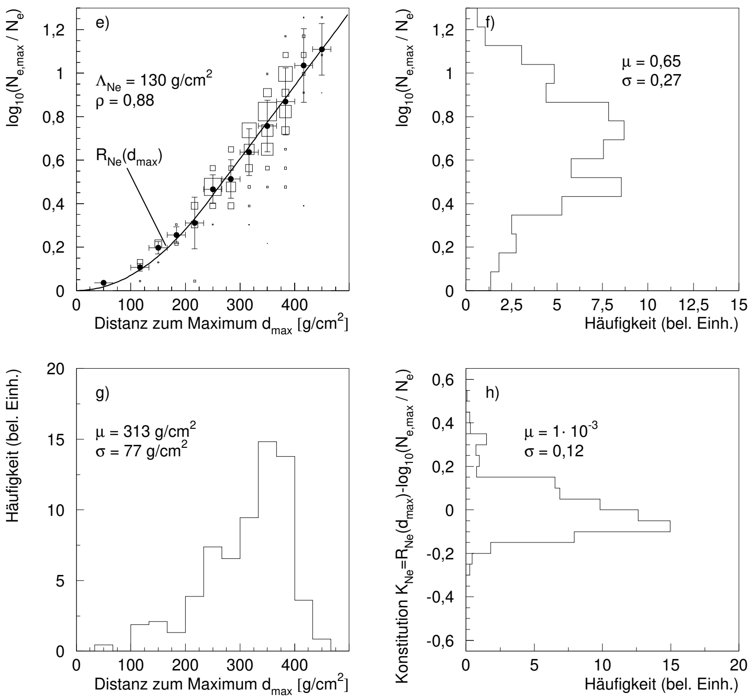


Abbildung 3.3: Die Abhängigkeit des Verhältnisses der Teilchenzahlen $N_{\text{e,max}}/N_{\text{e}}$ von der Entfernung des Schauermaximums d_{max} und dessen Streuung K_{Ne} für Hadron- und γ-Schauer. Die Kästchen in a) und e) stellen die zweidimensionalen Verteilungen dar, die gefüllten Kreise mit Balken geben die Mittelwerte und Streubreiten in d_{max}-Bins wieder. Die dicken Linien ($R_{\text{Ne}}(d_{\text{max}})$) sind die Graphen der Parametrisierung (siehe Text). ρ bezeichnet den Korrelationskoeffizienten von $\log_{10}(N_{\text{e,max}}/N_{\text{e}})$ und d_{max}.

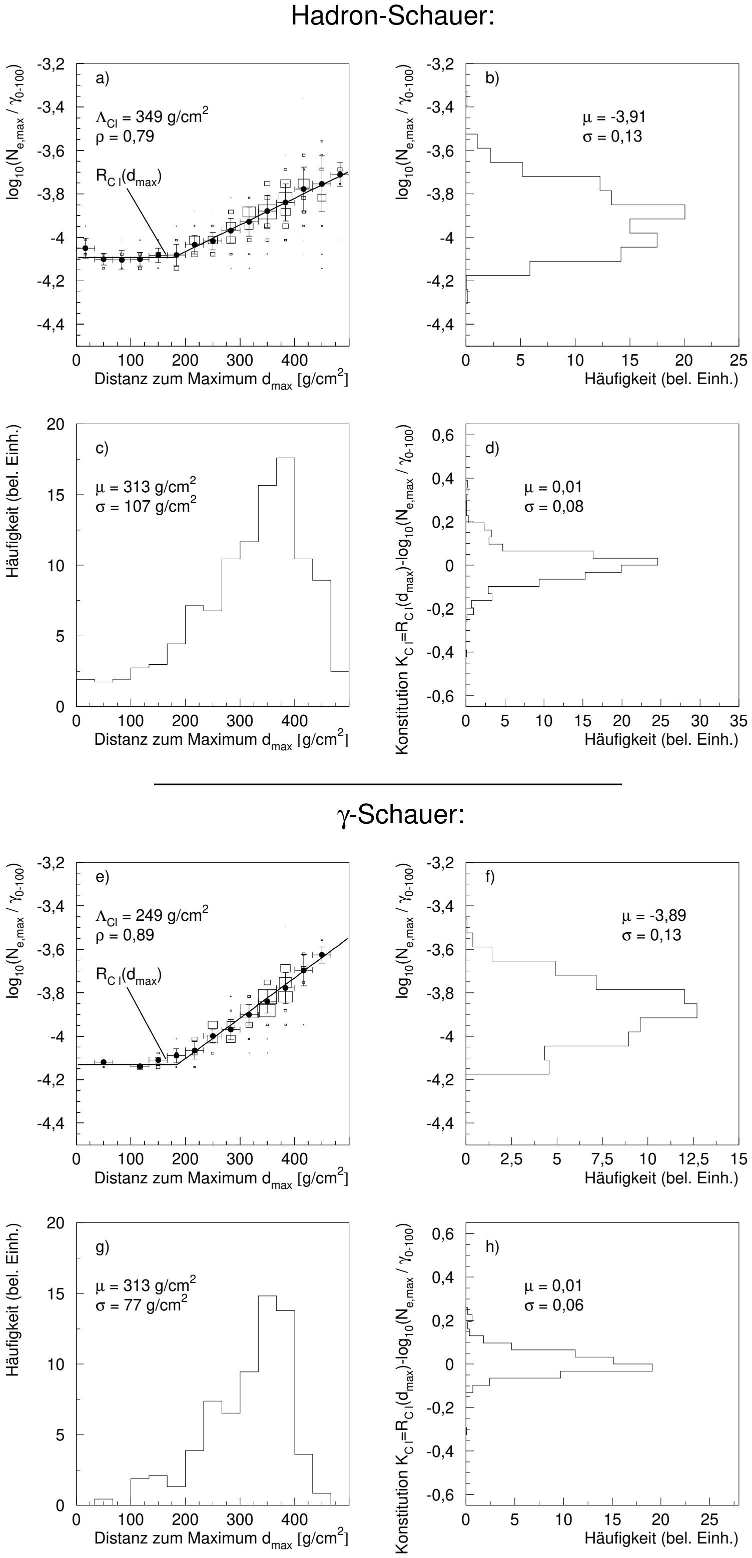


Abbildung 3.4: Die Abhängigkeit des Verhältnisses von der Elektronenzahl im Maximum $N_{\text{e,max}}$ zur Čerenkovlichtausbeute $\gamma_{0\text{-}100}$ von der Entfernung des Schauermaximums d_{max} und dessen Streuung K_{Cl} für Hadron- und γ-Schauer. Die Kästchen in a) und e) stellen wieder die zweidimensionalen Verteilungen dar, die gefüllten Kreise mit Balken geben die Mittelwerte und Streubreiten in d_{max}-Bins wieder. Die dicken Linien ($R_{\text{Ne}}(d_{\text{max}})$) sind die Graphen der entsprechenden Parametrisierung (siehe Text). ρ bezeichnet den Korrelationskoeffizienten von $\log_{10}(N_{\text{e,max}}/N_{\text{e}})$ und d_{max}.

vorgenommen werden:

$$\log_{10}\left(\frac{N_e}{\gamma_{0-100}}\right) = \underbrace{(K_{Ne} - K_{Cl})}_{:= K_{eff}} - \underbrace{(R_{Ne}(d_{max}) - R_{Cl}(d_{max}))}_{:= R_{eff}(d_{max})} \tag{3.3}$$

Für den zweiten Summanden R_{eff}, der nur von der Schauerhöhe abhängt und das effektive mittlere Abklingverhalten beschreibt, gilt dabei

$$R_{eff}(d_{max}) \approx \log(10) \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{\Lambda_{Cl}} - \frac{1}{\Lambda_{Ne}}\right)}_{:=1/\Lambda_{eff}} \cdot d_{max} + C \tag{3.4}$$

weil nur wenige Schauer im Übergangsbereich ($d_{max} \lesssim 180\,\text{g/cm}^2$) liegen. Für Hadronschauer kommt man also auf eine effektive Abschwächlänge von $\Lambda_{eff,h} \approx 740\,\text{g/cm}^2$, für γ-Schauer auf $\Lambda_{eff,\gamma} \approx 272\,\text{g/cm}^2$. In Tab. 3.1 sind die Streuungen der beiden Komponenten und die Gesamtstreuung für $Q = N_{e,max}/N_e$, $Q = N_{e,max}/\gamma_{0-100}$, und $Q = N_e/\gamma_{0-100}$ summarisch dargestellt. Für die mittleren d_{max}-Abhängigkeiten $R(d_{max})$ sieht man die eben erwähnte vollständige Kor-

	Hadronschauer			γ-Schauer		
	N_e	Čl	eff	N_e	Čl	eff
Streuung der mittleren d_{max}-Abhängigkeit $\sigma(R)$	0,19	0,11	0,08	0,23	0,12	0,12
Streuung der Konstitution $\sigma(K)$	0,14	0,08	0,09	0,12	0,06	0,07
Streuung des betrachteten Logarithmus' $\sigma(\log_{10}(Q))$	0,23	0,13	0,12	0,27	0,13	0,14

Tabelle 3.1: Die Streuungen σ an der mittleren d_{max}-Abhängigkeit $R(d_{max})$, der Konstitution K, und dem Logarithmus des jeweiligen betrachteten Verhältnisses Q ($Q = N_{e,max}/N_e$, $Q = N_{e,max}/\gamma_{0-100}$, oder $Q = N_e/\gamma_{0-100}$), siehe Text.

relation der Streuungen (erkennbar an $\sigma(R_{eff}) = \sigma(R_{Cl}) - \sigma(R_{Ne})$), sowohl für γ- als auch für Hadronschauer. Zu sehen ist ebenso, daß auch die Konstitutionen K_{Ne} und K_{Cl} stark positiv korreliert sind, im Falle der γ-Schauer fast vollständig (siehe dazu auch Abb. 3.8). Die durch Konstitutionseffekte hervorgerufenen Streuungen sind *per constructionem* fast vollständig unabhängig von denjenigen aus d_{max}-Schwankungen Hervorgerufenen, wie daran zu sehen ist, daß sich die $\sigma(\log_{10}(Q))$ (letzte Zeile in der Tabelle) durch quadratische Addition der beiden Vorangehenden ergibt. Abschließend stellt man fest, daß durch die vorhandenen Korrelationen der Streuungen sowohl für Hadron- als auch für γ-Schauer die Gesamtstreuung an $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ nur halb so groß ist wie diejenige an $\log_{10}(N_{e,max}/N_e)$. Somit erlaubt die Größe $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ eine deutlich bessere γ-Hadron-Trennung als das ohnehin nicht experimentell zugängliche $\log_{10}(N_{e,max}/N_e)$. Abb. 3.5 zeigt die entsprechenden Spektren für Hadron- und γ-Schauer im Vergleich.

Die charakteristischen Unterschiede zwischen Hadron- und γ-Schauern im N_e/γ_{0-100}-Verhältnis sind seit längerem bekannt; das wesentliche Ergebnis hier sind die überraschenderweise deutlicheren Unterschiede im Vergleich zum $N_{e,max}/N_e$-Verhältnis.

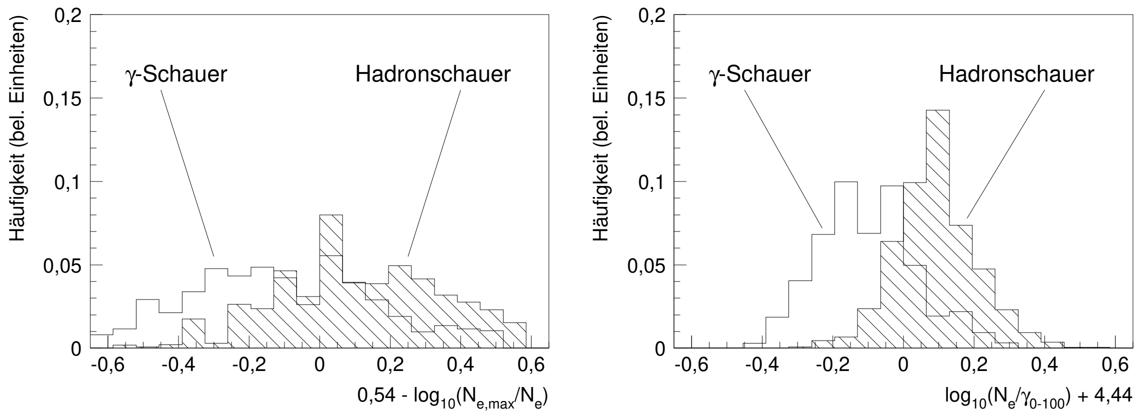


Abbildung 3.5: Die Spektren von $\log_{10}(N_{\text{e,max}}/N_{\text{e}})$ (links) und von $\log_{10}(N_{\text{e}}/\gamma_{0-100})$(rechts) für γ- und Hadronschauer.

Eine auf dieser Basis beruhende, ansatzweise γ-Hadron-Trennung durch einen Schnitt in aus HEGRA-Felddaten gewonnenen Abschätzungen für N_e und γ_{0-100} firmiert HEGRA-intern unter dem Namen „LEAST“-Schnitt[2] und wurde gelegentlich auch auf Daten angewandt.

Hierauf aufbauend werden im nächsten Abschnitt durch die Hinzuziehung von Schauerparametern, die die laterale Streuung der Schauerteilchen und des Čerenkovlichtes am Erdboden charakterisieren, wesentlich trennschärfere Größen konstruiert.

3.1.2 Korrelationen zwischen Longitudinal- und Lateralentwicklungen

Mit dem N_e/γ_{0-100}-Verhältnis steht nun also eine Größe zur Verfügung, die aus am Erdboden meßbaren Observablen zusammengesetzt ist und deren Spektren für Hadron- und γ-Schauer charakteristisch unterschiedlich ist. Die Qualität einer γ-Hadron-Separation wird nun davon abhängen, wie gut es gelingt, auf dieser Basis eine noch weniger stark streuende Größe zu konstruieren. Dies gilt insbesondere, weil davon auszugehen ist, daß durch die Rekonstruktion aus den (eingangs erwähnten) recht groben Meßwerten weitere erhebliche Streuungen zu erwarten sind.

Daher sollen nun die beiden ebenfalls observablen Formparameter der Lateralverteilung von Teilchen und Čerenkovlicht, also das Schaueralter s (s. Gl. 1.4) und der Lichtradius r_L (Gl. 1.8), mit in die Betrachtungen einbezogen werden, um weitere Zugänge zu den Parametern der Longitudinalverteilung zu bekommen:
Vom Schaueralter ist aus der Kaskadentheorie bekannt, daß, wenigstens für elektromagnetische Schauer, ein enger Zusammenhang zur Schauerhöhe besteht (GREISEN 1960). Mit zunehmender Schauerhöhe d_{max} erwartet man auch wachsende s-Werte. Außerdem darf man erwarten, daß sich auch die Konstitution in s niederschlagen wird: Ein überdurchschnittlich langsam abklingender Schauer (also mit positiver Konstitution) sollte in seinem Kern über untypisch viele hochenergetische Teilchen verfügen, die durch Kaskadieren gerade die untypisch hohe Teilchenzahl hervorrufen. Solch ein Schauer sollte dann durch ein stärker ausgeprägtes Lateral-

[2]in dem Sinne, daß er das Mindeste darstellt, was man hinsichtlich einer γ-Hadron-Trennung unternehmen sollte

verteilungsmaximum auf der Schauerachse auffallen, das dann zu einem kleinen s-Wert führt. Longitudinales und laterales Schaueralter sollten demnach auch bei untypischen Entwicklungen in einem gewissen Zusammenhang stehen.
Auch für den Lichtradius r_L ist seit langem bekannt, daß er zumindest stark mit der Schauerhöhe korreliert ist (ZATSEPIN & CHUDAKOV 1962, PATTERSON & HILLAS 1983).

Um die wesentlichen Effekte studieren zu können, wird hier auf die Lateralanpassungen an sämtliche im M$^{\mathrm{c}}$Carlo generierten Elektronen zurückgegriffen, die von K. Pätzold durchgeführt wurden (s. PÄTZOLD 1998). Diese Anpassung wurde zwischen 0 m und 100 m an die Teilchendichten in 1 m breiten Ringen durchgeführt. Da diese nur für γ- und Protonschauer vorliegen, sollen im folgenden auch nur diese beiden Schauersorten verglichen werden. Von den durch schwerere Kerne ausgelösten Schauern darf erwartet werden, daß sie sich im Vergleich zu Protonschauern wegen schwächerer Fluktuationen eher besser von γ-Schauern unterscheiden lassen, sich aber hinsichtlich ihrer longitudinalen Entwicklung und lateralen Streubreiten deutlich hadronisch verhalten.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden oft Verteilungen von zwei Parametern betrachtet, die dann mit anderen solchen Verteilungen verglichen werden. Im Gegensatz zu eindimensionalen Verteilungen, die in graphischen Darstellungen als Histogramme übereinandergezeichnet werden können und dann einen guten Eindruck von den Ähnlichkeiten und Unterschieden ermöglichen, geht das bei zwei zweidimensionalen Verteilungen, die überlappen, nicht mehr befriedigend: Weder in Kästchenhistogrammen noch in perspektivischen Ansichten eines dreidimensionalen Balkenhistogrammes („Lego-Plots“) wird ein befriedigender Überblick erreicht. Stattdessen werden im folgenden öfter Kästchenhistogramme **neben**einandergestellt, in die Einzelverteilungen die Trägheitsellipsen und der Schwerpunkt eingezeichnet, sowie der Korrelationskoeffizient angegeben. Der Schwerpunkt gibt einem die Mittelwerte der Parameter auf den Koordinatenachsen (und von jeder anderen Projektion), und die Projektion der Trägheitsellipse liefert die Streuung σ, ebenfalls für jede Richtung. Der Korrelationskoeffizient erlaubt schließlich den quantitativen Vergleich von verschiedenen vorhandenen Korrelationen. Bei Bedarf können dann zwei Trägheitsellipsen übereinandergezeichnet werden, um einen Eindruck von der relativen Lage zweier zweidimensionaler Verteilungen zueinander zu bekommen. Diese Darstellungsart ist sicher nur dann sinnvoll, wenn die Verteilungen nicht zu asymmetrisch oder ausläuferdominiert sind, dies läßt sich aber durch geeignete Transformationen der Parameter immer erreichen.

Zunächst sollen die Zusammenhänge der lateralen Formparameter s und r_L mit der Schauerhöhe $d_{\max}$ und der Konstitution K untersucht werden. Dazu sollen sofort die Korrelationen zu $R_{\text{eff}}(d_{\max})$ und K_{eff} betrachtet werden, um den Einfluß auf eine γ-Hadron-Separation angemessen beurteilen zu können[3]. Abb. 3.6 zeigt diese Korrelationen in Form der eben diskutierten Kästchenhistogramme. Dabei wurde in der Darstellung $-1/r_L$ anstatt r_L als Abszissenvariable gewählt, da man darin eine annähernd symmetrische Verteilung erhält. Die Streuungen sind in der hier verwendeten Skalierung ähnlich zu denen von s. Zur quantitativen Einschätzung sind auch die Trägheitsellipsen eingezeichnet und die Korrelationskoeffizienten angegeben.

In sämtlichen Histogrammen sind Korrelationen zu erkennen. Insbesondere sieht man, daß auch der Lichtradius r_L auf die Konstitution eines Schauers empfindlich ist. Die Korrelationen bei den

[3]Da $R_{\text{eff}}(d_{\max})$ ohnehin eine (fast perfekt lineare) Funktion von $d_{\max}$ ist (s. Gl. 3.4), kann daher an den Korrelationen zu R_{eff} indirekt die Korrelation zu $d_{\max}$ abgelesen werden.

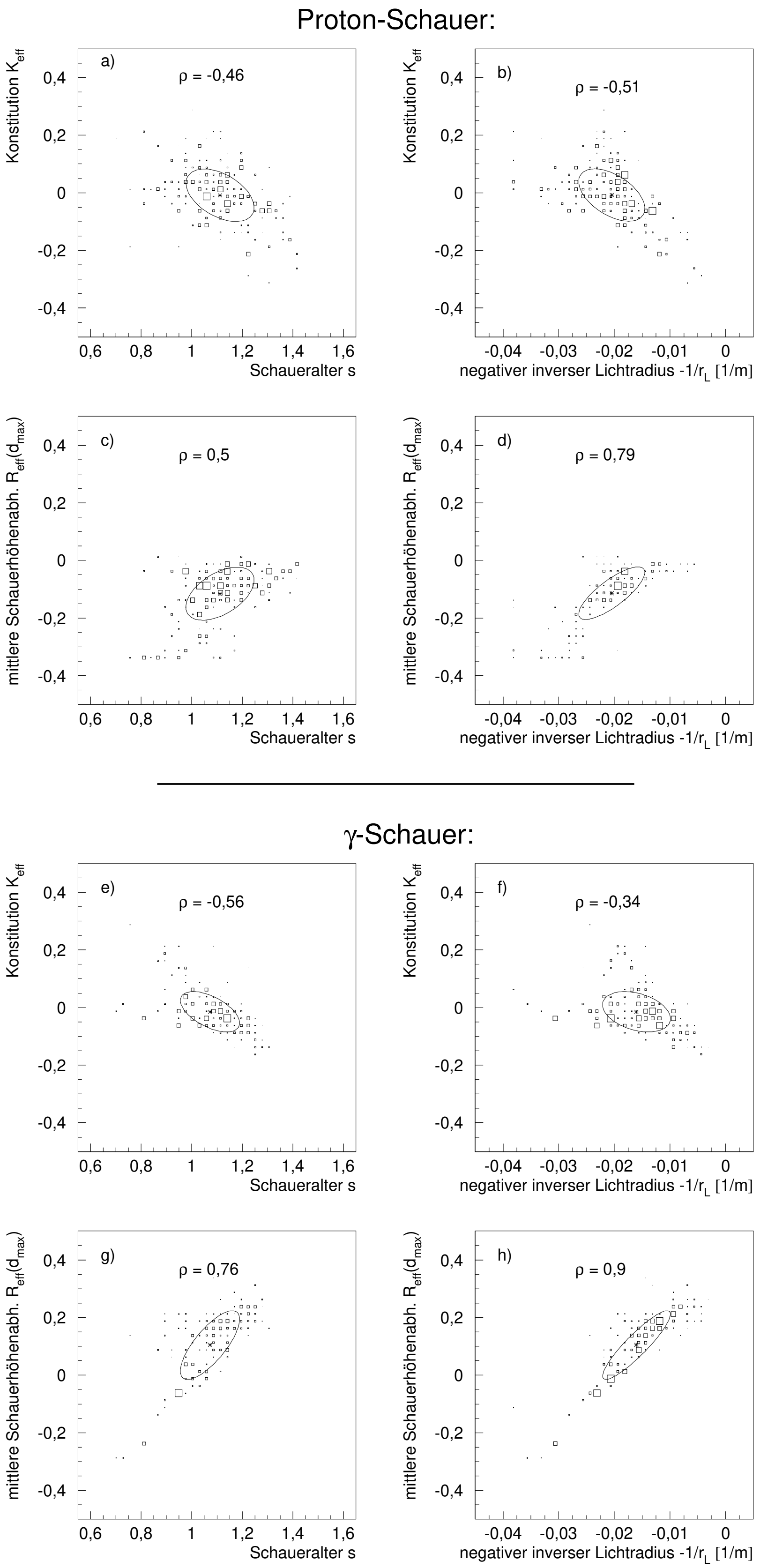


Abbildung 3.6: Die Korrelationen der Konstitutionen K_{eff} und mittleren Abhängigkeiten $R_{\text{eff}}(d_{\text{max}})$ gegen das Schaueralter s und den negativen inversen Lichtradius $-1/r_L$ für Proton- und γ-Schauer.

γ-Schauern sind fast durchweg stärker ausgeprägt als bei den Protonschauern.

Bei den auf den ersten Blick doch eher moderaten Korrelationen fällt aber etwas ins Auge: Die Korrelationen für entweder Schaueralter s oder Lichtradius r_L gegen R_{eff} und K_{eff} sind etwa gleich stark ausgeprägt und haben das „richtige Vorzeichen“ im Hinblick auf eine Korrelation mit $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$: Untypisch kleine K_{eff} und große R_{eff}, die beide zu untypisch kleinen $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ führen, sind mit großen s resp. r_L korreliert, und *vice versa*. Daraus, daß die Streuungen von R_{eff} und K_{eff} *per definitionem* statistisch unabhängig sind, sie jedoch beide mit einem einzigen Parameter moderat und etwa gleich stark korreliert sind, folgt, daß die Größe $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ mit diesem Parameter stärker korreliert ist als einer ihrer Konstituenten (R_{eff}, K_{eff}).[4]

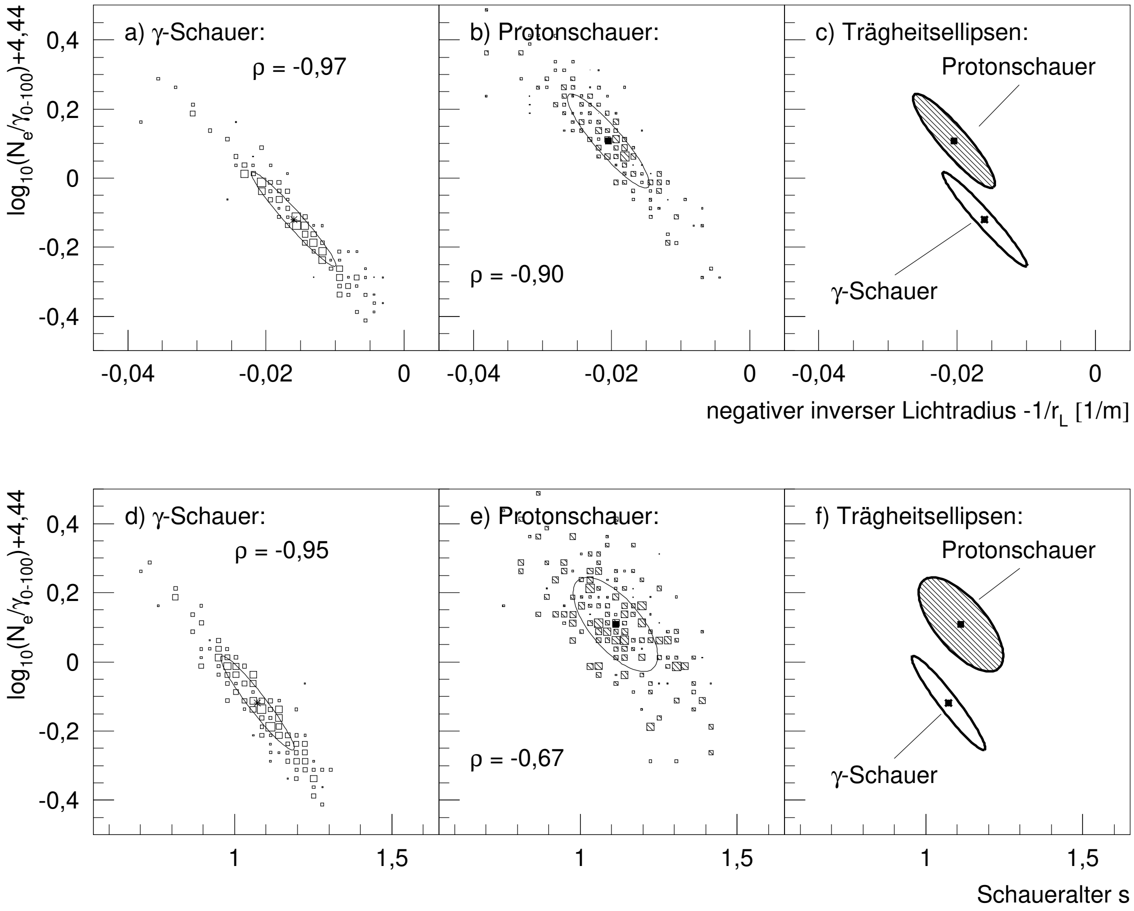


Abbildung 3.7: Die Korrelationen von $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ gegen Schaueralter s und negativen inversen Lichtradius $-1/r_L$ für γ- und Protonschauer, sowie die Trägheitsellipsen der jeweiligen Verteilungen. (ρ bezeichnet den jeweiligen Korrelationskoeffizienten.)

[4] K_{eff}, R_{eff} können wegen ihrer Unabhängigkeit nicht beide beliebig gut mit ein und demselben Parameter korreliert sein: Eine Obergrenze solcher Korrelationen wird mit einem Parameter erreicht, der gerade die (u. U. gewichtete) Summe von R_{eff}, K_{eff} darstellt, also z. B. $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ selbst. Daher gilt, daß die Summe der Quadrate der Korrelationskoeffizienten stets kleiner gleich 1 sein muß.

In den Kästchenhistogrammen in Abb. 3.7 ist zu erkennen, wie scharf durch diesen Effekt die Korrelationen von s resp. r_L zu $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ werden. Diese ist im Falle von γ-Schauern (a) und d)) für s und r_L etwa gleich ausgeprägt, bei den Protonschauern (b) und e)) jedoch für s deutlich schwächer als für r_L (vgl. den Erkärungsversuch dafür auf S. 78). Beim Vergleich der ebenfalls angegebenen Korrelationskoeffizienten stellt man in der Tat fest, daß sich $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ in allen Fällen besser gegen s oder $-1/r_L$ korreliert als R_{eff} (also auch $d_{\max}$) oder K_{eff} einzeln. Die auch in die Histogramme eingezeichneten Trägheitsellipsen sind in c) und f) noch einmal vergleichend dargestellt. Dazu ist folgendes anzumerken:

- Sowohl in der der Korrelation des Schaueralter s als auch in der des Lichtradius r_L mit $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ trennen sich γ- und Hadronschauer praktisch vollständig.

- Das Spektrum der Lichtradien r_L ist nicht teilchenunabhängig: Für γ-Schauer ergibt sich ein deutlich größeres mittleres r_L (oder $-1/r_L$) als für Protonschauer. Das Spektrum der Schaueralter s hingegen ist, was Mittelwert und Streuung angeht, nahezu teilchenunabhängig. (Tatsächlich ist s sogar für die γ-Schauer zu leicht kleineren Werten verschoben, wie aus f) ersichlich ist.

- Durch ebengenannten Effekt liegen die Korrelationen für γ's und Protonen in r_L absolut wesentlich dichter beieinander als diejenigen in s. Die Differenz im mittleren r_L für γ's und Protonen schiebt die Hauptachsen der Verteilungen nahe zusammen. Obwohl bei den hier verwendeten präzise aus M$^{\text{t}}$Carlo-Werten ermittelten Schauerparametern sowohl die $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$-$s$- als auch die $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation zu ähnlich perfekten γ-Hadron-Trennungen führen, ist diese Verschiebung ein schwere Hypothek für die Verwendung der $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation in der Praxis: Bei zusätzlichen Streuungen aufgrund von nur grob bestimmten Schauerparametern werden die Verteilungen für γ- und Protonschauer eher ineinanderfließen und die Trennmöglichkeit dramatisch verschlechtern, wohingegen im Falle der $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$-$s$-Korrelation auch bei großen zusätzlichen Streuungen eine Trennung besser möglich sein wird. (Die schlechtere intrinsische Korrelation für Protonschauer ist dabei kein Nachteil, da sich zusätzliche Streuungen unkorreliert auf die bereits Vorhandenen (also quadratisch) aufaddieren.) Welches Verfahren schließlich besser funktioniert, hängt selbstverständlich davon ab, wie gut die einzelnen Parameter aus den experimentellen Daten rekonstruiert werden können. Festzuhalten bleibt aber in jedem Falle, daß bei wesentlichen zusätzlichen Streuungen an s und r_L, die auf den verwendeten Skalen etwa gleich groß sind, die Ausnutzung der $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$-$s$-Korrelation die besseren Ergebnisse liefern wird.

Die γ-Hadron-Trennung vermittels der $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation wird im LES-Verfahren benutzt (ARQUEROS ET AL. 1995, KARLE 1994) und wurde auf HEGRA-Schauerdaten angewendet (KARLE ET AL. 1995B, PROSCH 1997).

Die (besonders im Falle nur grob bestimmter Schauerparameter) potentiell erfolgversprechendere γ-Hadron-Trennung durch die $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$-$s$-Korrelation wird im zweiten Teil des Kapitels weiter ausgearbeitet und wird in das pearl-Verfahren münden.

3.1.3 Darstellung des zugrundeliegenden Trenn-Prinzips

Im vorangehenden Abschnitt wurden zwei verschiedene Möglichkeiten einer γ-Hadron-Separation aus den vier elementaren Lateralverteilungs-Parametern aus einer rein phänomenologischen Perspektive beschrieben. Hier soll nun die Wirkungsweise der beiden Verfahren näher betrachtet werden, also versucht werden, den zugrundeliegenden Mechanismus zu erklären.

Ausgegangen werden soll dabei wieder von $\log_{10}(N_{e,max}/N_e)$. Wie bereits festgestellt wurde, sind die mittleren d_{max}-Abhängigkeiten $R_{Ne}(d_{max})$, $R_{Cl}(d_{max})$ zwangsweise perfekt korreliert. Auch die Konstitutionen K_{Ne}, K_{Cl} sind stark korreliert, wie in Abb. 3.8 explizit dargestellt ist. Die Streuungen von R_{Cl}, K_{Cl} sind jedoch nur etwa halb so groß wie diejenigen von R_{Ne}, K_{Ne}.

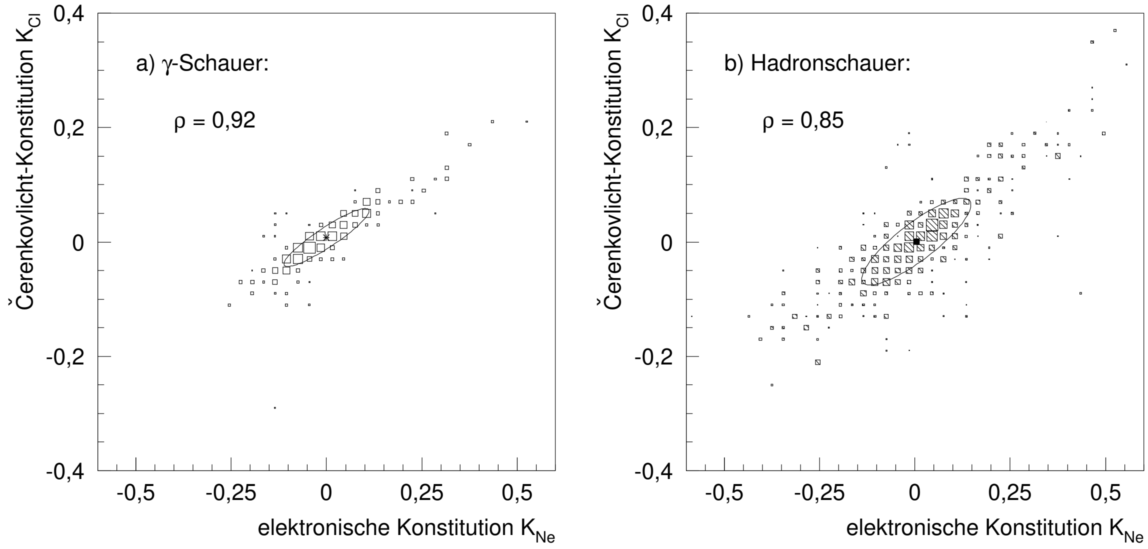


Abbildung 3.8: Die Korrelationen der elektronischen und der Čerenkovlicht-Konstitution (s. Abb. 3.3 und 3.4) für γ- und Hadronschauer.

Daraus folgt unmittelbar, daß in guter Näherung gelten muß:

$$R_{eff}(d_{max}) \approx R_{Cl}(d_{max}) + \text{const} \approx \frac{1}{2} \cdot R_{Ne}(d_{max}) + \text{const} \qquad \text{und} \qquad K_{eff} \approx K_{Cl} \approx \frac{1}{2} \cdot K_{Ne} \quad (3.5)$$

Erkennbar ist dies auch daran, daß in Tab. 3.1 die zweite und dritte (resp. fünfte und sechste) Spalte annähernd gleich sind.
Da also die Streuungen von $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ nur halb so groß wie diejenigen von $\log_{10}(N_{e,max}/N_e)$ sind (und auch bezüglich der Komponenten R und K recht ähnlich zusammengesetzt sind), der Unterschied der Mittelwerte für γ- und Hadronschauer jedoch bei beiden etwa gleich ist, muß in guter Näherung gelten (unter Vernachlässigung kleiner Streuungen mit $|\rho| \gtrsim 0{,}9$):

$$\begin{aligned} -\log_{10}\left(\frac{N_e}{\gamma_{0-100}}\right) &\approx \left\langle \log_{10}\left(\frac{N_{e,max}}{N_e}\right)\right\rangle + \frac{1}{2}\left\{\log_{10}\left(\frac{N_{e,max}}{N_e}\right) - \left\langle \log_{10}\left(\frac{N_{e,max}}{N_e}\right)\right\rangle\right\} + \text{const} \\ &\approx \frac{1}{2}\cdot\log_{10}\left(\frac{N_{e,max}}{N_e}\right) + \frac{1}{2}\cdot\left\langle\log_{10}\left(\frac{N_{e,max}}{N_e}\right)\right\rangle + \text{const} \qquad (3.6) \end{aligned}$$

(wobei sich die Mittelwerte $\langle\ldots\rangle$ auf die jeweilige Teilchensorte beziehen sollen, also für γ's und Hadronen einen Unterschied von ca. 0,2 aufweisen)
Also

$$-\log_{10}\left(\frac{N_\mathrm{e}}{\gamma_{0-100}}\right) \approx \frac{1}{2}\cdot\log_{10}\left(\frac{N_\mathrm{e,max}}{N_\mathrm{e}}\right) + L_\gamma + \mathrm{const} \tag{3.7}$$

(mit $L_\gamma \approx 0{,}2$ für γ-Schauer, $L_\gamma = 0$ sonst)
Dies ist mit zwei Verteilungen zu belegen:

1. $\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})$ und $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ sind hochkorreliert (Abb. 3.9, a-c) und trennen γ- und Hadronschauer, und

2. Die Korrelationskoeffizienten von $\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})$ mit s oder r_L und $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ mit s oder r_L sind etwa gleich (Abb. 3.9, d-i, im Vergleich zu Abb. 3.7).

In Abb. 3.9, d-i sieht man ferner den entscheidenden Unterschied zwischen s und r_L in diesem Zusammenhang: r_L parametrisiert $\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})$ nahezu teilchenunabhängig, die Korrelationen für Hadronen und γ's liegen fast auf einer Linie.[5] Dies impliziert, daß r_L explizit praktisch unabhängig von d_max ist, zumindest für die hier relevanten Fälle von $d_\mathrm{max} = 310 \pm 110\mathrm{g/cm}^2$. Die Korrelation zwischen r_L und d_max (Abb. 3.6) sollte sich demgemäß nahezu vollständig aus der Korrelation von $\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})$zu d_max ergeben (s. Abb. 3.3 a und e). Tatsächlich stellt man fest, daß die Korrelationskoeffizienten $\rho_{\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})-\mathrm{r}_L}$(Abb. 3.6 d und h) nur geringfügig größer sind als das Produkt von $\rho_{\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})-\mathrm{r}_L}$ Abb. 3.8 g und h) und $\rho_{\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})-d_\mathrm{max}}$ (Abb. 3.4 a und e). Diese auf den ersten Blick erstaunliche Tatsache ist sicherlich nicht auf ein einfaches physikalisches oder geometrisches Prinzip zurückzuführen. Bei zwei Schauern mit gleichem $N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e}$-Verhältnis, aber unterschiedlichem d_max sollte man zunächst annehmen, daß derjenige mit kleinerem d_max auch eine steilere Lateralverteilung produziert, weil mehr Elektronen näher an den Detektor herantransportiert werden und die Auftrefforte für das abgestrahlte Čerenkovlicht dabei näher an die Schauerachse heranrücken. Dieser Effekt muß sich auf irgendeine Weise kompensieren. Eine mögliche Erklärung ist, daß der Schauer mit dem kleinen d_max, dem ja im Vergleich zum anderen eine kleinere Konstitution zugeordnet werden muß, aus diesem Grund einen höheren Anteil niederenergetischerer Elektronen hat. Dies führt zu breiteren Lateralverteilungen und auch zu größeren mittleren Streuwinkeln in der Vielfachstreuung. Beide Eigenschaften führen zu einer Verbreiterung der Čerenkovlicht-Lateralverteilung.

Explizit sind diese Abhängigkeiten in Abb. 3.10 dargestellt. Dort ist für die Hadronschauer zu sehen, daß für Distanzen zum Schauermaximum $d_\mathrm{max} \gtrsim 180\,\mathrm{m}$ der Lichtradius r_L bei festem $\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})$ praktisch nicht von d_max abhängt bzw. r_L vollständig durch $\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e})$ parametrisiert wird. (Eine entsprechende Darstellung für die γ-Schauer sieht praktisch gleich aus.)

Dies rückt auch die landläufige Vorstellung über die Zusammenhänge zwischen der Steigung der Čerenkovlicht-Lateralverteilung zwischen ca. 20-100 m und der Longitudinalverteilung der Schauerelektronen, wie sie z. B. in PATTERSON & HILLAS 1983 dargestellt wird, in ein neues Licht, welche sich im hier relevanten Zusammenhang folgendermaßen zusammenfassen läßt:

[5] Man beachte dazu, daß die Ausläufer der Verteilung bei $\log_{10}(N_\mathrm{e,max}/N_\mathrm{e}) \approx 0$ die Hauptachsen der Trägheitseelipsen etwas voneinander weg kippt. Die Verteilungen sind in der Nähe ihrer Schwerpunkte wirklich fast gleich, s. auch Abschnitt 3.1.4, Abb. 3.11.

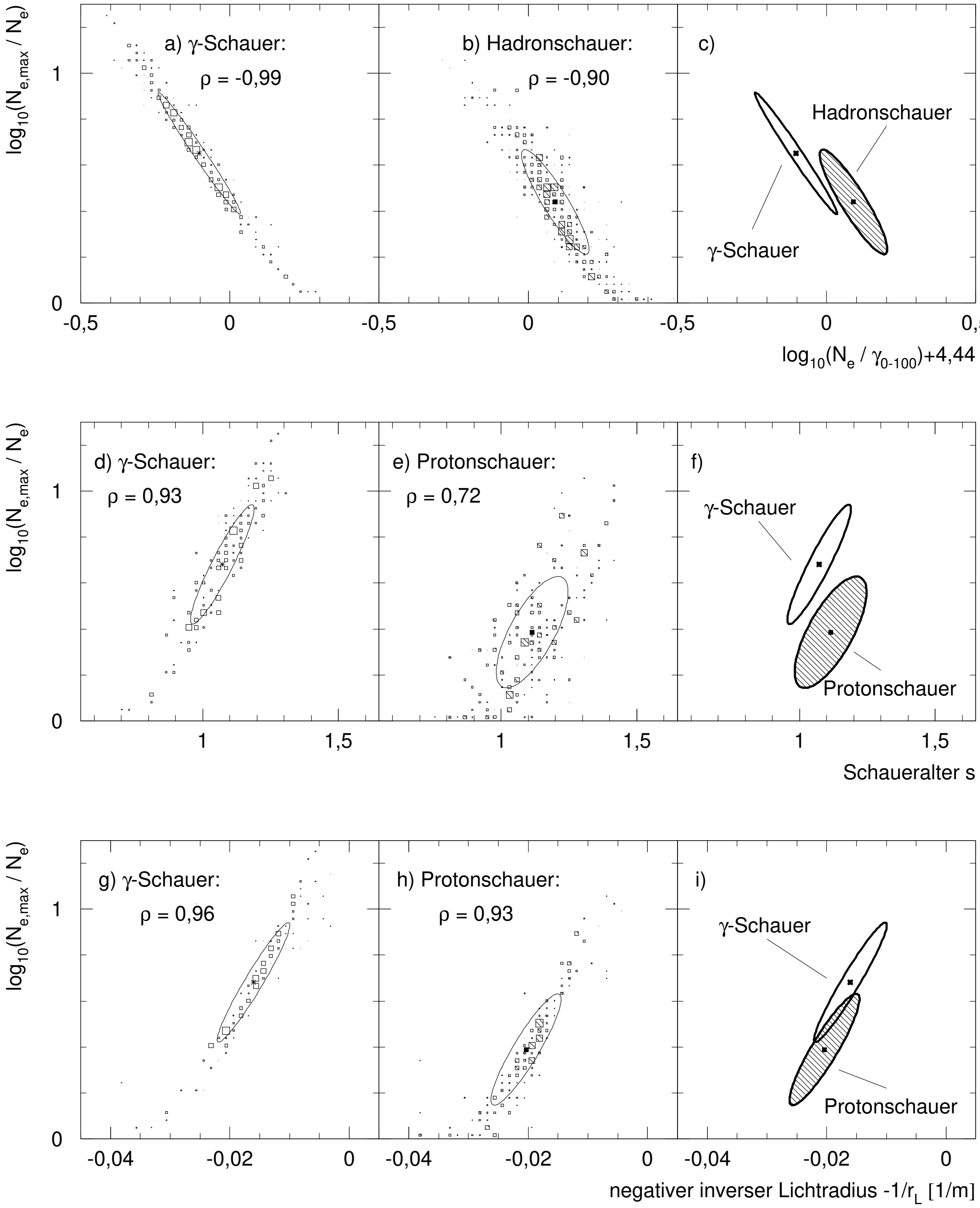


Abbildung 3.9: a) bis c): Korrelation von $\log_{10}(N_{\text{e,max}}/N_{\text{e}})$ gegen $\log_{10}(N_{\text{e}}/\gamma_{0-100})$ (γ- und Hadronschauer). d) - i): Korrelationen von $\log_{10}(N_{\text{e,max}}/N_{\text{e}})$ gegen Schaueralter s und gegen den negativen inversen Lichtradius $-1/r_L$ (γ- und Protonschauer).

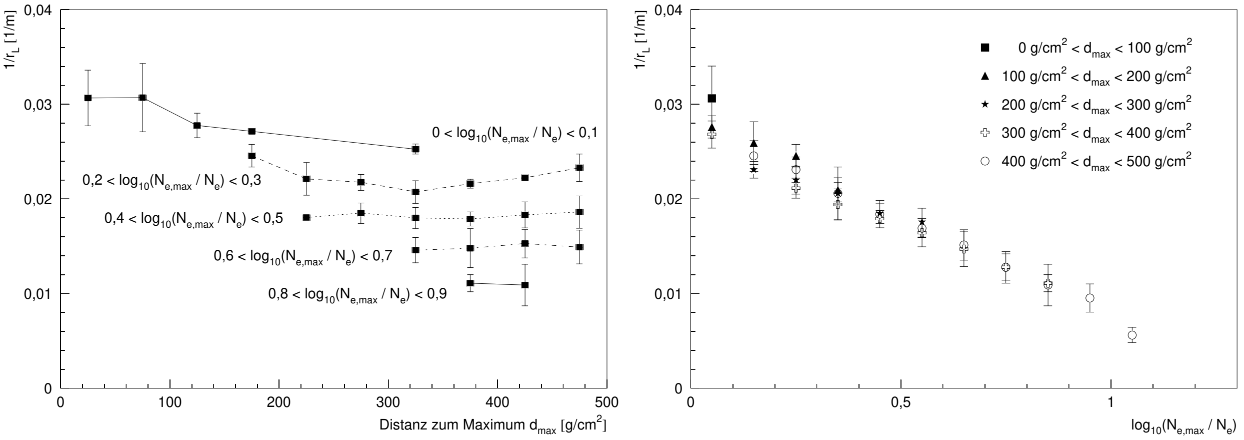


Abbildung 3.10: Links: Mittelwerte des inversen Lichtradius $1/r_L$ gegen die Distanz des Schauermaximums d_{max} für verschiedene $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$-Intervalle (Hadronschauer). Rechts:Mittelwerte von $1/r_L$ gegen $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ für verschiedene d_{max}-Intervalle (Hadronschauer). Die Balken markieren jeweils die Streubreite der Verteilungen.

1. Die Lateralverteilung des Čerenkovlichtes bis zu Kernabständen von ca. 100 m wird von der Longitudinalverteilung vom Schauermaximum bis zum Erdboden determiniert.

2. r_L ist ein Maß für d_{max}.

3. Die r_L-d_{max}-Korrelation wird für wachsende d_{max} durch „späte“ Schauerfluktuationen (d. h. Fluktuationen nach dem Schauermaximum) zunehmend schlechter.

4. Gäbe es keine späten Schauerfluktuationen, wäre r_L ein perfektes Maß für d_{max}.

Dieses Bild (Punkt 2. bis 4.) ist zwar nicht direkt falsch, läßt sich aber stringenter ausdrücken durch folgende einzelne Aussage:

2′. r_L ist ein nahezu perfektes (und primärteilchenunabhängiges) Maß für $N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}}$ (und von praktisch nichts sonst).

Diese Aussage ist in guter Näherung gültig für alle Schauer außerhalb des Übergangsbereiches (also $d_{\mathrm{max}} \gtrsim 180\,\mathrm{g/cm^2}$). Aus ihr folgen Punkt 2. bis 4., ferner wird klar, wie sich „späte Schauerfluktuationen“ fassen lassen (nämlich als Konstitution). Außerdem folgt direkt, warum γ- und Hadronschauer unterschiedliche r_L-d_{max}-Korrelationen haben. Schließlich ergibt sich hieraus auch, **warum** r_L in einer γ-Hadron-Separation bei den hier interessierenden Schauern überhaupt etwas ausrichten kann: Wären die „späten Schauerfluktuationen“ irgendwelche Streuungen, die mit sonst nichts korreliert wären, so würden diese zusammen mit der Streuung der Konstitution eine derart breite r_L-$\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$-Korrelation zur Folge haben, daß diese keinen Gewinn mehr für eine γ-Hadron-Separation brächte.

Im Gegensatz dazu ist, wie bereits bemerkt, das s-Spektrum in etwa teilchenunabhängig und parametrisiert $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ daher deutlich teilchenabängig. Unter Berücksichtigung der gleichen Mittelwerte der d_{max}-Verteilungen für Hadron- und γ-Schauer (Abb. 3.3) bedeutet das, salopp ausgedrückt, daß die Hadronschauer, trotz geringeren $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$, „ihr wahres Alter nicht verbergen können“ (wahres Alter im Sinne dessen, was bezüglich ihrer elektromagnetischen Energie im Mittel erwartet würde). Ein Großteil dieses Effekts wird darauf zurückzuführen sein, daß die elektromagnetische Komponente eines hadronischen Schauers aus vielen Subkaskaden zusammengesetzt ist, die einzeln deutlich weniger Energie haben als der Gesamtschauer, also teils älter (frühe Subkaskaden), teils jünger (späte Subkaskaden) sind als eine einzige elektromagnetische Kaskade gleicher Gesamtenergie. Das resultierende effektive Schaueralter s (und auch die Höhe des integralen Schauermaximums) ergeben sich dann durch gewisse Mittelungen der entsprechenden Größen der Einzelkaskaden. Dadurch, daß die typische longitudinale Anstiegslänge (ca. 1 Strahlungslänge $\widehat{=} 37\,\mathrm{g/cm^2}$) sehr viel kleiner ist als die typische Abklinglänge, gerät das integrale Schauermaximum verhältnismäßig tief in die Atmosphäre, aber auch ein verhältnismäßig hoher Anteil an alten Lateralverteilungsanteilen bis an den Erdboden. Dieses qualitative Bild liefert zwar keine Erklärung für die annähernd gleichen s-Spektren, macht aber deutlich, warum die für ein gewisses $N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}}$-Verhältnis typischen s-Werte für hadronische Schauer im Mittel größer sind als für γ-Schauer. (Auch das hadronische p_t spielt eine gewisse Rolle, siehe nächster Abschnitt.)

Diese Betrachtung könnte auch die Erklärung für die im Vergleich zu γ-Schauern schlechtere Korrelation von s zu den Longitudinalverteilungs-Parametern geben: Ein hadronischer Schauer hat bei gegebenem $N_{\mathrm{e,max}}$ und N_{e} mehr „innere Freiheitsgrade“ (bezüglich seiner Zusammensetzung aus Subkaskaden), die zu unterschiedlicheren Schaueraltern s führen. Demgegenüber determiniert das longitudinale Schauerprofil nach dem Schauermaximum, welches durch $N_{\mathrm{e,max}}$ und N_{e} hinreichend genau festgelegt zu sein scheint, den Lichtradius r_L annähernd vollständig (und damit primärteilchenunabhängig).

Im Hinblick auf die γ-Hadron-Trennung mit s und r_L kann also (wieder unter Vernachlässigung kleiner Streuungen mit $|\rho| \gtrsim 0{,}9$) näherungsweise geschrieben werden:

$$\log_{10}\left(\frac{N_{\mathrm{e,max}}}{N_{\mathrm{e}}}\right) \approx \mathrm{const}\cdot\left(-\frac{1}{r_L}\right)+\mathrm{const} \tag{3.8}$$

$$\log_{10}\left(\frac{N_{\mathrm{e,max}}}{N_{\mathrm{e}}}\right) \approx \mathrm{const}\cdot s + C_\gamma + \mathrm{const} \quad (+\text{ zusätzl. Streuungen bei Hadronen}) \tag{3.9}$$

(mit $C_\gamma \approx 0{,}2$ bei γ-Schauern, $C_\gamma = 0$ sonst)
Zusammen mit Gl. 3.7 folgen aus den Gln. 3.8, 3.9 die entscheidenden Separationsgleichungen:

$$-\log_{10}\left(\frac{N_{\mathrm{e}}}{\gamma_{0-100}}\right) \approx \mathrm{const}\cdot\left(-\frac{1}{r_L}\right)+\frac{1}{2}\cdot L_\gamma+\mathrm{const} \tag{3.10}$$

$$-\log_{10}\left(\frac{N_{\mathrm{e}}}{\gamma_{0-100}}\right) \approx \mathrm{const}\cdot s+\frac{1}{2}\cdot C_\gamma+\frac{1}{2}\cdot L_\gamma+\mathrm{const} \quad (+\text{zus. Streuungen bei Hadr.}) \tag{3.11}$$

(mit $L_\gamma \approx 0{,}2$ für γ-Schauer, $L_\gamma = 0$ sonst, s. Gl. 3.7)
Im Gegensatz zur Trennung mit s (die in einer Korrelation mit $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ oder mit $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$ demgemäß etwa gleichermaßen gut funktioniert), beruht die Trennung mittels r_L offenbar entscheidend auf dem Unterschied zwischen $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ und $-\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$, der in Gl. 3.7 charakterisiert wurde. Daher läuft die Frage nach der γ-Hadron-Trennung mit r_L darauf hinaus, warum $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/\gamma_{0-100})$ **kein** abgeschwächtes Ebenbild von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ ist, sondern bei ziemlich gleichen Differenzen in den Mittelwerten für γ's und Hadronen die Streuung von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ aber um einen Faktor 2 reduziert widerspiegelt. Ein genauerer Blick auf Abb. 3.4 a) und e) zeigt, daß im Übergangsbereich

($d_{\mathrm{max}} \lesssim 180\,\mathrm{g/cm^2}$) das $N_{\mathrm{e,max}}$-γ_{0-100}-Verhältnis etwa konstant ist und erst danach die lineare Beziehung zwischen $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/\gamma_{0-100})$ und d_{max} sichtbar wird. Dies wird darauf zurückzuführen sein, daß bei der Berechnung von γ_{0-100} der innerste Kernbereich ($<$ 20 m Kernabstand) ausgespart und die Gesamtlichtmenge durch Extrapolation der Lateralverteilung zum Kern hin berechnet ist. Ein $d_{\mathrm{max}} \approx 0$ sollte ein starkes Maximum der Čerenkovlicht-Lateralverteilung in unmittelbarer Nähe des Kerns erzeugen, welches bei wachsendem d_{max} (im Übergangsbereich) in den 20-100 m -Abschnitt der Lateralverteilung ausgeschmiert wird, und somit Verluste durch Absorption und Streuung über 100 m hinaus ausgleichen kann. Jedenfalls führt es dazu, daß der Schnittpunkt zwischen den Kurven von $R_{\mathrm{Cl}}(d_{\mathrm{max}})$ für γ's und Hadronen zu größeren d_{max} wandert. Ein weitere Verschiebung dieses Schnittpunktes (der ja schließlich in der Nähe des gemeinsamen Mittelwertes von $d_{\mathrm{max}} = 313\mathrm{g/cm^2}$ für γ's und Hadronen liegen muß) wird durch den leicht verschobenen Mittelwert von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/\gamma_{0-100})$ für γ's und Hadronen bei kleinen d_{max} bewirkt: „Durchschlagende“ γ's erzielen einen etwas geringeren Wert als durchschlagende hadronische Schauer. Dieser Effekt verschwindet bei Abschaltung des hadronischen p_t (s. nächster Abschnitt).

Die hiermit gegebene Begründung der γ-Hadron-Trennung mit der $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation ist somit völlig verschieden von der in ARQUEROS ET AL. 1995 gegebenen Erklärung (die in diesem Zusammenhang etwa auf „r_L mißt d_{max}; $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$ mißt $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$; die d_{max}-$\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$-Korrelation ist charakteristisch unterschiedlich für γ's und Hadronen“ hinausläuft), die so nicht haltbar ist.

Insgesamt läßt ich daher resummieren, daß die γ-Hadron-Separation vermittels der $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation auf einem recht subtilen Effekt beruht, der auch von Details der Lichtmengenberechnung abhängt, wogegen die γ-Hadron-Trennung unter Verwendung der $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$-$s$-Korrelation von derartigen Details unabhängig ist.

3.1.4 Einfluß des hadronischen Transversalimpulses

Als Nachtrag zu den vorangegangenen Abschnitten soll an dieser Stelle noch ein kurzer Blick auf diejenigen Effekte geworfen werden, die durch die in hadronischen Wechselwirkungen auftretenden Transversalimpulse $p_{\mathrm{t,had}}$ verursacht werden und für die eben dargestellten Sachverhalte von Belang sind. Neben den deutlich größeren Wechselwirkungslängen bei hadronischen im Gegensatz zu elektromagnetischen Wechselwirkungen liegt hier der zweite deutliche Unterschied zwischen γ- und Hadronschauern.

Zu diesem Zweck wurden im Energiebereich 12–80 TeV spezielle Protonschauer simuliert, bei denen die im HDPM-Teil erzeugten hadronischen p_t zu Null gesetzt wurden.[6] Da dadurch nicht nur die Lateralverteilungen der Schauerteilchen schmaler, sondern die Schauer auch deutlich länger werden (so liegt das Schauermaximum im Mittel ca. $50\mathrm{g/cm^2}$ tiefer, und auch die Abklinglänge nimmt deutlich zu), und somit drastisch mehr Schauer in den Übergangsbereich ($d_{\mathrm{max}} \lesssim 180\mathrm{g/cm^2}$) gelangen, führen Korrelationsdarstellungen wie in den letzten Abschnitten zu einem verzerrten Bild. Stattdessen werden hier klassische „Profil-Histogramme“ verwendet, aus denen Mittelwert und Streuung des Ordinatenwertes bei gegebenem Abszissenwert abzule-

[6] Eine hunderprozentige Eliminierung der p_t-Einflüsse war mit vertretbarem Aufwand nicht möglich, weil das für die niederenergetischen Wechselwirkungen verwendete Isobar-Modell (vgl. Abschnitt 2.4), wie es in CORSIKA eingesetzt ist, leider kein einfaches „Abschalten“ des p_t erlaubt.

sen ist, die jedoch unabhängig von der Bevölkerung eines gewissen Abszissenintervalls sind.

Abb. 3.11 zeigt die Relation von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ gegen Schaueralter s resp. gegen den Licht-

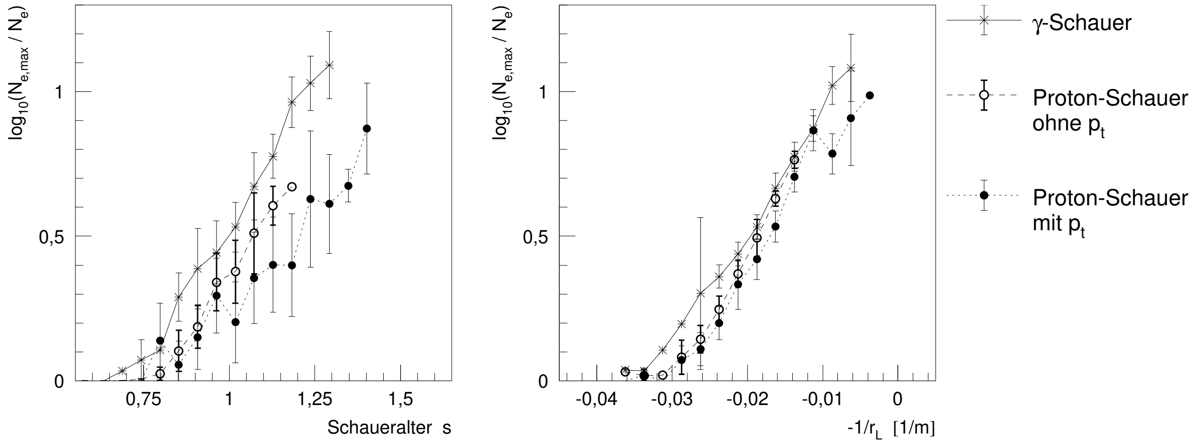


Abbildung 3.11: Mittleres $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$gegen das Schaueralter s (links) resp. gegen den negativen inversen Lichtradius $-1/r_L$ (rechts für γ- und Protonschauer mit und ohne hadronisches p_t. Die Balken geben jeweils die Streubreite wieder.

radius r_L: Man erkennt, daß für die Protonschauer ohne p_t die Mittelwerte von $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$ bei festem s etwa in der Mitte zwischen denjenigen von γ-Schauern und denjenigen von Hadronschauern liegen, und ihre Streubreite etwa denen der γ-Schauer entspricht. Auch in einer Welt ohne hadronisches p_t ließen sich γ- und Hadronschauer mit der $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_{\mathrm{e}})$-$s$-Korrelation noch trennen, wenngleich etwas schlechter. In Abb. 3.11 rechts (vgl. auch Abb. 3.7) erkennt man, daß sich die Schauer außerhalb des Übergangsbereiches (hier: $-1/r_L \gtrsim -0{,}025$) kaum unterscheiden. Der verbleibende leichte Unterschied zwischen γ-Schauern und Protonschauern wird durch die Abschaltung des hadronischen p_t praktisch aufgehoben.

Abb. 3.12 zeigt die d_{max}-$\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$-Relation (vgl. Abb. 3.4 a und e). Man erkennt, daß

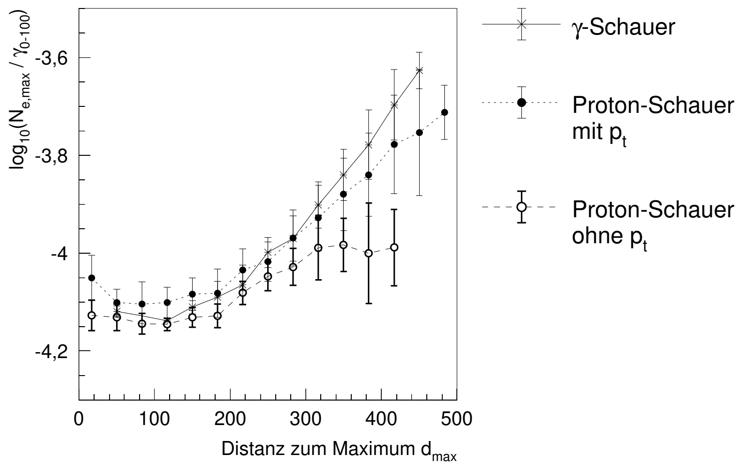


Abbildung 3.12: Mittlerer $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$ gegen die Distanz zum Schauermaximum d_{max} für γ- und Protonschauer mit und ohne hadronisches p_t. Die Balken markieren wieder die Streubreiten.

sich die Kurven für γ- und Protonschauer tatsächlich bei $d_{\mathrm{max}} \approx 310\mathrm{g/cm}^2$ schneiden. Des weiteren ist festzustellen, daß sich die γ-Kurve mit derjenigen der Protonen ohne $p_{t,\mathrm{had}}$ gar nicht mehr schneidet: Nachdem die beiden im Übergangsbereich sehr ähnlich sind, steigt danach die γ-Kurve steil an, während die Kurve für Protonen ohne $p_{t,\mathrm{had}}$ nur sehr sanft steigt. Das bedeutet in der Tendenz, daß in einer Welt ohne $p_{t,\mathrm{had}}$ $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ ein teilchenunabhängigeres Maß für $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_\mathrm{e})$ wäre; mit der Folge, daß die $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation drastisch schlechter γ's von Hadronen trennen würde.

Zusammenfassend stellt man fest, daß die Effekte des hadronischen p_t **beide** Separationsverfahren unterstützen; und ein Fehlen desselben wahrscheinlich die fataleren Folgen für die Trennung mit Hilfe der $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation hätte.

3.1.5 Zusammenfassung

Im vorangehenden Abschnitt sind die Grundlagen einer γ-Hadron-Separation unter Verwendung der durch die Kombination von Szintillator- und AIROBICC-Detektorfeld prinzipiell zugänglichen Observablen gelegt worden. Der wesentliche Unterschied zwischen den Longitudinalverteilungen von γ- und Hadronschauern, der dabei ausgenutzt wurde, ist das unterschiedliche Abklingverhalten der Teilchenkomponente. Die gefundenen Zusammenhänge zwischen Longitudinal- und Lateralverteilungsparametern lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Der Lichtradius r_L ist ein sehr gutes und nahezu teilchenunabhängiges Maß für $N_{\mathrm{e,max}}/N_\mathrm{e}$. Eine explizite Abhängigkeit $r_L(d_{\mathrm{max}})$ ist für die hier relevanten Schauer praktisch nicht vorhanden.

2. Das Schaueralter s ist ein sehr gutes Maß für $N_{\mathrm{e,max}}/N_\mathrm{e}$ im Falle von γ-Schauern und ein brauchbares Maß im Falle von Hadronschauern. Bei gleichem $N_{\mathrm{e,max}}/N_\mathrm{e}$ haben Hadronen ein größeres s als γ's; in der $N_{\mathrm{e,max}}/N_\mathrm{e}$-$s$-Ebene trennen sich γ's und Hadronen weitestgehend.

3. $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$ und $\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_\mathrm{e})$ sind hochkorreliert; in der $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$\log_{10}(N_{\mathrm{e,max}}/N_\mathrm{e})$-Ebene trennen sich γ's und Hadronen weitestgehend.

4. Die $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$r_L$- und die $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$s$-Korrelation, die beide nur am Erdboden ermittelbare Observablen verwenden, erlauben beide prinzipiell eine γ-Hadron-Trennung.

5. Die $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$s$-Verteilungen von Hadron- und γ-Ereignissen liegen um ca. einen Faktor zwei weiter auseinander als die $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Verteilungen. Bei starken experimentell bedingten Streuungen ist daher für eine γ-Hadron-Trennung die Ausnutzung der $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$s$-Korrelation vielversprechender als die Ausnutzung der $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation.

3.2 Realisierung einer γ-Hadron-Separation

Im Hinblick auf die im ersten Teil dieses Kapitels diskutierten Zusammenhänge soll nun konkret eine γ-Hadron-Trennung aus Parametern konstruiert werden, die aus den HEGRA-Felddaten gewonnen werden können.

Dazu wird zunächst eine neue Klasse von Schauerparametern eingeführt, die gegenüber den in Abschnitt 2.2 beschriebenen, „klassischen“ Parametern gewisse Vorzüge haben. Diese werden dann mit den genauen M$^{\text{c}}$Carlo-Parametern verglichen. Anschließend wird die Schnittgröße pearl eingeführt, die in der Datenanalyse zur γ-Hadron-Trennung verwendet werden wird. Den Abschluß bildet dann der Vergleich mit den HEGRA-Felddaten.

3.2.1 Einführung von robusten Lateralverteilungsparametern

Nachdem das vielversprechende Potential einer γ-Hadron-Separation unter Ausnutzung der $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$s$- oder der $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$-$r_L$-Korrelation dargestellt wurde, stellt sich jetzt die Frage, wie man am besten die benötigten Parameter aus den HEGRA-Daten rekonstruieren kann. Der „klassische“ Weg hierfür ist, die nach der Rekonstruktion des Schauerkernortes und der Schauerrichtung durchgeführten Anpassungen der Lateralverteilungen zu verwenden. Angesichts des Umstandes, daß möglichst für alle Schauer, die den HEGRA-Trigger auslösen, die relevanten Parameter bestimmt werden sollen, von denen ein Großteil nur sehr dürftige Detektorinformationen liefert, muß dies nicht der optimale Weg sein. Erstens stellen Anpassungen gewisse Mindestanforderungen an die Ereignisgröße (so daß genügend Stützstellen vorhanden sind), und zweitens tendieren solche Anpassungsprozeduren dazu, für kleine Ereignisse instabil zu werden. Eine etwas mißglückte Kernortsbestimmung kann dramatische Folgen für den Fehler an den angepaßten Parametern haben. Bei der Anpassung der N_e-Lateralverteilung kann es außerdem zu Konvergenzproblemen bei der Prozedur oder zu „mißglückten“ Anpassungen kommen: Die Likelihood-Maximierung ist in einem Nebenmaximum „hängengeblieben“.

Im folgenden sollen daher Parameter eingeführt werden, die unempfindlicher auf die obengenannten Probleme der Anpassungen sind und ferner keine Mindestanforderungen an die Ereignisgröße stellen. Diese werden dann daraufhin getestet, ob sie tatsächlich bessere Resultate erzielen.

Um ebengenannte Kriterien berücksichtigen zu können, sollte man nach Parametern der Ereignisdaten suchen, die keine *a priori*-Schnitte notwendig machen, d. h. die prinzipiell für alle registrierten Ereignisse bestimmt werden können. Es ist unmittelbar einsichtig, daß man lediglich grobe Eigenschaften der Lateralverteilungen nutzen können wird, die sich **robust** beschreiben lassen. Um Anpassungen zu umgehen, liegt es nahe, sich auf einfache arithmetische Größen zu beschränken, die auf Einzelzähleramplituden beruhen, also gewissermaßen „ausgezählte“ Größen sind. Demgemäß sollen jetzt robuste Maße für die elementarsten Eigenschaften der Teilchen- und der Čerenkovlicht-Lateralverteilungen, nämlich die Gesamtsumme und die laterale Konzentration der Verteilung, entsprechend also den „0. und 1. Momenten“ der Lateralverteilungen, eingeführt werden.

Summe der Teilchen und Summe der Čerenkovlichtphotonen
Als Ersatz für N_e kann ein Maß für die Summe aller Teilchen einfach durch die Summe der

in den Szintillationszählern registrierten Teilchen erhalten werden, wobei die Anzahlen in den Einzelzählern wie bei der Kernortbestimmung (s. Abschnitt 2.2.1.1) gewichtet eingehen:

$$N_P = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{det,S}}} w_i N_i \tag{3.12}$$

und analog dazu die Summe der registrierten Čerenkovlicht-Photonen pro Zähler (als Ersatz für γ_{0-100}):

$$N_L = A_0 \cdot \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{det,\check{C}}}} \rho_i \tag{3.13}$$

wobei A_0 die effektive (rechnerische) Fläche eines Zählers darstellt und auf 1 m^2 festgesetzt ist. Dabei ist klar, daß diese Zahlen stark kernortabhängig sind. Dies gilt jedoch nicht mehr für den Quotienten $\frac{N_P}{N_L}$: Zumindest für kleine, bei zentralem Einfall komplett im Feld enthaltene Ereignisse gilt aus Symmetriegründen, daß bei einem zentralen Schauer derselbe Wert erwartet wird wie bei einem gerade in der Mitte einer Feldgrenze Einfallenden oder einem auf einer Ecke zentriertem Ereignis. Bei Kernorten dazwischen wird das Resultat mehr oder minder stark variieren, je nach Steilheit der Partikel- und der Čerenkovlicht-Lateralverteilung. Wir werden später sehen, daß Vernachlässigung dieser (ohnehin schwer erfaßbaren) Variationen bei kleinen Ereignissen zu akzeptablen Ergebnissen führt.

Laterale Konzentration der Partikelverteilung

Ein robustes Pendant zu s als Maß für die laterale Streuung in der Teilchenverteilung ist bereits in PRAHL ET AL. 1993 unter der Bezeichnung RMEANP eingeführt worden (zu dem Zweck, deutlich fehlrekonstruierte Schauerkernpositionen zu erkennen) und soll im folgenden mit r_P bezeichnet werden:

$$r_P := \frac{\sum_{i=1}^{N_{\mathrm{det,S}}} w_i N_i \cdot r_i}{\sum_{i=1}^{N_{\mathrm{det,S}}} w_i N_i} \tag{3.14}$$

wobei r_i den Abstand des i-ten Zählers vom rekonstruierten Kernort bedeutet.
r_P ist also der über sämtliche registrierten Teilchen (mit entsprechender Wichtung) gemittelte Kernabstand. Es ist unmittelbar einleuchtend, daß diese Größe die laterale Streuung einer Teilchenverteilung beschreibt; weitere Ausführungen darüber findet man in PRAHL 1992.
Wie N_P/N_L hat auch r_P dieselbe näherungsweise Translationsinvarianz für Schauerkerne innerhalb des Feldes. Eine zunächst etwas unangenehme Eigenschaft teilt r_p jedoch mit N_P: Sie variieren systematisch mit dem Abstand des Kernes zum nächstgelegenen Szintillationszähler. Liegt ein Schauerkern in unmittelbarer Nachbarschaft von einem Zähler, so wird die Anzahl der registrierten Partikel in diesem Zähler sehr hoch: N_P ist systematisch größer und r_P ist systematisch kleiner als diejenigen Werte, die sich ergeben, wenn derselbe Schauer mit Kernposition weiter ab von nächstgelegenen Zähler einfällt. N_L ist von solchen Effekten weitaus weniger betroffen, da die Lateralverteilung des Čerenkovlichts in Kernnähe viel flacher ist.
Glücklicherweise fallen die damit verbundenen Verschiebungen bei der angestrebten γ-Hadron-Trennung nicht ins Gewicht, da sie sich etwa in Richtung der ohnehin vorhandenen Korrelation von N_P/N_L und r_P bewegen.

Laterale Konzentration der Čerenkovlichtverteilung

Während die soeben beschriebenen Größen als recht naheliegend definiert anzusehen sind, ist

die Aufgabe, ein robustes Pendant zum Lichtradius r_L (s. Gl. 1.8) zu finden, weitaus schwieriger. Ein analog zu r_P definierter mittlerer Photonabstand wird dieses Ziel sicher nicht erreichen, da die Meßsituationen grundsätzlich verschieden sind: Das Lateralprofil wird (von Fluktuationen einmal abgesehen) nur bis zu dem Abstand vom Schauerkern erfaßt, bei dem die Intensität des Čerenkovlichtes gerade die Ansprechschwelle eines Einzelzählers ist. Idealisiert kann man sich daher vorstellen, daß die Zähler nur innerhalb eines Kreises um den Schauerkern herum ansprechen (der im Folgenden als *Čerenkovlicht-Scheibe* bezeichnet werden soll). Der Radius r_0 dieses Kreises, und damit auch der mittlere Abstand der registrierten Photonen vom Kern, wächst dabei natürlich mit größer werdender Gesamtlichtmenge an, wenn die Form der Lateralverteilung (also r_L) gleich bleibt.
Es gibt aber dennoch eine, wenngleich etwas aufwendigere Möglichkeit, r_L aus den gezählten Größen abzuschätzen, wobei zunächst vom Fall einer komplett im Feld enthaltenen Čerenkovlicht-Scheibe ausgegangen werden soll. Wenn $N_{\text{det},\check{C}}$ die Anzahl der angesprochenen AIROBICC-Zähler bezeichnet und $1/d^2$ die Flächendichte der Zähler im Feld ist (mit dem Gitterabstand d), so kann der Radius der Čerenkovlicht-Scheibe abgeschätzt werden zu

$$r_0 \approx \sqrt{\frac{d^2 \cdot N_{\text{det},\check{C}}}{\pi}} \tag{3.15}$$

Wenn A_0 die effektive Fläche eines Zählers bezeichnet, wird $d^2/A_0 \cdot N_L$ eine gute Schätzung für das Integral der Čerenkovlicht-Photonen innerhalb der Scheibe sein:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{A_0} \cdot N_L \quad &\approx \quad \int_0^{r_0} \rho_{\check{C}}(r) \;\; 2\pi r \;\; dr \quad = \quad \int_0^{r_0} \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_L}\right) \;\; 2\pi r \;\; dr \\ &= \quad 2\pi\rho_0 \left(r_L^2 - r_L(r_0 + r_L)\exp\left(-\frac{r_0}{r_L}\right)\right) \end{aligned} \tag{3.16}$$

Mit der Intensitätsschwelle eines Einzelzählers $\rho_{\min} = \rho_{\check{C}}(r_0)$ ergibt sich

$$\rho_0 = \rho_{\min} \cdot \exp\left(\frac{r_0}{r_L}\right)$$

und damit

$$\frac{d^2}{A_0} \cdot N_L \approx 2\pi\rho_{\min} \left(r_L^2 \exp\left(\frac{r_0}{r_L}\right) - r_L(r_0 + r_L)\right) \tag{3.17}$$

als implizite (und leider transzendente) Gleichung für $r_L(N_{\text{det},\check{C}}, N_L)$. Zum näherungsweisen „Auflösen“ nach r_L kann in den hier interessierenden Parameter-Regimes folgendermaßen vorgegangen werden:
Mit der Definition

$$w := \frac{N_L}{N_{\text{det},\check{C}}} \cdot \frac{1}{A_0 \cdot \rho_{\min}} - 1 = \frac{d^2 \cdot N_L}{\pi \cdot r_0^2 \cdot A_0 \cdot \rho_{\min}} - 1 \tag{3.18}$$

(w ist also der Mittelwert der registrierten Lichtmengen pro Zähler in Einheiten von $A_0 \cdot \rho_{\min}$, vermindert um 1, daher gilt im Normalfall $w > 0$) erhält man:

$$w = 2\left(\left(\frac{r_L}{r_0}\right)^2 \exp\left(\frac{r_0}{r_L}\right) - \frac{r_L}{r_0} - \left(\frac{r_L}{r_0}\right)^2\right) - 1 \tag{3.19}$$

Daraus entnimmt man, daß $r_L \sim r_0$, wenn w festgehalten wird, also die zu bestimmende Näherung von der Form $r_L^* = r_0 \cdot f(w)$ ist. Rein analytische Näherungsmethoden sind schwierig, da bei einer Potenzreihenentwicklung von $\frac{r_0}{r_L}$ in w der Konvergenzradius zu klein ist, um alle hier interessierenden Fälle abzudecken, und asymptotische Formeln aus ähnlichem Grund nicht weiterhelfen. Deswegen soll hier die Algebra zur Hilfe genommen werden.
Dazu wird die exp-Funktion durch die Terme 0. bis 5. Ordnung aus der Exponentialreihe ersetzt[7] (die ersten beiden Terme dieser Reihe heben sich in Gl. 3.19 heraus), was schließlich das Problem auf die Wurzelbestimmung eines Polynoms 3. Grades in $\frac{r_L}{r_0}$ zurückführt:

$$w \cdot \left(\frac{r_L}{r_0}\right)^3 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{r_L}{r_0}\right)^2 - \frac{1}{12} \cdot \frac{r_L}{r_0} - \frac{1}{60} = 0 \tag{3.20}$$

Diese kubische Gleichung hat für alle w immer genau eine reelle Lösung. Nach Anwenden der *cardan*ischen Formel (siehe z. B. BRONSTEIN & SEMENDJAJEW 1981) und Hin- und Rücksubstitutionen erhält man daraus:

$$\begin{aligned} r_L^*(N_{\text{det},\check{C}}, N_L) = \frac{r_0}{3w}\Bigg(& \quad \frac{1}{3} \\ & + \sqrt[3]{\frac{1}{27} + \frac{1}{8}w + \frac{9}{40}w^2 + \frac{9}{40}w\sqrt{w^2 + \frac{65}{81}w + \frac{55}{243}}} \\ & + \sqrt[3]{\frac{1}{27} + \frac{1}{8}w + \frac{9}{40}w^2 - \frac{9}{40}w\sqrt{w^2 + \frac{65}{81}w + \frac{55}{243}}} \;\Bigg) \end{aligned} \tag{3.21}$$

(mit r_0 nach Gl. 3.15 und w nach Gl. 3.18)
Bemerkenswert hieran ist, daß bisher nirgends explizit der Kernort eingeht (im Gegensatz zur r_P-Definition), sondern lediglich vorausgesetzt wird, daß die Čerenkovlicht-Scheibe vollständig im Feld enthalten ist.

Läßt man nun diese Voraussetzung fallen, so stellt man fest, daß dieser Ausdruck im Gegensatz zu den vorher eingeführten Größen nicht die angenehme Eigenschaft hat, bei Schauern auf der Mitte einer Feldgrenze oder auf einer Ecke wieder denselben Wert anzunehmen wie im Zentrum des Feldes: $r_L^*(N_{\text{det},\check{C}}, N_L) \neq r_L^*(N_{\text{det},\check{C}}/2, N_L/2)$. Dieser Effekt rührt nur von r_0 her, w hat die gewünschte Eigenschaft. Bei Annäherung des Kernes an die Feldgrenze wird r_L^* daher zu klein; um einen Faktor $\sqrt{2}$ bei halbiertem und einen Faktor 2 bei gevierteltem Schauer. Eine analytische Herangehensweise an dieses Problem würde den bisher getriebenen Aufwand noch weit in den Schatten stellen, weil die zu findende Korrektur auf komplexe Weise von $N_{\text{det},\check{C}}$, N_L, und der Kernposition $\vec{r}_c$ abhängt. Daher soll hier das Problem schlicht dadurch behandelt werden, daß *ad hoc* eine möglichst einfache Skalierungsfunktion eingeführt wird, die nur vom Abstand der Schauerkernposition vom Feldmittelpunkt abhängt, im Zentrum des Feldes den Wert 1 annimmt, bei Erreichen einer Feldkante in der Mitte auf $\sqrt{2}$ angewachsen sein soll, bei Erreichen einer Ecke den Wert 2 annimmt und sich dazwischen nur monoton ändert. Verwendet wird hierfür

$$r_{\text{scale}}(r_g) := \sqrt{1 + \left(\frac{r_g}{l}\right)^{3{,}17}} \tag{3.22}$$

[7] Diese Näherung erscheint als ein vernünftiger Kompromiß zwischen Rechenaufwand und Präzision: Hiermit werden auch bei großen Ereignissen mit $N_{\text{det},\check{C}} = 30$ und Lichtradien von $r_L = 30\,(60)$ m die Fehler nicht größer als $10\,(1{,}7)\,\%$, während eine Ordnung weniger Fehler von $23\,(8)\,\%$ verursachen würde. Diese Fehler schrumpfen mit wachsendem r_L und sinkender Ereignisgröße.

(wobei r_g den Abstand des rekonstruierten Schauerkernes vom Feldmittelpunkt bedeuten soll, und l die halbe Kantenlänge des Feldgitters)

Statt r_0 nach Gl. 3.15 soll also

$$r_0 = r_{\text{scale}} \cdot \sqrt{\frac{d^2 \cdot N_{\text{det,Č}}}{\pi}} \tag{3.23}$$

in Gl. 3.21 verwendet werden. Tests mit dem M'Carlo-Datensatz ergaben, daß zwar r_L^* systematisch kleiner ausfällt als r_L (was wohl an den vereinfachenden Annahmen bei der Konstruktion von r_L^* liegt; im Mittel ergibt sich ein Faktor von ca. 0,75), daß die Funktion nach Gl. 3.22 jedoch tatsächlich den mittleren Gang von r_L^* mit r_g weitestgehend glättet. In Abb. 3.13 ist der Mittelwert der Logarithmen des r_L^*/r_L-Verhältnisses gegen den Abstand des rekonstruierten Kernortes vom Feldzentrum (in Einheiten der halben Kantenlänge mit und ohne $r_{\text{scale}}(r_g)$-Korrektur zu sehen. Das Ergebnis ist angesichts der Einfachheit der Korrektur sowohl für γ- als auch für Hadronschauer voll zufriedenstellend.

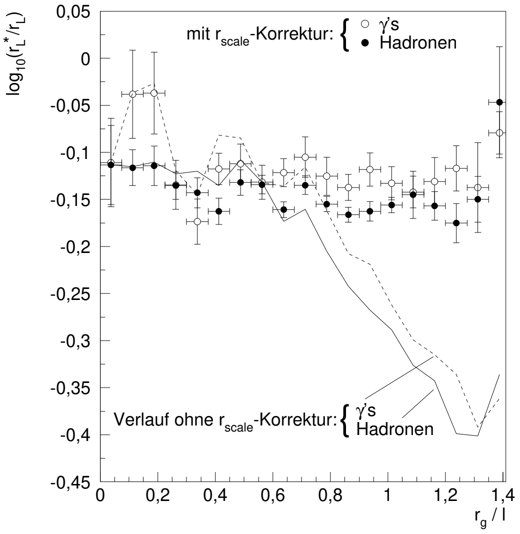


Abbildung 3.13: Der Logarithmus des r_L^*/r_L-Verhältnisses gegen den Abstand des rek. Kernortes r_g (in Einheiten von l).

Man wird gleich sehen, daß das hier eingeführte Verfahren zur Lichtradiusabschätzung durch r_L^* für kleine Ereignisse sogar merklich besser funktioniert als die klassische Lateralverteilungsanpassung.

3.2.2 Genauigkeit der rekonstruierten Schauerparameter

Nachdem im letzten Abschnitt robuste Pendants zu den klassischen Lateralverteilungsparametern vorgestellt worden sind, sollen diese jetzt mit den präzise auf dem M^{t}Carlo-Datensatz ermittelten Parametern (s. S. 64) verglichen werden, besonders im Vergleich zu denjenigen, die aus den Anpassungen an die Detektorinformationen gewonnen wurden. Abb. 3.14 zeigt für Hadron- und γ-Schauer die Verteilungen von den drei robusten Größen $\log_{10}(N_P/N_L)$, r_P und r_L^* gegen die ihnen entsprechenden Schauerparameter, die mit M^{t}Carlo-Präzision ermittelt wurden, wieder als Kästchenhistogramme. Hierzu wurde sich zunächst auf diejenigen Schauer beschränkt, deren Schauerkern innerhalb des Feldgitters liegt (wobei hier „innnerhalb" mit $r_{c,\max} < 105$m charakterisiert wird, also auch Schauer bis zu 15 m jenseits der letzten Zählerreihe zuläßt), und außerdem auf jeden Fall die AIROBICC-Triggerbedingung erfüllt. Man erkennt in allen Fällen deutliche Korrelationen. Im Vergleich dazu zeigt Abb. 3.15 die entsprechenden Korrelationsdarstellungen für die durch die Lateralanpassungen rekonstruierten Parameter. Für diese sind zusätzlich zu den Korrelationskoeffizienten noch die Rekonstruktionseffizienzen angegeben. Beim Vergleich kann zweierlei bemerkt werden:
Erstens sind für diese Schauer innerhalb des Feldes die Rekonstruktionseffizienzen bei den aus Lateralanpassungen rekonstruierten Parametern allgemein $> 95\%$, d. h. hier spielt die erwähnte hundertprozentige Effizienz bei der Ermittlung der robusten Parametern nur eine kleine Rolle.

Zweitens sind die Korrelationskoeffizienten mit den entsprechenden präzise ermittelten M^{t}Carlo-Parametern im Falle der robust rekonstruierten Parameter durchweg höher als diejenigen, die zu den aus den Lateralanpassungen rekonstruierten Parametern gehören. Besonders augenfällig ist der Unterschied bei der Rekonstruktion des Lichtradius r_L^* bzw. r_L: Man erkennt zwar, daß r_L^*, wie bereits erwähnt, systematisch zu kleine Werte liefert, daß jedoch r_L^* ein gutes Maß für r_L darstellt und die Verteilung deutlich kleinere Ausläufer zu extremen Fehlbestimmungen hat als diejenige des aus der Lateralanpassung rekonstruierten r_L. Dies liegt an der vorher erwähnten Empfindlichkeit der Čerenkovlicht-Lateralanpassung gegen große Fehler in der Kernortbestimmung, die auf r_L^* einen weit geringeren Einfluß haben.

Nun sagen die Korrelationskoeffizienten direkt noch nichts über die Sensitivität einer γ-Hadron-Separation aus. Bei einer Trennung mit einem Schnitt in einer geeignet definierten Größe wird es allerdings vor allem darauf ankommen, daß die Verteilungen möglichst schwache überlappende Ausläufer haben. Man erkennt aber, daß in den Korrelationsdarstellungen der robust rekonstruierten mit den präzise ermittelten Parameter gerade die Ausläufer ($\widehat{=}$ grob fehlbestimmte Parameter) schwächer sind.

Hinsichtlich einer γ-Hadron-Separation sollte man sich durch die eher bescheidenen Korrelationen des M^{t}Carlo-$\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ und des Schaueralters gegen die entsprechenden rekonstruierten Größen nicht entmutigen lassen: Zum einen handelt es sich bei letzteren um Rekonstruktionen aus mit Blei bedeckten Zählern. Man wird später feststellen können, daß zwar die Größen einzeln große Streuungen gegen die Entsprechenden „vor Blei" haben, die Korrelation der beiden aber deutlich besser sein wird, als es diese Streuungen im Moment vermuten lassen. Das bedeutet, daß $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ und Schaueralter nur dann gut korreliert sind, wenn beide vor oder beide nach Blei ermittelt werden. Zum anderen ist die bei der Einführung des Parameters r_P erwähnte „gutartig korrelierte Fehlbestimmung" von Schaueralter s aus r_P und N_e aus N_P hier naturgemäß noch nicht zu erkennen. Ein entsprechender Effekt ist im Falle der den Lateralanpassungen entnommenen rekonstruierten Parametern, wenn überhaupt, nur wesentlich

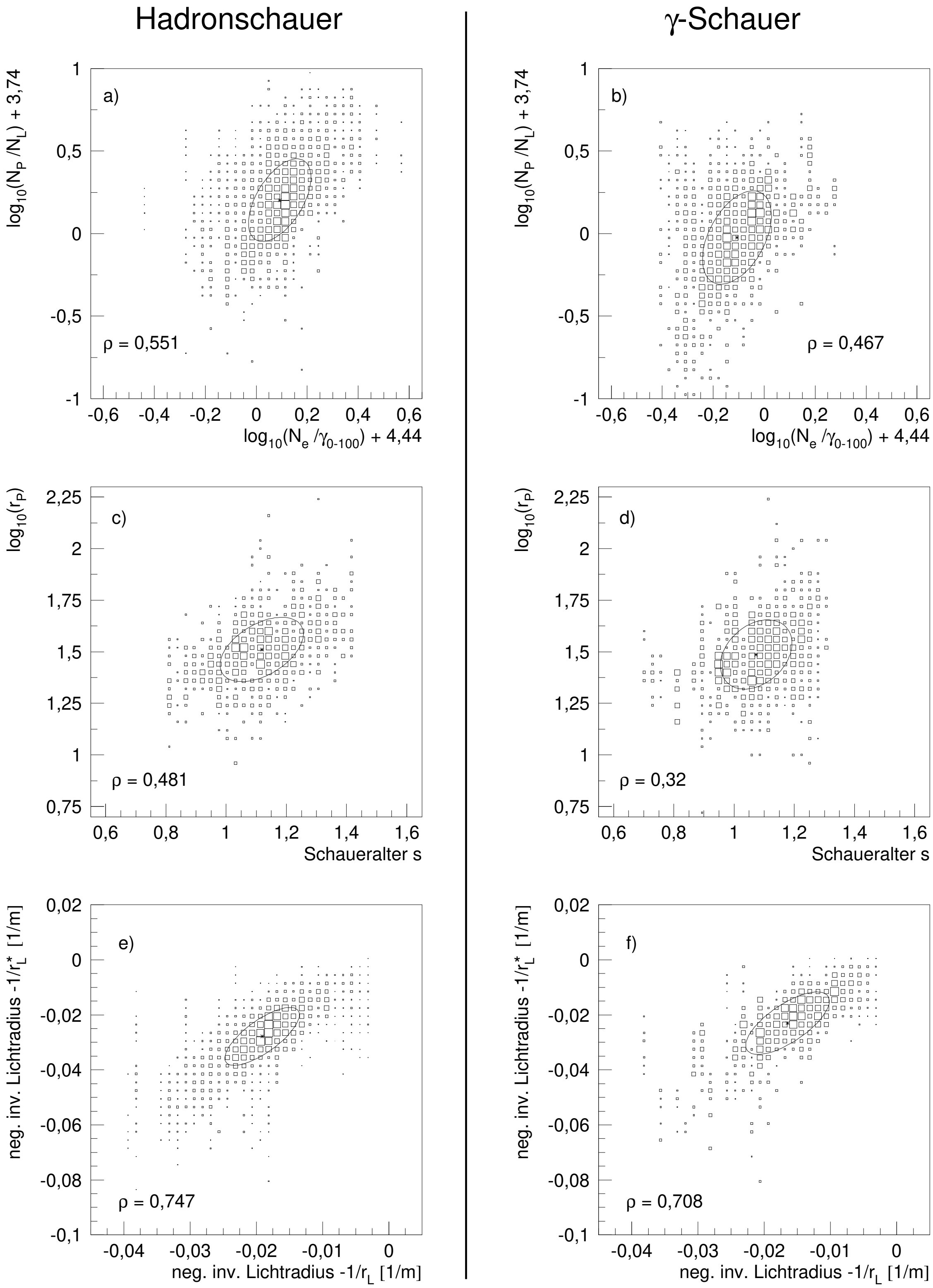


Abbildung 3.14: Die Korrelationen der präzise bestimmten M[t]Carlo-Schauerparameter $\log_{10}(N_\mathrm{e}/\gamma_{0-100})$, Schaueralter s, und dem negativen inversen Lichtradius $-1/r_L$ mit ihren robust aus den simulierten Detektorantworten rekonstruierten Pendants $\log_{10}(N_P/N_L)$, $\log_{10}(r_P)$, und r_L^* für Hadron- und γ-Schauer (mit Kernen innerhalb des Feldes).

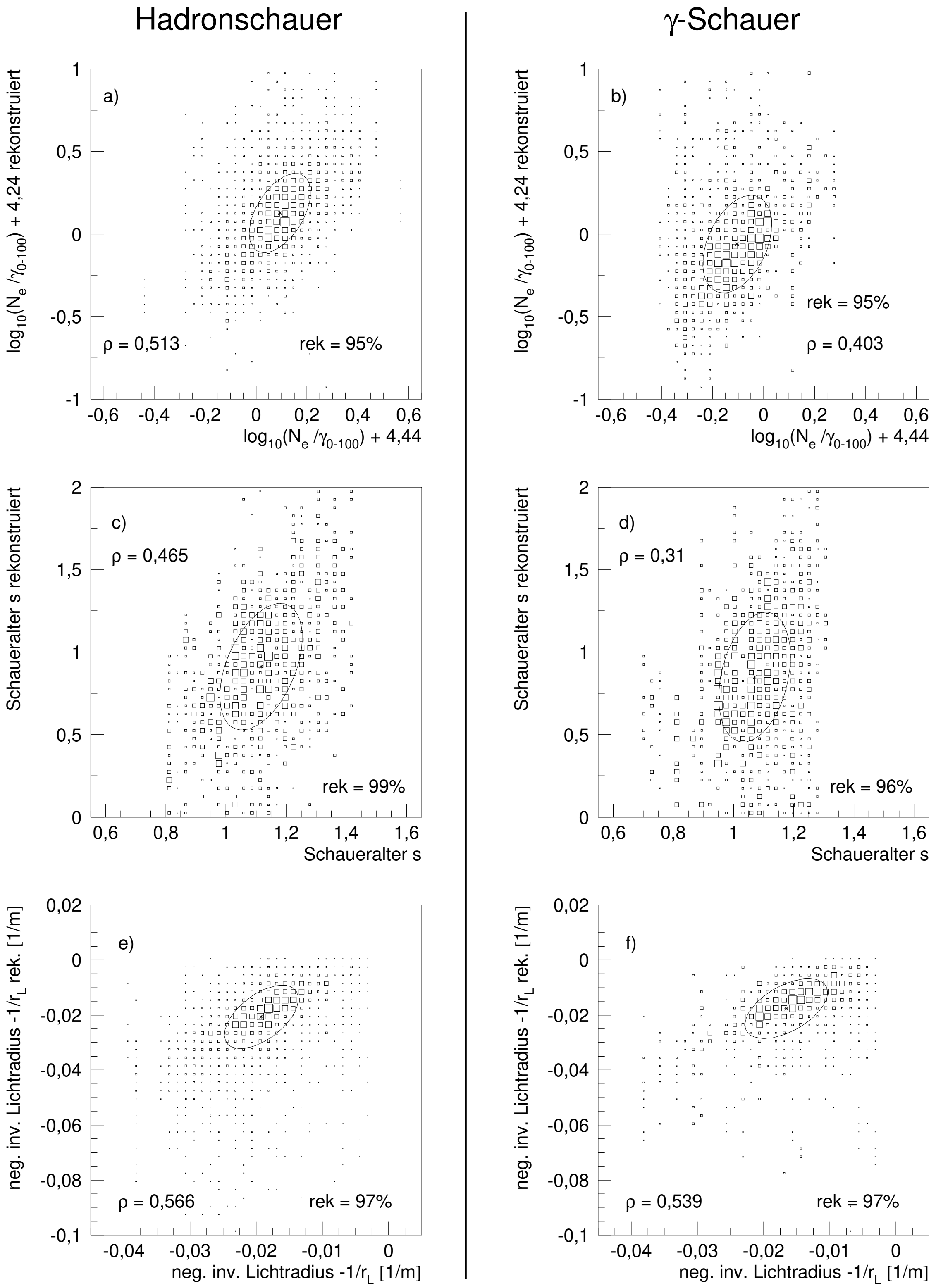


Abbildung 3.15: Die Korrelationen der präzise bestimmten M^{t}Carlo-Schauerparameter $\log_{10}(N_{\mathrm{e}}/\gamma_{0-100})$, Schaueralter s, und dem negativen inversen Lichtradius $-1/r_L$ mit den entsprechenden aus Lateralanpassungen an die simulierten Detektorantworten rekonstruierten Werten für Hadron- und γ-Schauer (mit Kernen innerhalb des Feldes).

schwächer zu erwarten.

Zusammenfassend läßt sich zu diesem Vergleich sagen, daß für Schauerkerne innerhalb des Feldes die eingeführten robusten Parameter denjenigen aus den Lateralanpassungen Gewonnenen gegenüber mindestens leichte Vorteile aufweisen und deshalb zur Verwirklichung einer γ-Hadron-Separation herangezogen werden sollten. Bezüglich der Effizienzen kommt die Robustheit der Parameter denn auch stärker zum Tragen, wenn sämtliche den AIROBICC-Trigger auslösenden Ereignisse betrachtet werden. Tatsächlich liegen die Kerne von gut einem Drittel der registrierten Ereignisse außerhalb von $r_{c,\max} = 105$m, wobei für diese die Rekonstruktionseffizienzen der Parameter aus den Lateralanpassungen bei nurmehr typisch 85% liegt und die Stabilität gegen starke Ausläufer der Verteilungen im Vergleich zu denen der robust rekonstruierten Parametern weiterhin merklich schlechter ist.

3.2.3 Entwicklung des pearl-Verfahrens zur γ-Hadron-Separation

3.2.3.1 Vergleich der γ-Hadron-Trennungs-Optionen bei Benutzung von rekonstruierten Parametern

Nachdem man sich davon überzeugen konnte, daß die Verwendung der robust rekonstruierten Lateralverteilungsparameter vorteilhaft ist, soll jetzt versucht werden, die beiden Trennprinzipien aus Abschnitt 3.1.2 mit Hilfe dieser Parameter zu realisieren.

Die relevanten Korrelationen sind, wieder als Kästchenhistogramme, in Abb. 3.16 (a-f) zu sehen (vgl.Abb. 3.7). Auffallend ist zunächst, daß die durch die Verwendung der aus Felddaten rekonstruierten Parameter entstehenden zusätzlichen Streuungen erheblich sind: Man beachte die gegenüber Abb. 3.7 um einen Faktor 2 verkleinerte Skalierung. Bezüglich der $\log_{10}(N_P/N_L)$-r_L^*-Relation ist festzuhalten, daß eine leichte Korrelation erkennbar bleibt, im Hinblick auf eine γ-Hadron-Trennung aber nicht mehr verwendbar ist: Nurmehr der charakteristische Unterschied in $\log_{10}(N_P/N_L)$ bleibt nutzbar.

Im Gegensatz dazu sieht man, daß daß in den Korrelationen von $\log_{10}(N_P/N_L)$ gegen $\log_{10}(r_P)$ (Abb. 3.16, d-f) weiterhin verwertbares Separationspotential steckt. Ein besonderer Vorteil im Zusammenspiel der Parameter N_P, N_L und r_P wird deutlich, wenn man nun alle Ereignisse mit AIROBICC-Trigger zuläßt (was einem Zuwachs von mehr als 50% der Ereignisse entspricht) (Abb. 3.16,g-i): Man erkennt, daß die $\log_{10}(r_P)$-$\log_{10}(N_P/N_L)$-Ebene systematisch bei sehr großen r_P und sehr kleinen N_P/N_L zusätzlich bevölkert wird, also die Beziehungen von r_P zum wahren Schaueralter s und von $\log_{10}(N_P/N_L)$ zu $\log_{10}(N_e/\gamma_{0-100})$ stark verzerrt werden. In der $\log_{10}(r_P)$-$\log_{10}(N_P/N_L)$-Ebene wirkt diese Verzerrung allerdings weitestgehend in Richtung der ohnehin schon vorhandenen Korrelation[8], so daß auch für die außerhalb des Feldes liegenden Schauer eine bemerkenswerte Trennfähigkeit erhalten bleibt, während durch die Verzerrung eine Trennung durch $\log_{10}(N_P/N_L)$ allein drastisch schlechter wird.

[8]Es ist zu beachten, daß in r_P der rekonstruierte Kernort eingeht, und sich daher die Gestalt der Korrelation für außerhalb des Feldes liegende Kernorte mit der Rekonstruktionsprozedur für Kernpositionen ändern kann, speziell kann es dadurch zu einem Knick in den Korrelationen kommen. r_P wächst aber in jedem Falle bei weit außerhalb liegenden Kernen stark an, weswegen qualitativ die folgenden Resultate auch bei anderen Kernortrekonstruktionen gültig bleiben.

Eine γ-Hadron-Trennung mit Hilfe der $\log_{10}(N_P/N_L)$-$\log_{10}(r_P)$-Korrelation kann also ohne Beschränkung auf im Feld enthaltene Schauerkerne konstruiert werden, was einen erheblichen Zugewinn an Ereignisstatistik bedeutet.

Damit ist klar gezeigt, daß in Bezug auf den Großteil der im HEGRA-Detektorfeld registrierten Ereignisse die $\log_{10}(N_P/N_L)$-r_L^*-Korrelation keinen Gewinn für eine γ-Hadron-Separation bringt. Demgegenüber verspricht die Ausnutzung der für γ- und Hadronschauer charakteristisch unterschiedlichen $\log_{10}(N_P/N_L)$-$\log_{10}(r_P)$-Korrelationen einen ausnutzbaren Sensitivitätszuwachs bei der γ-Quellensuche.

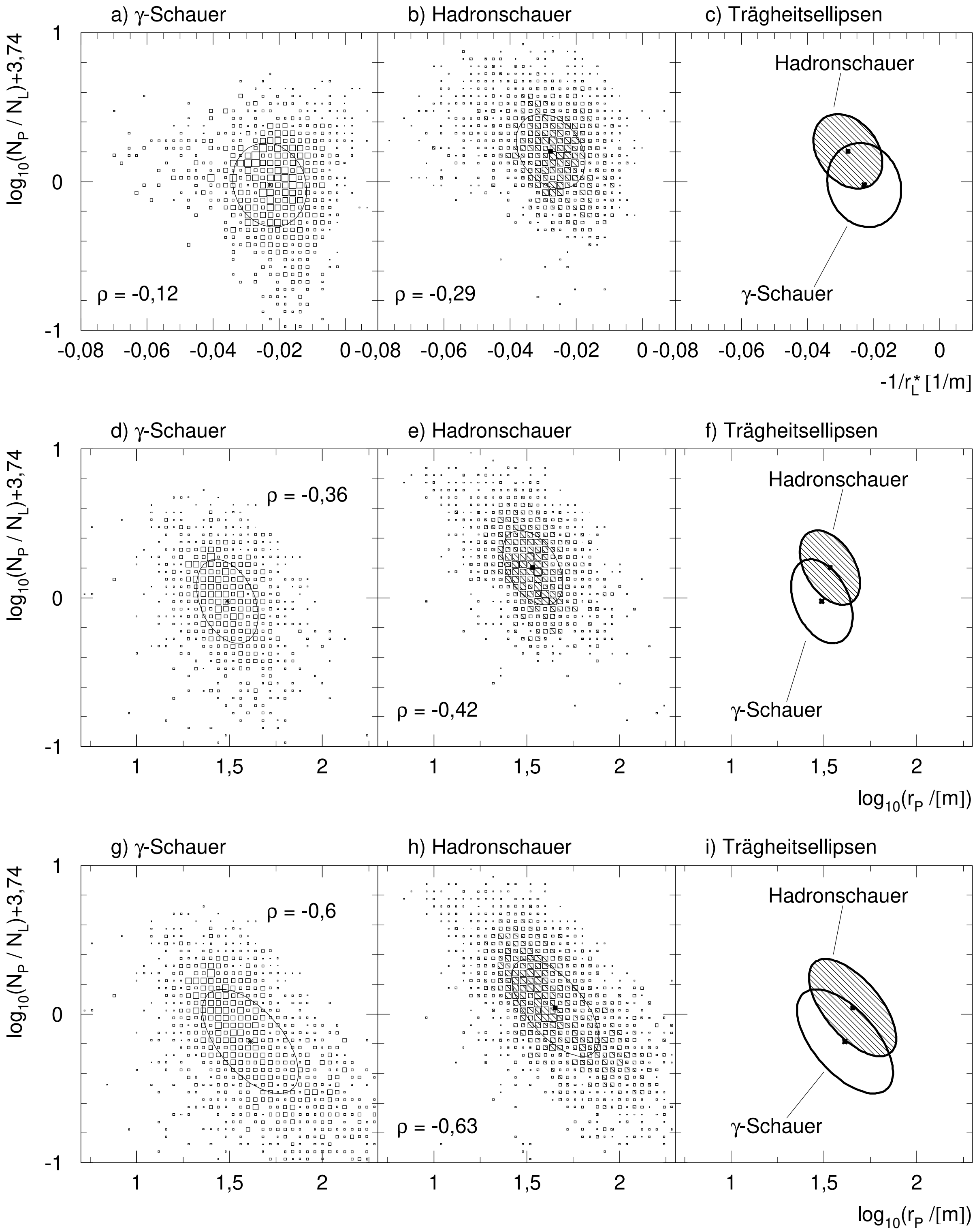


Abbildung 3.16: Die Korrelationen von $\log_{10}(N_P/N_L)$mit dem (Kehrwert des negativen) robust rekonstruierten Lichtradius r_L^* (a-c) bzw. mit dem Logarithmus des mittleren Kernabstandes der registrierten Schauerteilchen $\log_{10}(r_P)$(d-f) für Schauer mit Kernen innerhalb der HEGRA-Feldfläche ($r_{c,\max} < 105\mathrm{m}$, AIROBICC-Trigger gefordert). g) bis i) wie d) -f), jedoch für alle den AIROBICC-Trigger auslösenden Schauer.

3.2.3.2 Realisation der γ-Hadron-Trennung

Für den Einsatz einer γ-Hadron-Trennung soll kein Likelihood-Verfahren benutzt werden, (s. a. Abschnitt 4.1), was besonders im Hinblick auf die begrenzte zur Verfügung stehende M$^{\text{t}}$Carlo-Statistik kritisch wäre. Stattdessen soll hier ein Schnittverfahren angestrebt werden, d. h. eine aus den Parametern zusammengesetzte Größe angegeben werden, in der ein Schnitt Ereignisse behält oder verwirft.

Dazu wird folgendermaßen vorgegangen:
In der $\log_{10}(r_P)$-$\log_{10}(N_P/N_L)$-Ebene soll eine Trennlinie gefunden werden, die die Verteilungen für Hadronen und γ's unter Maximierung der Sensitivität (s. nächster Absatz) in akzeptierte und verworfene Ereignisse trennt. Dies ist im allgemeinen Fall im mathematischen Sinne ein Variationsproblem. Um aber nicht auf das begrenzte M$^{\text{t}}$Carlo-Sample überzuoptimieren, wird gefordert, daß die Trennlinie die Gestalt einer Geraden haben soll, was bei einem Blick auf Abb. 3.16 g)-i) angemessen erscheint. Das Variationsproblem reduziert sich damit auf die optimale Bestimmung der beiden freien Parameter einer linearen Funktion.

Wie in Abschnitt 2.5 schon erläutert wurde, wird die Sensitivität durch Optimierung des Verhältnisses aus der Anzahl von Signalereignissen zu den Fluktuationen der Anzahl von Untergrundereignissen maximiert, was bei einer Schnitt-Anwendung im *Gauß*-Limit der Statistik ganz global durch Maximierung des *Qualitätsfaktors* Q

$$Q := \frac{\varepsilon_\gamma}{\sqrt{\varepsilon_{\text{had}}}} \tag{3.24}$$

(mit den Schnitteffizienzen ε_γ, ε_{had} für γ- resp. Hadron-Ereignisse)
geschehen kann.[9] Dieser Schnitt wird jetzt an dem M$^{\text{t}}$Carlo-Datensatz mit sämtlichen AIROBICC-getriggerten Ereignissen ermittelt. Abb. 3.17 (a, b)[10] zeigt die so gewonnene Schnittgerade, die durch

$$\log_{10}(r_P) = -0{,}83 \cdot \log_{10}(N_P/N_L) - 1{,}67 \tag{3.25}$$

gegeben ist. Mit der Definiton

$$\mathsf{pearl} = \log_{10}(r_P) + 0{,}83 \cdot \log_{10}(N_P/N_L) \tag{3.26}$$

erhält man eine Art „Hadronizität“ der Ereignisse, für die der optimale Schnittwert bei

$$\mathsf{pearl} < -1{,}67 \tag{3.27}$$

liegt. Abb. 3.17 (c und d) zeigt den Verlauf der Schnitteffizienzen und des Qualitätsfaktors Q in Abhängigkeit von pearl. Als Maximalwert von Q erhält man

$$Q_{\max} = 1{,}43 \pm 0{,}07 \tag{3.28}$$

[9] Falls das *Gauß*-Limit überschritten wird, also die Schiefe der *Poisson*-Verteilung eine Rolle spielt, was immer dann der Fall ist, wenn der Überschuß (oder das Defizit) von zu testenden Ereigniszahlen nicht mehr klein im Vergleich zu deren Erwartungswert ist, so ist der Schnitt mit optimalem Q-Wert nicht mehr maximal sensitiv (s. Anhang C). In Abschnitt C.3 wird ausgeführt, warum eine Einzelfall-Optimierung ausgesprochen kritisch und Q die einzige „kanonische“ Maßzahl einer γ-Hadron-Trennung ist, sofern Signifikanzberechnungen überhaupt sinnvoll sind. Abgesehen davon treten im Verlauf der Datenanalyse in dieser Arbeit keine Fälle auf, in denen *a posteriori* klar wird, daß die Q-Optimierung nennenswert zu schlechte Ergebnisse geliefert hat.

[10] Im Gegensatz zur Abb. 3.16 sind hier „aus historischen Gründen“ Abszisse und Ordinate vertauscht.

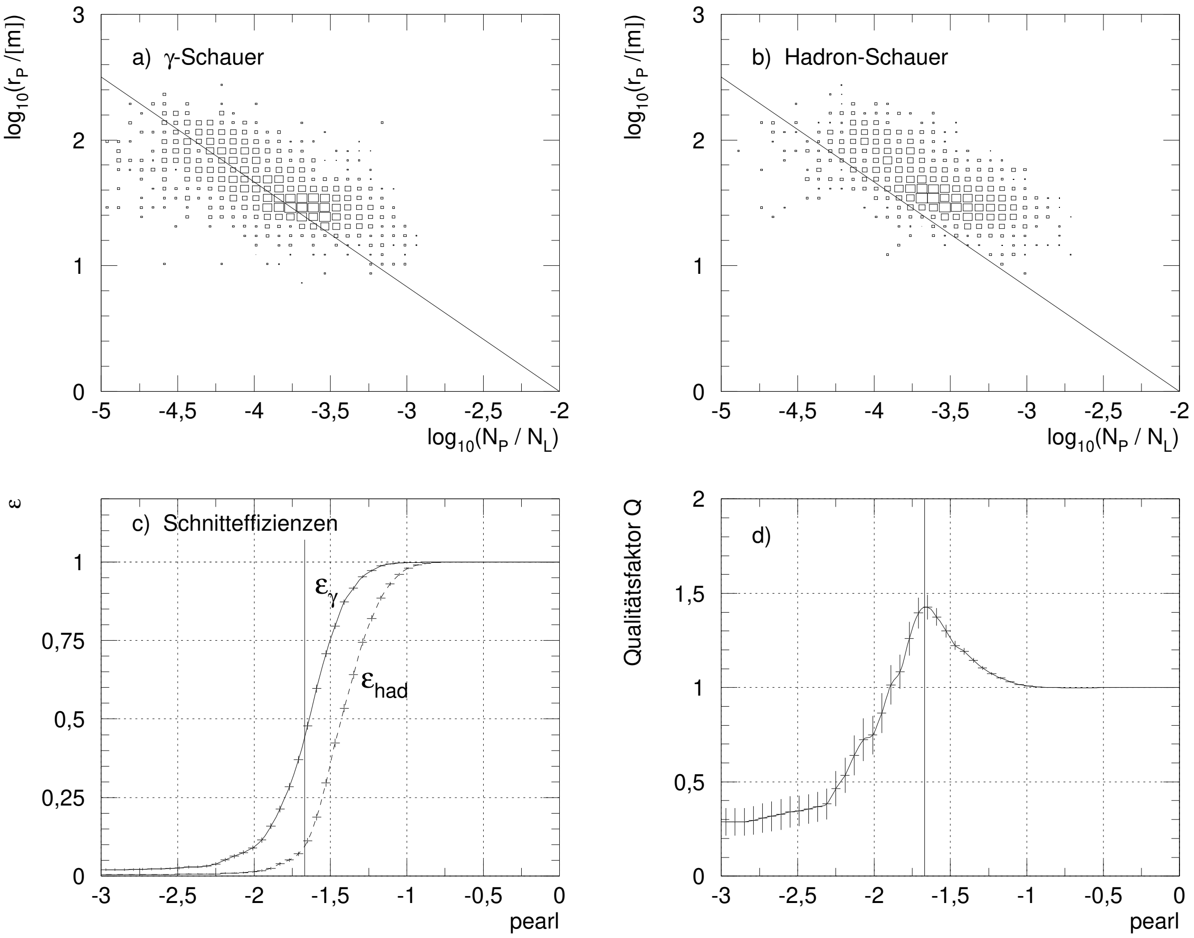


Abbildung 3.17: a) und b): Die Verteilungen von $\log_{10}(r_P)$ gegen $\log_{10}(N_P/N_L)$ für Hadron- resp. γ-Schauer mit der eingezeichneten optimalen Schnittgerade. c): Die Schnitteffizienzen ε_γ und ε_{had} in Abhängigkeit des Schnittwertes in pearl. d): Der Qualitätsfaktor Q in Abhängigkeit vom Schnitt in pearl.

(mit $\varepsilon_\gamma = 0{,}44$, $\varepsilon_{\text{had}} = 0{,}096$)

Die Trennschärfe hängt natürlich von der Anzahl der angesprochenen Zähler ab, wobei insbesondere die Teilchenzahl bei der AIROBICC-Triggerbedingung sehr schlecht gemessen wird. (Für N_P ergibt sich ein logarithmisches Mittel von 24 Teilchen und Ausläufer bis hin zu gar keinen registrierten Teilchen.) Wie bei der Abhängigkeit der Winkelauflösung von möglichen „Qualitätsschnitten“ an die Ereignisse (s. Abschnitt 2.5.1) stellt sich auch hier die Frage, ob durch geeignete Mindestanforderungen der Qualitätsfaktor Q und damit die Empfindlichkeit verbessert werden kann.

Zur angemessenen Beurteilung soll dazu zwischen dem relativen Qualitätsfaktor Q_{rel}, der sich bei festgehaltenen Mindestanforderungen aus einem pearl-Schnitt ergibt, und dem absoluten Qualitätsfaktor Q_{abs}, der sich aus den kombinierten Effizienzen der Qualitätsschnitte an die Ereignisse und dem pearl-Schnitt ergibt, unterschieden werden. Letzterer soll sich auf alle Ereignisse beziehen, die von den Feldtriggern akzeptiert werden, und ist die entscheidende Größe zur Charakterisierung eines etwaigen Gewinns aus den getesteten Mindestanforderungen.[11]

In Tabelle 3.2 sind vier verschiedene Mindestanforderungs-Selektionen verglichen worden. Beim Vergleich der ersten beiden Zeilen stellt man fest, daß bei geforderten AIROBICC-

Selektion	pearl-Schnitt	$\varepsilon_{\gamma,\mathrm{rel}}$	$\varepsilon_{\mathrm{had,\,rel}}$	Q_{rel}	$\varepsilon_{\gamma,\mathrm{abs}}$	$\varepsilon_{\mathrm{had,\,abs}}$	Q_{abs}
alle Feldtrigger	1,67	-	-	-	0,42	0,079	$1{,}50 \pm 0{,}07$
AIROBICC-Trigger	1,67	0,44	0,096	$1{,}43 \pm 0{,}07$	0,42	0,079	$1{,}50 \pm 0{,}07$
Szintillator-Trigger	1,67	0,37	0,035	$2{,}00 \pm 0{,}18$	0,14	0,023	$0{,}90 \pm 0{,}08$
AIROBICC-Trigger, $r_{\mathrm{c,\,max}} < 85\,\mathrm{m}$, $\rho_{\check{C}}(90\,\mathrm{m}) > 4900\,\mathrm{m}^{-2}$	1,67	0,70	0,094	$2{,}30 \pm 0{,}30$	0,075	0,010	$0{,}74 \pm 0{,}10$

Tabelle 3.2: Relative und absolute Effizienzen eines pearl-Schnittes und die sich daraus ergebenden Qualitätsfaktoren Q für ausgewählte Mindestanforderungn an die Ereignisse.

Triggern Q_{abs} trotz geringfügig kleinerem Q_{rel} nicht sinkt. Dies liegt daran, daß nahezu alle Ereignisse, die keinen AIROBICC-Trigger auslösen, hadronisch sind, ein besonders hohes N_P/N_L-Verhältnis haben und sämtlichst vom pearl-Schnitt verworfen werden. Es spielt dann keine Rolle, ob diese Ereignisse durch die Selektion oder durch pearl weggeschnitten werden.

Die Selektion von Szintillator-Triggern verdeutlicht beispielhaft, daß durch eine Mindestanforderung hinsichtlich der Teilchenzahl zwar der relative Qualitätsfaktor Q_{rel} deutlich verbessert werden kann, die dadurch verworfenen γ-Ereignisse jedoch zu einer inakzeptablen Verminderung des absoluten Qualitätsfaktors führt.

Die letzte Zeile zeigt exemplarisch, was durch einen Schnitt auf innerhalb des Feldes liegende Schauerkerne und eine geforderte Mindestlichtmenge erreicht werden kann. Wieder erreicht man eine beachtliche Verbesserung von Q_{rel}, verliert aber einen Faktor zwei an absoluter Sensitivität. Die Selektion entspricht dabei ungefähr der in PROSCH 1997 eingeführten Mindestanforderung an Ereignisse für eine Anwendung der LES-Methode. Diese erreicht für die so selektierten Ereignisse einen (relativen) Q-Faktor von 1,44.

Abgesehen davon, daß ein solcher Schnitt die Energieschwelle erhöht und daher einen möglichen Nachweis von Quellen mit abbrechenden Energiespektren erschwert, bedeutet dies für γ-Quellen mit einen Spektralindex von 2,67, daß die Winkelauflösung doppelt so gut sein muß, nur um wieder dieselbe Sensitivität wie an der Detektorschwelle zu erreichen. Bei einer Mißweisung von $\delta_0 = 0{,}2^\circ$ ist dies schlicht nicht möglich. Solche Schnitte sind daher nur dann sinnvoll, wenn von einem extrem harten Spektrum der Quelle auszugehen ist: Tests auf dem M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Datensatz ergaben beispielsweise, daß ein Schnitt in der Lichtmenge erst bei Spektralindizes $\alpha < 1{,}7$ einen absoluten Sensitivitätsgewinn ergibt.

Wie schon bezüglich der Winkelauflösung wurden auch für die γ-Hadron-Separation mit pearl keine Schnitte gefunden, die bei einem Spektralindex $\alpha = 2{,}67$ die Sensitivität absolut erhöhen. Daher ergibt sich auch hier kein Grund für irgendwelche Mindestanforderungen an die Ereignisse.

[11] Die Betrachtung des absoluten Empfindlichkeitsgewinnes wird bei der Angabe von Qualitätsfaktoren leider oft „vergessen“. Dies ist beim Vergleich mit anderen γ-Hadron-Separations-Verfahren zu beachten.

3.2.3.3 Vergleich mit HEGRA-Daten

An dieser Stelle sollen die Ergebnisse der M^{t}Carlo-Studie mit den realen HEGRA-Felddaten verglichen werden. Dazu werden zweckmäßigerweise gleich diejenigen Ereignisse verwendet, die der AIROBICC-Triggerbedingung genügen; ferner werden die Zenitwinkel in den Daten zunächst auf $\vartheta < 20°$ eingeschränkt. Abb. 3.18 zeigt die Verteilung der Ereignisse auf der

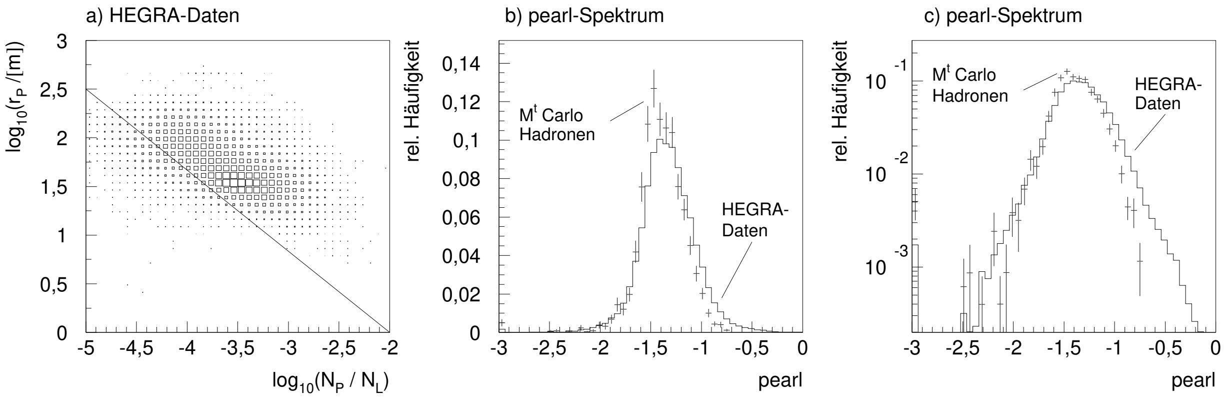


Abbildung 3.18: a) Die Verteilung der Ereignisse in der $\log_{10}(N_P/N_L)$-$\log_{10}(r_P)$-Ebene für die HEGRA-Daten. b) und c): Die pearl-Spektren der M^{t}Carlo-Hadronen und der HEGRA-Datenereignisse im Vergleich (AIROBICC-Trigger, keine weiteren Schnitte).

$\log_{10}(N_P/N_L)$-$\log_{10}(r_P)$-Ebene, wobei wieder die Schnittgerade mit eingezeichnet ist, sowie das resultierende pearl-Spektrum für die HEGRA-Daten und die simulierten hadroninduzierten Ereignisse. Man erkennt, daß das Gesamtbild der zweidimensionalen Verteilung die M^{t}Carlo-Resultate recht gut wiedergibt, sich beim direkten Vergleich der pearl-Spektren in den Daten ein schwacher, aber signifikant stärkerer Ausläufer zu großen pearl-Werten hin erkennen läßt, obwohl die linke Flanke der Verteilung in Form und absoluten Werten gut übereinstimmt.

Um die Ursache für diese Diskrepanz zu finden, werden in Abb. 3.19 die Verteilungen der in pearl eingehenden Größen $\log_{10}(N_L)$, $\log_{10}(N_P)$ und $\log_{10}(r_P)$ bezüglich in Frage kommender Abweichungen für M^{t}Carlo und HEGRA-Daten verglichen. Dabei ist bei der Lichtmenge die linke Flanke der Verteilung, bei Teilchenzahlen und bei r_P die rechte Flanke zu beachten. In allen drei Verteilungen sieht man leichte Abweichungen, die in Kombination die Verbreiterung des pearl-Spektrums bewirken. Die Abweichung im $\log_{10}(N_L)$-Spektrum ist höchstwahrscheinlich auf eine unzureichende Kennlinien-Korrektur der AIROBICC-Vorverstärker zurückzuführen (s. Abschnitt 2.4.3.2). Die Abweichungen im $\log_{10}(r_P)$-Spektrum sind zu klein, um in diesem Zusammenhang bedeutsam zu sein.

Den größten Beitrag hinsichlich den Abweichungen im pearl-Spektrum liefert der Ausläufer der Teilchenzahl N_P zu großen Teilchenzahlen hin (Abb. 3.20 b). Dieser Ausläufer ist erst hier bei Betrachtung von $\log_{10}(N_P)$ deutlich zu erkennen und ist auf einer linearen Skala unauffällig (vgl. Abb. 2.14 e).

Da es bei den Untersuchungen in Abschnitt 2.4.3.2 keine Anzeichen für das „Fehlen“ von Ereignissen gab, muß davon ausgegangen werden, daß die Unterschiede durch Verzerrungen hervorgerufen werden. Als Gründe für die Diskrepanz kommen in Frage:

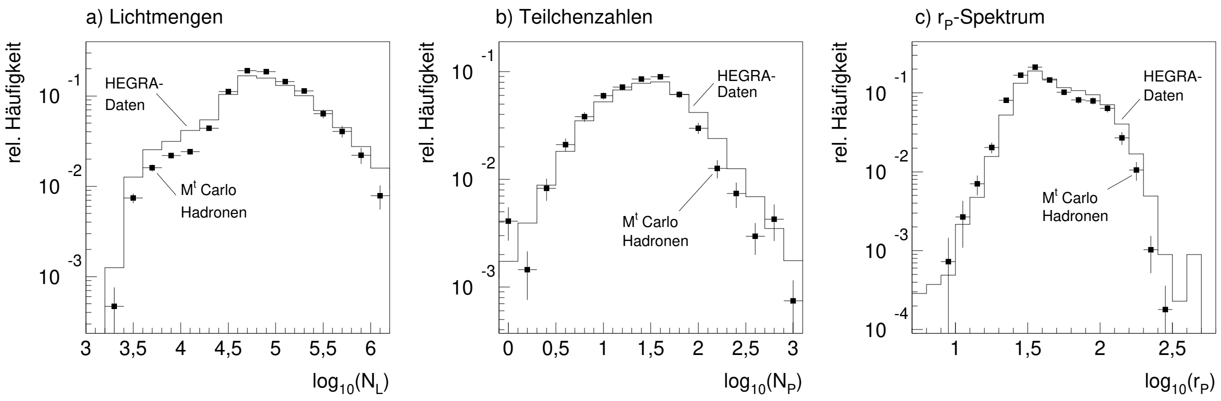


Abbildung 3.19: Vergleich der Spektren von $\log_{10}(N_L)$ (a), $\log_{10}(N_P)$ (b) und $\log_{10}(r_P)$ aus M^{t}Carlo-Hadronen und HEGRA-Daten (AIROBICC-Trigger, keine weiteren Schnitte).

1. Fehlende Simulation der im Szintillator entstehenden Compton-Elektronen
2. Fehlende Simulation der Streuungen der im Szintillator deponierten Energien (*Landau*-Spektrum mit Ausläufern zu großen Amplituden)
3. Zu einfache Behandlung der die Detektoren erreichenden Hadronen (s. Abschnitt 2.4), die bei Protonschauern immerhin ca. 1,4% der Anzahl der elektromagnetischen Partikel ausmachen.
4. Defizite der hadronischen Wechselwirkungsmodelle (HDPM, Dual-Parton-Modell) im `CORSIKA`-Programm.

Dabei ist Punkt 1. als sehr unwahrscheinlich anzusehen, weil mit wenigen zusätzlichen kleinen Signalen wohl eine generelle Verschiebung der N_P-Verteilung, aber kaum ein derartiger Ausläufer zu erzeugen ist. Außerdem sollte durch den MIP-Schnitt (s. Abschnitt 2.4.3.1) bereits der größte Teil eines möglichen Einflusses verhindert worden sein.

Eine definitive Entscheidung zwischen den Punkten 2. bis 4. ist mit den vorliegenden M^{t}Carlo-Simulationen nicht zu treffen. Somit ist nicht zu klären, ob man in den HEGRA-Felddaten ebenfalls mit einem leicht verbreiterten pearl-Spektrum für γ-Schauer rechnen muß (falls Punkt 2. zutrifft) oder ob es sich um einen rein hadronischen Effekt handelt (Punkte 3. und 4.), der bei γ-Schauern demnach nicht auftritt. Denkbar ist auch, daß zumindest der Einfluß der Verzerrungen in der Teilchenanzahl sich nur bei größeren Teilchenzahlen bemerkbar macht, so daß nur pearl-Werte größer als $-1{,}67$ beeinträchtigt sind, also unabhängig von der Ursache keinen Einfluß auf die γ-Hadron-Separation hat. Dies führt zu einer Unsicherheit an der pearl-Schnitteffizienz ε_γ für γ-Schauer.

Um die schlimmstenfalls auftretende Auswirkung auf ε_γ quantitativ abzuschätzen, wird folgender Weg beschritten:
Da eine Unvollständigkeit des M^{t}Carlo-Datensatzes als Ursache kaum in Frage kommt, wird die einseitige Verbreiterung der pearl-Verteilungsdichte $h_{\mathrm{Daten}}(\mathsf{pearl})$ in den HEGRA-Daten ursachenunabhängig durch eine „Verschmierung“ des M^{t}Carlo-pearl-Spektrums $h_{\mathrm{M^tCarlo}}(\mathsf{pearl})$

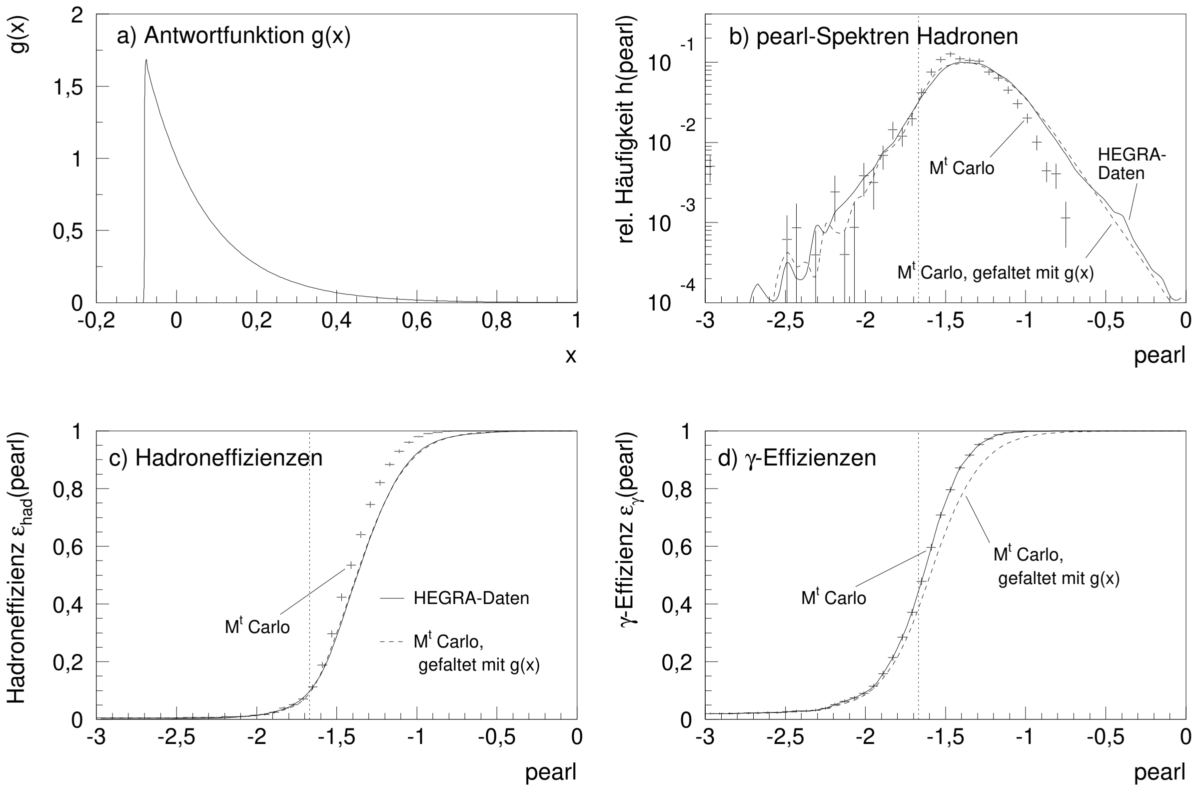


Abbildung 3.20: a) Die in der Faltung verwendete Antwortfunktion $g(x)$ (s. Text). b) und c) Die pearl-Spektren bzw. die Schnitteffizienzen ε_{had} für M$^{\text{t}}$Carlo-Hadronen und HEGRA-Daten sowie die entsprechenden Größen aus der Integralfaltung der M$^{\text{t}}$Carlo-Verteilung mit $g(x)$. d) Die Schnitteffizienz ε_γ vor und nach Faltung mit $g(x)$ (AIROBICC-Trigger, keine weiteren Schnitte).

mit einer geeigneten Antwortfunktion $g(x)$ in einer Integralfaltung konstruiert:

$$h_{\text{Daten}}(\text{pearl}) = \left(h_{\text{M}^{\text{t}}\text{Carlo, had}} * g\right)(\text{pearl}) = \int h_{\text{M}^{\text{t}}\text{Carlo, had}}(x) \cdot g(\text{pearl} - x)\,dx \qquad (3.29)$$

Durch Ausprobieren wurde herausgefunden, daß

$$g(x) := \begin{cases} \exp(-x/0{,}15) & x > -0{,}08 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad (3.30)$$

eine (im Rahmen der Fehler) perfekte Wiedergabe der Daten ermöglicht. In Abb. 3.20 a) ist diese Funktion dargestellt, und in b) und c) ist zu erkennen, daß die Faltung des M$^{\text{t}}$Carlo-Spektrums mit $g(x)$ die HEGRA-Daten sehr gut reproduziert. Ist nun derselbe Effekt für die γ-Ereignisse präsent, so läßt sich die in den Daten erwartete Verteilungsdichte $h_{\text{Daten},\gamma}(\text{pearl})$ als Faltung der M$^{\text{t}}$Carlo-Verteilungsdichte $h_{\text{M}^{\text{t}}\text{Carlo},\gamma}(\text{pearl})$ mit $g(x)$ konstruieren. Die daraus resultierende Verteilungsfunktion $\varepsilon_\gamma(\text{pearl})$ ist in Abb. 3.20 d) wiedergegeben.

Daraus kann entnommen werden, daß sich die Schnitteffizienz ε_γ nach dieser konservativen Korrektur von 0,44 auf 0,39 vermindert.

Wegen der unklaren Ursache des hier diskutierten Effektes soll im Folgenden für Berechnungen von Flüssen von diesem Mindestwert ausgegangen werden, was einer Verminderung der

Empfindlichkeit im Gegensatz zur M'Carlo-Erwartung von 15 % bedeutet.[12]

Da die Hadroneffizienz des pearl-Schnittes wegen der guten Übereinstimmung der Verteilungen auf der ansteigenden Flanke nicht beeinflußt ist, ergeben sich für AIROBICC- Trigger die Werte aus Tabelle 3.2 konservativ zu

Selektion	pearl-Schnitt	$\varepsilon_{\gamma,\mathrm{rel}}$	$\varepsilon_{\mathrm{had,\,rel}}$	Q_{rel}	$\varepsilon_{\gamma,\mathrm{abs}}$	$\varepsilon_{\mathrm{had,\,abs}}$	Q_{abs}
AIROBICC-Trigger	1,67	0,39	0,096	$1{,}25 \pm 0{,}07$	0,37	0,079	$1{,}31 \pm 0{,}07$

(3.31)

Ein leichter zusätzlicher Gewinn an Sensitivität nach Anwendung eines pearl-Schnittes ergibt sich bei der Winkelauflösung: pearl-geschnittene Ereignisse haben im Mittel eine bessere Kernortauflösung, weil der pearl-Schnitt Ereignisse mit niedrigem r_P anreichert. Für niedrige r_P-Werte sind aber die Kernorte besser definiert (PRAHL ET AL. 1993, DOMMENGET 1996) und die Richtungsfehler werden kleiner (KRAWCZYNSKI ET AL. 1996). Für die hier gestellte Bedingung von mindestens sechs angesprochenen AIROBICC-Detektoren ergibt sich eine gegenüber Gl. 2.15 um ca. 10 % verbesserte Winkelauflösung von

$$\sigma_{63\%,\gamma,\mathrm{pearl}} = 0{,}31^\circ \qquad (3.32)$$

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die Anwendung eines pearl-Schnittes eine signifikante Empfindlichkeitssteigerung bewirkt und deswegen in der Analyse verwendet werden soll. Da im Zenitwinkelbereich $20^\circ < \vartheta < 30^\circ$ die Verteilungsfunktion von pearl in den HEGRA-Daten von derjenigen für $\vartheta < 20^\circ$ nur um maximal 1,5 % abweicht, soll davon ausgegangen werden, daß die Ergebnisse dieses Kapitels für einen Zenitwinkelbereich bis 30° Gültigkeit besitzen. Oberhalb dieses Wertes kommt es zunehmend zu Verzerrungen sowohl in der r_P- als auch in der N_P/N_L-Verteilung, so daß sich die Analyse der Daten auf Zenitwinkel $\vartheta < 30^\circ$ beschränken soll. Deutliche Empfindlichkeitsverluste treten dadurch für die meisten Quellpositionen nicht auf, weil die Akzeptanz von AIROBICC für größere Zenitwinkel ohnehin rasch abnimmt.

Bezüglich der Langzeitstabilität der Schnitteffizienzen in den HEGRA-Daten kann festgestellt werden, daß sie zur allgemeinen Anwendung des Tests durch die Run-weise AIROBICC-Amplitudenkalibration (s. S. 42) genügend gut fixiert ist. Bei der Mittelung über alle schließlich in die Analyse eingehenden Daten ergeben sich bei Betrachtung aller möglichen Himmelspositionen Hadron-Schnitteffizienzen von $\varepsilon_{\mathrm{had}} = 0{,}089 \pm 0{,}008$. Die Differenz zum M'Carlo-Wert und dem für obige Untersuchungen exemplarisch ausgewählten Run 3745 sowie die Streuung sind so gering, daß sie die oben angegebenen Qualitätsfaktoren nicht ändern. Bei der Analyse gehen die Schnitteffizienzen aber nur bei der Flußberechnung und effektiv nur als Quotient $\varepsilon_\gamma/\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{had}}}$ ein, so daß ohne merklichen Fehler die in Gl. 3.31 angegebenen Werte als absolut und für alle Runs gültig verwendet werden können.

[12] Im Abschnitt 6.3.5 wird eine Idee vorgestellt, die eine trennende Größe wie pearl besser ausnutzt (aber dabei ohne Likelihood-Methoden auskommt) und die hier erklärte Verminderung der Empfindlichkeit gerade wieder ausgleichen würde. Aufgrund der größeren Kompliziertheit der Flußabschätzungen und fehlender einfacher graphischer Darstellungsmöglichkeiten wird auf die Anwendung jedoch verzichtet, weil dies wegen des nur moderaten Zugewinns an Empfindlichkeit nicht in Kauf genommen werden soll.

3.3 Abschließende Bemerkungen zur γ-Hadron-Separation

In diesem Kapitel ist mit dem pearl-Verfahren eine γ-Hadron-Separation für die kombinierten HEGRA-AIROBICC- und Szintillatordaten zur Unterstützung der γ-Quellensuche entwickelt worden, die noch für sämtliche registrierten Ereignisse einen signifikanten Empfindlichkeitsgewinn bringt. Die verwendeten robusten Ereignisparameter wurden eigens für diesen Zweck „erfunden" und können leicht aus den Daten beschafft werden. Legt man die Gesamtheit der Ereignisse zugrunde, die einen HEGRA-Feldtrigger auslösen, so ergibt sich ohne weitere Schnitte in den M^{t}Carlo-Untersuchungen ein Qualitätsfaktor von $Q = 1{,}5$. Kleine Differenzen, die im Vergleich zu den HEGRA-Felddaten auftreten, führen dann zu einer konservativen Abschätzung von $Q = 1{,}3$. Unter Berücksichtigung der leicht verbesserten Winkelauflösung der geschnittenen Ereignisse (10 %) ergibt sich immerhin ein Zugewinn an Empfindlichkeit, der mindestens einer Verdoppelung der Meßzeit entspricht.

In einer weiterführenden Untersuchung im Rahmen einer Diplomarbeit (PÄTZOLD 1998), die in der Hamburger HEGRA-Gruppe angefertigt wurde, wurde mittels Anwendung neuronaler Netze auf die M^{t}Carlo-Daten untersucht, ob sich weitere nutzbare Unterschiede zwischen γ- und Hadronschauern in verschiedensten Parametern ergeben. Dabei stellte sich heraus, daß das hier eingeführte pearl-Verfahren nicht mehr signifikant verbessert werden kann.

Kapitel 4

Die Analyse der Daten im Hinblick auf γ-Punktquellen

Nachdem in den letzten drei Kapiteln die zur Verfügung stehenden Ereignisparameter vorgestellt und diskutiert wurden, widmet sich dieses Kapitel den Methoden, die zur Extraktion von physikalisch relevanten Parametern in der γ-Punktquellensuche verwendet werden.

Dabei sollen alle Verfahren, die in der sich anschließenden Quellensuche von allgemeiner Bedeutung sind, angesprochen werden. Sonderverfahren, die nur in einer speziellen Situation zum Einsatz kommen, werden hingegen an entsprechender Stelle in den nächsten beiden Kapiteln eingeführt.

Nach etwas allgemeineren Vorbetrachtungen wird im Verlauf dieses Kapitels zunächst die für die Analysen herangezogene Datenbasis einschließlich der Vorselektion vorgestellt. Im Anschluß daran werden die Verfahren zur Analyse bezüglich einer Quellposition (Quellregion, Untergrundmessung und Signifikanzbestimmung) diskutiert sowie die Probleme der Energieschwellen- und Flußbestimmung behandelt.

Den Abschluß des Kapitels bildet die Vorstellung von zwei statistischen Testverfahren, mit denen die Variabilität von Flüssen untersucht werden kann, sowie ein Test, der zur Kombination mehrerer Testergebnisse eingesetzt wird.

4.1 Vorbetrachtungen

Für die Datenanalyse im Hinblick auf die Suche nach γ-Punktquellen sind einige Vorüberlegungen zu treffen. Wegen der riesigen Menge hadronischer Untergrund-Ereignisse und der endlichen Richtungsauflösung in Kombination mit den niedrigen zu erwartenden Flüssen wird es nicht möglich sein, Quellen gewissermaßen durch „Hinsehen“ zu entdecken, also etwa nach überragenden Maxima in einem den sichtbaren Himmel repräsentierenden Histogramm der Ereignisse zu suchen. Stattdessen werden statistische Methoden benötigt, um einerseits das vorhandene Detektionspotential weitgehend optimal auszunutzen, und andererseits quantitativ die Sicherheit, also die statistische Signifikanz, einer etwaigen Beobachtung eines Signals zu bestimmen. Dabei sind grundsätzlich zwei Methoden zu unterscheiden:

A Eine perfekte Ausnutzung der vorhandenen Empfindlichkeit wird durch ein Likelihood-Verfahren erreicht, wie es z. B. bei der Analyse der γ-Ereignisse des EGRET-Satellitenexperimentes verwendet wird (MATTOX ET AL. 1996). Dazu werden zwei Hypothesen aufgestellt: Die Nullhypothese, daß sämliche Ereignisse Untergrundereignisse sind, und die Alternativhypothese, daß eine gewisse Anzahl Quellereignisse darunter sind. Zu jedem Ereignis werden dann diejenigen Parameter herangezogen, deren Verteilung sich für Quell- und Untergrundereignisse unterscheidet (also vor allem die Richtung), und dann (nach einem näher zu spezifizierenden Verfahren) die Wahrscheinlichkeiten für die beiden Hypothesen bestimmt. Aus dem Likelihood-Verhältnis kann dann mit Hilfe des *Wilks*'schen Theorems (WILKS 1938) die Signifikanz eines etwa vorhandenen Effektes bestimmt werden.

B Ein anderes, weit verbreitetes Verfahren ist es, ein Teilsample aus der Grundgesamtheit durch Schnitte in den relevanten Ereignisparametern, die hauptsächlich Untergrund verwerfen sollen, zu selektieren. Die verbleibende Ereignisanzahl nach solchen Schnitten wird dann im Rahmen der Binomial- oder *Poisson*statistik mit der erwarteten Zahl von Untergrundereignissen verglichen. Die Schnittwerte in den einzelnen Parametern werden dabei so gewählt, daß sie ganz global die Signifikanzerwartung für vorhandene Überschüsse aus Quellereignissen maximieren.

Es ist unmittelbar einsichtig, daß man mit dem Schnitt-Verfahren (B) i. a. nicht die volle Empfindlichkeit erreicht (schließlich verliert man ja die Information von Quellereignissen, die außerhalb der Schnitte liegen). Es hat aber drei entscheidende Vorteile:

- Es ist robust, was die Empfindlichkeit auf Fehler in den Modellvorstellungen angeht: Etwaige Ungenauigkeiten in den Verteilungsfunktionen für die Ereignisparameter für Quell- oder Untergrundereignisse gehen außerhalb der Schnitte gar nicht mehr ein, auch ist deren genauer Verlauf nicht so entscheidend. Dieser Punkt ist umso wichtiger, wenn kein „Teststrahl“ zur Verfügung steht, um die Verteilungsfunktionen für Quellereignisse zu testen. Die Abschätzung von systematischen Fehlern ist daher einfacher und sicherer. Auch nichtkonstante Verteilungsfunktionen, die durch wechselnde Detektorzustände hervorgerufen werden können, sind weit weniger kritisch.

- Die Realisation des Verfahrens in der praktischen Auswertung ist um einiges einfacher und die Berechnung der entscheidenden Größen sehr viel schneller.

- Das Schnittverfahren ist anschaulich: Die Bedeutung der resultierenden Zahlen ist unmittelbar klar; es können leichter im Einzelfall Plausibilitätstests ausgeführt werden, und Fehler können sicherer gefunden werden. Letzteres ist insbesondere wichtig, um sich von einer vernünftigen Untergrundabschätzung überzeugen zu können.

Der Verlust an Empfindlichkeit hängt vom Verlauf der Verteilungsfunktionen ab, hinsichtlich der Ereignisrichtungen (wo also die Winkelauflösungsfunktion eingeht) liegt er bei ca. 10% (KRAWCZYNSKI 1994).

In Anbetracht der Vorteile des Schnittverfahrens wird zur folgenden Analyse der verhältnismäßig geringe Empfindlichkeitsverlust in Kauf genommen.

4.2 Vorselektion der Daten

Als grundlegende Datenbasis wurden die AIROBICC-Runs von Dezember 1993 bis September 1995 (einschl.) gewählt:

- Länge der Datenperiode: $57{,}8 \cdot 10^6$ s
- Aktivitätszeit AIROBICC (roh): $6{,}20 \cdot 10^6$ s
- Gesamtanzahl Runs: 374
- Gesamtanzahl Ereignisse: $92{,}3 \cdot 10^6$

Dieser Zeitraum wurde gewählt, weil währenddessen keine nennenswerten, AIROBICC betreffenden Änderungen des Experiments vorgenommen wurden. Die im August 1995 ausgetauschten Vorverstärker für die AIROBICC-Photomultiplier-Signale bewirkten durch eine deutlich größere Anzahl von auftretenden Zufallskoinzidenzen Schwierigkeiten mit der Stabilität der Kalibrationsroutinen, die während der letzten beiden Monate des gewählten Zeitraumes viele Eingriffe „per Hand" in den Programmablauf erforderte, weswegen dann eine Grenze gezogen wurde. Eine allgemein befriedigende, automatische Berücksichtigung wurde erst später fertiggestellt.

Diejenigen Runs, bei denen aufgrund eines schlechten Detektorzustandes oder schlechten Wetters die erforderlichen Ereignis-Informationen nicht mehr in der benötigten Qualität erhalten werden können, müssen von der weiteren Analyse ausgeschlossen werden. Dazu wurden folgende Bedingungen an die einzelnen Runs gestellt (in Klammern die jeweilige absolute Prozentzahl der Gesamtanzahl von Ereignissen, die den jeweiligen Schnitt überleben):

Schnitt:	Anteil Ereignisse nach dem Schnitt
– Median des Lichtradius $r_L \geq 60\,\text{m}$	83,0 %
– Median der angesprochenen AIROBICC-Zähler $N_{\text{det},\check{\text{C}}} \geq 10$	78,2 %
– Median der summierten Čerenkov-Photonen $N_L \geq 40 \cdot 10^3$ phot/m^2	76,6 %
– Median des χ^2 pro Freiheitsgrad in der AIROBICC-Richtungsanpassung $\chi^2_{\text{red}} \leq 1{,}6\,\text{ns}$	74,8 %
– $\geq 70\%$ AIROBICC-Trigger unter den Feldtriggern	**72,2** %

Bis auf den Schnitt auf das χ^2 der Richtungsrekonstruktion (welcher die Korrektheit der Richtungen gewährleisten soll) betreffen die anderen Schnitte sämtlichst brauchbare Čerenkovlicht-Dichteinformationen. Neben dem Anteil von AIROBICC-Triggern an den Feldtriggern ist speziell das Spektrum der auftretenden Lichtradien ein guter Indikator für die Transmissivität der Atmosphäre: Im Mittel zu kleine Lichtradien weisen auf Absorption in höheren Schichten hin.

Alle vorgenannten Schnitte beziehen sich auf ganze Daten-Runs, die üblicherweise jeweils die Daten der AIROBICC-Meßzeit einer Nacht beinhalten. Solche Runs werden dann als ganzes akzeptiert oder verworfen. Die Schnitte, die sich auf einzelne Ereignisse beziehen, sind

- Mindestens 6 angesprochene AIROBICC-Zähler (AIROBICC-Trigger)
- Rekonstruierte AIROBICC-Richtung
- maximaler Zenitwinkel $\vartheta_{max} = 30°$.

Die Beschränkung auf AIROBICC-Trigger hat in erster Linie den Grund in der höheren Stabilität der Richtungsrekonstruktion und wirkt sich bezüglich der Empfindlichkeit auf γ-Ereignisse sogar leicht positiv aus (s. Abschnitte 3.2.3.2, 4.4). Die Rekonstruktionseffizienz für Richtungen aus den AIROBICC-Ankunftszeiten liegt für 6 oder mehr angesprochene Zähler bei 99,9% und ist hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt. Der Zenitwinkel-Schnitt ist eingeführt worden, um die γ-Hadron-Separation mit dem pearl-Verfahren zu verwenden (Abschnitt 3.2.3.3). Er verwirft ca. 18% aller Ereignisse mit AIROBICC-Trigger.

4.3 Definition der Quell- und Untergrundregionen

Bei der Analyse der Daten mittels signifikanzoptimierender Schnitte (s. Abschnitt 4.1) ist die Bestimmung des optimalen Quellbins (also derjenigen Himmelsregion, innerhalb derer rekonstruierte Ereignisrichtungen akzeptiert werden) bei der Punktquellensuche der wichtigste Schnitt. In diesem Zusammenhang soll auch gleich festgelegt werden, wie eine Untergrundabschätzung für dieses Quellbin beschafft werden kann.

4.3.1 Bestimmung des optimalen Quellbins für Punktquellen

In PRAHL 1992 (Anhang B) wurde gezeigt, daß die höchste Empfindlichkeit bei rotationssymmetrischen Winkelauflösungsfunktionen ein Kreis um die Quellposition ist. Bei *gauß*ischer Winkelauflösung mit der Standardabweichung σ_0 (in einer Dimension) bzw. einer integralen Standardabweichung in der absoluten Winkeldistanz $\sigma_{0,\alpha} = \sqrt{2} \cdot \sigma_0 \; (= \sigma_{63\%})$ (s. Anhang B) beträgt der optimale (Winkel-)Radius α_{opt} gerade

$$\alpha_{0,opt} = 1{,}12 \cdot \sigma_{0,\alpha} \tag{4.1}$$

(Dieser Wert ergibt sich durch Optimierung des Verhältnisses aus der Anzahl von Signalereignissen zu den Fluktuationen der Anzahl von Untergrundereignissen.) Im Anhang B dieser Arbeit ist abgeleitet, wie sich in diesem Falle bei Anwesenheit einer Mißweisung konstanten Betrages δ_0 der optimale Quellbinradius verändert: Für die hier relevanten Fälle gilt in guter Näherung:

$$\alpha_{opt}(\delta_0) = \alpha_{0,opt} \cdot \sqrt{1 + \frac{\delta_0^2}{\sigma_{0,\alpha}^2}} = 1{,}12 \cdot \sqrt{\sigma_{0,\alpha}^2 + \delta_0^2} \tag{4.2}$$

Die Mißweisung verhält sich also gerade wie ein zusätzlicher statistischer Fehler, der sich in Quadratur zu $\sigma_{0,\alpha}$ addiert. Dabei ist zu bemerken, daß die Empfindlichkeit im Vergleich zu derem optimalen Wert bei Quellbinradien in der Nähe von $\alpha_{opt}(\delta_0)$ nur sehr schwach ändert: Abb. 4.1 (links) zeigt den Verlauf. Bei nicht präzise bekannter Mißweisung ist es daher sinnvoll, den Radius des Quellbins entsprechend dem plausibelsten Wert für die Mißweisung zu

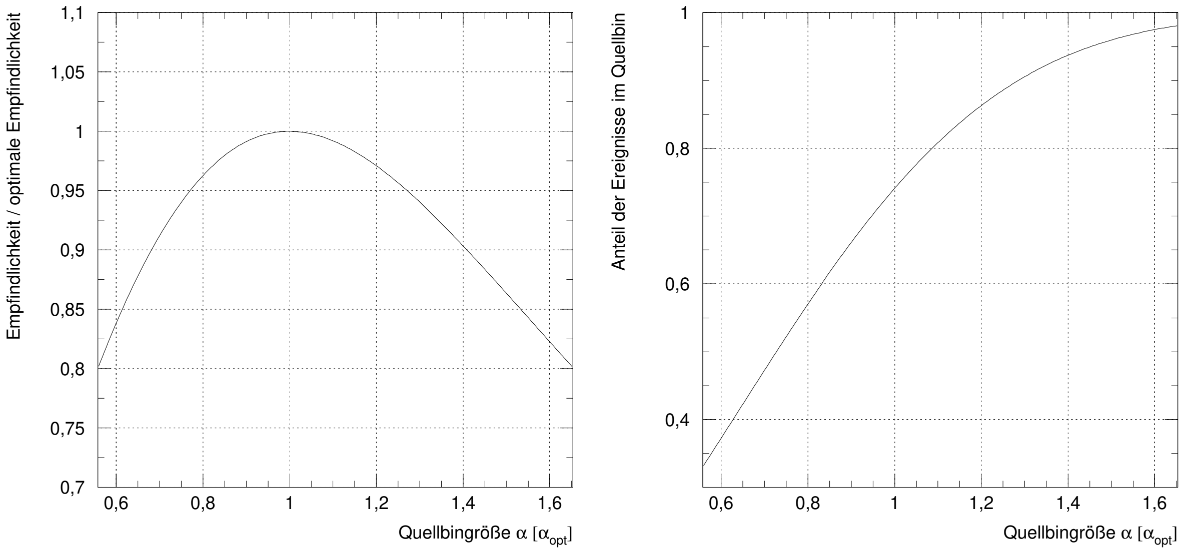


Abbildung 4.1: Links: Empfindlichkeit (Signal/$\sqrt{\text{Untergrund}}$-Verhältnis) gegen Quellbinradius α (relativ zum optimalen Wert α_{opt}). Rechts: Anteil R von Punktquellereignissen innerhalb des Quellbins gegen Quellbinradius α (relativ zum optimalen Wert α_{opt}). (Hier verwendet: $\delta_0/\sigma_{0,\alpha} = 0{,}7$; die Graphen sind aber praktisch unabhängig davon.)

wählen. Die Unsicherheit in der Mißweisung schlägt sich dann in erster Näherung lediglich auf den Anteil der potentiellen Quellereignisse im Quellbin nieder (Abb. 4.1 rechts). Für die quantitativen Analysen in dieser Arbeit werden daher folgende Werte benutzt:

- Plausibelster Wert für Mißweisungen: $\delta_0 = 0{,}2^\circ$
- integrale Winkelauflösung mit pearl-Schnitt: $\sigma_{63\%,\gamma,\text{pearl}} = 0{,}31^\circ$ (Gl. 3.32)

$\Rightarrow$ $\alpha_{\text{opt}} = 0{,}41^\circ$

Ein Quellbin der Größe $\alpha_{\text{opt}} = 0{,}41^\circ$ beinhaltet einen Raumwinkel $\Omega_{\text{QB}} = 0{,}16 \cdot 10^{-3}$sr.

4.3.2 Eine Untergrundabschätzung für das Quellbin

Im Gegensatz zur soeben dargestellten Definition des Quellbins für Punktquellen, die in diesem Rahmen weitgehend festgelegt ist, hat man bei der Ermittlung einer brauchbaren Untergrundabschätzung größeren Spielraum. Eine Auswahl von anderweitig verwendeten Abschätzungen in ähnlichen Situationen (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) wird im folgenden im Hinblick auf die Anwendbarkeit für die Punktquellensuche mit AIROBICC diskutiert. Allen Verfahren gemeinsam ist die Ausnutzung der Tatsache, daß die Einfallsrichtungen der hadronischen Untergrundereignisse erstaunlich isotrop verteilt sind (s. SCHMELE 1998 und darin gegebene Referenzen), sowie die Annahme, daß der Fluß von γ-Quellen aus beliebigen Himmelsregionen, die deutlich größer als ein optimal ausgewähltes Quellbin sind, vernachlässigbar ist. In jedem Falle ist eine möglichst große Region zur Untergrundbestimmung anzustreben, damit der statistische Fehler aufgrund von *Poisson*-Fluktuationen an der Untergrundbestimmung selbst möglichst klein gegenüber den *Poisson*-Streuungen im Quellbin ist (s. Anhang C).

Das Deklinationsband-Verfahren:
Bei Detektoren, die einen gewissen Himmelsausschnitt (in lokalen Richtungen) über lange Zeiträume hinweg unter konstanten Bedingungen beobachten, ohne daß nennenswerte Unterbrechungen auftreten, bedeutet das, daß Positionen in Äquatorialkoordinaten mit gleicher Deklination δ auch mit derselben Akzeptanz erfaßt werden. Wählt man ein in Rektaszension und Deklination rechteckiges Quellbin, so stellt die Himmelsregion mit denselben Deklinationen und allen Rektaszensionswerten außerhalb dieses Bins eine geeignete Region zur Bestimmung der Untergrunderwartung dar. Für die AIROBICC-Daten ist dieses Verfahren schlecht verwendbar, weil weder die Beobachtungsbedingungen mittelfristig stabil sind noch die Exposition verschiedener Himmelsbereiche gleichmäßig genug ist.

Das Würfeluntergrund-Verfahren:
Bei diesem Verfahren wird ein Zeitintervall festgelegt, währenddessen die Akzeptanz hinreichend konstant ist, jedoch das Quellbin in lokalen Richtungen eine Fläche überstreicht, die wesentlich größer als das Quellbin selbst ist. Zu jedem echten „Bezugs-Ereignis“ innerhalb dieses Zeitintervalls wird dann eine feste Anzahl n_q „Pseudo-Ereignisse“ erzeugt, die aus der Gesamtheit aller Ereignisse (innerhalb des Zeitintervalls) ausgewürfelt werden und deren sämtliche Parameter bis auf die Himmelskoordinaten übernommen werden. Letztere werden aus den lokalen Richtungen zum Zeitpunkt des Bezugsereignisses neu berechnet. Fällt nun ein solches Pseudo-Ereignis in das Quellbin, so wird es als Untergrundereignis betrachtet. Man erhält so eine mit n_q hochskalierte Abschätzung für den Untergrund. Diese Methode ist prinzipiell bei angemessener Auswahl des Zeitintervalles bei AIROBICC-Daten anwendbar. Es bedeutet aber einen erheblichen Mehraufwand an Rechenzeit, da die Anzahl der Richtungsberechnungen um den Faktor n_q größer wird.

Verwendet werden soll

Das Ringuntergrund-Verfahren:
Hierbei wird davon ausgegangen, daß die Akzeptanz in lokalen Koordinaten eine glatte[1] (zweidimensionale) Funktion ist. Diese Eigenschaft wird auf die Akzeptanz in Himmelskoordinaten vererbt (die sich zu jeder beliebigen Position als Linearkombination von verschobenen lokalen Akzeptanzfunktionen darstellen läßt). Das bedeutet, daß in erster Näherung (lokale Approximation der Akzeptanzfunktion durch eine Ebene) der Erwartungswert von Ereignisraten in konzentrischen Kreisringen um eine feste Himmelsposition nur von deren Raumwinkeln Ω (linear) abhängt.[2] Betrachtet man nur kreisringförmige Raumwinkelelemente $d\Omega$ mit einer Entfernung α von einer festen Himmelsposition, so ist der Fluß in dieser Näherung konstant, und die niedrigste Korrektur geht mit α^2:

$$\frac{dn}{d\Omega} \sim 1 + \mathrm{const} \cdot \alpha^2 + \mathrm{o}(\alpha^2) \tag{4.3}$$

Damit liefern konzentrisch kreisringförmige Raumwinkel um ein rundes Quellbin eine noch in 1. Ordnung richtige Näherung für die Untergrunderwartung im Quellbin.

Bei der Auswahl eines geeigneten Kreisring-Untergrundbins ist zu beachten, daß

1. der innere Radius $\alpha_{\mathrm{min,UG}}$ so groß ist, daß praktisch keine potentiellen Quellereignisse in dieses Bin geraten, und

[1] „glatt“ soll hier stetig differenzierbar in den lokalen Richtungskoordinaten bezeichnen
[2] Eine formale Ableitung dieser Tatsache findet man in WITTEK 1997.

2. der äußere Radius $\alpha_{\mathrm{max,UG}}$ nicht so groß ist, daß Krümmungseffekte (aus dem α^2-Term in Gl. 4.3) eine Rolle spielen.[3]

Dabei sollte wieder der Raumwinkel des Untergrund-Bins möglichst groß gegen den Raumwinkel des Quellbins sein.

Diese Möglichkeit der Untergrundabschätzung wird im folgenden für die Analyse der Daten verwendet, da sie folgende Vorteile aufweist:

- Die Ereignisse können in einem Arbeitsgang schnell und einfach in Quell- und Untergrundereignisse klassifiziert werden: es ergibt sich auch eine gute Möglichkeit der Darstellung (Histogramme in α).
- Unregelmäßigkeiten in der Akzeptanz (verschiedene Totzeiten, rasche Veränderungen der Form der Akzeptanzfunktion durch Wetter- oder Detektoreffekte) werden automatisch richtig berücksichtigt.
- Dadurch, daß der pure Untergrund simultan mit den Ereignissen aus der Quellregion aufgezeichnet wird, ergibt sich eine praktische Möglichkeit, ganz allgemein nach variablen Flüssen zu suchen (s. Abschnitt 4.5.1 und Anhang D).

Mit den (an KARLE 1994 angelehnten) Definitionen

$$\alpha_{\mathrm{min,UG}} := 1^\circ \qquad\qquad \alpha_{\mathrm{max,UG}} = 2{,}4^\circ \tag{4.4}$$

ergibt sich ein Untergrundbin der Größe $\Omega_{\mathrm{UG}} = 4{,}55 \cdot 10^{-3}\mathrm{sr}$, ist mithin ca. 28,3 mal größer ist als das Quellbin. Die Krümmung der Akzeptanz spielt bei dieser Konstellation für die in dieser Arbeit durchgeführte Analyse praktisch noch keine Rolle, wie später in Kapitel 6 gezeigt wird.

4.3.3 Signifikanz von integralen Ereignisüberschüssen

Eine wichtige Frage bei ermittelter Anzahl von Ereignissen in der Quellregion und errechneter Erwartung für die Anzahl von Untergrundereignissen ist es, wie ein aussagekräftiges Maß zur Charakterisierung von Überschuß oder Defizit angegeben werden kann, um die Zufallswahrscheinlichkeit für die konkrete Situation zu bestimmen.

Bei normalverteilten Fluktuationen der Meßgröße um den Erwartungswert mit bekannter Standardabweichung ist die Angabe der *Signifikanz* einer Beobachtung suggestiv und sinnvoll: Wieviele Standardabweichungen nach oben (oder nach unten) weicht der tatsächlich gemessene Wert von der Erwartung ab? Strenggenommen ist so etwas nur für kontinuierliche Meßgrößen möglich. Eine Eigenschaft der Signifikanz ist, linear in der Differenz (Meßwert – Erwartungswert) zu sein. Wird in einer großen Zahl von unabhängigen Versuchen ausschließlich Untergrund gemessen, so verteilen sich die Signifikanzen entsprechend einer Standardnormalverteilung. Die im Falle gezählter Ereignisse zugrundeliegende *Poisson*-Statistik läßt sich

[3] Dies hängt natürlich von der Größenordnung der erwarteten Anzahl von Untergrundereignissen ab. Beläuft sich etwa die Abweichung auf 1%, so wird das bei Quellbins mit $\approx$ 100 Ereignissen zu akzeptablen Resultaten führen, bei $\approx$ 10.000 Ereignissen aber nicht mehr.

nun bei genügend hoher Ereigniszahl durch eine Normalverteilung beschreiben; daher ist es üblich, auch in solchen Fällen die Abweichung der Messung von der Erwartung als Signifikanz anzugeben. Zwei Besonderheiten sind allerdings zu beachten:

1. Die Untergrunderwartung ist nicht exakt bekannt, sondern ebenfalls durch eine (entsprechend skalierte) Ereignisanzahl gegeben, die ihrerseits *Poisson*-Fluktuationen unterliegt.
2. Größere Abweichungen der Messung von der Erwartung können den Gültigkeitsbereich der Näherung durch die Normalverteilung verlassen.

In LI & MA 1983 wird auf elegante Weise abgeleitet, wie man in diesem allgemeinen Fall[4] zu einer in ausgezeichneter Näherung standardnormalverteilten Größe, die monoton von der Differenz (Meßwert – Erwartungswert) abhängt (und also als Signifikanz interpretiert werden kann), kommt: Bezeichnet N_{on} die Anzahl der Ereignisse in der Quellregion, N_{off} die Anzahl der Ereignisse, aus denen die Untergrunderwartung errechnet wird, und α den dazugehörigen Skalierungsfaktor (so daß $\langle N_{\mathrm{on}} \rangle = \alpha \cdot N_{\mathrm{off}}$), so ergibt sich die Signifikanz S der Beobachtung zu

$$S = \sqrt{2} \cdot \sqrt{N_{\mathrm{on}} \log\left(\frac{1+\alpha}{\alpha} \cdot \frac{N_{\mathrm{on}}}{N_{\mathrm{on}}+N_{\mathrm{off}}}\right) + N_{\mathrm{off}} \log\left((1+\alpha) \cdot \frac{N_{\mathrm{off}}}{N_{\mathrm{on}}+N_{\mathrm{off}}}\right)} \tag{4.5}$$

Im Anhang C wird diese Art der Signifikanzberechnung näher beleuchtet und kommentiert. Alle Signifikanzen, die in der Quellensuche in dieser Arbeit angegeben sind, sind entsprechend Gleichung 4.5 berechnet.

4.4 Flußbetrachtungen

Nach der (im Wesentlichen ganz allgemein möglichen) Maximierung der Empfindlichkeit soll jetzt darauf eingegangen werden, wie man die gewonnenen Ereignisanzahlen in Quell- und Untergrundregion in eine absolute Flußskala übersetzt, also bei signifikanten Überschüssen Flußabschätzungen oder bei Fehlen derselben obere Grenzen an den γ-Fluß oberhalb einer gewissen Energie ermittelt.

4.4.1 Konversion von Ereigniszahlen in Flüsse

Entspräche der Ereignisbedingung „AIROBICC-Trigger“ eine feste und scharfe Energieschwelle für die Schauer und eine feste empfindliche Fläche des Detektors, so wäre die Anzahl der Überschußereignisse bei bekannter Gesamtmeßzeit leicht als Fluß (in #Ereignisse$/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s})$) oberhalb dieser Energieschwelle auszudrücken. Drei Merkmale des Energiespektrums der triggerauslösenden γ-Ereignisse stehen dem entgegen:

1. Bezogen auf einen festen Ort für das Schauerzentrum ist die Energieschwelle nicht scharf.

[4]Die Einschränkung in dem Artikel auf $N_{\mathrm{on}}, N_{\mathrm{off}} \gtrsim 10$ ist von genereller Natur: Für zu kleine Ereignisanzahlen ist es überhaupt nicht möglich, eine um den Erwartungswert symmetrische Verteilung einer aus $N_{\mathrm{on}}, N_{\mathrm{off}}$ konstruierten Größe zu erhalten.

2. Die Triggerwahrscheinlichkeit bei gegebener Energie ist für Kernorte auf der Feldfläche nicht konstant und außerhalb des Feldes nicht Null.

3. Feste Himmelsregionen werden unter ständig wechselnden Zenit- und Azimutwinkeln gemessen; Wetter- und Detektorbedingungen können sich ändern. Dadurch wird die Energieschwelle weiter verschmiert.

Punkt 1. und 2. können in einer *effektiven Fläche* $A_{\text{eff}}(E)$ in Abhängigkeit von der Energie zusammengefaßt werden, d. h. die Fläche eines hypothetischen Detektors, der bei gegebener Energie auf dieser Fläche Triggerwahrscheinlichkeit 1 und außerhalb 0 hat, und der dieselbe Anzahl von Ereignissen akzeptiert wie der AIROBICC-Trigger. Punkt 3. läßt sich (unter Vernachlässigung von variablen Detektorbedingungen und Wetteränderungen) in einer Erweiterung der Abhängigkeit der effektiven Fläche erfassen:

$$A_{\text{eff}} = A_{\text{eff}}(E, \vartheta, \varphi) \tag{4.6}$$

Bei gegebenem differentiellem Quellspektrum $\frac{d\Phi(E)}{dE}$ und der „Meßzeitdichte“ in lokalen Richtungskoordinaten $\frac{\partial^2 T_{\text{M}}(\vartheta,\varphi)}{\partial\vartheta\,\partial\varphi}$ kann dann die Zahl der erwarteten registrierten Überschußereignisse N_Q errechnet werden zu

$$N_Q = \int\limits_{E=0}^{\infty} \int\limits_{\vartheta=0}^{\pi/2} \int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{d\Phi(E)}{dE} \cdot A_{\text{eff}}(E, \vartheta, \varphi) \cdot \frac{\partial^2 T_{\text{M}}(\vartheta, \varphi)}{\partial\vartheta\,\partial\varphi} \; dE\, d\vartheta\, d\varphi \tag{4.7}$$

Man sieht sofort, daß man aus N_Q allein (auch bei bekannter effektiver Fläche und Meßzeitdichte) bei völlig unbekanntem Spektrum keinen integralen Fluß ab einer brauchbaren Energieschwelle ableiten kann.[5]

Aus diesem Grunde hat es sich in der γ-Astronomie eingebürgert, von einem Energiespektrum der Quellen „parallel“ zum Untergrundspektrum auszugehen, also

$$\frac{d\Phi_{\text{Quelle}}(E)}{dE} \sim E^{-\alpha_{\text{UG}}} \qquad \text{mit} \qquad \alpha_{\text{UG}} = 2{,}67 \tag{4.8}$$

anzunehmen. Bei buchstäblicher Auslegung kommt es dann allerdings auf die Energieschwelle E_0 gar nicht mehr an: Bei gegebenem $\Phi_0(E > E_0)$ gilt dann

$$\Phi_0'(E > E_0') = \left(\frac{E_0}{E_0'}\right)^{-\alpha_{\text{UG}}+1} \cdot \Phi_0(E > E_0) \tag{4.9}$$

für beliebige E_0' unter obiger Annahme.

Für die Angabe einer solchen Schwelle gibt es kein kanonisches Verfahren. Verwendet werden u. a. 50% Triggereffizienz über die Detektorfläche gemittelt, äquivalente Energieschwellen (scharfe Schnittenergien, die auf der Detektorfläche bei dem angenommenen Quell-Spektrum dieselbe Anzahl von Ereignissen liefern würden), Median-Energien oder andere Quantile des

[5] Dies ist nur möglich, wenn A_{eff} eine Sprungfunktion in E und unabhängig von ϑ, φ ist. Anderenfalls ist z. B. jedes Spektrum $d\Phi(E)/dE \sim \delta(E - E_0)$ (also ein 1-Linien-Spektrum) so zu normieren, daß sich ein vorher gewähltes N_Q ergibt, sofern nur $A_{\text{eff}}(E_0) \neq 0$.

tatsächlich registrierten Energiespektrums. Obwohl alle diese Energiewerte mit den dazugehörigen Flüssen mittels Gl. 4.9 ineinander umzurechnen sind und sämtlichst bei von Gl. 4.8 abweichenden Spektren den tatsächlichen Fluß über- oder unterschätzen, bleiben zwei Kriterien zu beachten:

- Die angegebenen Energieschwellen sollten für Detektoren, die in verschiedenen Energiebereichen messen (und besonders für potentielle Quellen, die von einem Detektor in verschiedenen Energiebereichen gemessen werden), „sinnvoll“ skalieren, um einigermaßen vergleichbar zu bleiben.

- Die angegebene Schwelle sollte so gewählt werden, daß es bei moderaten Abweichungen vom angenommenen Spektrum nach Gl. 4.8 nicht aufgrund langer „Hebelarme“ zu großen Abweichungen kommt.

Median-Energien sind zwar am einfachsten bei verschiedenen Experimenten zu vergleichen, kommen aber aufgrund der langen Hebelarme nicht als Energieschwellen in Frage. Effektivwerte sind bei der angestrebten Auswertung sämtlicher AIROBICC-getriggerter Ereignisse ebenfalls ungeeignet: Wegen der Tatsache, daß die effektive Fläche, ohne in Sättigung zu gehen, mit steigenden Energien beträchtlich wächst, was zu sehr niedrigen Schwellen führt, für die praktisch gar keine echte Nachweiswahrscheinlichkeit mehr besteht, führen auch sie zu langen Hebelarmen.

Hier soll jetzt auf die in KRAWCZYNSKI 1997 eingeführten Definitionen und ermittelten Zahlen zurückgegriffen werden, um nicht erneut andere Bezugsgrößen einzuführen. Die dort ermittelten Werte sind aus dem (noch erweiterten) M^{t}Carlo-Datensatz hervorgegangen, der in Kapitel 2 beschrieben wurde. Aus KRAWCZYNSKI 1997 (S. 42 ff) entnimmt man, daß das 10%-Quantil der Energieverteilung der registrierten Ereignisse verhältnismäßig wenig von moderaten Änderungen des Spektralindex des Quellspektrums beeinflußt ist. Umgekehrt folgt daraus, daß die Ereignisraten an dieser Schwelle nur schwach vom Spekralindex abhängen. Da die sich ergebenden Schwellenergien auch etwa vergleichbar sind mit denjenigen anderer HEGRA-Datenauswertungen, sollen im folgenden alle Flüsse für $E_{\text{thres}} := E_{10\%}$ angegeben werden. Zur weiteren Berechnung werden KRAWCZYNSKI 1997 drei Zahlen entnommen, die sich auf Zenitwinkel $\vartheta = 0°$ und in erster Linie auf AIROBICC-Trigger beziehen:

$$E_{\text{thres},\gamma} = (18{,}6 \pm 1{,}2)\ \text{TeV} \quad \text{(10\%-Quantil)} \tag{4.10}$$

$$E_{\text{equ},\gamma} = (11{,}5 \pm 0{,}4)\ \text{TeV} \quad \text{(bezogen auf die definierte Detektorfläche von } (180\ \text{m})^2\text{)} \tag{4.11}$$

$$r_{\text{UG}} = (22{,}5 \pm 1{,}9)\ \text{s}^{-1}\text{sr}^{-1} \quad \text{(die Rate der Untergrund-Ereignisse)} \tag{4.12}$$

Letzterer Wert wurde durch Modellierung der normalen Elementkomposition aus dem M^{t}Carlo-Datensatz gewonnen und ist in ausgezeichneter Übereinstimmung (5% Abweichung) mit der entsprechenden beobachteten Rate in den HEGRA-Daten. Die Energie-Äquivalentschwelle $E_{\text{equ},\gamma}$ ist dabei eine reine Rechengröße: Sie gibt diejenige hypothetische scharfe Energieschwelle an, die bei einem γ-Fluß mit differentiellem Spektrum $\sim E^{-\alpha_{\text{UG}}}$ gerade dieselbe Rate auf der fest definierten Detektorfläche ergeben würde, wie sie beim realen Detektor und demselben Fluß beobachtet würde. Wegen des großen Einzugsbereiches des Detektors ist sie deutlich kleiner als $E_{\text{thres},\gamma}$.

Eine Besonderheit ist bei diesen Zahlen noch zu beachten: Aus Stabilitätsgründen soll sich in den folgenden Analysen auf AIROBICC-Trigger beschränkt werden, die verwendete Trigger-Bedingung (in KRAWCZYNSKI 1997 $S_{14}A_6$ genannt) beinhaltet jedoch sowohl Szintillator- als auch AIROBICC-Trigger, verlangt aber eine mit AIROBICC rekonstruierte Richtung ($\widehat{=}$ vier oder mehr angesprochene AIROBICC-Zähler). Für die γ-Quellensuche ist die Triggerbedingung $S_{14}A_6$ etwas ungünstig, weil der Zugewinn (also Szintillator-getriggerte Ereignisse mit vier oder fünf angesprochenen AIROBICC-Zählern) an γ-Ereignissen nur ca. 2%, die Zunahme des Untergrundes aber knapp 9% beträgt. Der Verlust an Empfindlichkeit ist zwar nur marginal (ca. 2%), bei der Umrechnung auf die Flußskala muß dieser Effekt aber berücksichtigt werden. Die entsprechenden, auf AIROBICC-Trigger angepaßten, Werte sind

$$E_{\mathrm{equ},\gamma} = (11{,}6 \pm 0{,}4)\ \mathrm{TeV} \quad \text{(bezogen auf die definierte Detektorfläche von } (180\ \mathrm{m})^2\text{)} \tag{4.13}$$

$$r_{\mathrm{UG}} = (20{,}7 \pm 1{,}8)\ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{sr}^{-1} \quad \text{(die Rate der Untergrund-Ereignisse)} \tag{4.14}$$

Für die γ-Schwellenenergie ist eine derart kleine Korrektur unerheblich, sie läßt sich ohnehin nicht einfach aus den Ratenänderungen ableiten.

Die Schwellenskalierung für beliebige und variable ϑ, φ soll dann durch die mittlere Rate erfolgen: Bei gegebener Ereignisanzahl-Dichte[6] $\frac{\partial^2 N}{\partial\vartheta\partial\varphi}$ wird die mittlere Ereignisrate $\overline{r}_{\mathrm{UG}}$ (Ereignisse pro Sekunde und Raumwinkel) ermittelt durch

$$\overline{r}_{\mathrm{UG}} = \frac{\iint \frac{\partial^2 N}{\partial\vartheta\partial\varphi} \cdot r_{\mathrm{UG}}(\vartheta,\varphi)\, d\vartheta\, d\varphi}{\iint \frac{\partial^2 N}{\partial\vartheta\partial\varphi}\, d\vartheta\, d\varphi} \tag{4.15}$$

Dieser Ausdruck kann recht einfach mithilfe zweier zweidimensionaler Histogramme berechnet werden: Das erste enthält die (auf $r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0°) = 20{,}7\ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{sr}^{-1}$ normierte) mittlere Ratenverteilung in ϑ und φ sämtlicher akzeptierter AIROBICC-Daten, das zweite die aus einer kleinen Umgebung der Quelle stammenden Untergrund-Ereignisse (s. Abb. 4.2). Binweise Multiplikation der beiden und anschließende Summation liefert den Zähler in Gl. 4.15, die Anzahl der eingehenden Untergrund-Ereignisse den Nenner. Dieses Vorgehen macht eine mühsame explizite Berechnung von Meßzeiten unter verschiedenen Winkeln für jede einzelne Quelle überflüssig.[7] Nutzt man noch den Umstand aus, daß die relative Lage der Schwellen für verschiedene Teilchensorten (γ's, Protonen und schwerere Kerne) in erster Ordnung für verschiedene Zenitwinkel erhalten bleibt (KARLE 1994), so liefert das Verhältnis der mittleren Rate $\overline{r}_{\mathrm{UG}}$ zur Rate $r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0°)$ die Energieschwelle für diese Himmelsregion als

$$\overline{E}_{\mathrm{thres},\gamma} = \left(\frac{\overline{r}_{\mathrm{UG}}}{r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0°)}\right)^{\frac{1}{-\alpha_{\mathrm{UG}}+1}} \cdot E_{\mathrm{thres},\gamma}(\vartheta = 0°) \tag{4.16}$$

[6]Im Gegensatz zu KARLE 1994 wird auch der Azimutwinkel φ mit berücksichtigt, weil AIROBICC eine deutlich sichtbare φ-abhängige Akzeptanz hat, s. Abb. 2.10 und Abb. 4.2).

[7]Die Meßzeit geht bereits in die Ratenbestimmung ein.

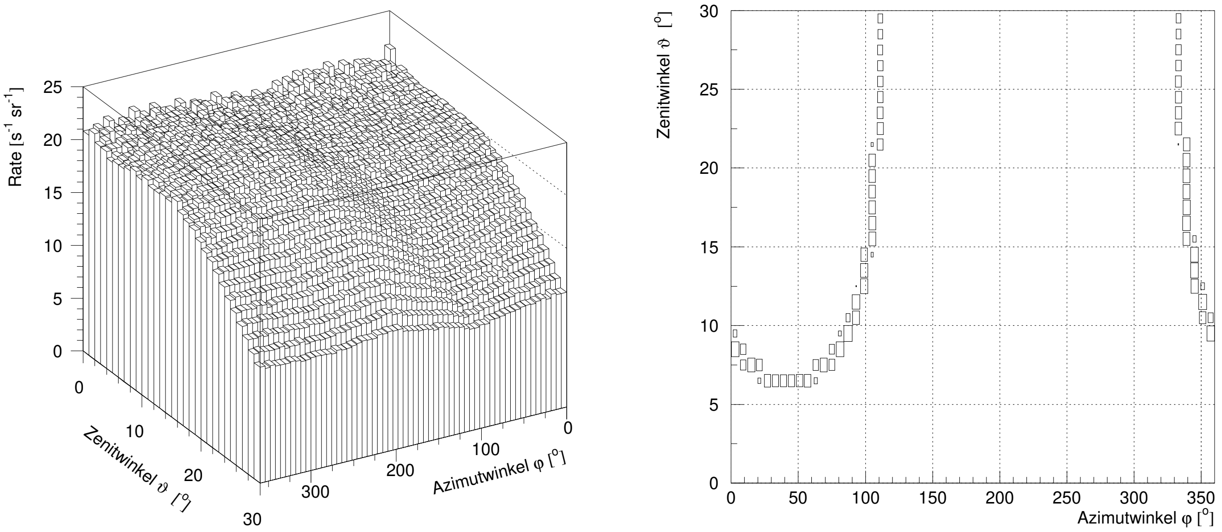


Abbildung 4.2: Links: Die mittleren Raten in Abhängigkeit von ϑ und φ, die sich aus allen zugelassenen Datensätzen ergeben. Rechts: Die Häufigkeitsverteilung der Ereignisse aus einer kleinen Umgebung um eine Quellposition gegen ϑ und φ. (Das Histogramm zeigt die sich bei Her X-1 ergebende Verteilung als Beispiel für eine nördlich vom Zenit kulminierende Position.)

Die so definierten Energieschwellen liegen für die betrachteten Quellpositionen zwischen 19,5 TeV und 26 TeV und können gut als Funktion der Quelldeklination beschrieben werden, siehe dazu Gl. 6.3 und Abb. 6.6.

Zu N_γ Überschußereignissen, die sich in einem Quellbin der Größe Ω_{QB} bei N_{UG} Untergrundereignissen finden, korrespondiert mit obigen Gleichungen ein Fluß von

$$\Phi_\gamma(E > \overline{E}_{\mathrm{thres},\gamma}) = \left(\frac{\overline{E}_{\mathrm{thres},\gamma}}{E_{\mathrm{equ},\gamma}}\right)^{-\alpha_{\mathrm{UG}}+1} \cdot \frac{N_\gamma \cdot r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0^\circ) \cdot \Omega_{\mathrm{QB}}}{R \cdot N_{\mathrm{UG}} \cdot A_{\mathrm{geom}}} \tag{4.17}$$

mit $A_{\mathrm{geom}} = (180\,\mathrm{m})^2$ und dem Anteil R der im Quellbin erfaßten Quellenereignissen ($\approx 0{,}71$)

Wird ein γ-Hadron-Trennungs-Schnitt mit Schnitteffizienzen $\varepsilon_{\mathrm{had}}$, ε_γ angewendet, so wird daraus

$$\Phi_\gamma(E > \overline{E}_{\mathrm{thres},\gamma}) = \left(\frac{\overline{E}_{\mathrm{thres},\gamma}}{E_{\mathrm{equ},\gamma}}\right)^{-\alpha_{\mathrm{UG}}+1} \cdot \frac{\varepsilon_{\mathrm{had}}}{\varepsilon_\gamma} \cdot \frac{N_\gamma \cdot r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0^\circ) \cdot \Omega_{\mathrm{QB}}}{R \cdot N_{\mathrm{UG}} \cdot A_{\mathrm{geom}}} \tag{4.18}$$

Eine Anmerkung zu dieser Flußberechnung soll hier noch gemacht werden:
Die quantitativ entscheidende Größe in Gln. 4.17, 4.18, wo die M$^{\mathrm{c}}$Carlo-Simulation empfindlich eingeht, ist nicht der Wert der γ-Energieschwelle an sich, sondern das Verhältnis $r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0^\circ)/(E_{\mathrm{equ},\gamma})^{\alpha_{\mathrm{UG}}+1}$, in welches implizit die Energie-Äquivalentschwellen für die hadronischen Untergrund-Ereignisse eingehen. KRAWCZYNSKI 1997 entnimmt man etwa, daß die Proton-Äquivalentschwelle $E_{\mathrm{equ,\,p}} = (17{,}4 \pm 0{,}5)$ TeV beträgt und also um einen Faktor von rund 1,5 höher ist als diejenige für γ-Schauer. Dies ist ein sehr plausibler Wert, wenn man berücksichtigt, daß bei Proton-Schauern bei diesen Energien im Mittel ca. 65% der Gesamtenergie in den elektromagnetischen Anteil des Schauers fließt (LINDNER 1998, s. a. GABRIEL

ET AL. 1994), was auf einen Faktor von 1,54 führt. Dieser Faktor wird dann durch die längere Longitudinalverteilung von hadronischen Schauern (s. Kapitel 3) noch geringfügig erniedrigt.

Dieser Faktor auf der Energieskala führt dann zu einer um einen Faktor $2 \pm 0{,}16$ erhöhten Fluß-Sensitivität für γ-Schauer im Gegensatz zu Protonschauern, immer vorausgesetzt, daß die auftretenden Spektren den Spektralindex α_{UG} aufweisen.[8]

[8]Offenbar sind die relativen Energieschwellen recht stark eingehende Größen: In PROSCH 1997 wurde unter praktisch denselben Voraussetzungen ein (recht optimistisch erscheinender) Faktor zwischen Proton- und γ-Energieschwellen von 2 ermittelt, was zu einer Erhöhung der Fluß-Sensitivität von γ-Schauern gegenüber Protonschauern um einen Faktor von 3,2 führt. Somit ist die in PROSCH 1997 verwendete γ-Flußskala um einen Faktor von 1,6 niedriger als die in dieser Arbeit Verwendete, was u. a. beim Vergleich der Flußgrenzen zu beachten ist. Die mögliche Erklärung für diese deutliche Diskrepanz könnte darin liegen, daß in PROSCH 1997 ein einfache Schwellenparametrisierung angepaßt wird, deren Faltung mit dem Spektrum dann die entsprechenden Effektivwerte liefert, wohingegen in KRAWCZYNSKI 1997 die gesamte M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Statistik ausgenutzt wird, um die Raten zu bestimmen. Die Energieschwellen sind dann daraus abgeleitete (und recht präzise bestimmbare) Größen. Denkbar ist auch ein Einfluß der mutmaßlich zu groß eingestellten EGS-Transportschrittweite der in PROSCH 1997 verwendeten M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Simulationen.

4.4.2 Berechnung von Flußobergrenzen

Im Fall von Ereignisdefiziten oder insignifikanten Überschüssen in der Quellregion ist die interessierende Größe eine obere Grenze des Flusses. Wegen der statistischen Natur der registrierten Anzahlen kann man eine solche Grenze nur für ein gewisses Vertrauensintervall oder Konfidenzniveau angeben.

Die Aufgabe ist also, eine obere Grenze für die Anzahl von Überschußereignissen anzugeben, die dann gemäß Gl. 4.17 in eine entsprechende Flußgrenze zu konvertieren ist. Zu dieser Problemstellung gibt es mehrere Lösungsverfahren, die unterschiedliche Ansätze verwenden. Hier soll das Verfahren aus HELENE 1983 verwendet werden, welches auf dem *Bayes*-Theorem fußt und die Fluktuationen in *gauß*scher Näherung behandelt.[9]

Dabei wird davon ausgegangen, daß die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Gesamtzahl N_{on} von Ereignissen in der Quellregion sich folgendermaßen ausdrückt:

$$f(N_{\text{on}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(N_{\text{on}} - N_S - \hat{N}_B)^2}{2\sigma^2}} \tag{4.19}$$

mit

N_S:	gegebene, feste Anzahl von echten Quellereignissen
$\hat{N}_B \ (= \alpha N_{\text{off}})$:	Untergrunderwartung für die Quellregion
$\sigma = \sqrt{N_S + \alpha \hat{N}_B}$:	Streubreite der Verteilung (vgl. Gl. C.10, Anhang C)

Setzt man die *a priori*-Wahrscheinlichkeitsdichte (vor der Messung) für die Anzahl der Quellereignisse N_S (im *Bayes*'schen Sinne) als Gleichverteilung zwischen $[0, \infty[$, und legt die Anzahl der ingesamt in der Quellregion gezählten Ereignisse N_{on} durch eine Messung fest, so folgt aus dem *Bayes*-Theorem, daß für die Wahrscheinlichkeitsdichte g für N_S *a posteriori* gilt:

$$g(N_S) = \begin{cases} C \cdot e^{-\frac{(N_S - (N_{\text{on}} - \hat{N}_B))^2}{2\sigma^2}} & \text{für } N_S \in [0, \infty[\\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{4.20}$$

mit der Normierung $C = \left(\int\limits_0^\infty \exp\left(-\frac{(N_S - (N_{\text{on}} - \hat{N}_B))^2}{2\sigma^2} \right) dN_S \right)^{-1}$ und $\sigma = \sqrt{N_{\text{on}} + \alpha \hat{N}_B}$.

[9] Dieser Ansatz ist bei der Berechnung von oberen Grenzen in ähnlich gelagerten Fällen üblich. Ohne in den Streit zwischen der Verwendung von *Bayes*-Methoden und „klassischen" (Konfidenzintervall-) Ansätzen eintreten zu wollen (der teilweise recht erbittert geführt wird), soll hier darauf hingewiesen werden, daß alternative Methoden zu der hier Verwendeten in ausgearbeiteter Form existieren (s. z. B. CRAMÉR 1961). Letztlich läuft der Unterschied auf die **Bedeutung** des Vertrauensintervalls hinaus: Beim *Bayes*-Verfahren wird eine Aussage über die Einschränkung einer (Prior-) Quellflußverteilung gemacht, Konfidenzintervall-Methoden machen eine Aussage über die Ergebnisverteilung gleichartiger, aber unabhängiger Experimente (KRAFT ET AL. 1991). Eine strikte Anwendung der klassischen Methode führt bei genügend stark ausgeprägten Defiziten (wie sie bei Katalogdurchmusterungen immer wieder vorkommen) zu oberen Grenzen von exakt Null, was dann normalerweise durch unterschiedliche *ad hoc*-Verfahren, denen eine gewisse Willkür anhaftet, vermieden wird (BARNETT ET AL. 1996). Sicherlich gibt es gute Gründe für beide Verfahren; nach obigen Bemerkungen ergibt sich aber, daß das *Bayes*-Verfahren hier passender erscheint. Für die in dieser Arbeit behandelten Fälle würde die Konfidenzintervall-Methode für typische Fälle (weder Überschuß noch Defizit) Flußlimits liefern, die um einen Faktor von ca. 1,25 niedriger lägen als nach der *Bayes*-Methode, was beim Vergleich mit Ergebnissen aus klassischen Methoden zu beachten ist.
Weil die abgeleiteten Flüsse durch die im vorangehenden Abschnitt erläuterten Effekte ohnehin keine Präzisionsangaben sein können, wird hier der wesentlich einfacheren *gauß*schen Näherung gegenüber einer exakten Lösung unter Verwendung der *Poisson*-Statistik der Vorzug gegeben.

Die obere Grenze N_{OG} an N_S zu einem Konfidenzniveau von $X \in [0,1]$ erfüllt folglich die Gleichung

$$X = \int_0^{N_{\mathrm{OG}}} g(N_S)\, dN_S \tag{4.21}$$

Ein geschlossener Ausdruck ergibt sich unter Verwendung der Normalverteilungsfunktion $\mathrm{freq}(x) := (\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{-\infty}^{x} \exp(-z^2/2)\, dz$ und ihrer Inversen freq^{-1}: [10]

$$N_{\mathrm{OG}} = N_{\mathrm{on}} - \hat{N}_B - \sigma \cdot \mathrm{freq}^{-1}\left((1-X) \cdot \mathrm{freq}\left(\frac{N_{\mathrm{on}} - \hat{N}_B}{\sigma} \right) \right) \tag{4.22}$$

Eine entsprechende Flußobergrenze erhält man dann durch Austauschen von N_γ in Gl. 4.17 bzw. Gl. 4.18 gegen N_{OG}. Alle in dieser Arbeit errechneten oberen Grenzen gehören zu einem in der γ-Astronomie üblichen Konfidenzniveau von 0,9.

4.5 Weitere statistische Tests für die Quellensuche

Die Bestimmung der Signifikanz eines integralen Flußüberschusses nach Abschnitt 4.3.3 ist sicher der primäre statistische Test auf der Suche nach Quellen; schließlich führt die Anwesenheit einer Quelle in jedem Falle auf eine Erhöhung des Erwartungswertes für die Ereignisse in der Quellregion. Bezüglich der Ereignis-Statistik ist dies für eine Einzelquelle mit konstantem Fluß auch im wesentlichen der einzige Test (abgesehen von einer möglichen Gewichtung der Ereignisse bei einem angenommenen Energiespektrum, das deutlich vom Untergrundspektrum abweicht).

Neben detektierbaren integralen Flußüberschüssen aus der Richtung einer γ-Quelle kann es im Falle zeitlich variabler Flüsse auch noch andere Methoden geben, solche Quellen nachzuweisen. An erster Stelle wären bei aus anderen Spektralbereichen bekannten Periodizitäten Analysen zu nennen, die die Abfolge der Ereigniszeiten nach derselben oder geringfügig abweichenden auftretenden Frequenzen untersuchen. Existiert eine solche Periodizität ebenfalls im γ-Bereich und hat die Lichtkurve (das Flußprofil während einer Periode) sehr scharfe Maxima, so kann die Empfindlichkeit durch eine entsprechende Analyse um ein Vielfaches gesteigert werden. Eine solche Analyse wird in dieser Arbeit in Bezug auf Her X-1 durchgeführt; Näheres ist Abschnitt 5.3.4 zu entnehmen.

Bei vorhandenem integralen Flußüberschuß (der nicht notwendigerweise so groß sein muß, daß damit ohne Zweifel die Quelle nachgewiesen ist) über der Untergrunderwartung gibt es aber auch Möglichkeiten, nach Strukturen in den Ereigniszeiten zu suchen, die ihrem Erscheinungsbild nach ganz allgemein auf einen variierenden Fluß (im Rahmen der *Poisson*-Statistik) aus der Quellregion hindeuten. Zeigt ein entsprechender Test, daß signifikante Strukturen solcherart vorhanden sind, so kann das auch den Nachweis einer Quelle ermöglichen oder unterstützen.

Zwei solche Tests werden jetzt vorgestellt. Als Abschluß des Kapitels wird dann noch eine Möglichkeit zur Kombination von Testergebnissen eingeführt. Im Gegensatz zu häufig verwendeten Verfahren, die auf Unterteilung der Daten in verschiedene Raster beruhen und die

[10] Solche Routinen stehen z. B. in der `CERNLIB` (ASG CERN 1995) unter den Namen `FREQ(X)` und `GAUSIN(X)` zur Verfügung.

typischerweise sehr aufwendig sind, sind die drei hier beschriebenen Tests ungebinnte Verfahren, für die sowohl das Maß für die Abweichungen von der Erwartung als auch die statistische Signifikanz leicht zu berechnen sind.

4.5.1 Die Anwendung des *Kolmogorov*-Tests bei der Suche nach γ-Quellen

Die Anwesenheit einer γ-Quelle konstanten Flusses ist (unabhängig vom Untergrund) hinsichtlich der Zeitstruktur der von ihr herrührenden Ereignisse von Untergrund nicht zu unterscheiden: Beides stellt einen *Poisson*-Prozeß (CHATFIELD 1994) in der (geeignet akzeptanzkorrigierten) Zeit dar. Ist die Flußemission aber auf einen zusammenhängenden Bruchteil des gesamten Meßzeitintervalls beschränkt, so ist der Gesamtfluß aus der Quellregion und damit die mittlere Ereignisrate während dieser Zeitspanne erhöht, in den übrigen Zeiten (im Vergleich zum mittleren Fluß) erniedrigt. Auf solche Muster ist der *Kolmogorov*-Test empfindlich. Die zu testende Verteilungsfunktion $W_Q(t)$ ist die der Ereigniszeiten aus der Quellregion, die zu vergleichen ist mit der entsprechenden Verteilungsfunktion $W_{\mathrm{UG}}(t)$ von Ereignissen, die einer geeignet gewählten (und möglichst großen) Untergrundregion entstammen.

Sei jetzt o.B.d.A. die Länge des Gesamtmeßzeitintervalls gleich 1. *Per definitionem* ist dann der Erwartungswert von W_Q an beliebiger Stelle t gleich dem Funktionswert bei t von W_{UG}. Diese entspricht o.B.d.A. einer Gleichverteilung, ist also die identische Funktion. (Dies kann immer durch die Skalierung der Zeit mit einer geeigneten Akzeptanzfunktion $a(t)$ erreicht werden.) Es seien nun N_1 Untergrund-Ereignisse aus dem Quellbin registriert worden, sowie N_2 Quellereignisse gleichverteilt während eines Zeitintervalls $[t_0, t_0+q] \subset [0,1]$; die gesamte Ereignisanzahl sei $N_0 := N_1 + N_2$. Die erwartete Verteilungsfunktion hat überall die Steigung 1, während die sich hier Ergebende in $]0, t_0[$, $]t_0+q, 1[$ die Steigung N_1/N_0 und in $]t_0, t_0+q[$ die Steigung $\frac{N_1+N_2/q}{N_0}$ hat. Der Verlauf ist schematisch in Abb. 4.3 dargestellt. Die Größe, deren

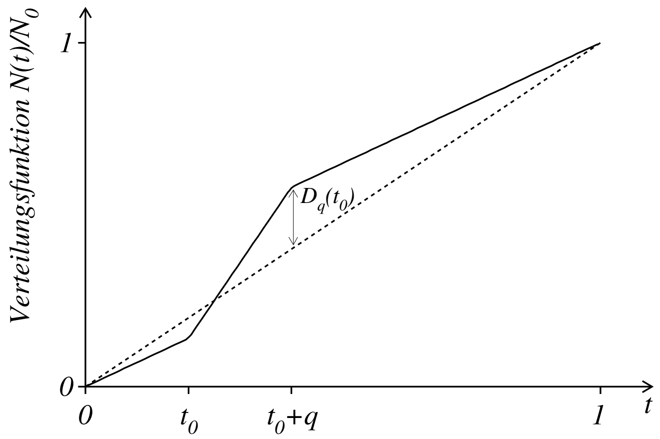


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Verteilungsfunktion bei Anwesenheit von Quellereignissen zwischen t_0 und t_0+q (durchgezogene Linie) und der korrespondierenden Untergrund-Verteilungsfunktion (gestrichelt). $D_q(t_0)$ bezeichnet die größte Abweichung zwischen den beiden.

Zufallswahrscheinlichkeit im *Kolmogorov*-Test (siehe z. B. FISZ 1958) gemessen wird, ist die maximale betragsmäßige Abweichung D der zu testenden Verteilungsfunktion von der Erwarteten. In dieser Erwartungswert-Betrachtung findet man für $t_0 \leq \frac{1-q}{2}$ diesen größten Abstand $D_q(t_0)$ bei $t_0 + q$:

$$D_q(t_0) = \frac{(t_0+q)\cdot N_1 + N_2}{N_0} - (t_0+q) = (1-t_0-q)\cdot\frac{N_2}{N_0} \tag{4.23}$$

Mittelt man über das gesamte Meßzeitintervall derart, daß das Intervall erhöhten Flusses der Länge q vollständig enthalten ist und irgendwo in $[0,1]$ zu liegen kommt, so erhält man

$$\overline{D}_q = \frac{2}{1-q}\int_0^{\frac{1-q}{2}} D_q(t_0)\,dt_0 = \frac{3}{4}(1-q)\frac{N_2}{N_0} \tag{4.24}$$

(Der Rest des Intervalls liefert betragsmäßig gleiche D's und liefert daher denselben Mittelwert.) Im *Kolmogorov*-Test benutzt man, daß die Wahrscheinlichkeit

$$P\left(D < \frac{\lambda}{\sqrt{N_0}}\right) \simeq Q(\lambda) \qquad \text{mit} \qquad Q(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k e^{-2k^2\lambda^2} \tag{4.25}$$

also

$$P\left(D > \frac{\lambda}{\sqrt{N_0}}\right) \simeq 2\cdot\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1} e^{-2k^2\lambda^2} \tag{4.26}$$

Um nun die zu erwartenden Signifikanzen[11] für einen variablen Fluß aus diesem Test angenähert zu bestimmen, wird jetzt vorausgesetzt, daß die sich aus dieser Erwartungswert-Betrachtung ergebende Abweichung $\overline{D}_q$ die Maximale ist (also überhaupt nennenswerte Signifikanz erlangt), und man erhält somit eine Zufallswahrscheinlichkeit von

$$\langle P_Z(\overline{D}_q)\rangle := \langle P(D > \overline{D}_q)\rangle \approx 2\cdot e^{-\frac{18}{16}(1-q)^2\frac{N_2^2}{N_0^2}} \tag{4.27}$$

(Die Terme für $k > 1$ tragen für nennenswert kleine P_Z praktisch nicht mehr bei.)
Möchte man abschätzen, welche Signifikanz $S_{\text{var,kol}}$ man einer solchen Beobachtung beimessen muß, so kann man Gl. 4.27 mit dem Term 1. Ordnung der asymptotischen Entwicklung[12] der Zufallswahrscheinlichkeit bei der Normalverteilung vergleichen:

$$P_Z(S) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{1}{S}\cdot e^{-\frac{1}{2}S^2} \tag{4.28}$$

[11] Es ist nicht allgemein üblich, die Zufallswahrscheinlichkeiten aus dem *Kolmogorov*-Test in Signifikanzen umzurechnen. Weil sich aber integrale Überschüsse/Defizite natürlicherweise als Signifikanzen ausdrücken und auch der Ausbruchstest nach Anhang D automatisch Signifikanzen liefert, soll zum besseren Vergleich auch hier eine Signifikanz berechnet werden. Zur dafür erforderlichen Inversion der *Gauß*schen Verteilungsfunktion wird die `GAUSIN`-Routine aus der `CERNLIB` verwendet.

[12]

Wegen : $$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{1}{x}\cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int_x^{\infty}\left(1+\frac{1}{z^2}\right)\cdot e^{-\frac{1}{2}z^2}\,dz = \left(1+O\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)\cdot\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int_x^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2}\,dz}_{P_Z(x)}$$

Damit erhält man als Näherung für den Erwartungswert der sich aus dem *Kolmogorov*-Test ergebende Signifikanz

$$\langle S_{\mathrm{var,kol}} \rangle \approx \frac{3}{2} \cdot (1-q) \cdot \frac{N_2}{\sqrt{N_0}} \approx \frac{3}{2} \cdot (1-q) \cdot \langle S_{\mathrm{DC}} \rangle \tag{4.29}$$

($\langle S_{\mathrm{DC}} \rangle$ bezeichnet darin den Erwartungwert der Signifikanz aus dem integralen (DC)-Ereignisüberschuß)
Eine exakte Berechnung der sich ergebenden Erwartungswerte ist sehr aufwendig, daher werden hier für vier ausgewählte Beispielpaarungen von N_1, N_2 die Verhältnisse der sich aus M^t^Carlo-Tests ergebenden Signifikanzen (S_{DC} nach Gl. C.11) dargestellt, die gar nicht allzu sehr von der

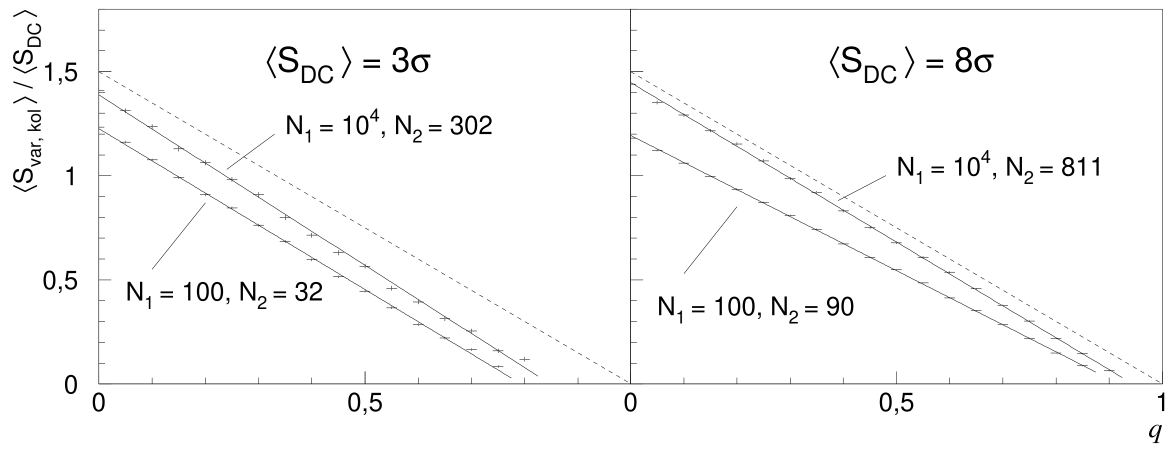


Abbildung 4.4: Das Verhältnis der Signifikanzerwartungen $\langle S_{\mathrm{var,kol}} \rangle$ aus dem *Kolmogorov*-Test zu denen aus DC-Überschüssen $\langle S_{\mathrm{DC}} \rangle$ für Untergrundanzahlen $N_1 = 100,\ 10^4$ und DC-Überschüssen von 3σ resp. 8σ. Gezeigt sind die in der M^t^Carlo-Simulation erzielten Ergebnisse (Fehlerkreuze) mit den linearen Anpassungen (durchgezogene Linien) sowie die Näherung nach Gl. 4.29 (gestrichelt).

Näherung nach Gl. 4.29 entfernt liegen und dieser offenbar für große N_1 und $\langle S_{\mathrm{DC}} \rangle$ entgegenstreben.

Offensichtlich sind für hinreichend kleine q-Werte Signifikanzen möglich, die vergleichbar mit der DC-Signifikanz sind und diese sogar noch übertreffen können. Dabei ist zu beachten, daß dieser Test unter der Nullhypothese völlig unabhängig von einem DC-Überschuß oder -Defizit ist. Bei Anwesenheit von Quellen, für die dieser Test empfindlich ist (also solche mit einem hinlänglich kleinen q) ist eine leichte Anti-Korrelation zu erwarten: Bei einem durch Untergrundfluktuationen unterschätzten S_{DC} um $n \cdot \sigma$ und daraus folgendem tatsächlichen Defizit an Untergrund im Quellbin wird man eine (um einen Faktor von $1 + n/(2 \cdot \sqrt{N_0})$) leicht erhöhte Signifikanz $\langle S_{\mathrm{var,kol}} \rangle$ erwarten.

Für die Anwendung im Falle von ebenfalls diskreten Untergrundverteilungen, die mit derselben Akzeptanz wie die Quellregionsereignisse und simultan mit diesen erfaßt werden, kann dann der Test in der *Smirnov*schen Form verwendet werden; d. h., wenn N_{UG} die Anzahl der Untergrundereignisse bezeichnet, bleibt die durch die Gln. 4.25 bis 4.27 beschriebene Statistik gültig, wenn statt der Gesamtzahl der Quellbinereignisse N_0 eine effektive Anzahl

$$\tilde{N}_0 := \frac{N_0 \cdot N_{\mathrm{UG}}}{N_0 + N_{\mathrm{UG}}} \tag{4.30}$$

verwendet wird. Damit kommt es dann nicht mehr auf die absoluten Ereigniszeiten, sondern nurmehr auf die zeitliche Anordnung der Ereignisse aus Quell- und Untergrundregion an.

Abschließend ist zu sagen, daß sich dieser Test bei vorhandenen moderaten DC-Überschüssen von gewissen Quellen, bei denen solche variablen Flüsse vermutet werden, lohnen kann. Speziell bei systematischer Durchsuchung von Quellkatalogen nach DC-Überschüssen, wo möglicherweise für Einzelobjekte schon recht beachtliche DC-Signifikanzen verzeichnet werden, die aber durch die Anzahl der betrachteten Objekte nicht zu besonders kleinen Zufallswahrscheinlichkeiten führen, kann eine „Bestätigung“ in derselben Größenordnung zur Etablierung einer Quelle beitragen. Die Anwendung des Tests ist (auch bei Verwendung von gezähltem Untergrund anstatt einer kontinuierlichen Untergrund-Verteilungsfunktion) nicht viel aufwendiger als die Bestimmung der DC-Signifikanz.

4.5.2 Ein Test auf ausbruchsartiges Verhalten

Der *Kolmogorov*-Test ist in sehr allgemeiner Weise empfindlich auf variable Flüsse, ist aber umso unempfindlicher, je häufiger die Aktivität der Quelle durch Ruhephasen (bei insgesamt gleichem *duty cycle* q) unterbrochen wird. Da solche Aktivitätsmuster aber sicherlich auftreten können, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Test entwickelt, der zwar bei einem *duty cycle* q in der Größenordnung der Gesamtmeßzeit deutlich unempfindlicher als der *Kolmogorov*-Test, bei kleinem q jedoch noch etwas empfindlicher als dieser ist und den eben erwähnten Nachteil nicht hat.

Die vollständige Beschreibung dieses Tests (der im folgenden „exp-Test“ genannt wird) und seiner Statistik findet sich im Anhang D, hier soll nur kurz das Prinzip erläutert und die Statistik in der Form, wie sie bei der Quellensuche verwendet wird, angegeben werden.

Der Test beruht darauf, daß unter sehr allgemeinen Bedingungen die Anzahl von simultan zu den Quellereignissen erfaßten Untergrund-Ereignissen, die zeitlich **zwischen** zwei Ereignissen aus der Quellregion registriert werden („Zwischen-Ereignisse“), einer (diskreten) Exponentialverteilung folgt, die bereits durch ihren Erwartungswert festgelegt ist. Flußausbrüche machen sich durch Überschüsse bei kleinen Zwischenereignisanzahlen und Defizite in der Nähe des Erwarungswertes bemerkbar, wie es andeutungsweise für ein Beispiel in Abb. 4.5 zu sehen ist. Wenn nun in N insgesamt vorhandenen Quellereignis-Zeitintervallen die Zwischenereignisanzahlen $\{n_k\}_{k=1\dots N}$ erhalten wurden, deren Mittelwert C^* ist, so ist die Größe

$$S_{\mathrm{burst,\,exp}} := \sqrt{N} \cdot \frac{\frac{1}{N} \sum\limits_{n_k < C^*} \left(1 - \frac{n_k}{C^*}\right) - \mathcal{M}_0(C^*) + \frac{\alpha_{C^*}}{N}}{\beta_{C^*}} \tag{4.31}$$

mit

$$\mathcal{M}_0(C^*) = \frac{[C^*]+1}{C^*+1} \cdot \left(\frac{C^*}{C^*+1}\right)^{[C^*]} \qquad \alpha_{C^*} = 0{,}188 \cdot 1{,}67^{\frac{1}{C^*+0{,}37}} \qquad \beta_{C^*} = 0{,}243 \cdot 1{,}67^{\frac{1}{C^*+0{,}37}}$$

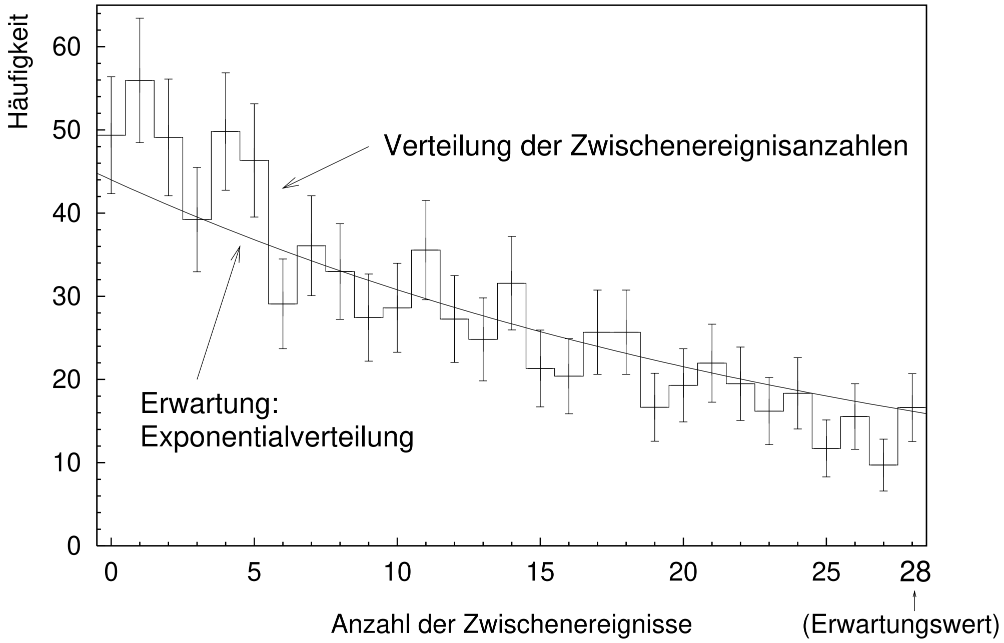


Abbildung 4.5: Ein Beispiel für eine konkrete Zwischenereignis-Verteilung (Histogramm) und die erwartete Verteilung (durchgezogene Linie) zu einem Erwartungswert $C^* = 28$.

asymptotisch standardnormalverteilt und stellt eine Ausbruchssignifikanz dar. Der exp-Test ist wie der *Kolmogorov*-Test ein ungebinntes Verfahren, das statistisch unabhängig vom Test auf integrale Flußüberschüsse ist, und wie dieser funktioniert er ebenfalls mit simultan aufgenommenen Untergrundereignissen, die mit derselben Akzeptanz wie die Quellregionsereignisse erfaßt werden.

Da die Ausbruchssignifikanz $S_{\text{burst, exp}}$ nur von der Verteilungsfunktion der n_k abhängt, also gewissermaßen nur differentielle Eigenschaften berücksichtigt, ist sie weitestgehend unabhängig von einer Zerstückelung der Aktivitätszeit einer Quelle. Im Limit *duty cycle* $q \to 0$ gilt für die Erwartungswerte der Signifikanzen

$$\langle S_{\text{burst, exp}} \rangle \approx 1{,}5 \cdot \langle S_{\text{DC}} \rangle \tag{4.32}$$

(vgl. Gl. 4.29). Für wachsende q nimmt die Empfindlichkeit monoton ab, bei

$$q_{\text{krit}} := \frac{N_2}{N_0} \qquad \text{mit} \qquad \begin{array}{l} N_2 = \text{Anzahl der Ereignisse von der Quelle} \\ N_0 = \text{Gesamtzahl der Ereigisse in der Quellregion} \end{array} \tag{4.33}$$

ist sie dann auf etwa $\frac{1}{3}$ ihres Maximalwertes nach Gl. 4.32 abgesunken (s. Abb. D.5). Die Anwendung eines γ-Hadron-Separations-Schnittes wirkt sich demnach nicht nur durch die Erhöhung von $\langle S_{\text{DC}} \rangle$, sondern auch durch die Vergrößerung von q_{krit} ausgesprochen günstig auf die Empfindlichkeit des exp-Tests aus: Der Bereich von duty cycles q, für die dieser Test empfindlich ist, vergrößert sich um einen Faktor $P = \varepsilon_\gamma / \varepsilon_{\text{had}}$, was selbst im Falle von $\varepsilon_\gamma / \sqrt{\varepsilon_{\text{had}}} \approx 1$ noch ein erheblicher Faktor sein kann. Für die pearl-γ-Hadron-Separation ergibt sich beispielsweise ein $P \approx 4{,}6$. Für das Beispiel in Abb. 4.5 ergibt sich übrigens eine Ausbruchs-Signifikanz von $S_{\text{burst, exp}} \approx 3{,}5\,\sigma$.

Die abschließenden Bemerkungen zum *Kolmogorov*-Test gelten hier analog. Die Korrelation der Ergebnisse beider Tests unter der Nullhypothese hängen von der Anzahl der untersuchten

Ereignisse N_0 in der Quellregion ab; für die typische Konstellation, die in dieser Arbeit auftritt ($\overline{N_0} \approx 110 \pm 25$), beträgt der Korrelationskoeffizient lediglich $\rho \approx 0{,}23$ (s.Abb. 6.12). Daher lohnt es sich, beide Tests anzuwenden.

Ein Hinweis auf die Auswertung des Tests soll hier noch gegeben werden: Wie auch zur Verwendung des *Kolmogorov*-Tests ist eine chronologische Sortierung der zu analysierenden Daten nötig, um die Teststatistik bestimmen zu können. Wichtig ist in diesem Zusammenhang, daß zur Gewinnung der Zwischenereignisverteilung **alle** Intervalle berücksichtigt werden müssen. Speziell darf sich z. B. nicht auf solche Intervalle beschränkt werden, deren begrenzende Untergrundereignisse sich in einem Run befinden, weil dies zu einer Veränderung der Statistik führt. Schnitte sind demnach nur an die Ereignisse selbst **vor** der Berechnung der Zwischenereignisanzahlen erlaubt, nicht aber an die berücksichtigten Intervalle selbst.

4.5.3 Der *Fisher*-Test zur Kombination von Signifikanzen

Bei der Quellensuche treten natürlicherweise Situationen auf, in denen eine Anzahl unabhängiger Testergebnisse einer gewissen Klasse vorliegen, z. B. DC-Signifikanzen für mehrere Quellkandidaten aus einem Katalog, Signifikanzen für unabhängige Teildatensätze von einem Kandidaten, etc. Möglicherweise sind nur ein Bruchteil der Kandidaten bzw. Teildatensätze mit einem Signal behaftet, und es stellt sich die Frage, wie man die gesamten Testergebnisse ihrerseits auf einen solchen sporadischen Effekt hin testet. Besonders wichtig ist in diesem Zusammenhang für ein aussagekräftiges Ergebnis, daß man sich *a priori* ein Testverfahren zurechtlegt, um nicht später angesichts der tatsächlich erzielten Ergebnisse eine extrem schwierig zu bestimmende *a posteriori*-Zufallswahrscheinlichkeit irgendeines (vermeintlich) seltsamen Effektes konstruieren zu müssen.

m unabhängige Einzelsignifikanzen S_i können natürlich auf einfache Weise linearkombiniert werden: Die Größe

$$S_{\text{gesamt}} := \frac{\sum_{n=1}^{m} a_i \cdot S_i}{\sqrt{\sum_{n=1}^{m} a_i^2}} \tag{4.34}$$

(mit beliebigen Gewichten a_i) ist unter der Untergrundhypothese wieder standardnormalverteilt und stellt die Signifikanz der Abweichung des (gewichteten) Mittelwertes aller Einzelsignifikanzen von der Erwartung (=0) dar. Bei *a priori* gleichen Gewichten ist sofort klar, daß ein kleiner Bruchteil möglicherweise recht beachtlicher Einzelsignifikanzen nur schwach in S_{gesamt} eingeht, und ferner negative Signifikanzen (die niemals durch Quelleneffekte, sondern durch Untergrundfluktuationen hervorgerufen werden) genauso stark eingehen wie die Überschüsse.

Um eine möglichst breitbandige Empfindlichkeit sowohl auf wenige hohe als auch auf viele leicht erhöhte Signifikanzen zu erreichen, muß ein darauf ausgerichteter Verteilungstest durchgeführt werden. Die klassischen Tests (*Kolmogorov*–Test oder *Smirnov–Cramér–von-Mises*–Test) sind hierfür allerdings ungeeignet, weil sie ungerichtet Differenzen in den Verteilungen messen (und so z. B. auch einer Anhäufung von negativen Einzelsignifikanzen eine kleine Zufallswahrscheinlichkeit zuordnen) und inbesondere sehr unempfindlich auf wenige hohe Signifikanzen (also auf wenige aktive Quellen bzw. auf kleine *duty cycles*) sind.

Für die angemessene Behandlung dieser Situation ist der *Fisher*-Test (FISHER 1958) sehr gut geeignet. Dieser betrachtet die Verteilung der (natürlichen) Logarithmen der m einzelnen Zufallswahrscheinlichkeiten $P_{Z,i}$ (die man sich aus den Einzelsignifikanzen S_i leicht durch einschlägige, bereits erwähnte numerische Routinen beschaffen kann). Das verwendete Abweichungsmaß F wird definiert als

$$F := -2 \sum_{i=1}^{m} \log(P_{Z,i}) \tag{4.35}$$

und ist bei Zufallswahrscheinlichkeiten $P_{Z,i}$ aus einer Gleichverteilung in $[0,1]$ (also bei Richtigkeit der Nullhypothese) asymptotisch nach χ^2_{2m} verteilt.

Da aber

$$\sqrt{2\chi^2_n} \simeq N(\sqrt{2n-1}, 1) \tag{4.36}$$

(s. z. B. BRONSTEIN & SEMENDJAJEW 1981, dort wird diese asympotische Näherung für eine Anzahl von Freiheitsgraden $n \gtrsim 30$ als hinreichend genau bezeichnet), folgt, daß

$$S_{\text{Fisher}} := \sqrt{2F} - \sqrt{2n-1} = \sqrt{-4 \sum_{i=1}^{m} \log(P_{Z,i})} - \sqrt{4m-1} \tag{4.37}$$

asymptotisch standardnormalverteilt ist und daher direkt als Signifikanz des Ergebnisses des *Fisher*-Tests betrachtet werden kann, sofern $m \gtrsim 15$.

In LEWIS 1990 ist gezeigt, daß der *Fisher*-Test bei dem einfachen, aber nicht wirklichkeitsfernen Szenario, daß ein gewisser Bruchteil der Einzelsignifikanzen um einen beliebigen festen positiven Wert verschoben ist, für praktisch alle angenommenen Bruchteile und Verschiebungen den klassischen Tests deutlich überlegen ist. Wo dies sinnvoll und möglich ist, soll daher zur Beurteilung von oben erwähnten (oder ähnlichen) Situationen in dieser Arbeit der *Fisher*-Test verwendet werden.

4.6 Abschließende Bemerkungen

In diesem letzten Abschnitt sollen die Analysemethoden, die in der folgenden Quellensuche verwendet werden sollen, noch einmal kurz zusammengefaßt werden und ein Vergleich der so erreichten Empfindlichkeit im Vergleich zum HEGRA-IACT-System und dem Szintillationszählerfeld gemacht werden.

4.6.1 Zusammenfassung des Analyseverfahrens

Für die anschließende γ-Quellensuche sollen die wichtigsten Daten des zu verwendenden Analyseverfahrens hier zusammengefaßt werden:

1. Datenauswahl

    - Alle genommenen Daten von Dez. 1993 bis Sept. 1995

- Alle Ereignisse mit 6 oder mehr angesprochenen AIROBICC-Zählern (AIROBICC-Trigger)
- Keine Kernschnitte oder andere Qualitätsschnitte
- Zenitwinkel $\vartheta < 30°$
- Alle Datensätze (Runs), die die globalen Qualitätsanforderungen nach Abschnitt 4.2 erfüllen

2. γ-Hadron-Separation

   - pearl-Schnittverfahren, angewandt auf alle Ereigisse
   - $\varepsilon_{\mathrm{had}} = 0{,}96$, $\varepsilon_{\gamma} > 0{,}39$
   - Qualitätsfaktor $Q > 1{,}25$ bei AIROBICC-Triggern

3. Quelle und Untergrund

   - Selektion der Ereignisse durch Quellregionsschnitt
   - Runde Quellregion mit Radius 0,41° ($\Omega_{\mathrm{QB}} = 1{,}609 \cdot 10^{-4}$ sr)
   - Untergrundabschätzung aus Kreisring (1° ... 2,4°), $\Omega_{\mathrm{UG}} = 4{,}554 \cdot 10^{-3}$ sr, Faktor 28,31 größer als die Quellregion

4. Flußabschätzung

   - Ratenmethode wie in KRAWCZYNSKI 1997
   - Obere Flußgrenzen mit *Bayes*-Methode (HELENE 1983)

5. Signifikanztests

   - DC-Signifikanztest nach LI & MA 1983
   - Test auf Ausbrüche mit dem exp-Test
   - Test auf variablen Fluß mit dem *Kolmogorov*-Test

Diese Analyse wird im Folgenden als Standard-Analyse bezeichnet.

4.6.2 Systematische Fehler

Ein Zusammenstellung von möglichen systematischen Fehlern der Standard-Analyse ist sicher angebracht.

Als erstes ist dazu festzustellen, daß die Untergrundsbestimmung sehr gut funktioniert. In Kapitel 6 wird gezeigt, daß die Signifikanzen systematisch um ca. $0{,}02\,\sigma$ verschoben sind, was bei im Mittel 95 erwarteten Ereignissen in der Quellregion also einem systematischen Fehler von $2 \cdot 10^{-3}$ entspricht. Dies ist für alle Untersuchungen in der Suche nach selektierten Quellen vollständig vernachlässigbar.

Bei systematischen Fehlern in den Flußberechnungen sind zwei verschiedene Effekte zu unterscheiden:

Ein möglicher Fehler in der **Absolutnormierung** der Energieschwelle wirkt sich durch eine Verschiebung von integralen Flußangaben oberhalb einer gewissen Energie durch eine Verschiebung dieser Wertepaarung längs des Potenzspektrums der Untergrundstrahlung gemäß Gl. 4.9 aus. Da ohnehin keine scharfe Energieschwelle vorhanden ist und integrale Flußwerte immer unter der Voraussetzung eines Quellenenergiespektrums proportional zum Untergrundspektrum angegeben werden, ist dieser Fehler unbedeutend, falls er nicht absolut so groß ist, daß der Energiebereich, in dem gemessen wird, verlassen wird. Abschnitt 2.4.3.2 entnimmt man, daß die absolute Energieskala auf ca. 10% genau festgelegt ist.

Kritischer ist ein systematischer Fehler in der **relativen** Skala der Schwellenenergien zwischen γ-Ereignissen und den hadronischen Untergrund-Ereignissen (s. S. 112 f), weil man sich in diesem Punkt vollständig auf die M^{t}Carlo-Untersuchung verlassen muß und (selbst bei klar sichtbaren γ-Quellen) keine Möglichkeit zu einer Verifikation in den Daten hat. Ein solcher Fehler wirkt sich durch eine Skalierung des Meßwertes für den Fluß bei fester Energieschwelle aus. Die sich aus der limitierten M^{t}Carlo-Statistik ergebende Unsicherheit beträgt dabei lediglich 8% (auf der Flußskala). Eine Abschätzung von Einflüssen der Simulation der hadronischen Schauer ist extrem schwierig und mit den vorhandenen Simulationen kaum realistisch durchzuführen. Es soll hier aber noch einmal darauf hingewiesen werden, daß Abschätzungen aus Untersuchungen anderer HEGRA-Gruppen zu überraschend günstigeren Relativnormierungen führten (s. Fußnote S. 113). Zumindest in diesem Sinne sind die in dieser Arbeit gegebenen Flußobergrenzen als sehr konservativ anzusehen.

Weitere systematische Fehler auf der Flußskala ergeben sich durch die Unsicherheit in der Mißweisung δ_0: Geht man von möglichen Mißweisungswerten von 0° bis 0,3° aus, so führt das zu einem $\approx$ 15%-Fehler in der Wahl der optimalen Quellregion und zu ebenfalls 15% Unsicherheit auf der Flußskala (wobei sich dieser Wert praktisch vollständig aus dem unterschiedlichen Signal/$\sqrt{\text{Untergrund}}$-Verhältnis ergibt und nicht durch die dann suboptimale Größe der Quellregion, s. Abb. 4.1). Schließlich ergeben sich 6% systematische Unsicherheit durch den statistischen Fehler in der Schnitteffizienzenbestimmung der pearl-γ-Hadron-Separation, sowie eine mögliche Überschätzung der Flüsse von 15% durch die konservative Effizienzenkorrektur im M^{t}Carlo-Datenvergleich.

Abgesehen von der unkritischen Verschiebung von integralen Flußwerten längs dem Untergrundspektrum addieren sich die quantifizierbaren systematischen relativen Fehler auf Flußangaben in dieser Arbeit zu ±18% (ohne Berücksichtigung des Einflusses der unteren Abschätzung für die γ-Schnitteffizienz in der pearl-γ-Hadron-Separation).

Dieser systematische Fehler ist auf alle Flußangaben in dieser Arbeit, die nur die statistischen Fehler berücksichtigen, entsprechend aufzuschlagen.

4.6.3 Abschätzung der Empfindlichkeit im Vergleich mit dem HEGRA-IACT-System und dem Szintillatorfeld

Hier soll die Empfindlichkeit des AIROBICC-Detektors bezüglich γ-Quellen mit dem HEGRA-IACT-System und dem Szintillationszählerfeld verglichen werden. Dies ist besonders deswegen wichtig, um die Stärken von AIROBICC zu erkennen und sich auf diese bei der Quellensuche zu konzentrieren. Zu beachten ist dabei, daß das HEGRA-IACT-System derzeit eine Spitzenstellung unter den IACT-Experimenten hinsichtlich der Empfindlichkeit einnimmt.

Zum Vergleich mit dem HEGRA-IACT-System soll von einem Signal einer γ-Punktquelle mit einem Energiespektrum wie dem Crab-Nebel ausgegangen werden. Die folgenden Rechnungen können dabei nur eine Abschätzung sein, weil der Crab-Fluß nur bis auf etwa einen Faktor 2 bekannt ist (s. Abb. 5.4 und die Kommentare dazu).

Aus DAUM ET AL. 1997 entnimmt man, daß für das IACT-System von 5σ Signifikanz von einer Quelle mit 30% des Crabflusses bei einer Beobachtungszeit von $t_{\mathrm{CT}} = 1\,\mathrm{h}$ auszugehen ist. Legt man einen Crab-Fluß oberhalb 20 TeV von $\approx 1{,}8 \cdot 10^{-13}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ zugrunde wie vom CANGAROO-Experiment angegeben (was auf einer linearen Flußskala grob dem Mittelwert aus verschiedenen Messungen entspricht, s. Abb. 5.4), so entsprechen 0,3 Crab also $0{,}54 \cdot 10^{-13}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$.

Den Rest liefert Gl. 4.18, wenn man eine zenitnahe Position voraussetzt: Dann wird

$$N_{\mathrm{UG}} = \Delta t_{\mathrm{mess}} \cdot q_{\mathrm{aktiv}} \cdot \Omega_{\mathrm{QB}} \cdot r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0^\circ) \cdot \varepsilon_{\mathrm{had}} \tag{4.38}$$

(wobei $\Delta t_{\mathrm{mess}} = 1\,\mathrm{h}$ und $q_{\mathrm{aktiv}} \approx 0{,}75$ die Totzeitkorrektur ist).
Mit $S_{\mathrm{DC}} = N_\gamma/\sqrt{N_{\mathrm{UG}}}$ folgt

$$S_{\mathrm{DC}} = 0{,}3 \cdot \Phi_{\mathrm{Crab}}(E > 20\,\mathrm{TeV}) \cdot \left(\frac{E_{\mathrm{equ},\gamma}}{20\,\mathrm{TeV}}\right)^{\alpha_{\mathrm{UG}}+1} \cdot \frac{A_{\mathrm{geom}} \cdot R \cdot \varepsilon_\gamma \cdot \sqrt{\Delta t_{\mathrm{mess}} \cdot q_{\mathrm{aktiv}}}}{\sqrt{\Omega_{\mathrm{QB}} \cdot r_{\mathrm{UG}}(\vartheta = 0^\circ) \cdot \varepsilon_{\mathrm{had}}}} \approx 0{,}035\,\sigma \tag{4.39}$$

und damit eine etwa Q_{single} =140-fach höhere Empfindlichkeit des HEGRA-IACT-Systems auf eine einzelne „crabartige“ Quelle. Der Löwenanteil dieses gewaltigen Faktors kommt durch die wesentlich niedrigere Energieschwelle ($\approx 0{,}5\,\mathrm{TeV}$) der Čerenkov-Teleskope bei etwa gleicher empfindlicher Fläche, aber auch die bessere Richtungsauflösung und die stärkere γ-Hadron-Separation des HEGRA-IACT-Systems tragen dazu signifikant bei.

Mit dem Weitwinkel-Detektor AIROBICC mißt man allerdings viele Himmelspositionen gleichzeitig. Dabei kann man etwa das in dieser Arbeit verwendete Gesichtsfeld von $\Omega_{\mathrm{AIR}} = 0{,}84\,\mathrm{sr}$, was $\vartheta_{\mathrm{max}} = 30^\circ$ entspricht, ansetzen (und für dieses vereinfachend überall dieselbe Empfindlichkeit wie im Zenit annehmen) und muß dieses mit dem nutzbaren Gesichtsfeld des HEGRA-IACT-Systems von $\Omega_{\mathrm{CT}} = 2^\circ \times 2^\circ = 1{,}2\,\mathrm{msr}$ (DAUM ET AL. 1997) vergleichen. Da bedeutet, daß in einer großflächigen Himmelsdurchmusterung das IACT-System nur noch um einen Faktor von $Q_{\mathrm{scan}} \approx \sqrt{\Omega_{\mathrm{CT}}/\Omega_{\mathrm{AIR}}} \cdot Q_{\mathrm{single}} = 5{,}4$ empfindlicher wäre als die vorliegende AIROBICC-Analyse.

Eine solche Durchmusterung eines großen Himmelsareals nach unbekannten Punktquellen ist bislang mit IACTs nicht durchgeführt worden.[13]

Bei der Durchführung der γ-Quellensuche werden also die beiden entscheidenden Vorteile von AIROBICC gegenüber Čerenkovteleskopen zu berücksichtigen sein:

- Nach einem Jahr Datennahme hat man einen großen Teil des Gesamthimmels beobachtet. Unter Zugrundelegung der AIROBICC-Winkelauflösung und des Gesichtsfeldes entspricht dies etwa 29.000 unabhängigen Positionen am Himmel. Dadurch ist die

[13] Mit dem HEGRA-IACT-System wurden aber bereits Daten für eine Durchmusterung eines Teils der galaktischen Scheibe genommen; die Auswertung ist aber noch nicht abgeschlossen.

Möglichkeit gegeben, Quellkataloge zusammenzustellen und zu untersuchen. Auch unsichere Kandidaten mit vagen theoretischen Aussichten auf γ-Strahlung bei ca. 20 TeV können ohne Opfer untersucht werden. Ferner ist eine kandidatenunabhängige Durchmusterung des gesamten sichtbaren Himmels nach Punktquellen möglich. Damit besteht die Möglichkeit, daß eine γ-Quelle gefunden wird, die mit modernen IACTs noch nicht beobachtet wurde.

- Sporadisch aktive Quellen mit kleinen Aktivitätszeit-Intervallen sind sehr unergiebige Objekte für eine Beobachtung mit abbildenden Čerenkovteleskopen. In einer Suche mit den HEGRA-Detektorfeldern spielt jedoch praktisch nur der integrale Fluß eine Rolle. Mit den in Abschnitt 4.5 vorgestellten Verfahren wird die Empfindlichkeit von AIROBICC gerade für solche Objekte noch gesteigert; und ganz allgemein kann nach ausbruchsartigem Verhalten an verschiedenen Himmelspositionen gesucht werden. Selbst eine Himmelsdurchmusterung nach Ausbrüchen ist damit möglich. Für hinreichend starke, variable Quellen besteht somit trotz eventuell vorliegender negativer Resultate von IACT-Experimenten die Möglichkeit einer Signaldetektion.[14]

Der Vergleich der AIROBICC-Empfindlichkeit mit der des HEGRA-Szintillatorfeldes (welches nahezu rund um die Uhr Daten nimmt) lehnt sich auch wieder an Gl. 4.39 an. Aus KRAWCZYNSKI 1997 entnimmt man die entsprechenden Zahlen für das HEGRA-Szintillationszählerfeld bei einer Triggerschwelle von 14 Zählern $r_{\mathrm{UG,\,szi}}(\vartheta = 0°) = 17{,}14\ \ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{sr}^{-1}$, $E_{\mathrm{equ},\gamma,\mathrm{szi}} = 20{,}0\,\mathrm{TeV}$, und die optimale Quellbingröße ist $\Omega_{\mathrm{QB,\,szi}} = 1\ \mathrm{msr}$ $(\widehat{=}1{,}05°$ Radius).

Man erhält daraus gemäß Gl. 4.39 eine Signifikanz einer 0,3 Crab-Quelle in einer Stunde von $S_{\mathrm{DC,\,szi}} \approx 0{,}005\,\sigma$, was bedeutet , daß AIROBICC etwa um einen Faktor von 7,1 empfindlicher ist als das Szintillationszählerfeld. Gerechterweise muß man diesen Wert aber noch mit den möglichen Beobachtungszeiten skalieren. Geht man von realistischen *duty cycles* von 90 % für das Szintillationszählerfeld und von 10 % für AIROBICC aus, so vermindert sich oben genannter Faktor um einen Faktor 3 auf

$$Q_{\mathrm{AIR\text{-}Szi}} \approx 2{,}4 \tag{4.40}$$

Hinzuweisen ist darauf, daß diese Abschätzung für Punktquellen gewonnen wurde. Für ausgedehnte Objekte, deren Abmessungen etwa so groß wie die Szintillator-Quellregion für Punktquellen oder größer sind, muß die Größe der Quellregion entsprechend der wirklichen Ausdehnung des Objektes bestimmt werden und läuft sowohl bei der Szintillationszähler- als auch bei der AIROBICC-Analyse auf dieselbe Region hinaus. Die bessere Winkelauflösung von AIROBICC ist in solchen Fällen kein Vorteil mehr, und man erhält

$$Q'_{\mathrm{AIR\text{-}Szi}} \approx 0{,}9 \tag{4.41}$$

Szinillationszählerfeld und AIROBICC sind in solchen Fällen also etwa gleich empfindlich.

Die Suche nach ausgedehnten Objekten mit den Szintillator-Daten ist in SCHMELE 1998 durchgeführt worden. Eine Beschränkung auf Punktquellen in dieser Arbeit ist daher sinnvoll.

[14] Auch nachträgliche Suchen, etwa nach koinzidenten Ereignissen nach Messungen von anderen Experimenten sind möglich (s. z. B. die zeitliche Nähe verschiedener möglicher Signale im Falle von Cyg X-3 in MERCK 1993). Für die Suche nach TeV-Gegenstücken von γ-Ray-Bursts nach entsprechenden Meldungen von Satellitenexperimenten ist dies systematisch betrieben worden, s. KRAWCZYNSKI 1997, ALBERS 1998.

Kapitel 5

Die Suche nach ausgewählten γ-Punktquellen

5.1 Allgemeines

Im folgenden wird die Suche nach 61 verschiedenen potentiellen γ-Quellen vorgestellt. Dabei sind alle Positionen nach der im letzten Kapitel (Abschnitt 4.6.1) beschriebenen Prozedur behandelt worden.
Das Kapitel gliedert sich in die Suche nach 3 verschiedenen Objektklassen: Galaktische Supernova-Überreste, sonstige galaktische Objekte und nahe AGNs vom Blazar-Typ. Abschließend werden die erzielten Ergebnisse dann noch in einer Gesamtsicht beurteilt.

5.2 Supernova-Überreste

5.2.1 Die selektierten Objekte

Aus in Kapitel 1 beschriebenen Gründen stellen Supernova-Überreste eine vielversprechende und vom theoretischen Blickpunkt aus interessante Kandidatengruppe dar. Allgemein als vollständigste Liste der bekannten Supernova-Überreste wird der Katalog GREEN 1996 angesehen, der auf Radiobeobachtungen beruht und 215 Objekte beinhaltet (die überwiegend zum „Schalen"-Typ gehören). Für die Zusammenstellung der hier untersuchten Objekte wurden neben dem Schnitt in der Deklination ($-1{,}2^\circ < \delta < 58{,}8^\circ$) auch gefordert, daß der scheinbare Durchmesser kleiner gleich 20 Bogenminuten sein soll, damit sie als Punktquellen behandelt werden können. Man darf hoffen, daß durch diese Selektion überwiegend junge und daher theoretisch günstige Kandidaten bevorzugt werden. Leider begünstigt diese Selektion auch potentiell weiter entfernte Supernova-Überreste. Wie aber in Abschnitt 4.6.3 erwähnt, verschwindet der Vorteil hinsichtlich der Empfindlichkeit von AIROBICC im Vergleich zum Szintillatorfeld für Objekte mit größerer Ausdehnung schnell. Eine Untersuchung sämtlicher sichtbaren Supernova-Überreste mit dem Szintillatorfeld findet man in SCHMELE 1998. Die selektierten Objekte sind in die Himmelskarte in Abb. 5.1 (zusammen mit allen übrigen Supernova-Überresten aus GREEN 1996) und in Tabelle 5.1 zusammengestellt.

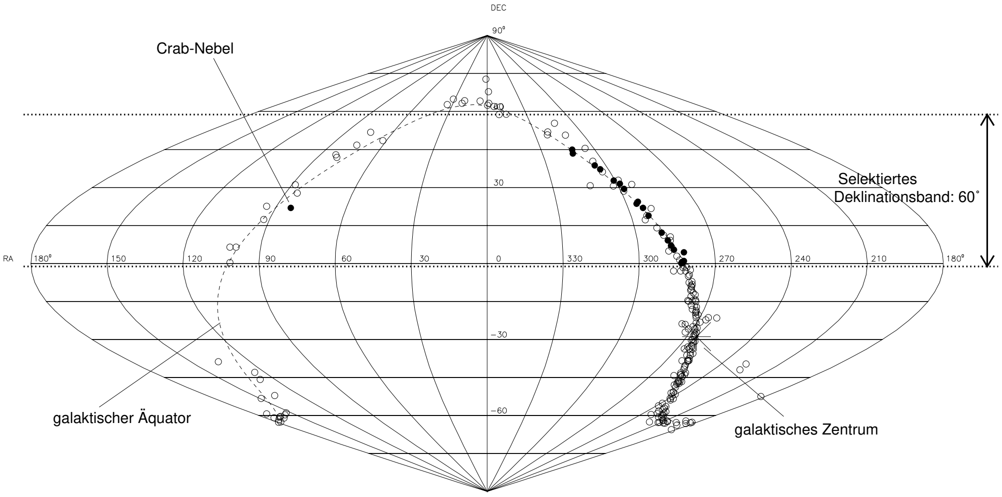


Abbildung 5.1: Die Positionen der 215 Supernova-Überresten aus dem VI. *Green*-Radiokatalog (GREEN 1996). Die 20 selektierten Objekte sind durch die vollen Symbole gekennzeichnet.

Nr.	Objekt	alias	Distanz [kpc]	Größe [′]	Typ	Rektaszension α[°] (J2000.0)	Deklination δ[°] (J2000.0)
1	G31.9+0.0	3C391	8,5	7	Schale	282,344	1,041
2	G32.8-0.1	Kes 78	?	17	Schale?	282,848	0,260
3	G33.2-0.6		?	18	Schale	283,440	0,147
4	G33.6+0.1	Kes 79	10,0	10	Schale	283,200	0,679
5	G36.6+2.6		?	17	Schale	282,203	4,441
6	G39.2-0.3	3C396	7,7	8	Schale	286,032	5,459
7	G41.1-0.3	3C397	7,5	5	Schale	286,891	7,129
8	G43.3-0.2	W49B	10,0	4	Schale	287,782	9,100
9	G46.8-0.3	(HC30)	7,8	17	Schale	289,542	12,158
10	G54.1+0.3		?	2	Plerion?	292,669	18,873
11	G57.2+0.8	(4C21.53)	?	12	Schale?	293,746	21,944
12	G59.5+0.1		?	5	Schale	295,635	23,586
13	G59.8+1.2		?	20	?	294,735	24,315
14	G65.7+1.2	DA 495	?	18	?	298,044	29,430
15	G67.7+1.8		?	9	Schale	298,633	31,482
16	G69.7+1.0		?	16	Schale	300,674	32,724
17	G74.9+1.2	CTB 87	12,0	8	Plerion	304,007	37,205
18	G76.9+1.0		?	12	?	305,584	38,711
19	G84.9+0.5		?	6	Schale	312,624	44,888
20	G184.6-5.8	Crab-Nebel	2,0	7	Plerion	83,627	22,016

Tabelle 5.1: Die 20 selektierten Supernova-Überreste aus dem Katalog GREEN 1996. Die Angaben über Abstand (circa-Werte), Größe und Typ wurden ebenfalls dem Katalog entnommen.

5.2.2 Ergebnisse

Entsprechend Kap. 4.6.1 sind alle 20 selektierten Supernova-Überreste der Standardanalyse unterzogen worden (wobei man aus der Theorie keine Flußvariabilitäten oder Ausbrüche von Supernova-Überresten erwartet; die Ergebnisse der entsprechenden Tests sind hier nur der Vollständigkeit halber aufgenommen). Dabei wurden keine auffälligen Objekte gefunden. Sämtliche Ergebnisse für die Einzelobjekte sind in Tab. 5.2 zusammengefaßt.

Nr.	Objekt	N_{QB}	$\hat{N}_{QB}$ $(=\alpha\cdot N_{BG})$	N_{OG}	S_{DC} [σ]	$S_{burst, exp}$ [σ]	$S_{var, kol}$ [σ]	$E_{thr,\gamma}$ [TeV]	Φ_{OG} $[10^{-13}\,cm^{-2}s^{-1}]$
1	G31.9+0.0	29 (445)	39,1 (423,3)	4,9	**−1,65** (1,03)	0,23	−0,89	25,4	1,2
2	G32.8-0.1	38 (357)	31,3 (327,2)	15,3	**1,14** (1,59)	−0,12	0,30	26,1	4,5
3	G33.2-0.6	32 (335)	29,6 (314,3)	11,0	**0,42** (1,14)	−0,11	0,75	26,2	3,4
4	G33.6+0.1	49 (413)	35,4 (381,1)	22,8	**2,12** (1,58)	−2,16	−0,74	26,0	5,9
5	G36.6+2.6	71 (790)	69,6 (764,1)	15,0	**0,17** (0,92)	1,15	−0,46	23,1	2,4
6	G39.2-0.3	104 (878)	80,0 (883,6)	37,3	**2,51** (−0,18)	−1,12	1,07	22,6	5,4
7	G41.1-0.3	110 (1095)	91,0 (1025,3)	32,9	**1,89** (2,12)	−0,38	1,94	21,7	4,5
8	G43.3-0.2	92 (1210)	101,2 (1206,5)	11,5	**−0,90** (0,10)	0,00	0,00	20,9	1,5
9	G46.8-0.3	96 (1422)	116,3 (1431,7)	8,3	**−1,90** (−0,24)	0,54	−1,45	20,1	1,0
10	G54.1+0.3	125 (1776)	135,2 (1790,4)	13,5	**−0,86** (−0,32)	0,93	−0,24	19,4	1,5
11	G57.2+0.8	131 (1872)	137,2 (1867,0)	15,8	**−0,52** (0,11)	2,10	1,44	19,4	1,7
12	G59.5+0.1	147 (1869)	140,3 (1918,3)	24,8	**0,55** (−1,10)	1,50	−0,84	19,5	2,6
13	G59.8+1.2	125 (1895)	144,3 (1929,1)	10,5	**−1,61** (−0,76)	0,42	−0,04	19,5	1,1
14	G65.7+1.2	119 (1835)	140,2 (1965,0)	9,6	**−1,80** (−2,91)	−0,49	0,45	19,7	1,0
15	G67.7+1.8	134 (2039)	142,3 (1950,8)	15,0	**−0,68** (1,95)	0,59	−1,22	19,8	1,5
16	G69.7+1.0	126 (1995)	142,1 (1961,9)	11,5	**−1,34** (0,73)	−0,36	−0,46	20,0	1,2
17	G74.9+1.2	135 (1923)	143,8 (1894,5)	14,9	**−0,72** (0,64)	−0,81	−0,87	20,4	1,4
18	G76.9+1.0	138 (1892)	142,4 (1858,8)	17,2	**−0,35** (0,75)	−0,49	0,27	20,4	1,7
19	G84.9+0.5	144 (1616)	128,5 (1583,2)	31,9	**1,32** (0,81)	−0,40	0,41	21,3	3,2
20	G184.6-5.8	88 (1095)	101,1 (1070,5)	9,7	**−1,30** (0,73)	0,87	−1,20	19,5	1,4

Tabelle 5.2: Die Einzelergebnisse der Standardanalyse bei der Suche nach Supernova-Überresten. Dabei bedeuten N_{QB} die Anzahl der Ereignisse im Quellbin der Größe $0{,}41°$, $\hat{N}_{QB}$ deren Erwartungswert, N_{OG} die obere Grenze an γ-Ereignissen im Quellbin nach Gl. 4.22 (zu einem Vertrauensintervall von 90 %), S_{DC} die Signifikanz des integralen Flußüberschusses, $S_{burst, exp}$ bzw. $S_{var, kol}$ die Signifikanzen aus exp- bzw. *Kolmogorov*-Test, $E_{thr,\gamma}$ die Energieschwelle für γ-Strahlung nach Gl. 4.16, und Φ_{OG} die obere Grenze (90 % Vertrauensintervall) an den γ-Fluß. Die Zahlen in Klammern sind die ohne pearl-Schnitt gewonnenen Resultate.

Auch bei der Betrachtung des Spektrums der Signifikanzen der selektierten Supernova-Überreste ergibt sich kein auffälliges Resultat: Der Mittelwert der Verteilung von $\mu = -0{,}18$ ist mit einer Standardnormalverteilung auf dem 1-σ-Niveau verträglich (Abb. 5.2). Etwas auffälliger ist die Verbreiterung der Verteilung auf 1,34, was eine Abweichung mit einer Signifikanz von 2,15 σ von der Erwartung bedeutet. Der als entscheidender Test auf mögliche enthaltene Quellen angewandte *Fisher*-Test ergibt für alle selektierten Supernova-Überreste eine Signifikanz von 0,58 σ. Die Verbreiterung des Signifikanzspektrums muß daher als eine Fluktuation angesehen werden.

Ein 3,4σ-Effekt, wie er vom Tibet ASγ-Experiment bei 58 Supernova-Überresten als Signifikanz der Verschiebung des Mittelwertes gefunden wurde (Amenomori et al. 1997b, Ding et al. 1997), kann bei ähnlicher Empfindlichkeit nicht bestätigt werden: Der mittlere Fluß

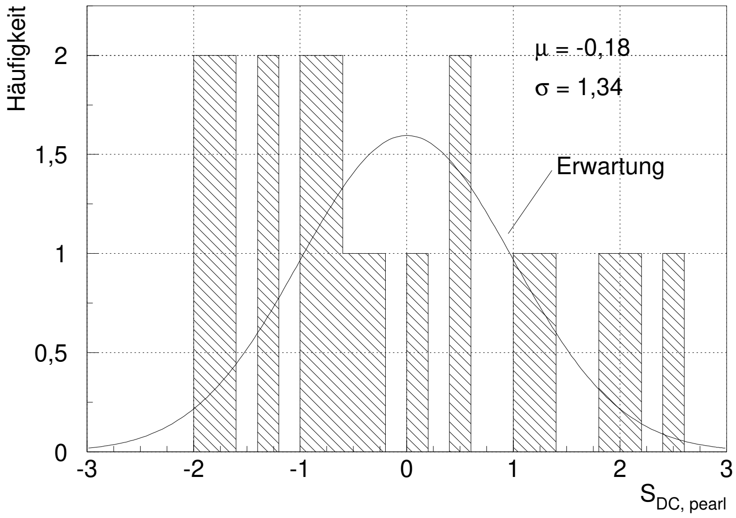


Abbildung 5.2: Die Verteilung der Signifikanzen $S_{\text{DC, pearl}}$ für die 20 selektierten Supernova-Überreste. Die durchgezogene Kurve ist die unter der Nullhypothese erwartete Standardnormalverteilung.

von $1{,}8 \cdot 10^{-13}\,\text{cm}^{-2}\,\text{s}^{-1}$ für Energien größer 10 TeV, wie in AMENOMORI ET AL. 1997B angegeben, würde bei einem angenommenen Spektralindex von $\alpha = 2{,}4$ zu einem Erwartungswert für die mittlere Signifikanz von $\approx 0{,}5\,\sigma$ führen. Der gemessene Mittelwert von $-0{,}18\,\sigma$ schließt dies zu einem Vertrauensintervall von 99,88% aus.

5.2.3 Die Ergebnisse vom Crab-Nebel im Detail

Wegen seiner Wichtigkeit als „Standardkerze" im TeV-Bereich sollen hier die Ergebnisse für den Crab-Nebel (Nr. 20, G184.6-5.8) ausführlicher dargestellt werden. Abb. 5.3 zeigt die Verteilung der rekonstruierten Ereignisrichtungen gegen den Abstand zur Quelle vor und nach Anwendung der pearl-γ-Hadron-Separation als Histogramme: Es zeigt sich kein Hinweis auf einen Ereignisüberschuß im Quellbin.

Abb. 5.4 zeigt, wie sich die errechneten oberen Flußgrenzen mit den gemessenen Flüssen resp. Obergrenzen anderer Experimente im Energiebereich zwischen 0,4 TeV und 100 TeV vergleichen. Bemerkenswert ist insbesondere, daß auch 10 Jahre nach der ersten hochsignifikanten Messung des Flusses noch Unsicherheiten auf der Flußskala von ungefähr einem Faktor zwei bestehen, was zeigt, wie schwierig die Absolutnormierung, insbesondere bei IACTs, ist. Man erkennt, daß die hier gewonnenen oberen Grenzwerte im Bereich der gemessenen Flüsse liegen.

Quantitativ ergibt sich, daß ein nomineller Fluß wie der vom CANGAROO-Experiment Angegebene für den hier analysierten Datensatz zu einem Erwartungswert von $1{,}25\,\sigma$ (nach γ-Hadron-Trennung) führen würde, ein Fluß wie aus den HEGRA CT-System-Daten extrapoliert (das in Abb. 5.4 gezeigte Potenzspektrum ist aus einer Anpassung zwischen 1 TeV und 15 TeV gewonnen) ließe eine Signifikanz von $0{,}95\,\sigma$ erwarten, die Whipple-Extrapolation würde zu einer Signifikanzerwartung von $2{,}0\,\sigma$ führen, im Gegensatz zu dem tatsächlich gemessenen Defizit von $-1{,}3\,\sigma$. Ohne im krassen Widerspruch zu den „hohen" Flußnormierungen zu stehen, wird durch dieses Ergebnis eine niedrige Flußnormierung favorisiert.

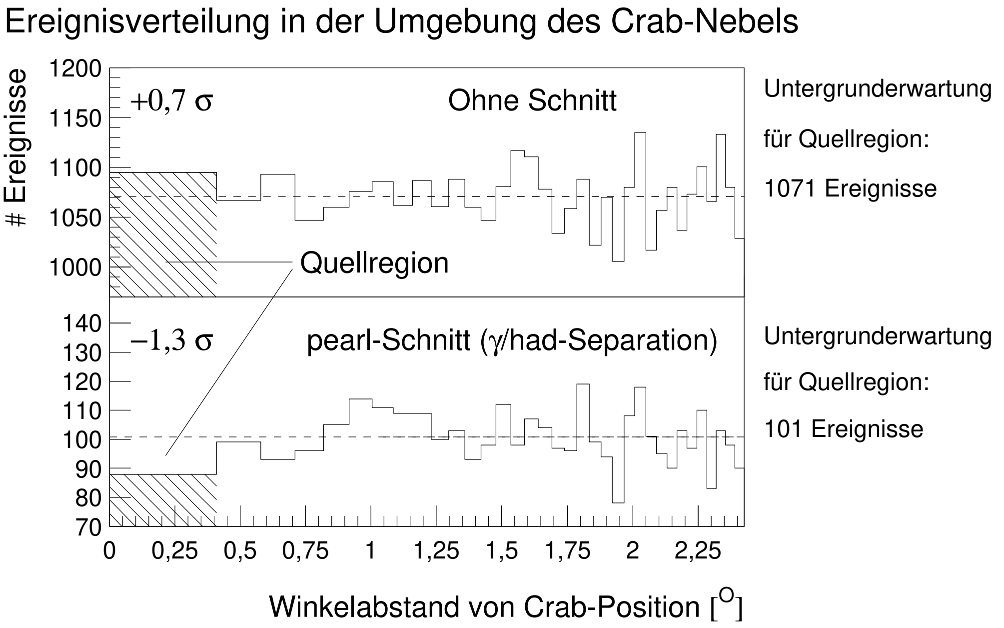


Abbildung 5.3: Die Winkelabstände der Ereignisse von der Position des Crabnebels vor (oben) und nach (unten) dem pearl-Schnitt. Die verwendeten Bins entsprechen alle demselben Raumwinkel wie die Quellregion.

Im Vergleich zu den eingetragenen Resultaten anderer „Weitwinkel"-Experimente stellt man fest, daß die hier erzielten Flußobergrenzen (neben denen von Tibet ASγ) die derzeit besten sind. Eine Anmerkung zu dem mit AIROBICC erhaltenen positivem Flußergebnis bei 55 TeV ist noch zu machen: Es wurde mit Daten aus der ersten mit AIROBICC erfaßten Sichtbarkeitsperiode (1992/93) nach einer Reanalyse durch die Madrider HEGRA-Gruppe erhalten und wies eine Signifikanz von $3{,}6\,\sigma$ (bei insgesamt 16 untersuchten Objekten) auf. Zur Anwendung kam dabei eine γ-Hadron-Trennung nach dem LEAST-Prinzip (s. S. 69). Ein derartiger Effekt ließ sich jedoch in den späteren Datensätzen trotz größerer Empfindlichkeit nicht mehr erkennen.

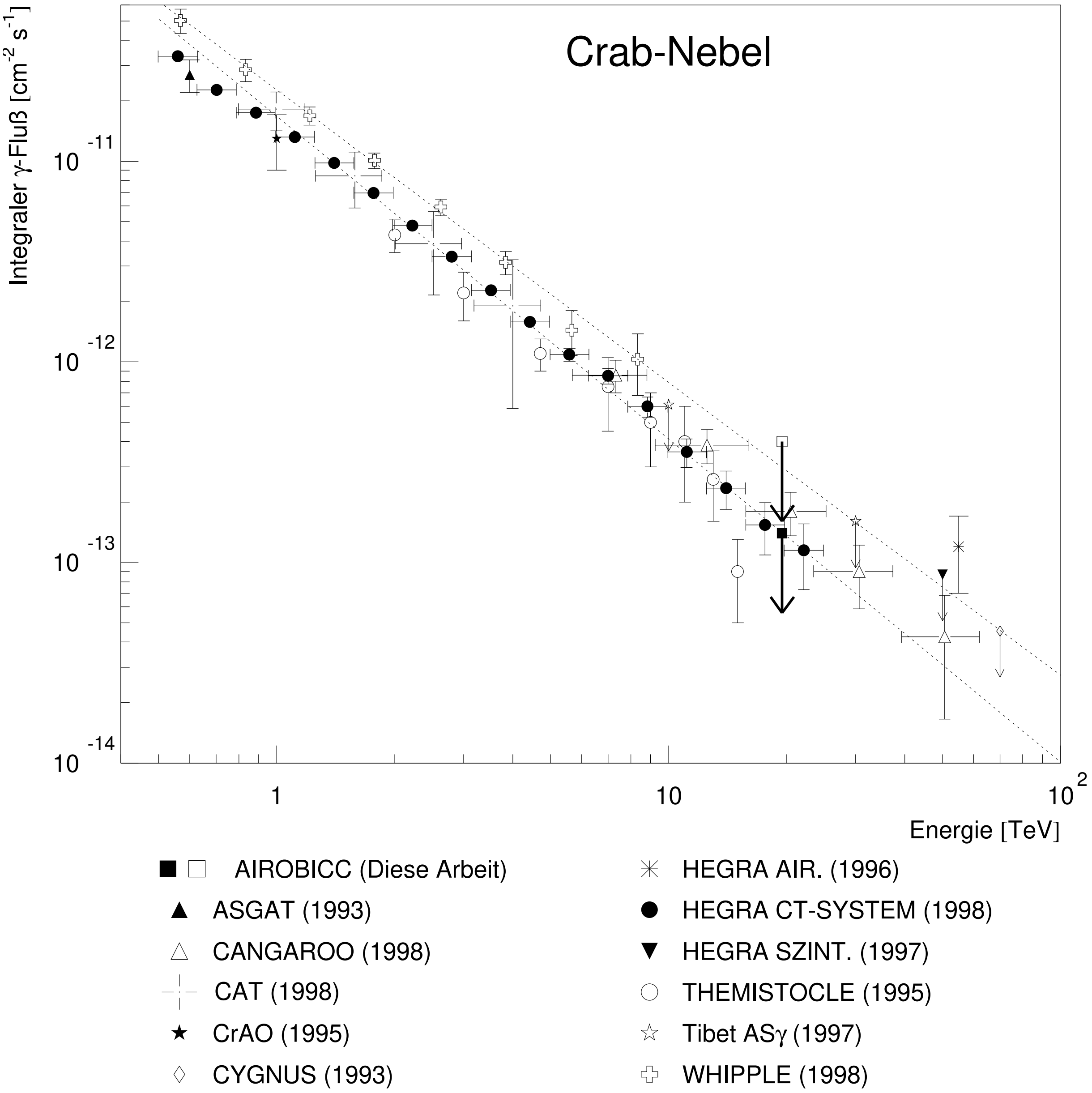


Abbildung 5.4: Die ermittelten Flußobergrenzen (Vertrauensintervall 90%) für den Crab-Nebel im Vergleich mit den jeweils aktuellsten veröffentlichten Werten anderer Experimente. Die gestrichelten Linien stellen die Anpassungen von Potenzspektren und deren Extrapolationen an die Whipple– resp. HEGRA CT-System–Werte dar. Das offene Quadrat zeigt die Grenze, die sich ohne γ-Hadron-Trennung ergäbe, das gefüllte Quadrat gehört zu der Standardanalyse mit pearl-γ-Hadron-Trennung. (Referenzen: ASGAT: Goret et al. 1993, CANGAROO*:Tanimori et al. 1998a, CAT*: Barrau 1998, CrAO: Stepanian 1995, CYGNUS: Alexandreas et al. 1993, HEGRA AIR.: Hillas 1996b, HEGRA CT-SYSTEM*: Konopelko et al. 1998, HEGRA SZINT.: Willmer 1997, THEMISTOCLE: Themistocle Coll. 1995, Tibet ASγ: Amenomori et al. 1997 , Whipple*: Hillas et al. 1998. In den mit * gekennzeichneten Referenzen sind differentielle Flußspektren angegeben, die unter der Annahme eines Potenzspektrums jenseits des jeweils höchsten gegebenen Energiewertes, entsprechend den jeweils angegebenen Potenzspektren, integriert wurden. Aus der Whipple-Referenz wurden beide mit „Methode 1“ ausgewerteten Datensätze zusammengefaßt, s. auch Carter-Lewis et al. 1997.)

5.3 Sonstige galaktische Objekte

5.3.1 Auswahl der Objekte

Neben den Supernova-Überresten sollen 10 weitere galaktische γ-Quellkandidaten untersucht werden, darunter 7 akkretierende Binärsysteme (Röntgenbinärsysteme und kataklysmische Veränderliche) als „klassische“ Objekte, von denen für die meisten schon mögliche Hinweise auf sporadische γ-Strahlung existieren. Drei weitere Objekte werden dieser Auswahl hinzugefügt:

- Der Geminga-Pulsar, der von EGRET als γ-Quelle bis 10 GeV nachgewiesen wurde (RAMANAMURTHY ET AL. 1995, in Abb. 1.3 links oben vom Crab-Nebel)
- Die als Mikro-Quasar bezeichnete Quelle GRS 1915+105 (s. Abschnitt 1.3.2.2)
- Der offene Sternhaufen Berk 87, der möglicherweise die EGRET-Quelle 2EG J2019+3719 darstellt (s. Abschnitt 1.3.2.2).

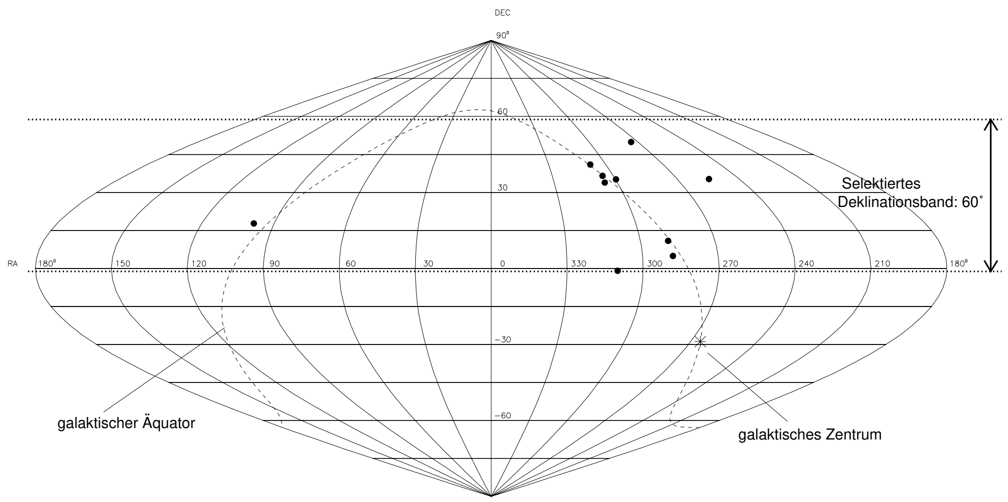


Abbildung 5.5: Die Positionen der 10 sonstigen galaktischen Objekte.

Die 10 Objekte sind in Abb. 5.5 eingezeichnet und in Tabelle 5.3 aufgeführt.

Nr.	Objekt	Art	Rektaszension $\alpha[^\circ]$ (J2000.0)	Deklination $\delta[^\circ]$ (J2000.0)
1	GRS1915+105	Mikro-Quasar	288,794	10,945
2	Cyg X-3	Röntgenbinär-System	308,107	40,957
3	Geminga	Pulsar	98,474	17,770
4	AE Aqr	kataklysm. Veränderlicher	310,037	−0,871
5	Berk 87	offener Sternhaufen (2EG J2019+3719 ?)	305,425	37,370
6	SS433	Binärsystem mit schw. Loch?	287,956	4,983
7	Cyg X-1	Röntgenbinär-System	299,590	35,201
8	Her X-1	Röntgenbinär-System	254,457	35,342
9	AM Her	kataklysm. Veränderlicher	274,056	49,867
10	V404 Cyg	Röntgenbinär-System	306,012	33,866

Tabelle 5.3: Die 10 weiteren untersuchten galaktischen Objekte.

5.3.2 Ergebnisse

Alle 10 ausgewählten Objekte sind wieder mit der Standardanalyse nach Abschnitt 4.6.1 behandelt worden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.4 zusammengefaßt, wobei jetzt ein besonderes Augenmerk auf die Tests auf variable Flüsse angebracht ist. Beim Blick auf Tabelle 5.4 fällt Her X-1 mit einer DC-Signifikanz von $3{,}33\,\sigma$ ins Auge. Dieses Objekt wird in den nächsten beiden Abschnitten näher betrachtet. Von dieser Ausnahme abgesehen weist Tabelle 5.4 keine Auffälligkeiten auf.

Nr.	Objekt	N_{QB}	$\hat{N}_{QB}$ $(=\alpha\cdot N_{BG})$	N_{OG}	S_{DC} $[\sigma]$	$S_{burst,\,exp}$ $[\sigma]$	$S_{var,\,kol}$ $[\sigma]$	$E_{thr,\,\gamma}$ [TeV]	Φ_{OG} $[10^{-13}\,cm^{-2}s^{-1}]$
1	GRS1915	100 (1325)	106,1 (1318,1)	13,5	**−0,57** (0,19)	−2,19	1,92	20,3	1,8
2	Cyg X-3	125 (1806)	133,3 (1739,4)	14,3	**−0,71** (1,56)	1,43	0,75	20,6	1,5
3	Geminga	114 (1128)	101,1 (1092,0)	27,6	**1,24** (1,06)	−0,25	0,07	19,4	4,1
4	AE Aqr	24 (151)	16,0 (150,2)	14,5	**1,83** (0,07)	−1,24	−0,16	27,0	7,8
5	Berk 87	162 (2017)	142,2 (1885,2)	36,8	**1,60** (2,95)	−0,77	−1,93	20,4	3,6
6	SS433	81 (852)	79,6 (832,9)	16,0	**0,16** (0,65)	1,66	−0,25	22,8	2,3
7	Cyg X-1	137 (1907)	138,5 (1914,0)	18,7	**−0,11** (−0,15)	−0,17	−0,36	20,1	1,9
8	Her X-1	156 (1624)	117,4 (1602,5)	54,9	**3,33** (0,53)	1,35	1,13	20,3	6,5
9	AM Her	98 (1149)	89,9 (1127,8)	22,3	**0,82** (0,62)	1,33	1,10	22,8	2,8
10	V404 Cyg	137 (1989)	140,2 (1966,7)	17,8	**−0,25** (0,49)	−2,00	0,21	20,1	1,8

Tabelle 5.4: Die Resultate der Standardanalyse bei der Suche nach weiteren galaktischen Objekten. Dabei bedeuten N_{QB} die Anzahl der Ereignisse im Quellbin der Größe $0{,}41^\circ$, $\hat{N}_{QB}$ deren Erwartungswert, N_{OG} die obere Grenze an γ-Ereignissen im Quellbin nach Gl. 4.22 (zu einem Vertrauensintervall von 90 %), S_{DC} die Signifikanz des integralen Flußüberschusses, $S_{burst,\,exp}$ bzw. $S_{var,\,kol}$ die Signifikanzen aus exp- bzw. *Kolmogorov*-Test, $E_{thr,\,\gamma}$ die Energieschwelle für γ-Strahlung nach Gl. 4.16, und Φ_{OG} die obere Grenze (90 % Vertrauensintervall) an den γ-Fluß. Die Zahlen in Klammern sind die ohne pearl-Schnitt gewonnenen Resultate.

Zur Demonstration der enorm gesteigerten Empfindlichkeit von AIROBICC im Vergleich zu den Ende der siebziger Jahre betriebenen Luftschauer-Experimenten soll das in SAMORSKI & STAMM 1983 (Kiel-Experiment, s. auch Abschnitt 1.3.2.1) erhaltene mittlere integrale γ-Flußspektrum von Cyg X-3

$$\Phi_{\mathrm{S\&S}}(E > E_0) = (6{,}4 \pm 3{,}6) \times 10^{-7}(E_0/[\mathrm{GeV}])^{1{,}108 \pm 0{,}021}\ \mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1} \qquad (5.1)$$

mit dem hier erhaltenen Ergebnis verglichen werden. Man errechnet daraus für die bei

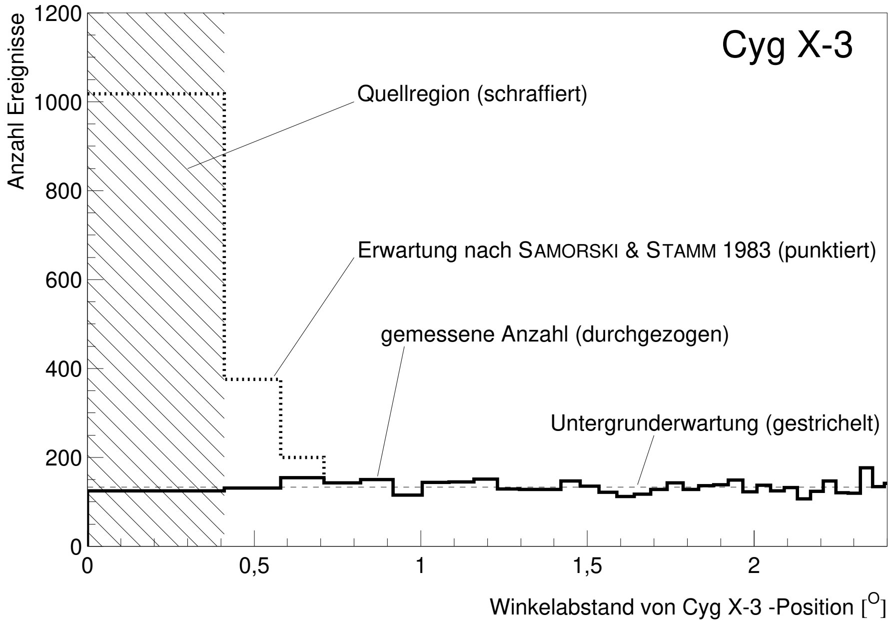


Abbildung 5.6: Die Winkelabstände der Ereignisse von der Cyg X-3–Position nach dem pearl-Schnitt. Die verwendeten Bins entsprechen alle demselben Raumwinkel wie die Quellregion. Eingezeichnet ist ebenfalls die Erwartung von Ereignisanzahlen bei einem durchschnittlichen Fluß nach Gl. 5.1.

Cyg X-3 vorliegende Energieschwelle von 20,6 TeV einen integralen Fluß von $\Phi_{\mathrm{S\&S}}(E > 20{,}6\,\mathrm{TeV}) \approx 1{,}1 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$, was rund einen Faktor 75 über dem ermittelten Flußlimit von $1{,}5 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ liegt. Bei einem Spektrum nach Gl. 5.1 hätte man in der Quellregion einen Überschuß von 885 Ereignissen über dem Untergrund von 133,3 Ereignissen erwartet, was einer Signifikanz von 47σ entspräche. In Abb. 5.6 ist dies anhand der Verteilung von Ereignissen in der Umgebung von Cyg X-3 graphisch dargestellt. Die individuelle Signifikanz des Cyg X-3–Überschusses im Kiel-Experiment betrug nach 5 Jahren Meßzeit dagegen $3{,}76\sigma$.

Für den offenen Sternhaufen Berk 87, aus dessen Richtung ein leichter Ereignisüberschuß vorliegt, sind in GIOVANNELLI ET AL. 1996 explizite Flußvorhersagen gemacht worden, mit denen das Ergebnis dieser Analyse verglichen werden soll. Abb. 5.7 zeigt die Vorhersage unter verschiedenen Annahmen über das spektrale Abbruchsverhalten, zusammen mit dem hier erzielten Flußlimit. Man erkennt, daß hohe Abbruchenergien für dieses Objekt ausgeschlossen werden können. Definitive Klarheit, ob das in GIOVANNELLI ET AL. 1996 gegebene Modell gilt, werden aber erst IACT-Beobachtungen dieses Objektes bringen. Angemerkt werden soll noch, daß auch in unmittelbarer Nachbarschaft ($\pm 1°$) von Berk 87 keine Flußüberschüsse gefunden wurden, die nennenswert größer sind als diejenigen, die auf der Nominalposition gefunden wurden (sowohl mit als auch ohne pearl-Schnitt).

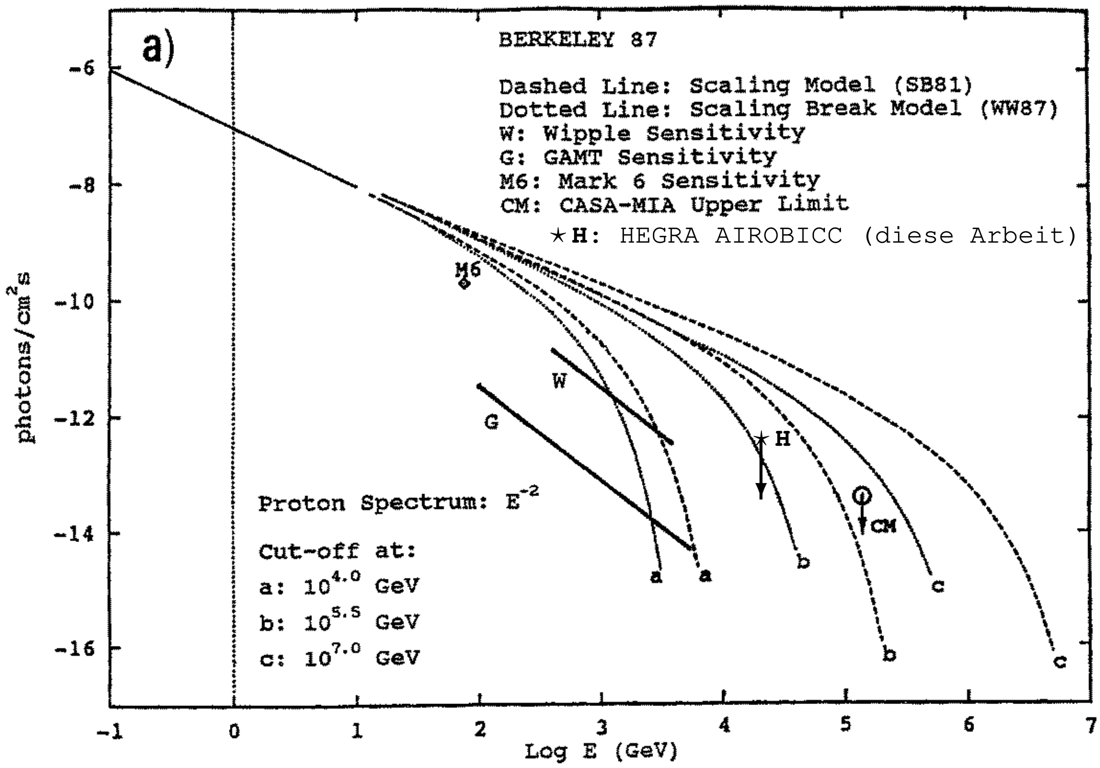


Abbildung 5.7: Berkeley 87: Flußvorhersage (aus GIOVANNELLI ET AL. 1996) und die in dieser Arbeit erhaltene obere Flußgrenze (90% Vertrauensniveau).

5.3.3 Ein Blick auf Her X-1

Das Röntgenbinärsystem Her X-1 hat von den 10 selektierten „sonstigen" galaktischen Quellen die mit Abstand höchste DC-Signifikanz nach dem pearl-Schnitt. Die positiven Signifikanzen der beiden Tests auf variable Flüsse legen es nahe, die zeitliche Entwicklung des Überschusses einmal genauer zu betrachten. Dazu sind in Abb. 5.8 die integrierte Anzahl von Überschußereig-

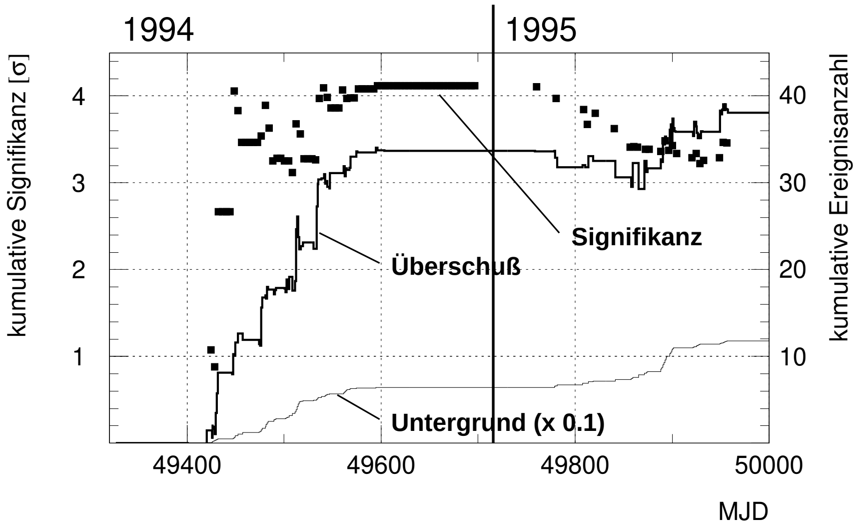


Abbildung 5.8: Die kumulierte Anzahl von Ereignissen aus der Her X-1–Quellregion nach dem pearl-Schnitt und die sich daraus ergebende Entwicklung der Signifikanz gegen MJD.

nissen in der Quellregion, die integrierte Anzahl von Untergrundereignissen und die kumulierte Signifikanz gegen die Zeit aufgetragen. Man erkennt, daß sich die Überschußereignisse nahezu vollständig in der Sichbarkeitsperiode 1994 angesammelt haben, an deren Ende sich dadurch eine (nominelle) Signifikanz von $4{,}2\,\sigma$ ergibt.[1] Danach „zerfällt" die Signifikanz annähernd monoton zu dem am Ende der Sichtbarkeitsperiode 1995 vorliegenden Wert von $3{,}33\,\sigma$.

Der dem Überschuß entsprechende γ-Fluß einer Punktquelle errechnet sich bei der Energieschwelle von 20,3 TeV nach Gl. 4.18 zu $(4{,}6 \pm 1{,}3) \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$.

Die ebenfalls leicht erhöhte Signifikanz $S_{\mathrm{burst,\,exp}}$ aus dem exp-Test gibt vielleicht einen kleinen Hinweis auf schwache Ausbrüche des Objektes. Im folgenden Abschnitt wird in einer Phasenanalyse getestet, ob signifikantere Hinweise auf ein echtes Signal vorliegen.

5.3.4 Phasenanalyse für die Daten von Her X-1

Der auffällige Ereignisüberschuß aus der Richtung von Her X-1 läßt angesichts der möglichen früheren Nachweise dieser Quelle den Wunsch nach einer Periodizitätsanalyse aufkommen; so wird in BHAT 1997 in Bezug auf die Konferenzveröffentlichung des Ergebnisses (PRAHL ET AL. 1997) eine solche direkt verlangt.

Im folgenden werden zwei Untersuchungen vorgestellt, die sich ausschließlich mit den Daten der Sichtbarkeitsperiode 1994 beschäftigen. Zum einen rekrutiert sich der Ereignisüberschuß hauptsächlich aus diesem Zeitraum, zum anderen sind 1995 nur sporadische und unzuverlässige GPS-Informationen über die präzise Uhrzeit vorhanden, was eine vertrauenswürdige Suche nach der Pulsarfrequenz unmöglich macht. Der erste Test ist eine Periodizitätsanalyse hinsichtlich der Pulsarfrequenz und eines umliegenden Frequenzbandes, der zweite Test bezieht sich auf die Umlauffrequenz des Binärsystems. Zunächst müssen dafür aber die Ereigniszeiten entsprechend aufbereitet werden, was im folgenden Abschnitt vorgestellt wird.

5.3.4.1 Baryzentrische Korrektur der Ankunftszeiten

Das mit dem HEGRA-Experiment ortsfest verbundene Koordinatensystem bildet schon durch die Erddrehung ein beschleunigtes Bezugssystem, ferner führt auch die Erde eine beschleunigte Bewegung um die Sonne aus. Periodische Photonensignale, die sich, aus einer bestimmten Richtung kommend, mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegen, sind in einem solchen Bezugssystem nicht mehr periodisch, vielmehr wird dafür ein Inertialsystem benötigt. Dies wird durch die sogenannte *baryzentrische Korrektur* bewirkt. Dazu wird aus gegebener Ankunftszeit eines Ereignisses im HEGRA-Experiment diejenige Zeit berechnet, zu der eine ebene Wellenfront aus der Richtung des untersuchten Objektes mit eben dieser Ankuftszeit den Schwerpunkt des Sonnensystems erreichen würde. Damit ist immer noch kein lupenreines Inertialsystem geschaffen, die Beschleunigung des Sonnensystems durch den Umlauf um das galaktische Zentrum sind aber um einige Größenordnungen kleiner.

[1] Diese nominelle Signifikanz macht keine direkte Aussage über irgendwelche Zufallswahrscheinlichkeiten. Die Zufallswahrscheinlichkeit für solche oder ähnliche „Auffälligkeiten" wird durch den vom DC-Überschuß unabhängigen *Kolmogorov*-Test zu 13% bestimmt.

Um diese Umrechnung durchzuführen, wurden die entsprechenden Routinen von *M. Merck* benutzt (MERCK 1993). Diese wurden auf Plausibilität hin überprüft[2] und die Liste der Schaltsekunden mit denen seit 1992 Eingeführten aktualisiert (IERS 1999). Nach der Implementierung der Routinen wurde darauf geachtet, daß sich die von MERCK 1993 durchgeführten Tests reproduzieren ließen. Die so aktualisierten Routinen wurden ebenfalls in einer Periodizitätsanalyse der mit dem HEGRA-IACT-System aufgezeichneten Crab-Nebel-Daten verwendet und in diesem Zusammenhang ausgiebig getestet (AHARONIAN ET AL. 1999B). Zur Ermittlung der Standardzeit UTC (**U**niversal **T**ime **C**oordinated), die für die Berechnung der SSB-Zeiten (**S**olar **S**ystem **B**arycentric) benötigt wird, müssen die zur Verfügung stehenden Zeiten der Rubidiumuhr auf UTC korrigiert werden.

Die dazu benötigten Zeitdifferenzen zwischen der Rb-Uhr und dem bei HEGRA installierten GPS-Empfänger wurden automatisch gemessen und täglich handschriftlich protokolliert. Wegen kontinuierlicher Satellitenverluste und -neustarts im GPS-System und unterbliebener Aktualisierung der Bahndaten im GPS-Empfänger für diese neuen Satelliten im fraglichen Zeitraum konnten von diesem nur noch zwei Satelliten für eine genaue Zeitinformation herangezogen werden, die oft tagelang nicht gefunden wurden. Des weiteren sind Schreib- und Ablesefehler von der etwas unübersichtlichen GPS-Empfängeranzeige zu befürchten. Positiv zu bewerten ist allerdings der kontinuierliche Betrieb der Rb-Uhr während des gesamten zu untersuchenden Zeitraumes (bis zum 31. 8. 1994 = MJD 49595, wo ein großer Brand langfristige Stromausfälle zur Folge hatte).[3]

Trotz der Widrigkeiten ergibt sich ein konsistentes Bild der Zeitdifferenzen: Abb. 5.9 (a) zeigt den Gang der Rb-Uhr gegen die verfügbaren UTC-Zeiten vom GPS-Empfänger. Die durchgezogene Linie gibt die (abschnittweise als Gerade konstruierte) Approximation der gemessenen Zeitdifferenzen an, die zur Korrektur der Rb-Zeit verwendet wird. Die Abweichungen von den protokollierten Differenzen betragen wenige μs, bis auf Ausreißer im Zeitraum um MJD 49460, wo entweder verkehrte Zeiten abgelesen wurden oder der GPS-Empfänger offensichtlich inkonsistente Zahlen ermittelt hat. Es ergibt sich ein „Nachgehen" der Rb-Uhr von ca. 4 μs/Tag. Berücksichtigt wurden ferner der allgemeine Versatz der Rb-Uhr gegen den GPS-Empfänger von 5 s und der Versatz der GPS-Zeiten gegen die UTC (9 s, nach der am 30. 6. 1994 (MJD 49533) eingefügten Schaltsekunde 10 s). Ein Fehler in der Datennahmeelektronik, der das korrekte Auslesen der Sekundenbruchteile („5 MHz-Zähler") unmöglich machte, wur-

[2]Ein unbedeutender Fehler, der aber nur an Tagen, an denen Schaltsekunden eingeführt werden, auftritt, wurde dabei gefunden und eliminiert.

[3]In der Astronomie sind kontinuierliche (solare) Tageszählungen üblich, weil solche natürlich viel besser zum Rechnen geeignet sind als irgendein Kalendersystem. Das am weitesten Verbreitete ist das der *julianischen Tage* (JD), welches von *J. Scaliger* 1583 eingeführt wurde und seinen Nullpunkt am Mittag (*Greenwich Mean Time*, GMT) des 1. Januar 4713 v. Chr. (julianischer Kalender) resp. 24. Novemver 4714 v. Chr. (gregorianischer Kalender) hat. (Der Grund für diesen abstrus anmutenden Nullpunkt liegt in drei verschiedenen Kalenderzyklen der Längen 15, 19 und 28 Jahren.) Weil aktuelle Daten julianischen Tagen von über $2{,}4 \cdot 10^6$ entsprechen und diese ferner die unangenehme Eigenschaft haben, jeweils Mittags (UTC) ganzzahlig zu werden, wurde 1975 der *modifizierte julianische Tag* (MJD) als MJD = JD − 2.400.000,5 definiert. Damit gilt um jeweils 0:00 Uhr UTC:

MJD 0	$\widehat{=}$	17. 11. 1858	MJD 49718	$\widehat{=}$	1. 1. 1995
MJD 49353	$\widehat{=}$	1. 1. 1994	MJD 49869	$\widehat{=}$	1. 6. 1995
MJD 49504	$\widehat{=}$	1. 6. 1994	MJD 50083	$\widehat{=}$	1. 1. 1996

Neben dem MJD werden gelegentlich auch andere Derivate vom JD verwendet.

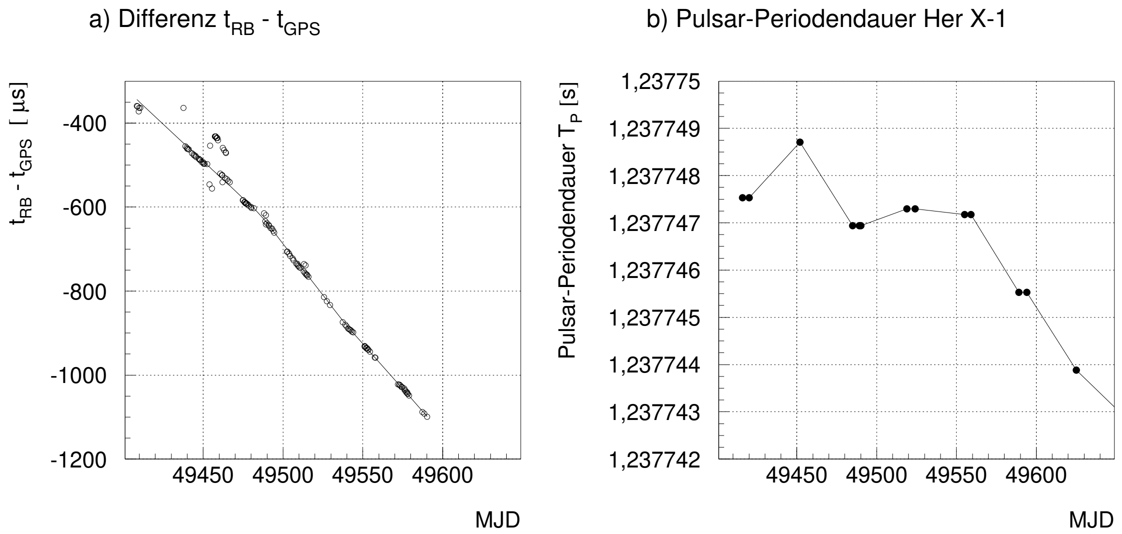


Abbildung 5.9: a) Die protokollierten Zeitdifferenzen zwischen der HEGRA-Rubidiumuhr und der GPS-Zeitinformation (kleine Kreise) und der vewendeten abschnittweise linearen Approximation (durchgezogene Linie) gegen die Zeitachse (in MJD). b) Die vom BATSE-Experiment gemessenen Pulsarperioden T_P (volle Symbole) von Her X-1 gegen MJD und die verwendete lineare Interpolation (durchgezogene Linie).

de glücklicherweise an MJD 49433 behoben und schränkt die Analyse der Daten von Her X-1 daher kaum ein.

Weiterführende Details zu der Umrechnungsprozedur von UTC- in SSB-Zeiten sind MERCK 1993 zu entnehmen.

5.3.4.2 Perioden im Röntgenbinärsystem Her X-1

Für Periodizitätsanalysen müssen die SSB-Zeiten der Ereignisse in *Phasen* zu der entsprechenden Periode umgerechnet werden. Dazu wird aus den *Ephemeriden* des Objektes die Anzahl der durchlaufenen Zyklen n zu einer gegebenen Zeit t (SSB) seit der *Referenzepoche* t_0 berechnet:

$$n(t) = f \cdot (t - t_0) \tag{5.2}$$

Als Phase θ bezeichnet man den (hier mit 2π multipizierten) gebrochenen Anteil davon:

$$\theta(t) := 2\pi \cdot (n(t) - [n(t)]) \tag{5.3}$$

Aus siebenjährigen Beobachtungen von Her X-1 wird für die Orbitalperiode von Her X-1 eine Frequenz von $f_{\mathrm{Orbit}} = 6{,}807606956 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1} \pm 4 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{s}^{-1}$ zu einer Referenzepoche $t_0 = \mathrm{MJD}\,43804{,}51998$ angegeben, eine zeitliche Änderung konnte bis zu einem Niveau von $1 : 2 \cdot 10^{-8}$ ausgeschlossen werden (DEETER ET AL. 1981). Mit diesen Ephemeriden werden im Folgenden die Orbitalphasen berechnet.

Eine Berechnung der absoluten Pulsarphasen ist weitaus schwieriger, weil sich die Rotationsfrequenzen von Pulsaren unregelmäßig ändern können. Neben der relativ einfach handhabbaren Abbremsung des Pulsars durch kontinuierliche Energieverluste (z. B. durch Dipolstrahlung, s. Abschnitt 1.3.2.1) kann es zu sprunghaftem Ansteigen der Pulsarfrequenz kommen (sogenannte

Glitches); außerdem kommt es in akkretierenden Systemen auch unregelmäßig zu kontinuierlicher Beschleunigung durch Drehimpulszugewinne aus der Akkretion. Eine phasenkohärente Analyse der Daten nach den Pulsarfrequenzen auf einer Zeitskala von Monaten wird deswegen nicht durchgeführt, sondern eine nächteweise Suche nach der Pulsarfrequenz angestrebt. Dazu werden dann lediglich relative Phasen berechnet, d. h., es wird nurmehr die genaue Pulsarfrequenz benötigt, aus der dann Phasen zu einer beliebig (aber natürlich fest) gewählten Epoche t_0 berechnet werden. Die nächteweise Verwendung eines (noch zu definierenden) Wahrscheinlichkeitsmaßes, ein periodisches Signal gefunden zu haben, führt dann bei einer Untersuchung der Verteilung für alle untersuchten Nächte zu einer „inkohärenten Überlagerung“.

Die Pulsarfrequenzen f_{Pulsar} im fraglichen Zeitraum wurden aus den von der BATSE-Kollaboration zur Verfügung gestellten Datenbasis (BATSE 1999) beschafft. In Abb. 5.9 (b) sind die angegebenen Pulsarperioden T_{P} $(= 1/f_{\text{Pulsar}})$ gegen das Datum (MJD) dargestellt, zusammen mit der (vollständig ausreichenden) linearen Interpolation für die Zeiträume ohne Angaben. Die sich daraus ergebenden Pulsarfrequenzen werden im Folgenden bei den nächteweisen Phasenanalysen verwendet.

Eine letzte wichtige Eigenheit von Pulsar-Frequenzanalysen in Binärsystemen ist noch zu beachten: Aus dem Umlauf des Pulsars um den gemeinsamen Schwerpunkt des Binärsystems ergibt sich wieder eine beschleunigte Bewegung, die die Phasen periodisch verschiebt. Die deswegen erforderliche Korrektur der Zeiten auf den Schwerpunkt des Binärsystems wird wieder mit einer auf *M. Merck* zurückgehenden und entsprechend adaptierten Routine (unter Verwendung der notwendigen Ephemeridendaten aus DEETER ET AL. 1981) bewerkstelligt (s. MERCK 1993). Diese beruht auf den Rechnungen von BLANDFORD & TEUKOLSKY 1976.

5.3.4.3 Ein Test auf die Pulsarfrequenz und benachbarte Frequenzen

Nachdem die Ereigniszeiten nun in einer für Phasenanalysen brauchbaren Form vorliegen, muß noch entschieden werden, nach welchem Verfahren nach einer Periodizität gesucht werden soll. Für solche Suchen werden gesonderte statistische Verfahren („zirkulare Statistik“) benötigt, weil gewisse Voraussetzungen charakteristisch anders sind als bei der Statistik in euklidischen Räumen. Eine Grundverschiedenheit ist das Fehlen eines ausgezeichneten Nullpunktes bei Phasendaten, weshalb die Test-Statistiken invariant gegen Phasendrehungen sein müssen. Dies entspricht der Translationsinvarianz bei euklidischen Statistiken. Im folgenden soll sich zunächst bei der nächteweisen Suche nach der Pulsarperiode auf Untersuchungen von Abweichungen gegen eine Gleichverteilung beschränkt werden.

Für solche Untersuchungen sind diverse verschiedene Verfahren möglich und verbreitet angewandt (*Pearson*-Test, *Rayleigh*-Test, Z^2_m- oder *Buccheri*-Test), und einige sind speziell für die γ-Astronomie in ähnlich gelagerten Fällen entwickelt worden (PROTHEROE 1985, DE JAGER ET AL. 1989; einen guten Überblick über die verschiedenen Tests mit den ihnen eigenen Vor- und Nachteilen gibt LEWIS 1994). Ohne zu sehr ins Detail gehen zu wollen, haben alle diese Tests in der hier vorliegenden Situation Nachteile oder sind schlicht nicht anwendbar: Der *Pearson*-Test benötigt eine höhere Anzahl von Ereignissen, der *Rayleigh*-Test ist nur voll empfindlich auf relativ breite, unimodale Phasenverteilungen, und die Statistiken der Tests nach PROTHEROE 1985 und DE JAGER ET AL. 1989 sind für den hier vorliegenden Fall weniger Ereignisse nur mit relativ aufwendigen M$^{\text{c}}$Carlo-Methoden zu bestimmen. Verwendet werden soll hier der *Kuiper*-Test (KUIPER 1960). Hierbei handelt es sich um das Analogon zum *Kolmogorov*-Test für zirkulare Statistik (s. Abschnitt 4.5.1). Er hat die Vorteile, daß sich die Statistik analytisch beschreiben läßt (wenngleich sie recht kompliziert ist), ferner ist dieser Test gerade bei kleinen Ereignisanzahlen sowohl auf uni- als auch auf multimodale Phasenverteilungen optimal empfindlich (MARDIA 1972), und er ist, wie sein euklidisches Pendant, ein ungebinnter Test mit einer recht natürlichen, naheliegenden Definition. Bei einer gegebenen Verteilungsfunktion $S_N(\theta)$ für die (aufsteigend geordneten) Phasen $\{\theta_i\}_{i=1\ldots N}$, die sich wie folgt definiert

$$S_N(\theta) := \frac{i}{N} \qquad \text{für} \qquad \theta_i \leq \theta < \theta_{i+1} \tag{5.4}$$

wird dann die (Phasendrehungs-invariante) Größe

$$V_N := \sup_\theta(S_N(\theta) - F(\theta)) + \sup_\theta((F(\theta) - S_N(\theta)) \tag{5.5}$$

als Maß für den Grad der Abweichung von einer Gleichverteilung $F(\theta)$ $(:= \theta/(2\pi))$ betrachtet. *Kuiper* gibt die (hier völlig ausreichende) asymptotische Näherung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$P_{\text{Kuip}}\left(V_N > \frac{z}{\sqrt{N}}\right) \simeq 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (4k^2z^2 - 1)\, e^{-2k^2z^2} - \frac{8z}{3\sqrt{N}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (4k^2z^2 - 3)\, e^{-2k^2z^2} \tag{5.6}$$

(vgl. die *Kolmogorov*sche λ-Verteilung in Gl. 4.27). Die Summen konvergieren sehr rasch und ermöglichen eine einfache Bestimmung der Zufallswahrscheinlichkeit P_{Kuip}. Weitergehende Informationen über den *Kuiper*-Test findet man in MARDIA 1972.

Als erstes soll der nächteweise Test auf die Pulsarfrequenz durchgeführt werden. Weil pro Nacht nur sehr wenige Ereignisse nach dem pearl-Schnitt zur Verfügung stehen (maximal 8, im Mittel 1,6, im Mittel der weiter unten schließlich selektierten Nächte $2{,}1 \pm 1{,}8$), ist die Empfindlichkeit wegen der extremen Schiefe der *Poisson*-Verteilung bei derart kleinen Erwartungswerten stark reduziert (vgl. die Ausführungen in Anhang C). Deswegen soll für die nächteweise Analyse der pearl-Schnitt fallengelassen werden. Falls tatsächlich Periodizitäten in den Daten vorliegen, darf man annehmen, daß dieser Verzicht mehr als aufgewogen wird. Auch ohne pearl-Schnitt gibt es Nächte, bei denen in der Quellregion weniger als 10 Ereignisse registriert sind, diese werden von der folgenden Analyse ausgeschlossen. Damit verbleiben 38 Nächte (im Zeitraum von MJD 49447/49448 bis MJD 49568/49569), in denen jeweils $21{,}5 \pm 8{,}0$ Ereignisse aus der Quellregion von Her X-1 registriert wurden, für die die Pulsarphasen entsprechend dem letzten Abschnitt berechnet und die sich aus dem *Kuiper*-Test ergebenden Zufallswahrscheinlichkeiten P_{Kuip} ermittelt wurden. Abb. 5.10 zeigt die histogrammierte Verteilung der negativen dekadischen Logarithmen $-\log_{10}(P_{\text{Kuip}})$ zusammen mit der Untergrunderwartung. Darin scheint sich eine leichte Verschiebung der gemessenen im Vergleich zur erwarteten Verteilung zu kleinen Zufallswahrscheinlichkeiten anzudeuten.

Die angekündigte „inkohärente Überlagerung“ soll jetzt mit Hilfe des in solchen Fällen üblichen *Fisher*-Tests geschehen (s. Abschnitt 4.5.3). Für $N_{\text{N}} = 38$ Nächte erhält man als Maß für die Abweichung von der Erwartung

$$F = -2 \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{N}}} \log(P_{\text{Kuip},i}) = 104{,}73$$

und daraus eine Signifikanz von

$$S_{\text{Fisher}} = 2{,}18 \tag{5.7}$$

(s. Gln. 4.35, 4.37), was einer Zufallswahrscheinlichkeit von 1,46% entspricht.

Die kleinste einzelne Zufallswahrscheinlichkeit beträgt $P_{\text{Kuip, min}} = 0{,}0025 = 10^{-2{,}6}$ (aus der Nacht MJD 49508/49509), bei Berücksichtigung von $N_{\text{N}} = 38$ Nächten ergibt sich aus Betrachtung dieser Nacht allein eine Zufallswahrscheinlichkeit $P_Z = 1-(1-P_{\text{Kuip, min}})^{N_{\text{N}}}$ von etwa 8,9% ($\widehat{=}1{,}34\,\sigma$). Diese Nacht weist allerdings keinen Ereignisüberschuß aus der Richtung von Her X-1 auf (ohne pearl-Schnitt 23 Ereignisse bei 31,0 Erwarteten, mit pearl-Schnitt 1 Ereignis bei 2,5 Erwarteten).

Insgesamt bleibt festzustellen, daß eine Andeutung eines positiven Effektes beim Pulsar-Frequenztest vorhanden ist.

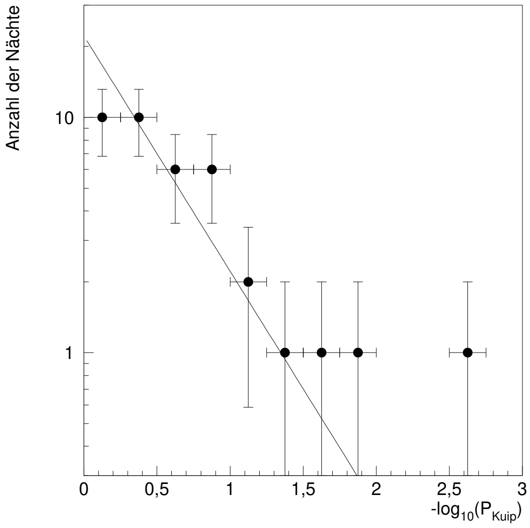


Abbildung 5.10: Die Verteilung der negativem dekadischen Logarithmen $-\log_{10}(P_{\text{Kuip}})$ (gefüllte Symbole) der *Kuiper*-Testwahrscheinlichkeit beim Test der 38 Nächte auf die Pulsarfrequenz von Her X-1. Die durchgezogene Linie gibt die (Untergrund-) Erwartung einer Gleichverteilung wieder (jeweils auf das Binzentrum bezogen).

Die in Abschnitt 1.3.2.1 gezeigten Ergebnisse legen nun einen Test nicht nur für die exakte Pulsarfrequenz, sondern in einem Frequenzband nahe. Bei einem für eine Analyse notwendigen Frequenz-„Scan“ ist folgendes zu beachten: Es können selbstverständlich für beliebig nahe benachbarte Frequenzen Zufallswahrscheinlichkeiten berechnet werden. Für genügend nahe Frequenzen sind diese stark korreliert.Auf EINSTEIN 1915B geht das Konzept der unabhängigen Fourier-Intervalle (*Independent Fourier Spacings*, *IFS*) zurück: Bei einer Gesamtmeßdauer T sind (bei nicht zu kleiner oder zu ungleichmäßig aufgenommener Gesamtzahl von Ereignissen) bei untersuchten Frequenzen f mit Abständen $\Delta f = 1/T$ die Ergebnisse unkorreliert. Ein statistisch leicht zu behandelnder Test lediglich auf IFS-Frequenzen hätte aber den Nachteil, daß ein deutliches Signal übersehen werden kann. Abb. 5.11 (a) illustriert dies bei einem zufällig ausgewählten Periodenintervall nahe der Pulsarfrequenz (in der Nacht MJD 40502/40503): Gezeigt ist das fein aufgelöste Spektrum der *Kuiper*-Testwahrscheinlichkeiten P_{Kuip} gegen die getestete Periodenlänge T_{P} und die Ergebnisse bei den IFS-Frequenzen.

Bei einem Test innerhalb eines gegebenen Periodenlängen-Intervalls fragt man naheliegenderweise nach der kleinsten individuellen Wahrscheinlichkeit P_{Kuip}, die für eine darin liegende Frequenz gefunden werden kann. Die exakte Berechnung der Zufallswahrscheinlichkeit P_Z einer dabei gefundenen minimalen *Kuiper*-Testwahrscheinlichkeit $P_{\text{Kuip, min}}$ ist aber extrem schwierig.[4] Üblich ist die näherungsweise Behandlung dieses Problems vermittels eines (noch zu ermittelnden) *Oversampling*-Faktors F_{O} wie folgt: Wird nur für die N_{IFS} IFS-Frequenzen getestet, so erhält man für die dabei auftretende minimale $P_{\text{Kuip, min}}$ für die Zufallswahrscheinlichkeit $P_{\text{Z,IFS}}$:

$$P_{\text{Z,IFS}} = 1-(1-P_{\text{Kuip, min}})^{N_{\text{IFS}}} \tag{5.8}$$

[4] Dies betrifft nicht nur den *Kuiper*-Test, sondern gilt ganz allgemein.

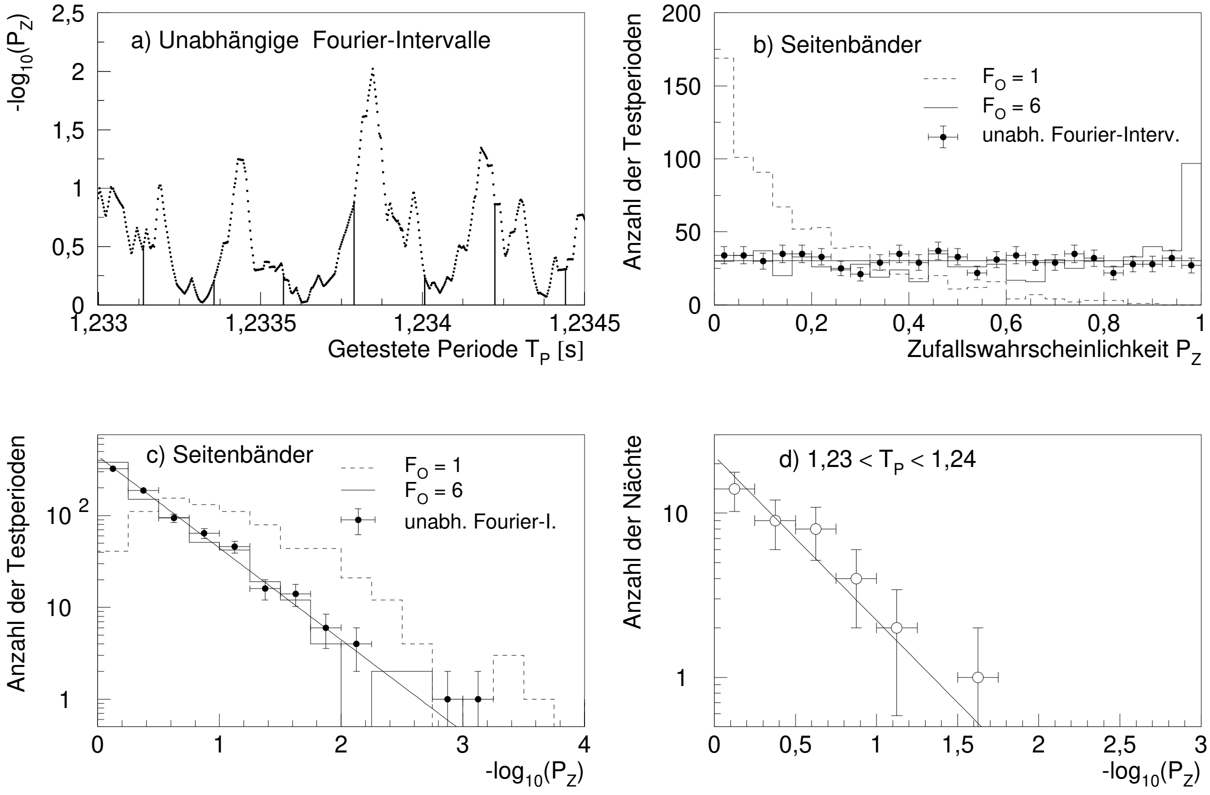


Abbildung 5.11: a) Ein zufällig ausgewähltes Periodenintervall aus den Her X-1–Daten mit fein aufgelösten *Kuiper*-Testwahrscheinlichkeiten (Punkte) und IFS-Intervallen (Striche). b) und c) Spektrum der Zufallswahrscheinlichkeiten der Frequenzabtastungen in den Seitenbändern des zu testenden Periodenintervalls ohne Berücksichtigung des Oversamplings (gestrichelte Histogramme), unter Verwendung von $F_{\mathrm{O}} = 6$ (durchgezogene Histogramme) und nur auf IFS-Frequenzen getesteten Intervallen (gefüllte Symbole). (S. Text) d) Die Verteilung der Zufallswahrscheinlichkeiten aus den 38 getesteten Nächten für die Frequenzabtastung im Intervall $T_P \in [1{,}23;1{,}24]$.

Bei einem $P_{\mathrm{Kuip,\,min}}$ aus beliebig feiner Frequenzabtastung wird man so die Zufallswahrscheinlichkeit regelmäßig unterschätzen, was durch eine Hochskalierung von $P_{\mathrm{Kuip,\,min}}$ mit F_{O} im Mittel ausgeglichen werden soll:

$$P_{\mathrm{Z}} \approx 1 - (1 - F_{\mathrm{O}} \cdot P_{\mathrm{Kuip,\,min}})^{N_{\mathrm{IFS}}} \tag{5.9}$$

Man darf nicht erwarten, daß man mit einem derart einfachen Ansatz die Statistik perfekt modelliert, in dem hier zu untersuchenden Fall funktioniert diese Vereinfachung aber, zumindest zur Abschätzung kleiner Zufallswahrscheinlichkeiten, ausreichend gut.

In Anlehnung an die Analyse der Daten des CYGNUS-Experiments (DINGUS ET AL. 1988) wird das zu untersuchende Periodenlängen-Intervall als $T_P \in [1{,}23;1{,}24]$ definiert. Abb. 5.11 (b) und (c) zeigt die Verteilung der Zufallswahrscheinlichkeiten P_Z und $P_{Z,\mathrm{IFS}}$, die in 20 gleichlangen „Seitenbändern“ dieses Intervalls (mit $T_P \in [1{,}12;1{,}13] \ldots T_P \in [1{,}21;1{,}22]$ und $T_P \in [1{,}25;1{,}26] \ldots T_P \in [1{,}34;1{,}35]$) für alle zu untersuchenden Nächte erhalten wurden: Aus der gut reproduzierten Gleichverteilung im Falle der Tests auf die IFS-Frequenzen (gefüllte Symbole) entnimmt man, daß sowohl das Konzept der Unabhängigkeit der Tests als auch Gl. 5.6 im hier vorliegenden Falle gültig sind. (Für ein einzelnes Frequenzband ist $N_{\mathrm{IFS}} \approx 64 \pm 24$, die Streuung korrespondiert mit der Streuung der Beobachtungdauern pro Nacht). Die gestrichelten

Histogramme, die sich bei beliebig feiner Auflösung ohne Berücksichtigung des Oversamplings (d. h. $F_O = 1$) ergeben, zeigen die daraus resultierende Unterschätzung der Zufallswahrscheinlichkeit. Die durchgezogenen Histogramme ergeben sich unter gleichen Voraussetzungen, aber mit (einem empirisch gewählten) $F_O = 6$.[5] Man stellt fest, daß es zwar zu Abweichungen bei großen Zufallswahrscheinlichkeiten kommt, die erwartete Verteilung aber für $P_Z < 0{,}5$ in Form und Dichte gut reproduziert wird.

Abb. 5.11 (d) zeigt schließlich die nach Gl. 5.9 (mit $F_O = 6$) berechneten (negativen dekadischen Logarithmen der) Zufallswahrscheinlichkeiten für das interessante Periodenlängen-Intervall $T_P \in [1{,}23; 1{,}24]$. Man erkennt im Rahmen der Statistik keine deutlich signifikanten Abweichungen von der erwarteten Gleichverteilung; so ergibt der *Fisher*-Test für die Gesamtverteilung ein $F = 77{,}4$, was nach Gl. 4.37 auf eine Signifikanz von $S_{\text{Fisher}} = 0{,}15$ führt.[6]

Die kleinste Zufallswahrscheinlichkeit für eine einzelne Nacht (MJD 49563/49564) ergibt sich für eine Periodenlänge $T_{\text{P, test}} = 1{,}23951$ zu $P_Z = 0{,}029$ ($P_{\text{Kuip}} = 1{,}07 \cdot 10^{-4}$ vor Berücksichtigung der Anzahl der unabhängigen Fourier-Intervalle $N_{\text{IFS}} = 45$ und des Oversamplings). Bei Berücksichtigung der Anzahl der getesteten Nächte ergibt sich daraus eine Zufallswahrscheinlichkeit von 67 % ($\widehat{=} -0{,}43\,\sigma$). Es ist daher zu resummieren, daß beim Test nach Periodizitäten im Periodenintervall $T_P \in [1{,}23; 1{,}24]$ keine Auffälligkeiten gefunden wurden.

5.3.4.4 Phasenanalyse bezüglich der Orbitalperiode

Da der integrale Überschuß der Ereignisse aus Richtung von Her X-1 relativ gleichmäßig über die gesamte Sichtbarkeitsperiode verteilt angesammelt wurde, erscheint eine Phasenanalyse bezüglich der Orbitalperiode angebracht. Da die Umlauffrequenz in dem Binärsystem Her X-1–HZ Her als konstant anzusehen ist (s. Abschnitt 5.3.4.2), können alle Ereignisse in der Sichtbarkeitsperiode 1994 kohärent überlagert werden. Hierbei werden jetzt wieder nur die Ereignisse nach dem pearl-Schnitt berücksichtigt, da mit insgesamt $N_0 = 98$ Ereignissen eine ausreichend hohe Anzahl für statistische Untersuchungen zur Verfügung steht.

In Abb. 5.12 ist die aus diesen Ereignissen gewonnene Verteilung der Orbitalphasen in einem Histogramm („Phasogramm“) dargestellt, zusammen mit der entsprechenden Verteilung der Untergrundereignisse.[7] Man erkennt, daß der Überschuß hauptsächlich in Orbitalphasen um 0,5 angesammelt wurde.[8] Um die Zufallswahrscheinlichkeit aus dieser Phasenanalyse unabhängig vom integralen Flußüberschuß zu berechnen, muß das Phasogramm der Quellregionsereignisse mit dem entsprechend hochskalierten Untergrund verglichen werden. Ein χ^2-Test (*Pearson*-Test) der Phasogramme ist zwar möglich, hängt aber zu stark von der willkürlichen Auswahl der Bingrenzen und -größen ab; außerdem ist die Anzahl der Ereignisse dafür noch etwas zu gering.

[5] Dieser Wert liegt zwischen den Werten für F_O, die sich in entsprechenden Fällen für den *Rayleigh*-Test ($F_O \approx 3$) und dem *Protheroe*-Test ($F_O \approx 10$) ergeben (LEWIS 1994).

[6] Wegen der leicht deformierten Statistik ist dieses Ergebnis mit etwas Vorsicht zu betrachten. Aus der Art der Deformierung entnimmt man aber, daß Resultate in diesem Falle eher zu leicht unterschätzten Signifikanzen führen.

[7] Im Gegensatz zu den Pulsar-Phasen darf bei einer Orbitalperiode von $\approx 1{,}7$ Tagen nicht mehr von einer Gleichverteilung ausgegangen werden.

[8] Beim Orbitalumlauf wird Her-X-1 bei Phasen um 0 vom Begleitstern HZ Her bedeckt. Eine Phase von 0,5 bedeutet also, daß Her X-1 von uns aus gesehen vor HZ Her steht.

Für den Test soll daher wieder der *Kuiper*-Test verwendet werden (s. Gl. 5.5), wobei als Untergrunderwartung $F(\theta)$ jetzt keine Gleichverteilung mehr verwendet wird, sondern die experimentelle Untergrund-Phasenverteilung verwendet wird. Die Berücksichtigung des Umstands, daß auch diese nur aus endlich vielen Ereignissen ($N_{\mathrm{UG}} = 1804$) angenähert bestimmt wird, geschieht dann wieder wie im *Kolmogorov-Smirnov*-Test (Gl. 4.30). Für die Berechnung der *Kuiper*-Test-Zufallswahrscheinlichkeit ist demgemäß eine effektive Anzahl $\tilde{N}$ von

$$\tilde{N} := \frac{N_0 \cdot N_{\mathrm{UG}}}{N_0 + N_{\mathrm{UG}}} \approx 93 \tag{5.10}$$

zu verwenden.

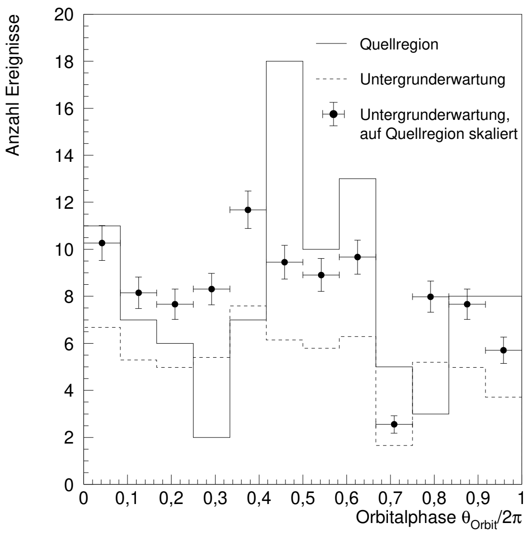


Abbildung 5.12: Das Phasogramm der entsprechend der Orbitalperiode berechneten Phasen der pearl-geschnittenen Ereignisse aus der Her X-1–Quellregion (durchgezogenens Histogramm), der Untergrunderwartung (gestricheltes Histogramm) und der auf die Anzahl der Quellregions-Ereignisse hochskalierte Untergrundserwartung (gefüllte Symbole).

Für den Test auf die Orbitalphasen ergibt sich dann ein $V_N = 0{,}174$ (s. Gl. 5.5). Bei Verwendung des Effektivwertes aus Gl. 5.10 führt das gemäß Gl. 5.6 auf eine Zufallswahrscheinlichkeit von 6,0%, was einer Signifikanz von ca. $1{,}6\sigma$ entspricht. Die Phasenverteilung weicht von der Erwartung also leicht zu untypischen Unregelmäßigkeiten hin ab.

5.3.5 Gesamtwürdigung der Ergebnisse von Her X-1

An dieser Stelle soll ein kurzes Resummée der Ergebnisse bezüglich der Datenauswertung der Ereignisse aus der Richtung von Her X-1 gegeben werden. Die bei den verschiedenen *a priori* ausgewählten Tests erhaltenen Signifikanzen sind in Tabelle 5.5 zusammengefaßt.

Test	Sichtbarkeits-periode(n)	pearl-Schnitt	Signifikanz	Zufalls-wahrscheinlichkeit
Integraler Flußüberschuß	1994 + 1995	+	$3{,}33\sigma$	$4{,}3 \cdot 10^{-4}$
Kolmogorov-Test	1994 + 1995	+	$1{,}13\sigma$	0,13
Ausbruchstest (exp-Test)	1994 + 1995	+	$1{,}35\sigma$	0,089
Fisher-Test Pulsarperiode	1994	−	$2{,}18\sigma$	0,015
Fisher-Test Frequenzabtastung (Pulsarperiode, $T_P \in [1{,}23; 1{,}24]$)	1994	−	$0{,}15\sigma$	0,44
Kuiper-Test Orbitalperiode	1994	+	$1{,}56\sigma$	0,060

Tabelle 5.5: Die wichtigsten in der Analyse der Her X-1–Daten erhaltenen Signifikanzen.

Man stellt fest, daß keine Einzelsignifikanz so groß ist, daß man vom Nachweis eines Signals sprechen kann. Dabei ist bei der Signifikanz des integralen Flußüberschusses noch die Anzahl der untersuchten Objekte in Rechnung zu stellen, die bei 30 galaktischen Objekten (resp. 61 im Verlauf dieses Kapitels ingesamt untersuchten Objekten) auf eine angehobene Zufallswahrscheinlichkeit von 0,013 (resp. 0,026) führt.

Auffällig ist aber dennoch, daß bei sich bei allen weiteren Tests (bis auf das Null-Ergebnis bei der Pulsar-Frequenzabtastung) deutlich positive Signifikanzen bzw. Zufallswahrscheinlichkeiten $\lesssim$10% ergeben. Diese Tests sind als näherungsweise unabhängig voneinander zu betrachten; die größte Korrelation unter der Untergrund-Hypothese ergibt sich für den *Kolmogorov*-Test und den exp-Test mit einem Korrelationskoeffizienten $\rho \approx 0{,}23$. *A posteriori* gibt es aber keine statistisch ausagekräftige Möglichkeit einer Kombination dieser Resultate.

Daher bleibt nur der Schluß zu ziehen, daß man bei Gesamtbetrachtung der Analyse von einem **Hinweis** auf ein Signal von Her X-1, jedoch sicher nicht von einem **Nachweis** von γ-Strahlung von Her X-1 sprechen kann.

5.4 Aktive Galaxienkerne

5.4.1 Selektion der Kandidaten

Für die beschriebenen Untersuchungen müssen aktive Galaxienkerne (AGNs) vom Blazar-Typ als vielversprechende extragalaktische Kandidaten angesehen werden (s. Abschnitt 1.3.2.3). Wegen der erwähnten Absorption der TeV-γ-Strahlung am intergalaktischen Infrarothintergrund ist diese Suche nur bei verhältnismäßig nahen Objekten erfolgversprechend. Bei der Selektion der zu untersuchenden Objekte soll hier WESTERHOFF 1996 gefolgt werden: In dieser Auswahl sind alle als BL-Lac-Objekte bekannten AGNs bis zu einer Rotverschiebung von $z = 0{,}2$ aufgenommen (s. Fußnote S. 6), die sich in einem Deklinationsband von $\vartheta \in [5°, 51°]$ befinden; ferner die bekannten Blazare und radio-lauten AGNs mit flachem Radiospektrum nach MANNHEIM ET AL. 1996 bis zu einer Rotverschiebung von $z = 0{,}07$. Entgegen der Klassifizierung der BL-Lacs mit $z > 0{,}07$ als Anti-Sample (wie in WESTERHOFF 1996) sollen hier alle Objekte als γ-Quellkandidaten verstanden werden:
Da die absolute Intensität des IR-Hintergrundes nicht wirklich bekannt ist, und aufgrund der Tatsache, daß die Wechselwirkung der TeV-γ-Quanten mit den IR-Photonen keinesfalls zu einem scharfen γ-Horizont führt, sondern eine exponentielle Abschwächung bewirkt, erscheint eine solche Klassifizierung nicht vertretbar.[9] Abb. 1.7 entnimmt man z. B., daß im

[9] Auch ist der Ansatz in WESTERHOFF 1996, die selektierten Objekte als generische Quelle zu betrachten und das Gesamtergebnis zu überlagern, problematisch, weil bekannt ist, daß Blazare extreme Flußvariabilität bei eher kleinen Aktivitätszeitintervallen (*duty cycles*) aufweisen. Ginge man wirklich von generischen Quellen konstanten Flusses aus, so würde man selbst bei Vernachlässigung der Absorption im IR-Hintergrund die höchste Empfindlichkeit erzielen, wenn man sich auf die nächstgelegene Quelle beschränken würde. (Für den Erwartungswert der Signalsumme N_S bei den nächstgelegenen n Quellen erhielte man, entsprechend ihrer Entfernung, $N_S \sim \sum_{i=1}^{n} 1/z_i^2$, für die Fluktuationen der Summe der Untergrundereignisse $\sqrt{N_{UG}} \sim \sqrt{n}$; man rechnet nun mit den tatsächlich vorhandenen z-Werten nach Tabelle 5.6 leicht nach, daß das Maximum bei $n = 1$ liegt.) Daher ist in dieser Situation der *Fisher*-Test zur Auswertung viel besser geeignet. Die Anwendung dieses Tests geschieht bei der Gesamtbetrachtung der bei der Blazarsuche gefundenen Resultate, sowie ebenfalls im Rahmen der Zusammenfassung der Einzelquellsuche (Abschnitt 5.5).

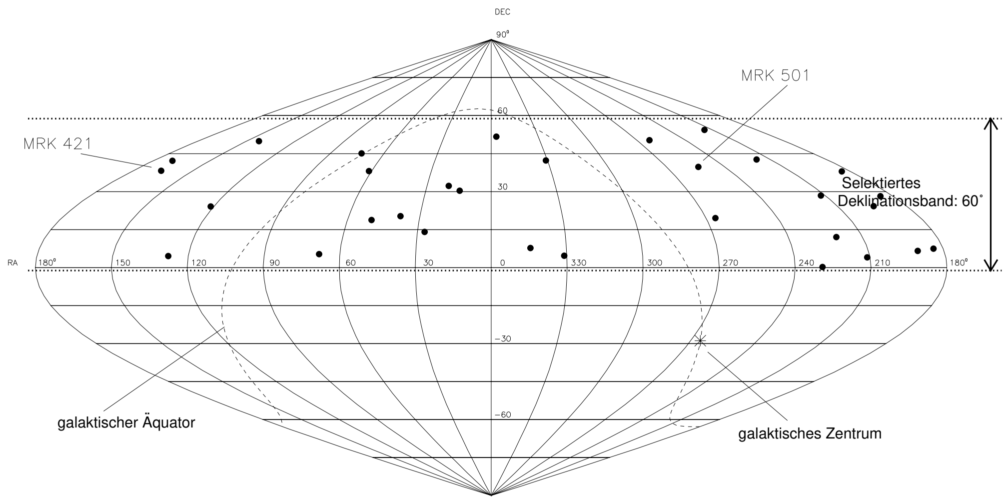


Abbildung 5.13: Die Positionen der 31 Blazare aus der Selektion von WESTERHOFF 1996.

MacMinn&Primack-Szenario für 20 TeV die Abschwächlänge einer Rotverschiebung von ca. $z = 0{,}06$ entspricht. Eine doppelt so weit entfernte Quelle mit $z = 0{,}12$ wird dann lediglich um einen Faktor e stärker absorbiert, die Verdoppelung der Entfernung bewirkt aber um einen Faktor 4 abgeschwächten Fluß. In diesem Abstandsregime spielen die unterschiedlichen Entfernungen also die größere Rolle. Außerdem hat das MARK-6-Experiment kürzlich eine (bislang durch andere Experimente unbestätigte) Messung von TeV-Photonen des am Südhimmel gelegenen BL Lac-Objektes PKS 2155-304 mit einer Rotverschiebung von $z = 0{,}12$ veröffentlicht (CHADWICK ET AL. 1998B). In NESHPOR ET AL. 1998 (Crimean Observatory) ist sogar ein (sicherlich nicht unumstrittenes) Signal von 3C 66A ($z = 0{,}444$) gezeigt.

Die selektierten 31 Objekte sind, nach Rotverschiebungen z sortiert, in Tabelle 5.6 aufgelistet. Abb. 5.13 zeigt die Koordinaten dieser AGNs auf einer Himmelskarte.

5.4.2 Ergebnisse

Alle selektierten AGNs sind der Standardanalyse nach Kapitel 4.6.1 unterzogen worden. Ein Augenmerk gilt auch hier wieder den Tests nach variablen Flüssen. Tabelle 5.7 zeigt die Ergebnisse, die auf den selektierten Blazar-Positionen erzielt wurden. Zunächst soll Mrk 421 (Quelle Nr. 3) näher betrachtet werden. Dazu ist die bei einem unbedeutenden Überschuß errechnete obere Flußgrenze in Abb. 5.14 mit dem sich aus dem in MOHANTY ET AL. 1993 dargestellten, aus EGRET- und Whipple-Daten von 1992 kombinierten Spektrum verglichen. Der dort angegebene γ-Fluß beträgt (integriert)

$$\Phi(E > E_0) = 0{,}96 \cdot 10^{-12} (E/[\mathrm{TeV}])^{-1.06}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1} \tag{5.11}$$

Die hier ermittelte Flußgrenze liegt dabei um ca. 25% unterhalb des extrapolierten Flusses aus Gl. 5.11. Eine (wenigstens tendenzielle) Aussage über den Verlauf des Spektrums bei Energien um 20 TeV läßt sich daraus jedoch nicht ableiten: Zum einen entstammen die EGRET- , die Whipple- und die HEGRA-Ergebnisse unterschiedlichen Zeiträumen, was wegen nachgewiesener zeitweise sehr ausgeprägter Variabilität (bis zu etwa einem Faktor 10 auf einer Zeitskala von Tagen, s. KERRICK ET AL. 1995) einen direkten Vergleich ausschließt. Auch die Schwierigkeit

Nr.	Objekt	alias	Rotverschiebung z	Rektaszension $\alpha[°]$ (J2000.0)	Deklination $\delta[°]$ (J2000.0)
1	0055+300	NGC 315	0,017	14,454	30,352
2	2201+044		0,028	331,073	4,667
3	1101+384	MRK 421	0,031	166,114	38,209
4	0430+052	3C 120	0,033	68,296	5,354
5	1652+398	MRK 501	0,034	253,468	39,760
6	2344+514		0,044	356,770	51,705
7	1514+004		0,052	229,168	0,250
8	0402+379	4C +37.11	0,055	61,455	38,059
9	1727+502	1Zw 187	0,055	262,078	50,220
10	0116+319	MS 01166+31	0,059	19,896	32,181
11	0802+243	3C 192	0,060	121,396	24,164
12	1214+381	MS 12143+38	0,062	184,223	37,910
13	2200+420	BL Lac	0,069	330,680	42,278
14	1404+286		0,077	211,752	28,454
15	1741+196	1ES 1741+196	0,083	265,984	19,584
16	1219+285		0,102	185,382	28,233
17	1118+423	EXO 1118.0+4228	0,124	170,211	42,196
18	0145+138	1ES 0145+138	0,125	27,124	14,038
19	1426+428		0,129	217,136	42,674
20	1212+078	1ES 1212+078	0,136	183,796	7,534
21	0229+200	1ES 0229+200	0,140	38,202	20,288
22	1255+244	1ES 1255+244	0,141	194,385	24,212
23	1239+069	1ES 1239+069	0,150	190,480	6,641
24	1418+546		0,152	214,944	54,387
25	1440+122	1ES 1440+122	0,162	220,701	12,011
26	0829+046	PKS 0829+046	0,180	127,953	4,494
27	0927+500	1ES 0927+500	0,188	142,657	49,841
28	0317+183	MS 03170+1834	0,190	49,9658	18,760
29	2254+074		0,190	344,322	7,720
30	1402+042		0,200	211,212	4,034
31	0446+449	1ES 0446+449	0,203	72,530	45,053

Tabelle 5.6: Die selektierten Blazare für die Punktquellensuche.

Nr.	Objekt	N_{QB}	$\hat{N}_{QB}$ $(=\alpha \cdot N_{BG})$	N_{OG}	S_{DC} $[\sigma]$	$S_{burst,\,exp}$ $[\sigma]$	$S_{var,\,kol}$ $[\sigma]$	$E_{thr,\,\gamma}$ [TeV]	Φ_{OG} $[10^{-13}\,cm^{-2}s^{-1}]$
1	0055+300	109 (1587)	125,1 (1562,8)	10,3	**−1,44** (0,60)	−1,77	0,82	19,6	1,2
2	2201+044	68 (794)	73,0 (772,2)	11,1	**−0,57** (0,77)	1,32	1,33	23,0	1,7
3	1101+384	85 (1007)	81,6 (989,8)	17,7	**0,37** (0,54)	1,49	0,01	20,4	3,0
4	0430+052	60 (506)	55,0 (504,8)	16,4	**0,65** (0,05)	−0,07	−1,36	22,7	3,4
5	1652+398	111 (1475)	119,1 (1483,9)	13,4	**−0,73** (−0,22)	0,56	1,23	20,6	1,5
6	2344+514	78 (932)	84,0 (981,5)	11,6	**−0,64** (−1,56)	−0,63	0,30	23,5	1,5
7	1514+004	34 (242)	26,0 (248,3)	15,9	**1,46** (−0,39)	−1,12	−0,79	26,1	5,6
8	0402+379	91 (1016)	83,7 (1025,7)	21,1	**0,77** (−0,29)	0,70	0,45	23,0	2,8
9	1727+502	95 (1103)	105,2 (1113,1)	11,3	**−0,99** (−0,29)	0,70	0,49	20,4	1,5
10	0116+319	125 (1520)	125,0 (1512,2)	18,7	**0,00** (0,20)	−2,42	−0,13	19,8	2,2
11	0802+243	118 (1260)	114,9 (1267,2)	20,2	**0,29** (−0,19)	−1,57	0,30	19,5	2,6
12	1214+381	112 (1257)	108,6 (1238,0)	19,9	**0,32** (0,53)	−0,30	0,04	20,4	2,5
13	2200+420	132 (1651)	132,3 (1651,9)	19,0	**−0,02** (−0,01)	−1,03	−1,09	20,8	1,9
14	1404+286	105 (1425)	124,0 (1396,8)	9,2	**−1,72** (0,74)	−1,89	−0,68	19,8	1,1
15	1741+196	131 (1633)	123,8 (1599,2)	24,1	**0,63** (0,83)	1,51	−0,58	19,5	2,9
16	1219+285	139 (1430)	115,8 (1354,8)	38,7	**2,05** (1,99)	0,03	1,41	19,7	4,9
17	1118+423	99 (1219)	110,9 (1186,3)	11,0	**−1,12** (0,93)	1,69	0,99	20,8	1,3
18	0145+138	115 (1238)	111,2 (1226,6)	20,4	**0,35** (0,32)	−2,18	−1,28	19,7	2,7
19	1426+428	152 (1222)	106,4 (1212,2)	61,6	**4,07** (0,28)	0,01	−0,29	20,9	7,6
20	1212+078	79 (750)	77,7 (739,9)	15,7	**0,14** (0,37)	1,59	−0,14	21,6	2,5
21	0229+200	130 (1404)	119,8 (1348,9)	26,4	**0,91** (1,47)	0,74	−0,27	19,4	3,3
22	1255+244	129 (1366)	116,6 (1316,0)	28,1	**1,11** (1,35)	−1,24	−0,53	19,5	3,6
23	1239+069	75 (701)	72,0 (679,9)	16,5	**0,35** (0,79)	0,38	0,37	22,0	2,8
24	1418+546	48 (571)	51,8 (575,9)	9,5	**−0,51** (−0,19)	0,25	0,29	25,0	1,8
25	1440+122	95 (1063)	100,4 (1035,9)	13,4	**−0,53** (0,83)	−1,60	−1,07	20,2	1,9
26	0829+046	76 (601)	61,7 (550,1)	25,9	**1,72** (2,10)	−0,03	0,09	23,1	4,7
27	0927+500	81 (849)	87,8 (864,3)	11,5	**−0,71** (−0,50)	−1,34	−1,16	22,7	1,5
28	0317+183	116 (1248)	107,2 (1226,0)	24,3	**0,83** (0,62)	−1,38	0,39	19,4	3,4
29	2254+074	99 (1020)	94,9 (1042,1)	19,3	**0,41** (−0,67)	1,00	0,96	21,5	2,6
30	1402+042	63 (489)	56,2 (512,2)	18,2	**0,88** (−1,01)	−0,16	−0,25	23,4	3,6
31	0446+449	95 (998)	94,4 (995,3)	16,7	**0,06** (0,08)	−1,29	1,38	21,4	2,3

Tabelle 5.7: Die Resultate der Standardanalyse bei der Suche nach den Blazaren. Dabei bedeuten N_{QB} die Anzahl der Ereignisse im Quellbin der Größe $0{,}41°$, $\hat{N}_{QB}$ deren Erwartungswert, N_{OG} die obere Grenze an γ-Ereignissen im Quellbin nach Gl. 4.22 (zu einem Vertrauensintervall von 90 %), S_{DC} die Signifikanz des integralen Flußüberschusses, $S_{burst,\,exp}$ bzw. $S_{var,\,kol}$ die Signifikanzen aus exp- bzw. *Kolmogorov*-Test, $E_{thr,\,\gamma}$ die Energieschwelle für γ-Strahlung nach Gl. 4.16, und Φ_{OG} die obere Grenze (90 % Vertrauensintervall) an den γ-Fluß. Die Zahlen in Klammern sind die ohne pearl-Schnitt gewonnenen Resultate.

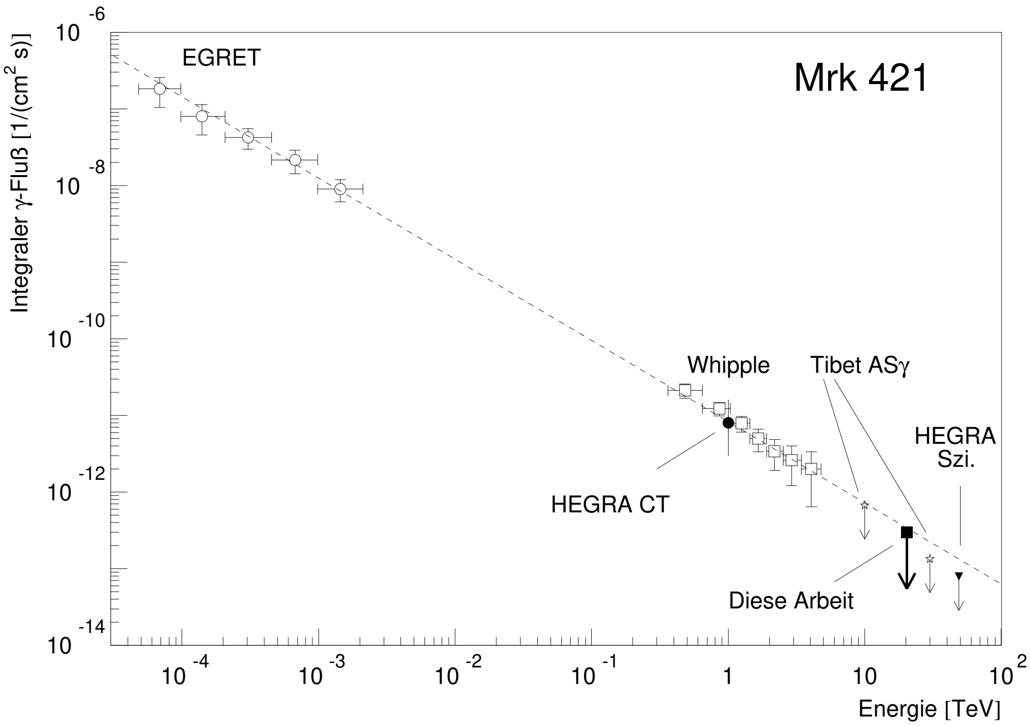


Abbildung 5.14: Integrales Flußspektrum von MRK 421. Die EGRET- und Whipple-Resultate sowie die angepaßte Interpolation sind MOHANTY ET AL. 1993 entnommen, wobei wieder wie bei der Errechnung des Crab-Spektrums integriert wurde (s. Abb. 5.4). Eingezeichnet ist ebenfalls der von HEGRA CT 1/2 (PETRY ET AL. 1996) gemessene integrale Fluß und das Flußlimit (90% Vertrauensintervall) aus Tabelle 5.7. Ferner sind zum Vergleich die vom Tibet ASγ-Experiment (AMENOMORI ET AL. 1997C) und die aus den HEGRA-Szintillatordaten (WILLMER 1997) gewonnenen oberen Flußgrenzen dargestellt.

der Absolutnormierung der Flüsse (s. Abb. 5.4 und die Anmerkungen dazu) lassen keine scharfe Aussage zu. Zu erwähnen ist allerdings, daß die Spektralindizes aus Anpassungen an jeweils die EGRET- und der Whipple-Daten allein kompatibel mit demjenigen in Gl. 5.11 sind und daher sicher, zumindest bis zu Energien von wenigen TeV, von einem deutlich härteren γ-Spektrum als dem Untergrundspektrum der kosmischen Strahlung ausgegangen werden kann.

Hier soll daraus der Schluß gezogen werden, daß die Empfindlichkeit der vorliegenden AIROBICC-Analyse im Bereich extrapolierter Flüsse für Mrk 421 liegt und daher eventuell die Möglichkeit besteht, für andere Blazare dieser Selektion, die im Datenzeitraum besonders langanhaltend aktiv sind, Anzeichen für γ-Signale zu finden.

Bei einem näheren Blick auf Tabelle 5.7 ist das auffälligste Ergebnis der DC-Überschuß von dem Blazar 1426+428 (Nr. 19) nach dem pearl-Schnitt mit einer Signifikanz von 4,07 σ. Dieses fällt auch in der graphischen Darstellung des $S_{\text{DC-pearl}}$-Spektrums für die Blazar-Selektion (Abb. 5.15) auf. Die Signifikanz der Verschiebung des Mittelwertes $\mu = 0{,}27$ beträgt bei 31 Objekten ca. 1,5 σ. Der *Fisher*-Test, der nach den Bemerkungen in Abschnitt 5.4.1 potentiell vielversprechender ist, liefert eine Signifikanz von 2,0 σ, entsprechend einer Zufallswahrscheinlichkeit von $P_{Z,\text{Fisher}} = 0{,}023$, was für einen *a priori* ausgewählten Test zur Beurteilung einer Gesamtverteilung schon einen recht kleinen Wert darstellt.

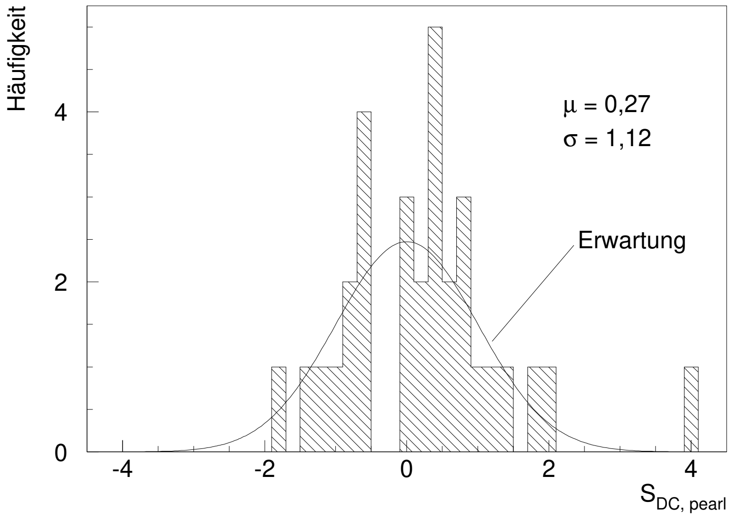


Abbildung 5.15: Das Spektrum der DC-Signifikanzen $S_{\text{DC-pearl}}$ nach dem pearl-Schnitt für die 31 selektierten Blazare. Die durchgezogene Kurve gibt die Erwartung einer Standardnormalverteiung wieder

Die Signifikanzen aus den Variabilitätstests für 1426+428 sind mit $S_{\text{burst, exp}} = 0{,}01$ und $S_{\text{var, kol}} = -0{,}29$ völlig unauffällig und ergeben keinen weiteren Hinweis auf ein echtes Signal. Daher kann auch Falle vom Blazar 1426+428 nur von einem Hinweis auf γ-Strahlung gesprochen werden. Konvertiert man den Überschuß wieder nach Gl. 4.18 in einem ihm entsprechenden γ-Fluß einer Punktquelle, so erhält man

$$\Phi(E > 20{,}9\,\text{TeV}) = (5{,}7 \pm 1{,}3) \cdot 10^{-13}\,\text{cm}^{-2}\,\text{s}^{-1} \tag{5.12}$$

Untersucht werden soll noch, ob sich in den Spektren der Signifikanzen aus den Variabilitätstests noch Hinweise auf Signale ergeben. In Abb. 5.16 sind diese Spektren dargestellt.

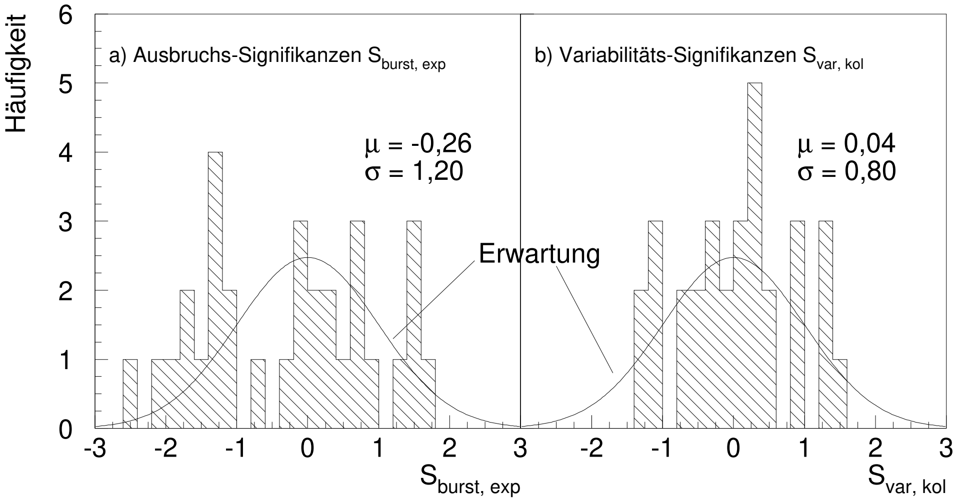


Abbildung 5.16: Die Spektren der Signifikanzen $S_{\text{burst, exp}}$ und $S_{\text{var, kol}}$ für die 31 selektierten Blazare, zusammen mit der erwarteten Standardnormalverteilung.

Man erkennt, daß sich in den Mittelwerten und Streuungen der Verteilungen zwar leichte Abweichungen von den Erwartungswerten finden (mit entsprechenden Signifikanzen von $\lesssim 1{,}5\,\sigma$, die aber sicher nicht auf irgendwelche Signale hindeuten). Das entscheidende Urteil soll auch hier wieder durch den *Fisher*-Test gefällt werden: Mit Signifikanzen von $S_{\text{Fisher}} = -0{,}49\,\sigma$ für den exp-Test und $S_{\text{Fisher}} = -0{,}38\,\sigma$ für den *Kolmogorov*-Test ist dann festzustellen, daß sich keine Hinweise auf Variabilität bei den selektierten Objekten finden.

Der Vollständigkeit halber soll zum Abschluß noch eine Verteilung gezeigt werden, die die **kumulative** DC-Signifikanz gegen die maximale Rotverschiebung der nach ihrer Entfernung sortierten Blazare wiedergibt. In WESTERHOFF 1996 wird ein bei $z \approx 0{,}07$ auftretendes Maximum einer entsprechenden Verteilung für die Suche nach γ-Überschüssen dieser Objekte in einer Analyse der Geigerturmdaten und eines Szintillationszählerdatensatzes als starkes Indiz für die Realität des Signals gewertet.[10]

Die entsprechende Darstellung der hier untersuchten Daten ist in Abb. 5.17 gezeigt, wobei hier

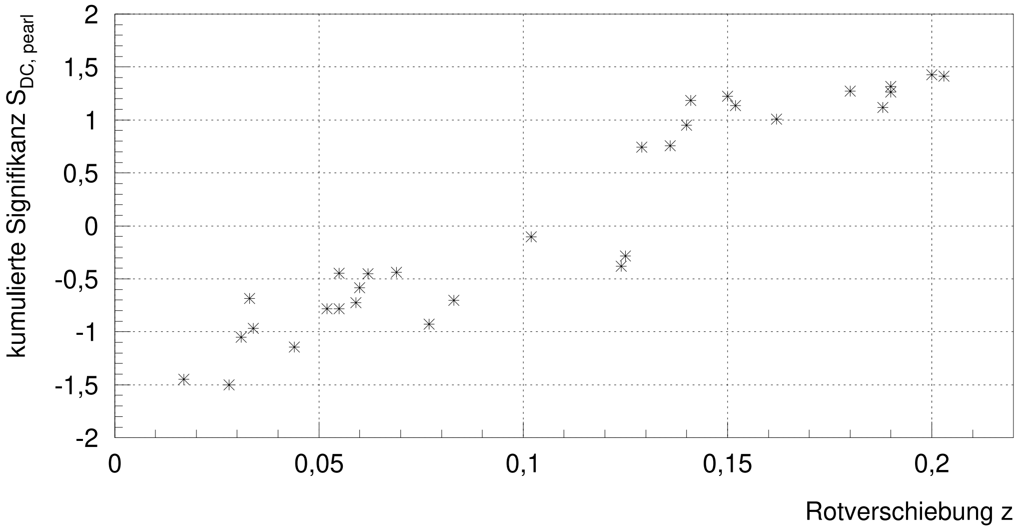


Abbildung 5.17: Die kumulierte DC-Signifikanz $S_{\text{DC-pearl}}$ nach dem pearl-Schnitt gegen die maximale Rotverschiebung z der eingehenden Blazare.

die kumulierte Signifikanz aus den kumulierten Ereignisanzahlen in den Quell- und Untergrundregionen errechnet wurde. Dies entspricht gerade der Signifikanz der Abweichung des Mittelwertes der jeweils betrachteten Einzelsignifikanzen von der Erwartung (= 0), wobei die einzelnen Signifikanzen leicht unterschiedlich gewichtet eingehen. Der sich mit der letzten hinzugefügten Quelle ergebende kumulierte Signifikanzwert ist daher praktisch gleich dem Wert, der sich bereits bei Betrachtung von Abb. 5.15 ergeben hat.

Bei der Beurteilung einer solchen Darstellung ist Vorsicht geboten: Wie eben erwähnt, ist der Wert bei $z = 0{,}203$ bereits weitgehend bei wenig signifikanten $1{,}42\,\sigma$ festgelegt. Berücksichtigt man nun, daß sich für die erste Quellposition zufällig eine negative Signifikanz von $-1{,}44\,\sigma$ ergibt, so erwartet man ohne weitere Informationen einen monotonen Anstieg dazwischen, wie ihn die konkrete Verteilung auch tatsächlich aufweist. Die Integration glättet den Verlauf im rechten Teil der Darstellung dann erheblich, weswegen der Eindruck einer Tendenz entsteht.

[10] Die Untersuchungen in OMMER 1998 haben allerdings ergeben, daß der größte Teil der positiven Signifikanzen, zumindest für den Szintillatordatensatz, durch einen systematischen Fehler in der Ereignisselektion zustande gekommen ist. In abgeschwächter Form sollte sich dieser systematische Fehler aber gleichgerichtet auch auf die Ergebnisse der Geigerturmdaten-Analyse auswirken. Ferner ist zu beachten, daß sich aus der Annahme einer generischen Quelle **kein** solches Verhalten der Daten schließen läßt (s. Fußnote auf S. 146), es also zumindest nicht als die typische Signatur eines solchen kollektiven Effektes zu betrachten ist.

Aus vorgenannten Gründen ist dies kein realer Effekt; eine Kumulation ausgehend von großen hin zu kleinen z-Werten würde qualitativ gerade die entgegengesetzte Tendenz suggerieren. Es ist daher zu schließen, daß sich in dieser Darstellung in Abb. 5.17 kein auffälliges Muster ergibt.

In Zusammenfassung der Suche nach Blazaren läßt sich feststellen, das sich bis auf den auffälligen DC-Überschuß bei 1426+428 kein weiterer, auf Quellen hindeutender Effekt ergeben hat.

5.5 Zusammenfassung der Einzelquellsuche

Im Verlauf des Kapitels sind 61 Einzelpositionen von Quellkandidaten auf integrale Flußüberschüsse und auf Variabilität hin untersucht worden. Hier soll abschließend einmal ein Blick auf die Gesamtspektren der Signifikanzen geworfen werden.

Abb. 5.18 zeigt die Spektren für alle selektierten Quellen, zusammen mit der Erwartung einer

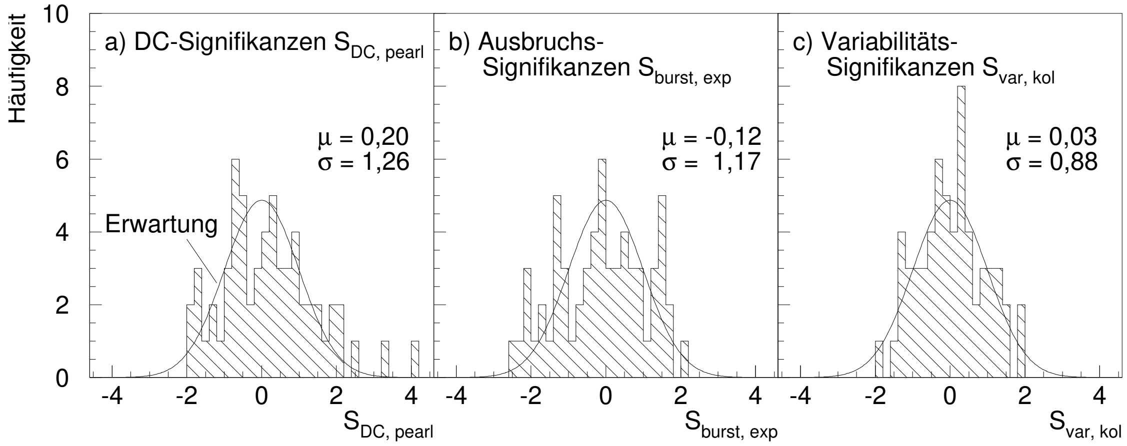


Abbildung 5.18: Die Spektren der Signifikanzen (a: DC-Signifikanz nach pearl-Schnitt, b: Ausbruchssignifikanz nach dem exp-Test, c: Signifikanz aus dem *Kolmogorov*-Test) für die 61 in diesem Kapitel selektierten Einzelobjekte.

Standardnormalverteilung, die sich aus der Untergrundhypothese ergibt. Man erkennt, daß es in den Verteilungen aus den Variabilitätests ($S_{\text{burst, exp}}$ und $S_{\text{var, kol}}$, Abb. 5.18 b und c) keine nennenswerten Abweichungen von der Erwartung gibt. Etwas anders sieht es im Falle des Tests auf integrale Flußüberschüsse ($S_{\text{DC-pearl}}$, Abb. 5.18 a) aus. Die größten Signifikanzen (der Blazar 1426+428: 4,07σ, Her X-1: 3,33σ, und vielleicht auch der Supernova-Überrest 3C 396: 2,51σ) scheinen sich aus der Gesamtverteilung herauszuheben.

Tatsächlich ergibt sich für die Signifikanz von 1426+428 unter Berücksichtigung der 61 „Treffer-Möglichkeiten" immer noch eine Zufallswahrscheinlichkeit von

$$P_{Z,\,1426+428} = 1{,}43 \cdot 10^{-3} \qquad (\widehat{=}\, 2{,}98\sigma) \tag{5.13}$$

Unter Verwendung der Binomialstatistik ergibt sich die Zufallswahrscheinlichkeit, **zwei** „Treffer" mit einer Signifikanz größer als derjenigen von Her X-1 zu erhalten, zu

$$P_{Z,\,\text{Her X-1} \wedge 1426+428} = 3{,}44 \cdot 10^{-4} \qquad (\widehat{=}\, 3{,}39\sigma) \tag{5.14}$$

Nun wohnt solchen Berechnungen aber immer die Willkür inne, die unwahrscheinlichsten Werte angesichts der Verteilung ausgewählt zu haben, weswegen diese Zufallswahrscheinlichkeiten nicht den Anspruch erheben können, unabhängig ermittelte Größen zu sein. Weitaus unverdächtiger, weil auf einer vernünftigen *a priori*-Entscheidung beruhend (s. Abschnitt 4.5.3), ist der *Fisher*-Test, der frei von solcher Willkür ist.[11] Nach Konversion aller $S_{\text{DC-pearl}}$-Werte in (Einzel-) Zufallswahrscheinlichkeiten ergibt sich für das F der *Fisher*-Statistik (Gl. 4.35) ein Wert von $F = 171{,}15$, was zu einer Signifikanz des Tests (s. Gl. 4.37) von

$$S_{\text{Fisher}} = 2{,}91 \qquad (\Rightarrow P_{\text{Z, Fisher}} = 1{,}79 \cdot 10^{-3}) \tag{5.15}$$

führt.

Auch bei Berücksichtigung der Tatsache, daß man drei verschiedene Signifikanzverteilungen ($S_{\text{DC-pearl}}$, $S_{\text{burst, exp}}$ und $S_{\text{var, kol}}$) betrachtet hat, stellt dies eine beachtenswert kleine Wahrscheinlichkeit dar. Wenngleich S_{Fisher} nach Gl. 5.15 immer noch keine echt unabhängig ermittelte Zufallsgröße ist, so sollte sie doch einer solchen recht nahe kommen.

Abschließend ist daher festzuhalten, daß es nicht unwahrscheinlich erscheint, daß die Überschüsse vom Blazar 1426+428 und dem Röntgenbinärsystem Her X-1 auf γ-Flüsse im Bereich von wenigen $10^{-13}\,\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ für Energien oberhalb von 20 TeV zurückzuführen sind, auch wenn man bei den hier resultierenden Signifikanzen sicher nicht von einem Nachweis der Quellen sprechen kann.

[11] Die Willkür beschränkt sich hier auf den Willen, den Test auf diese Verteilung anzuwenden.

Kapitel 6

Die Rastersuche am sichtbaren Himmel

Um die in Kapitel 4 dargestellten Stärken von AIROBICC voll auszunutzen, soll hier eine Rastersuche nach nicht näher bestimmten Punktquellen am mit AIROBICC sichtbaren Himmel ausgeführt werden. Diese Untersuchung verfolgt drei Ziele:

1. Mögliches Aufspüren von unbekannten γ-Quellen
2. Absicherung der überwiegend negativen Resultate bei der Suche nach den selektierten Quellen im letzten Kapitel (in dem Sinne, daß nicht etwa durch einen unerkannten systematischen Fehler alle Quellpositionen verschoben erscheinen und daher dicht neben einer oder mehreren Kandidatenpositionen nennenswerte Überschüsse zu verzeichnen sind)
3. Überprüfung der Bestimmung der Untergrund-Erwartung nach dem Ringverfahren hinsichtlich systematischer Fehler

6.1 Prinzip der Raster-Verfahrens

Neben der Suche nach potentiellen γ-Quellkandidaten stellt sich auch die Frage, ob im Sichtbarkeitsbereich des AIROBICC-Detektors eine nicht näher untersuchte oder unbekannte γ-Quelle mit detektierbarem Fluß existiert. Daher soll jetzt ein Raster auf einem mit AIROBICC gut erfaßbaren Deklinationsbereich nach Punktquellen abgesucht werden. Idealerweise sollten die einzelnen Rasterpunkte genauso behandelt werden wie bei der Suche nach definierten Objekten, d. h. eine konzentrisch gelegene Quellregion vom Radius $0{,}41^\circ$ sollte mit einem Untergrundkreisring mit innerem Radius 1° und äußerem Radius $2{,}4^\circ$ verglichen werden. Bei einer derartigen Größe der Quellbins erscheint ein Suchgitter-Raster von $0{,}1^\circ$ in Rektaszension und Deklination angemessen, auch im Hinblick darauf, daß von einer globalen Richtungsunsicherheit von $0{,}2^\circ$ ausgegangen werden muß. Bei einer Beschränkung der Suche auf Himmelspositionen, die mit Zenitwinkeln $\vartheta < 30^\circ$ kulminieren, der zu untersuchende Deklinationsbereich sich also von $-1{,}2^\circ$ bis $58{,}8^\circ$ erstreckt, sind dementsprechend $3600 \times 600 = 2{,}16 \cdot 10^6$ Rasterpunkte zu untersuchen. Für jeden Rasterpunkt sind Quell- und Untergrundstatistik getrennt zu ermitteln. Exakte trigonometrische Berechnungen zur Taxierung sämtlicher Ereignisse, zu welchen Rasterpunkten sie in Quell- oder Untergrundbin gehören, kommen aus Rechenzeitgründen nicht in Frage.

Im Gegensatz zu den Verfahren, die beim CASA-MIA-Experiment in Himmelsdurchmusterungen verwendet wurden (CRONIN 1992, MCKAY ET AL. 1993), wo die registrierten Ereignisse mit der Winkelauflösungsfunktion gewichtet in mehrere Rasterbins eingefüllt werden, um eine Rastersuche in akzeptabler Rechenzeit durchzuführen, und die zu signifikanten Empfindlichkeitseinbußen führen, soll hier ein anderes Verfahren vorgestellt werden, welches praktisch die volle Empfindlichkeit beibehält:

Dazu wird der relevante Himmelsbereich in kleine Zellen unterteilt. Zweckmäßiger-, aber nicht notwendigerweise werden die Zellen hier so gewählt, daß sie entsprechend dem Punkteraster die Größe $0{,}1^\circ \times 0{,}1^\circ$ in Rektaszension α und Deklination δ haben und so angeordnet werden, daß die Rasterpunkte (die auf vollen Zehnteln eines Grades in α und δ liegen sollen) jeweils im Zentrum einer Zelle liegen. Die idealen Quell- und Untergrundregionen werden nun aus solchen Zellen approximiert, wie es in Abb. 6.1 für ein Beispiel zu sehen ist. Dabei ist zu be-

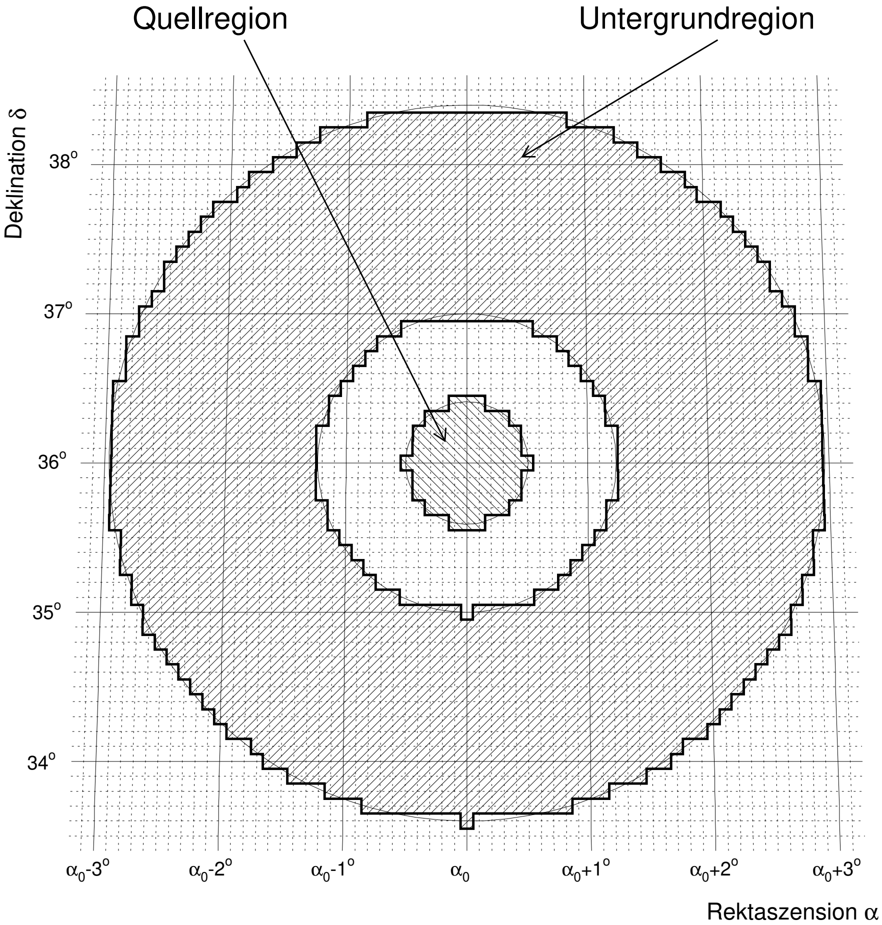


Abbildung 6.1: Die bei der Rastersuche verwendeten Quell- und Untergrundbins (Beispiel für Deklination $\delta = 36^\circ$, Rektaszension $\alpha = \alpha_0$ beliebig). Die Gesamtbins sind aus denjenigen $0{,}1^\circ \times 0{,}1^\circ$ Zellen zusammengesetzt, deren Zentren innerhalb der idealen, runden Bins (durch dünne Kreislinien dargestellt) liegen.

achten, daß es trotzdem mehr Zellen als Rasterpunkte gibt: Jenseits der Ränder des betrachteten Deklinationsbereiches gibt es nämlich noch Zellen, die zu Quell- bzw. Untergrundregionen von Rasterpunkten innerhalb des Bereiches gehören.

Im Analyseprogramm sind die Rasterpunkte durch eine Matrix von Quellregions- und Untergrundzählern repräsentiert. Die entscheidende Idee dieses Verfahrens ist es nun, Abstandsberechnungen zwischen Rasterpunkten und Ereignissen vollständig aus der Analyse zu eliminieren. Dazu wird während des Programmablaufs zu jedem zugelassenen Ereignis zunächst die Zelle bestimmt (durch schlichtes Runden der Himmelskoordinaten), der es entstammt. Dann können diejenigen Rasterpunkte, deren Quellbin- oder Untergrundzähler zu inkrementieren sind, aus im voraus erstellten Tabellen abgelesen werden, was durch geeignete Schleifenkonstruktionen im Algorithmus realisiert werden kann. Durch die gewählte Dichte und Anordnung der Zellen relativ zu den Rasterpunkten liegen diejenigen Bereiche, in dem Quellregions- bzw. Untergrundzähler inkrementiert werden müssen, auch in einem Kreis bzw. Kreisring konzentrisch um die bestimmte Zelle wie in Abb. 6.1, obwohl es sich formal um die inverse Zuordnung handelt. (Dies ist dann streng zu unterscheiden, wenn Rasterpunkts- und Zellmatrix in Dichte und/oder Anordnung unterschiedlich gewählt sind.) In den erwähnten Tabellen sind nun zu jeder der 652 in Frage kommenden Zelldeklinationen $\delta_{\mathrm{Zelle},j}$ für 49 verschiedene Rasterpunktsdeklinationen $\delta_{\mathrm{Raster},i}$ ($\delta_{\mathrm{Zelle}} - 2{,}4^\circ \ldots \delta_{\mathrm{Zelle}} + 2{,}4^\circ$ in Zehntelgradschritten) 3 relative Werte von Rektaszensions-Indizes der Rasterpunkte abgelegt (bezogen auf die Rektaszension α_{Zelle} der bestimmten Zelle), die den äußeren und inneren Rand der Region festlegen, innerhalb derer Untergrundszähler hochzuzählen sind, sowie den Rand der Region beschreiben, in der die Quellregionszähler zu inkrementieren sind. Pro untersuchtem Ereignis werden dabei im Mittel 66 Quellbin- und 1850 Untergrundzähler inkrementiert.

Auch der obligatorische Test auf $\leq 30^\circ$ Zenitwinkeldistanz der einzelnen Rasterpunkte (der ja nur für potentiell „gefährliche“ Ereignisse, die selbst einen Zenitwinkel in der Nähe von 30° haben, ausgeführt werden muß, bei gewöhnlicher Berechnung aber trotzdem die Laufzeit des Programmes inakzeptabel lang werden ließe), kann drastisch abgekürzt werden, wenn die Sinus- und Cosinuswerte der einzelnen Rasterpunktskoordinaten auch vorher in Tabellen abgelegt werden. Damit kann der exakte Cosinus der Zenitwinkeldistanz (der mit der Zenitwinkeldistanz in monotonem Zusammenhang steht und daher genauso gut für den Schnitt geeignet ist) zur Ereigniszeit für einen Rasterpunkt bei geeigneter Formulierung durch wenige Multiplikationen und Additionen berechnet werden.

Durch die somit erreichte vollständige Eliminierung von trigonometrischen Berechnungen bei der Rasterpunktbehandlung (und erheblicher Reduzierung von Rechenoperationen ganz allgemein) ist die Gesamtlaufzeit eines solchen Programmes dann nicht länger als bei exakter Selektion von einigen Quellen. Bei dem gewählten Abstand der Rasterpunkte von $0{,}1^\circ$ sollte eine signifikante Quelle auf mehreren benachbarten Rasterpunkten sichtbar sein. Die Einbuße an Empfindlichkeit durch die etwas „unrunde“ Form der Bins und durch gegenüber dem idealen Wert geringfügig unterschiedlichen Bingrößen ist vernachlässigbar; numerische Rechnungen ergaben eine Verringerung der Sensitivität um $\lesssim 1\%$. Bis auf diese leicht unterschiedliche Form der Bins wird ansonsten die Auswertung (Selektion der Daten, γ-Hadron-Separation) genauso ausgeführt wie in Abschnitt 4.2 beschrieben.

Für alle Rasterpunkte sind so die Anzahlen der Ereignisse in Quell- und Untergrundregion ermittelt worden, sowohl ohne weitere Schnitte als auch nach einem pearl-Schnitt. Nach exakter Berechnung der individuellen Verhältnisse der Raumwinkel von Quell- und Untergrundregion für jeden Rasterpunkt (der Wert schwankt durch die unterschiedlichen Zellgrößen geringfügig um den Wert, der sich für runde Bingrenzen ergibt, um typisch 5%) können dann daraus die Überschüsse und Defizite sowie deren Signifikanzen (nach Gl. C.3) errechnet werden.

6.2 Vergleich mit exakten Richtungsselektionen

Zur Demonstration der Stimmigkeit und der Leistungsfähigkeit dieses Verfahrens sollen jetzt die Signifikanzen für DC-Überschüsse nach Anwendung des pearl-Schnittes von den 61 selektierten Einzelquellen, die im letzten Kapitel mit ideal definierten Quell- und Untergrundbins untersucht worden sind, verglichen werden mit denjenigen Signifikanzen, die sich auf den nächstgelegenen Rasterpunkten ergeben. (Der nächste Rasterpunkt ist niemals weiter als 0,071° von einer gegebenen Position entfernt, im Mittel ergibt sich für diese Auswahl ein mittlerer Abstand von $< 0{,}04°$.) Abb. 6.2 zeigt die Korrelation der Einzelsignifikanzen sowie die

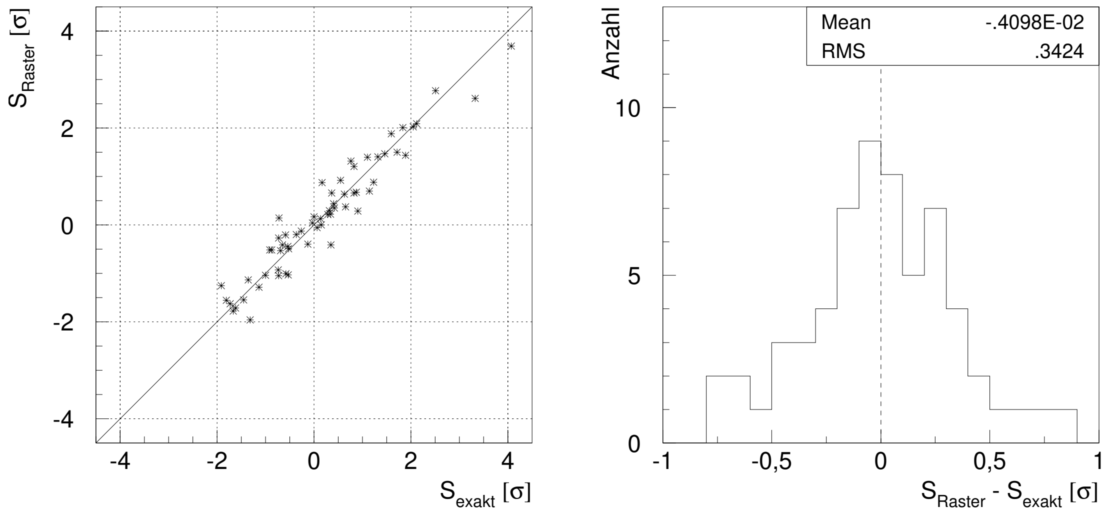


Abbildung 6.2: Die Korrelation der DC-Signifikanzen nach dem pearl-Schnitt auf dem nächstgelegenen Rasterpunkt (S_{Raster}) mit denjenigen aus den exakt bestimmten Quell- und Untergrundregionen (S_{exakt}) für die 61 einzeln selektierten Quellen (links), sowie die Verteilung deren Differenzen.

Verteilung der Differenzen. Die darin deutlich werdende, ausgezeichnete Übereinstimmung der Werte zeigt, daß die sich bei der Rastersuche ergebenden Werte die aufwendigen Einzeluntersuchungen beinahe überflüssig macht. Die auftretenden verbleibenden Abweichungen von typisch unter $0{,}35\,\sigma$ stellen dabei auch keine systematischen „Fehlbestimmungen“ dar, sondern ergeben sich rein statistisch aus den geringfügig anderen Definitionen der Quell- und Untergrundregionen. Der **Erwartungswert** für tatsächlich aus γ-Überschüssen resultierende positive Signifikanzen variiert weit weniger. (Numerische Berechnungen ergaben auch für den Sensitivitätsverlust durch Abweichung der exakten Quellposition vom Binzentrum und durch die unrunden Bins zusammen einen Wert von ca. 1%.) Für weitere Schnitte, Konsistenzprüfungen, andere Signifikanztests etc. kommt selbstverständlich auch weiterhin nur eine ausführliche Einzeluntersuchung in Frage.

6.3 Ergebnisse der Suche

6.3.1 Untersuchung hinsichtlich einzelner Quellen

Da die Ereigniszahlen für Deklinationen nahe 58,8° bzw. −1,2° sehr klein sind (einzelne Rasterpunkte haben nach Anwendung eines pearl-Schnittes gar keinen Eintrag im Quellbin mehr), und die Sensitivität entsprechend niedrig ist, wird im folgenden der Bereich auf $3{,}8^\circ \leq \delta \leq 53{,}8^\circ$ eingeschränkt, was bei einem daraus resultierenden Gesamtraumwinkel von $\Omega_{\mathrm{scan}} = 4{,}66\,\mathrm{sr}$ immer noch ca. 37 % des gesamten Himmels bedeutet.

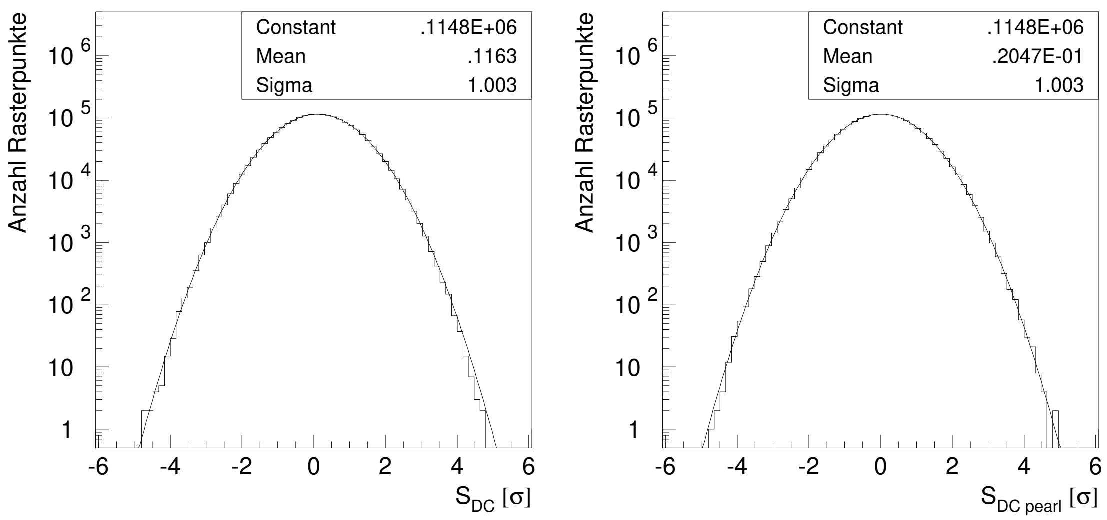


Abbildung 6.3: Die Spektren der DC-Signifikanzen vor (S_{DC}) und nach dem pearl-Schnitt ($S_{\mathrm{DC\text{-}pearl}}$) für die $1{,}73 \cdot 10^6$ Rasterpunkte. Die durchgezogenen Kurven zeigen die angepaßten Normalverteilungen.

Abb. 6.3 zeigt die Verteilung der ermittelten Signifikanzen für die verbleibenden $1{,}73 \cdot 10^6$ Rasterpunkte mit daran angepaßten *Gauß*verteilungen. Sowohl ohne als auch mit pearl-Schnitt wird eine Breite sehr nahe 1 erzielt. Die Verschiebung der Mittelwerte von $0{,}1\,\sigma$ (ohne pearl) bzw. $0{,}02\,\sigma$ (mit pearl) spiegelt dabei den systematischen Fehler des Ringuntergrundverfahrens wider, so wie es hier benutzt wird, nämlich einen vernachlässigten Faktor, der die Krümmung der Akzeptanz berücksichtigt. (Das hier angewandte Ringuntergrundverfahren ist in 1. Näherung korrekt, berücksichtigt aber keine Effekte 2. Ordnung, siehe Abschnitt 4.3.2.) Bei der Untersuchung von Einzelquellen ist dieser Fehler aber selbst ohne angewandten pearl-Schnitt tolerabel, und auf jeden Fall nach einem pearl-Schnitt vernachlässigbar. Die in guter Genauigkeit eingehaltene Breite der Verteilung zeigt, daß die anzunehmende Korrektur für alle Rasterpunkte sehr ähnlich ist.

Man beachte auch, daß diese Werte eine obere Abschätzung der bei runden Bingrenzen auftretenden Fehler ist: Durch die Approximation der Regionen durch die oben definierten Zellen ist hier auch die Korrektheit in erster Näherung nicht mehr in Strenge erfüllt. Zu beachten ist bei der Betrachtung der Verteilungen noch, daß die Werte für benachbarte Rasterpunkte hoch korreliert sind, die Verteilungen damit starkes „Oversampling“ aufweisen. Zur groben Abschätzung der Mächtigkeit M_{unabh} der maximal unabhängigen Untermenge von Rasterpunkten kann der Quotient aus dem Gesamtraumwinkel Ω_{scan} und der Größe der Quellregion Ω_{QB} dienen:

$$M_{\text{unabh}} \approx \frac{\Omega_{\text{scan}}}{\Omega_{\text{QB}}} \approx 29 \cdot 10^3 \tag{6.1}$$

Die Abweichung der Streuungen von ihrem Erwartungswert (=1) ist daher nicht signifikant: Für n-elementige Stichproben aus einer Standardnormalverteilung ist die Streuung der Stichproben-Standardabweichung in asymptotischer Näherung gegeben durch

$$\sigma_\sigma(n) \simeq \frac{1}{\sqrt{2n}} \tag{6.2}$$

(was übrigens eine Konsequenz aus Gl. 4.36 ist).
Setzt man hier $n = M_{\text{unabh}}$, so erhält man $\sigma_\sigma = 0{,}004$, was mit den aufgetretenen Abweichungen von 0,003 verglichen werden muß.

Abb. 6.4 zeigt die sich ergebenden Mittelwerte und Streuungen gegen die Deklination (aus den

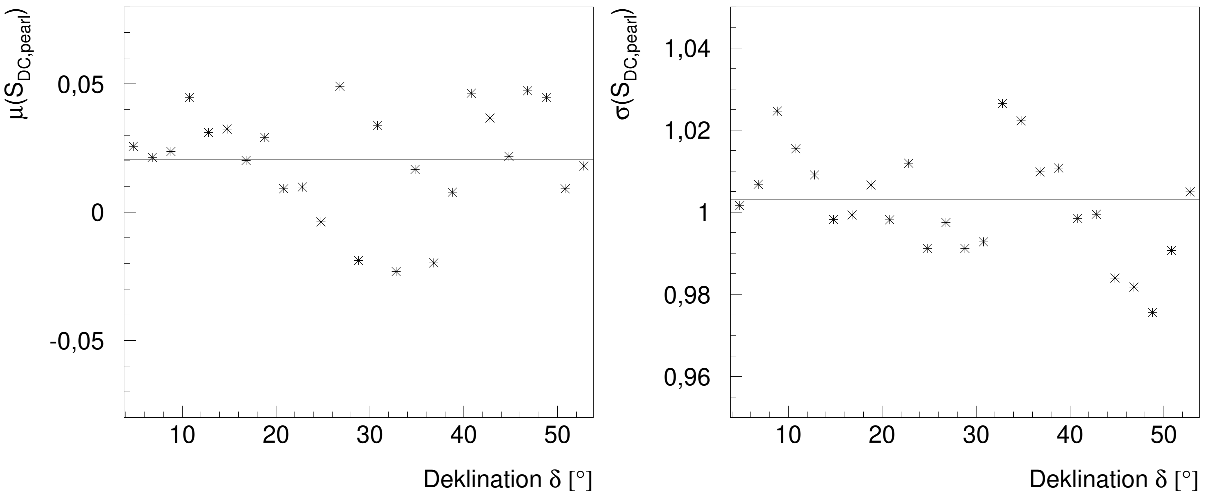


Abbildung 6.4: Links: Der Mittelwert μ der Signifikanzen $S_{\text{DC-pearl}}$ nach dem pearl-Schnitt gegen die Deklination δ. Rechts: Die Streuung σ von $S_{\text{DC-pearl}}$ gegen die Deklination.

Verteilungen von 2° breiten Deklinationsbändern). Eine deutliche Systematik ist nicht vorhanden, was ebenfalls die Gültigkeit des Verfahrens der Untergrundsbestimmung demonstriert.

In Abb. 6.3 erkennt man ferner, daß es keine Rasterpunkte gibt, deren Signifikanzen so groß sind, daß sie deutlich aus der Gesamtverteilung heraustreten. Die absoluten Maxima ergeben sich für $\alpha = 188{,}9°$, $\delta = 18{,}9°$ mit $4{,}74\,\sigma$ ohne pearl-Schnitt, und für $\alpha = 142{,}1°$, $\delta = 50{,}9°$ mit $4{,}86\,\sigma$ mit pearl-Schnitt. (Der zweite Wert oberhalb $4{,}8\,\sigma$ in letzterer Verteilung gehört zu einem benachbarten Rasterpunkt.) Es gibt also keine γ-Quellen am mit AIROBICC sichtbaren Himmel innerhalb des betrachteten Zeitraumes, deren individuelle DC-Signifikanz größer als $4{,}9\,\sigma$ wäre.

6.3.2 Ein Test auf eine hypothetische, unerkannte Mißweisung

Die auf allen Rasterpunkten vorliegenden Signifikanzen $S_{\text{DC-pearl}}$ sollen jetzt, wie in der Einleitung zu diesem Kapitel erwähnt, für eine Untersuchung einer globalen Verschiebung aller 61 im vorangegangenen Kapitel selektierten Quellen verwendet werden. Damit soll ausgeschlossen werden, daß durch einen unerkannten Effekt alle Quellpositionen verschoben erscheinen und tatsächlich signifikantere Überschüsse vorhanden sind, als im letzten Kapitel gefunden wurden.

Hier soll nur die am einfachsten greifbare Mißweisung behandelt werden, wo globale Verschiebungen in den Himmelskoordinaten untersucht werden. Aus den in Abschnitt 2.5.2 erläuterten Gründen können dadurch schon viele mögliche Effekte abgedeckt werden.

Wie im Abschnitt 6.2 erläutert, werden die den 61 Quellkandidaten nächstgelegenen Rasterpunkte gesucht, wobei jetzt aber globale Versätze in Zehntelgradschritten von bis zu $\pm 1^\circ$ in Rektaszension und Deklination hinzugefügt wurden. Die Kombination der Verschiebungen führt auf 441 verschiedene Signifikanzspektren der 61 Positionen, die im Hinblick auf ihren „Quellengehalt“ überprüft und verglichen werden sollen. Als Maß dafür ist wieder der *Fisher*-Test ideal geeignet (s. Abschnitte 4.5.3, 5.5).

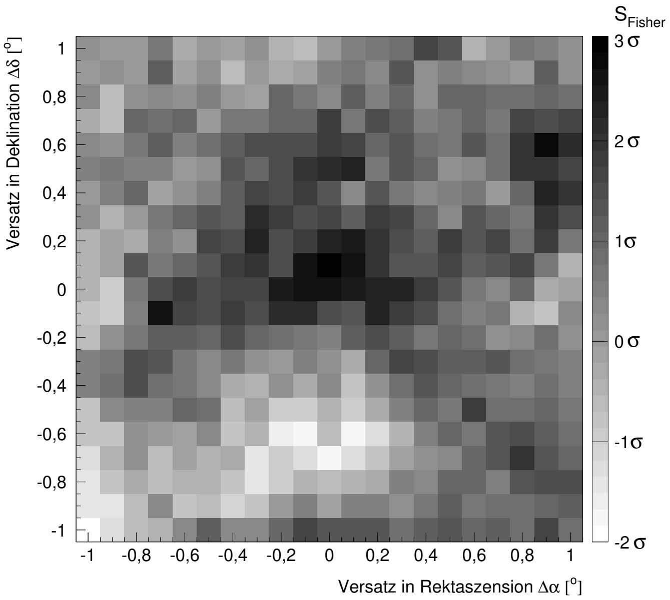


Abbildung 6.5: Die Signifikanz nach dem *Fisher*-Test für zu den Quellkoordinaten addierten Verschiebungen in den Himmelskoordinaten $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$.

Die sich aus dem *Fisher*-Test ergebenden Signifikanzen (Gl. 4.37) sind in Abb. 6.5 gegen die auf die Quellpositionen angewandten Verschiebungen $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ dargestellt. Die in dem gesamten Bereich höchste Signifikanz von $S_{\text{Fisher, max}} = 3{,}04$ findet sich bei einem Versatz von $\Delta\alpha = 0^\circ, \Delta\delta = 0{,}1^\circ$; für $\Delta\alpha = 0^\circ, \Delta\delta = 0^\circ$ ergibt sich $S_{\text{Fisher}} = 2{,}66$. Man findet hier also im wesentlichen das Resultat für die exakt selektierten Quellen auf der Sollposition aus dem Fisher-Test von $2{,}91\,\sigma$ (vgl.Abschnitt 5.5) wieder.

Aus der Tatsache, daß der höchste Wert auf einem dem Nullpunkt unmittelbar angrenzenden Punkt im Verschiebungs-Raster gefunden wurde, kann unter der Annahme, daß diese erhöhte Signifikanz auf Quellen zurückzuführen ist, geschlossen werden, daß die absolute Mißweisung $\delta_0 \approx 0{,}1^\circ \pm 0{,}1^\circ$ ist, was mit dem angenommenen Wert von $\delta_0 = 0{,}2^\circ$ in guter Übereinstimmung ist.

Umgekehrt erhält man unter Voraussetzung der bis auf $\delta_0 = 0{,}2^\circ$ korrekten Positionsbestimmung, daß die Resultate des *Fisher*-Tests auf dem Verschiebungsraster konsistent mit einem realen (auf Quellen zurückzuführenden) Effekt sind (in dem Sinne, daß es sich nicht um einen Ausläufer eines zufällig aufgetretenen, noch größeren Effektes abseits der Sollpositionen handelt). Dies kann als ein (allerdings sehr schwaches) Indiz dafür angesehen werden, daß es sich um einen realen Effekt handelt.

Ausgeschlossen werden kann aber auf jeden Fall, daß ein unerkannter Fehler in der Rekonstruktion, der zu Verschiebungen der rekonstruierten Himmelskoordinaten von bis zu $\pm 1^\circ$ führt, zum „Übersehen“ eines signifikanten Signals von den selektierten Quellen geführt haben könnte.

6.3.3 Flußobergrenzen aus der Rastersuche

Zu einem quantitativ aussagekräftigen Resultat dringt man vor, wenn man aus den Ereigniszahlen aus Quell- und Untergrundregionen obere Grenzen an auf Punktquellen zurückzuführende Ereignisüberschüsse gemäß Gl. 4.22 bestimmt. Die Angabe von daraus folgenden oberen Flußgrenzen für jeden Rasterpunkt wäre zwar die schärfste zu machende Aussage, ist jedoch bei $1.73 \cdot 10^6$ Rasterpunkten nicht praktikabel. Stattdessen soll hier so vorgegangen werden, daß zu jedem Rasterpunkt N_{OG} nach Gl. 4.22 berechnet wird und in 25 Deklinationsbändern der Breite 2° das Maximum $Q_{\mathrm{N,max}}$ des Quotienten $N_{\mathrm{OG}}/N_{\mathrm{UG}}$ in den pearl-geschnittenen Zahlen gesucht wird.

Ein exaktes Berechnen der Energieschwellen für jeden Rasterpunkt durch die mittlere Rate nach Gl. 4.15 ist mit den vorhandenen Daten nicht möglich, aber auch nicht erforderlich, weil die Energieschwelle eine (fast perfekte) Funktion von der Deklination δ ist. Zur Ermittlung dieser Funktion werden die 31 selektierten AGNs herangezogen, die als extragalaktische Objekte recht homogen am Himmel verteilt sind. Abb. 6.6 zeigt die Energieschwelle für γ-Ereignisse aus der Richtung dieser Objekte gegen die jeweilige Deklination, und die Parametrisierung $E_{\mathrm{thres},\gamma}(\delta)$ (für δ in Grad):

$$E_{\mathrm{thres},\gamma}(\delta) \;=\; A + C \cdot \left\{ \left[E \cdot \left(\frac{\delta - F}{E} - G \cdot \arctan\left(\frac{\delta - F}{E} \right) \right) + F \right]^D - B \right\}^2 \ \mathrm{TeV} \qquad (6.3)$$

(mit $A = 19{,}4$, $B = 11{,}37$, $C = 0{,}28$, $D = 0{,}73$, $E = 15{,}1$, $F = 32{,}8$, und $G = 0{,}73$)
Mit diesen Energieschwellen können jetzt für jeden Rasterpunkt obere Grenzen an den γ-Fluß gemäß Gln. 4.18, 4.22 berechnet werden.

Abb. 6.7 zeigt für die oben erwähnten 2° breiten Deklinationsbänder jeweils die mittlere Flußobergrenze für die im jeweiligen Band enthaltenen Rasterpunkte, sowie den jeweils höchsten vorkommenden Wert.

Die in diesem Kapitel dargestellten Ergebnisse sind die erste Suche nach unbekannten DC-γ-Punktquellen in einem großen Himmelsareal mit AIROBICC. Die oberen Flußgrenzen nach Abb. 6.7, in Kombination mit den Energieschwellen nach Abb. 6.6 resp. Gl. 6.3, stellen auch die ersten globalen γ-Punktquellen-Flußlimits eines bedeutenden Anteiles (37%) des Gesamthimmels im 20 TeV-Bereich überhaupt dar.

In den weiteren Abschnitten dieses Kapitels werden nun noch einige Tests durchgeführt, die zwar nicht zu derart quantifizierbaren Grenzen von Einflüssen möglicher Quellen führen wie die eben vorgestellte Analyse, die jedoch das Potential haben, mit Hilfe der Rastersuche Effekte von möglicherweise vorhandenen Quellen aufzuspüren.

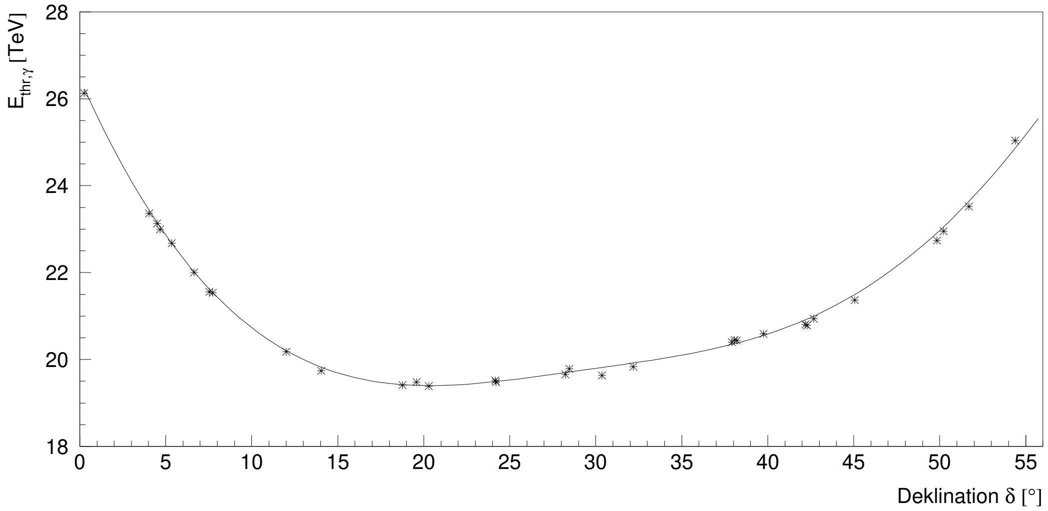


Abbildung 6.6: Die Energieschwelle für γ-Schauer in Abhängigkeit von der Deklination. Die Sterne markieren die Werte für die 31 AGNs aus 5.4.1, die durchgezogene Linie gibt die Parametrisierung nach Gl. 6.3 wieder.

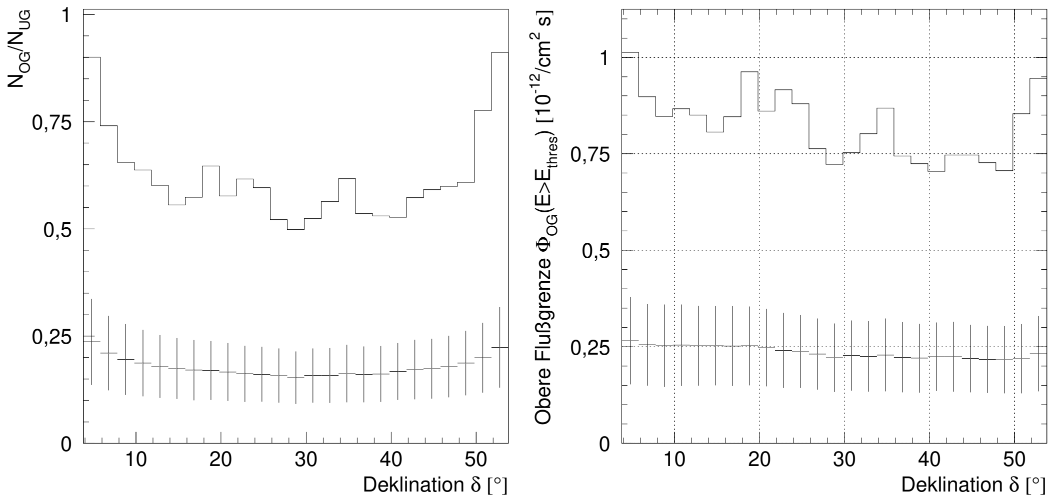


Abbildung 6.7: Die in den 2° breiten Deklinationsbändern gemessenen Mittelwerte (Fehlerkreuze) und höchsten Werte (Histogramm) für den Quotienten aus maximal vorhandener Anzahl von Überschußereignissen zur Anzahl der Untergrundereignisse $N_{\mathrm{OG}}/N_{\mathrm{UG}}$ nach den pearl-Schnitt (links) und der sich daraus ergebenden oberen Grenze an den Fluß (rechts, mit Energieschwellen für die Flußgrenzen nach Gl. 6.3). Alle Werte entsprechen einem Vertrauensintervall von 90%.

6.3.4 Ein Test auf Quellpopulationen

Für eine weitergehende Untersuchung, ob es etwa eine Population von Quellen gibt, die zwar keine herausragenden Einzelsignifikanzen, aber doch erhöhte Signifikanzen erzielen, soll jetzt ein Test durchgeführt werden. Die Idee dazu ist wie folgt:
Angenommen, es gäbe eine (unbekannte) Population von Quellen, die alle eine deutlich erhöhte Signifikanz aufweisen, aber nicht so hoch, daß sie in den Gesamtverteilungen nach Abb. 6.3

einen deutlichen Effekt zeigen, d. h. im Vergleich zu der Anzahl dieser hypothetischen Quellen sind deren typische Signifikanzen gerade nicht groß genug, um aufzufallen.[1] Hätte man nun zwei statistisch unabhängige Tests gleicher Empfindlichkeit, so sollten solche Quellen in beiden Tests im Mittel gleiche, positive Signifikanzen erreichen. Wenn man also mit dem ersten Test eine Auswahl von Himmelspositionen selektiert, die eine gewisse Mindestsignifikanz aufweisen, kann unter günstigen Voraussetzungen die Verteilung der Signifikanzen für diese Positionen nach dem zweiten Test eine unter der Untergrundhypothese unwahrscheinliche Anhäufung höherer Werte aufweisen.

Solche unabhängigen Tests könnten z. B. durch Aufteilen des gesamten Datensatzes in eine „frühe“ und eine „späte“ Hälfte konstruiert werden. Abgesehen davon, daß eine solche Unterteilung bei sporadisch aktiven Quellen problematisch ist , ist sie mit den aus der Rastersuche zur Verfügung stehenden Werten ohnehin nicht zu verwirklichen, weswegen ein anderer Weg beschritten werden muß.

Es sollen dazu ohne pearl-Schnitt erzielte Überschüsse oberhalb von $3{,}1\,\sigma$ bzw. $3{,}6\,\sigma$ mit einem von dieser Auswahl unabhängigen Signifikanztest vergleichbarer Sensitivität auf einen Überschuß hin untersucht werden.[2]

Die Betrachtung des Überschusses nach dem pearl-Schnitt hierfür ist zwar möglich, aber nicht trivial; schließlich ist dieser Wert statistisch nicht unabhängig vom Resultat vor dem Schnitt[3], müßte also „bereinigt“ werden, was (wegen leicht variierender und nicht mit beliebiger Präzision bestimmbarer Hadronakzeptanzen) nicht ganz einfach ist. Stattdessen soll hier eine weitere Signifikanz $S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}$ eingeführt werden, die in offensichtlicher Weise unabhängig von S_{DC} ist: Statt den Erwartungswert für die Ereigniszahl nach einem pearl-Schnitt in der Quellregion aus den ebenfalls pearl-geschnittenen Ereignissen aus der Untergrundregion zu ermitteln (klassische Methode), soll dieser jetzt aus der Ereigniszahl **in der Quellregion vor dem pearl-Schnitt** bestimmt werden, wobei die dazu benötigte Schnitteffizienz aus den Ereigniszahlen in der Untergrundregion vor und nach dem pearl-Schnitt gewonnen wird. Dies ist schematisch in Abb. 6.8 dargestellt.

Dazu wird von der Untergrund-Hypothese ausgegangen: Alle Ereignisse N_{QB} im Quellbin seien, unabhängig vom tatsächlichen Überschuß oder Defizit, hadronische Untergrund-Ereignisse. Demgemäß sind die Ereignisanzahlen K_{QB} nach dem pearl-Schnitt binomialverteilt nach $B(N_{\mathrm{QB}}, \varepsilon_{\mathrm{had}})$. Das individuelle $\varepsilon_{\mathrm{had}}$ soll jetzt aus den Untergrundereignissen ermittelt werden, nämlich aus dem Quotienten der Ereignisanzahlen vor (N_{UG}) und nach (K_{UG}) dem pearl-Schnitt, daher gilt für den Erwartungswert der Hadroneffizienz

$$\overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}} = \frac{K_{\mathrm{UG}}}{N_{\mathrm{UG}}} \tag{6.4}$$

[1] Insbesondere wegen des starken Oversamplings sind quantifizierbare Tests auf Effekte „inmitten“ der $S_{\mathrm{DC\text{-}pearl}}$-Verteilung außerordentlich schwierig.

[2] Die Werte sind willkürlich gewählt; wegen der Verschiebung des Mittelwertes in der S_{DC}-Verteilung (Abb. 6.3) entsprechen sie ca. „echten“ $3{,}0\,\sigma$ bzw. $3{,}5\,\sigma$.

[3] Bei puren Untergrundereignissen erwartet man bei einem $x\sigma$-Überschuß vor dem Schnitt einen $(x \cdot \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{had}}})\,\sigma$-Überschuß nach dem Schnitt; es liegt also ein Korrelationskoeffizient $\rho \approx 0{,}3$ vor.

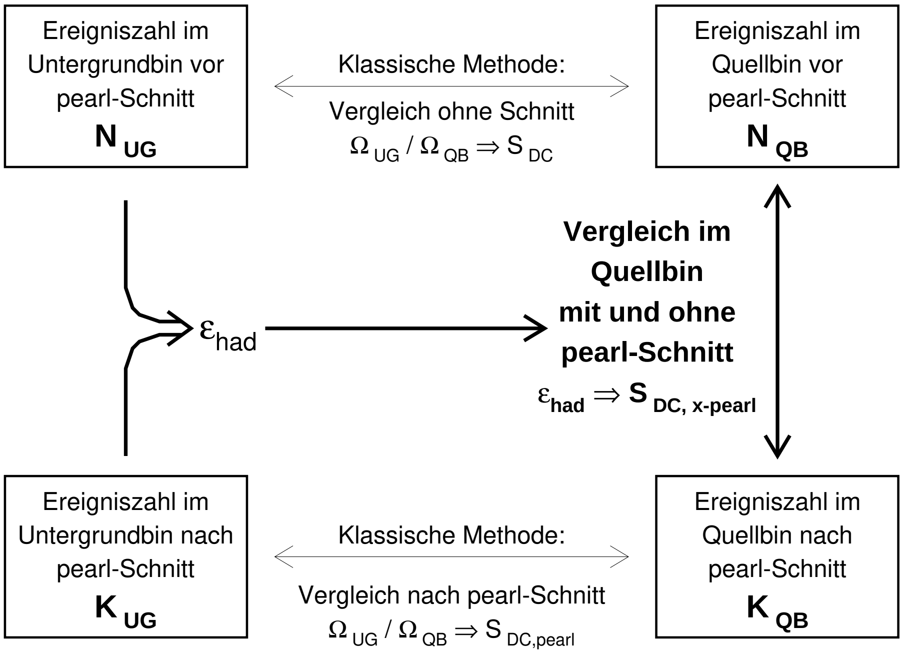


Abbildung 6.8: Schematische Darstellung zur Gewinnung einer von der DC-Signifikanz S_{DC} vor dem pearl-Schnitt unabhängigen DC-Signifikanz $S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}$ (siehe Text).

Der Fehler[4] daran ergibt sich wieder aus der Binomialstatistik:

$$\sigma_{\varepsilon_{\mathrm{had}}} = \frac{\overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}} \cdot (1 - \overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}})}{\sqrt{N_{\mathrm{UG}}}} \tag{6.5}$$

Der Erwartungswert von K_{QB} ergibt sich dann zu

$$\overline{K}_{\mathrm{QB}} = \overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}} \cdot N_{\mathrm{QB}} \tag{6.6}$$

Bezeichnet man noch

$$\alpha_{\mathrm{x}} := \frac{N_{\mathrm{QB}}}{N_{\mathrm{UG}}} \qquad \text{und} \qquad K_{\mathrm{S}} := K_{\mathrm{QB}} - \overline{K}_{\mathrm{QB}} \tag{6.7}$$

so kann man die Signifikanz im *gauß*ischen Grenzfall folgendermaßen berechnen (siehe dazu auch Gl. C.10 im Anhang C und die Anmerkungen dazu):
Die Binomialstreuung von K_{QB} im Quellbin selbst ist

$$\sigma_{K_{\mathrm{QB}},1} = \sqrt{(1 - \overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}}) \cdot \overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}} \cdot N_{\mathrm{QB}}} \tag{6.8}$$

die zusätzliche Streuung durch den Fehler an der $\varepsilon_{\mathrm{had}}$-Bestimmung ist

$$\sigma_{K_{\mathrm{QB}},2} = \sigma_{\varepsilon_{\mathrm{had}}} \cdot N_{\mathrm{QB}} \qquad = \qquad \sqrt{\alpha_{\mathrm{x}} \cdot (1 - \overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}}) \cdot \overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}} \cdot N_{\mathrm{QB}}} \tag{6.9}$$

daher

$$S_{Gau\ss} = \frac{K_{\mathrm{S}}}{\sqrt{\sigma^2_{K_{\mathrm{QB}},1} + \sigma^2_{K_{\mathrm{QB}},2}}} \qquad = \frac{K_{\mathrm{S}}}{\sqrt{(1 - \overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}}) \cdot \overline{K}_{\mathrm{QB}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_{\mathrm{x}}}} \tag{6.10}$$

[4] Wegen der großen Anzahl der Ereignisse im Untergrund-Bin darf in guter Näherung von einer Normalverteilung ausgegangen werden.

also ein Resultat analog zu Gl. C.10 (bis auf den Term $1-\overline{\varepsilon}_{\mathrm{had}}$, der die geringere Streuung in der Binomialstatistik im Gegensatz zur *Poisson*-Statistik reflektiert).

Eine über das *Gauß*-Limit hinausgehende Betrachtung erfordert die Verallgemeinerung der Formel von LI & MA 1983, die den analogen Fall für *Poisson*-Verteilungen vollständig behandelt. Dazu muß das Likelihood-Verhältnis λ der Nullhypothese (alle Ereignisse entstammen dem Untergrund, d. h. $\langle K_{\mathrm{S}}\rangle = 0$) zur Alternativhypothese (ein Überschuß stammt von einer zusätzlichen Quelle, $\langle K_{\mathrm{S}}\rangle \neq 0$) berechnet werden. Unter Ausnutzung des *Wilks*'schen Theorems (WILKS 1938) und unter Berücksichtigung eines Parameters ($\langle K_{\mathrm{S}}\rangle$), der in die Nullhypothese eingeht, erhält man dann, daß bei Richtigkeit der Nullhypothese $-2\log(\lambda)$ asymptotisch wie eine χ^2-Verteilung mit einem Freiheitsgrad verteilt ist, also $S := \sqrt{-2\log(\lambda)}$ standardnormalverteilt ist und direkt als Signifikanz interpretiert werden kann.

Ein analoges Vorgehen wie in LI & MA 1983 unter Ersetzung der *Poisson*- durch Binomialwahrscheinlichkeiten (was hier aber nicht im Detail vorgerechnet wird) führt dann auf folgenden Ausdruck für die Signifikanz:

$$
\begin{aligned}
S_{\mathrm{DC\,x\text{-}pearl}} = \sqrt{2}\cdot \Bigg(& K_{\mathrm{QB}}\log\left(\frac{1+\alpha_{\mathrm{x}}}{\alpha_{\mathrm{x}}}\cdot\frac{K_{\mathrm{QB}}}{K_{\mathrm{QB}}+K_{\mathrm{UG}}}\right) + K_{\mathrm{UG}}\log\left((1+\alpha_{\mathrm{x}})\cdot\frac{K_{\mathrm{UG}}}{K_{\mathrm{QB}}+K_{\mathrm{UG}}}\right) \\
& +(N_{\mathrm{QB}}-K_{\mathrm{QB}})\log\left(\frac{(1+\alpha_{\mathrm{x}})(N_{\mathrm{QB}}-K_{\mathrm{QB}})}{(1+\alpha_{\mathrm{x}})N_{\mathrm{QB}}-\alpha_{\mathrm{x}}(K_{\mathrm{QB}}+K_{\mathrm{UG}})}\right) \\
& +(N_{\mathrm{UG}}-K_{\mathrm{UG}})\log\left(\frac{(1+\alpha_{\mathrm{x}})(N_{\mathrm{UG}}-K_{\mathrm{UG}})}{(1+\alpha_{\mathrm{x}})N_{\mathrm{UG}}-K_{\mathrm{QB}}-K_{\mathrm{UG}}}\right)\Bigg)^{1/2}
\end{aligned}
\tag{6.11}
$$

In der ersten Zeile erkennt man die Formel von LI & MA 1983 (Gl. 4.5 oder Gl. C.3) wieder, die unteren beiden Zeilen (die auch unter die Wurzel gehören) charakterisieren die Erweiterung durch die Binomialstatistik. Für $|K_{\mathrm{S}}| \ll \overline{K}_{\mathrm{QB}}$ gilt dann wieder $S_{\mathrm{DC\,x\text{-}pearl}} \simeq S_{Gau\ss}$ (hier ohne Beweis, vgl. aber Anhang C). Signifikanzen nach Gl. 6.11 sind jetzt also im Falle reiner Untergrundereignisse *per constructionem* gänzlich unabhängig von S_{DC} (aber natürlich stark korreliert mit $S_{\mathrm{DC\text{-}pearl}}$).

Um die Empfindlichkeit auf echte γ-Quellen in Relation zu S_{DC} zu ermitteln (also gewissermaßen den Q_{x}-Faktor), was traditionell und gerechtfertigterweise (vgl. Abschnitt C.3) als Erwartungswertbetrachtung für den *gauß*ischen Grenzfall gemacht wird, so gilt wieder für die Signifikanz S_{DC} vor dem pearl-Schnitt

$$S_{\mathrm{DC}} = \frac{N_{\mathrm{S}}}{\sqrt{\alpha N_{\mathrm{UG}}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\alpha}} \qquad \text{(vgl. auch Gl. C.10)} \tag{6.12}$$

mit

$$N_{\mathrm{S}} = N_{\mathrm{QB}} - \alpha N_{\mathrm{UG}} \qquad \text{und} \qquad \alpha = \frac{\Omega_{\mathrm{QB}}}{\Omega_{\mathrm{UG}}} \tag{6.13}$$

N_{S} bzeichnet also die Anzahl der Überschußereignisse im Quellbin, die diesmal als von γ-Ereignissen herrührend angenommen wird, und α ist das Verhältnis der Raumwinkel von Quell- und Untergrundbin. In einer Erwartungswertbetrachtung für die Anzahlen nach dem pearl-Schnitt gilt dann

$$\langle\overline{K}_{\mathrm{QB}}\rangle = \varepsilon_{\mathrm{had}}\cdot(\langle N_{\mathrm{S}}\rangle + \alpha N_{\mathrm{UG}}) \qquad \text{und} \qquad \langle K_{\mathrm{QB}}\rangle = \varepsilon_{\gamma}\langle N_{\mathrm{S}}\rangle + \varepsilon_{\mathrm{had}}\alpha N_{\mathrm{UG}} \tag{6.14}$$

also

$$\langle K_\mathrm{S}\rangle = \langle K_\mathrm{QB}\rangle - \langle \overline{K}_\mathrm{QB}\rangle = (\varepsilon_\gamma - \varepsilon_\mathrm{had})\cdot\langle N_\mathrm{S}\rangle \tag{6.15}$$

Nutzt man noch $\langle\alpha_\mathrm{x}\rangle = \alpha$, so wird damit nach Gl. 6.10

$$\begin{aligned}\langle S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}\rangle &= \frac{(\varepsilon_\gamma - \varepsilon_\mathrm{had})\cdot\langle N_\mathrm{S}\rangle}{\sqrt{(1-\varepsilon_\mathrm{had})\cdot\varepsilon_\mathrm{had}\cdot(\langle N_\mathrm{S}\rangle + \alpha N_\mathrm{UG})}}\\ &= \langle S_\mathrm{DC}\rangle\cdot\frac{\varepsilon_\gamma - \varepsilon_\mathrm{had}}{\sqrt{(1-\varepsilon_\mathrm{had})\cdot\varepsilon_\mathrm{had}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{1+\langle N_\mathrm{S}\rangle/(\alpha N_\mathrm{UG})}}\end{aligned} \tag{6.16}$$

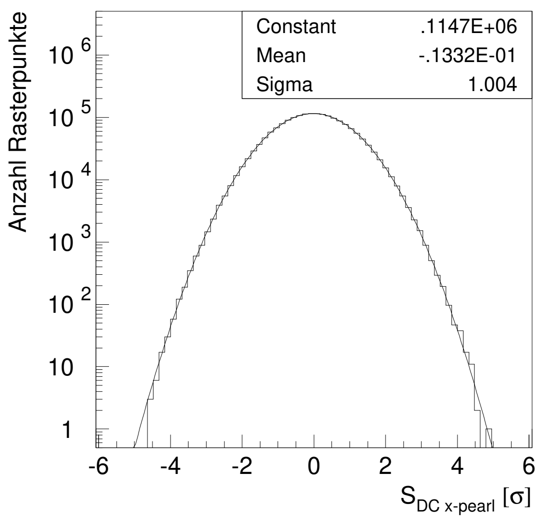
Der letzte Wurzelterm darin gehört wiederum zu einem nicht*gauß*ischen Anteil und ist ist für die hier zu betrachtenden Fälle praktisch gleich 1, daher

$$\frac{\langle S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}\rangle}{\langle S_\mathrm{DC}\rangle} = \frac{\varepsilon_\gamma - \varepsilon_\mathrm{had}}{\sqrt{(1-\varepsilon_\mathrm{had})\cdot\varepsilon_\mathrm{had}}} =: Q_\mathrm{x} \tag{6.17}$$

Für die γ-Hadron-Separation mit pearl kommt man zu einem konservativ abgeschätzten relativen Qualitätsfaktor $Q_\mathrm{x} = 1{,}00$, wenn man die Werte aus Gl. 3.31 verwendet, und zu $Q_\mathrm{x} = 1{,}18$, wenn man die aus den M$^\mathrm{t}$Carlo-Simulationen gewonnenen Schnitteffizienzen einsetzt (jeweils für geforderte AIROBICC-Trigger).

Mit $S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}$ steht demnach eine von S_DC statistisch vollständig unabhängige Testgröße für den am Anfang dieses Abschnitts angestrebten Test zur Verfügung. (Tatsächlich würde die Kombination von $S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}$ und S_DC sogar einen Test ermöglichen, der noch etwas sensitiver wäre als die schlichte Signifikanzbestimmung $S_{\mathrm{DC\text{-}pearl}}$ nach dem pearl-Schnitt, siehe nachfolgender „Einschub".)

In Abb. 6.9 (links) ist zu sehen, daß die Konstruktion gelungen ist. Gezeigt ist das Spektrum



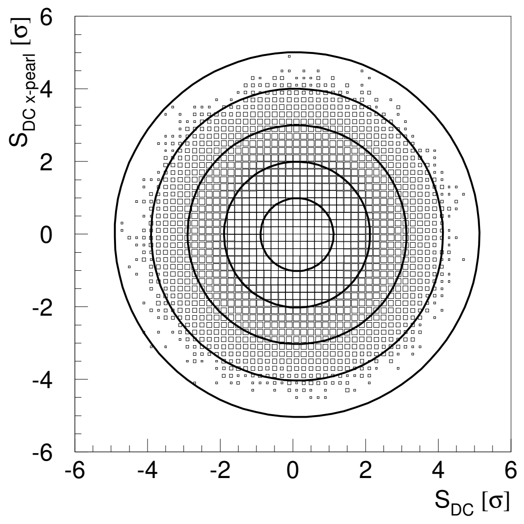


Abbildung 6.9: Links: Das Spektrum der DC-Signifikanzen $S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}$ (siehe Text) mit der daran angepaßten Normalverteilung. Rechts: Die histogrammierte Korrelation zwischen $S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}$ und der DC-Signifikanz vor dem pearl-Schnitt S_DC. Die Kästchengröße in der Darstellung ist dabei proportional zum Logarithmus der Anzahl der Einträge; die kleinsten Kästchen entsprechen einem Eintrag. Außerdem sind die Trägheitsellipsen eingezeichnet, die den ganzzahligen Signifikanzniveaus $1\ldots5\,\sigma$ entsprechen.

der Signifikanzen $S_{\mathrm{DC\,x\text{-}pearl}}$ nach Gl. 6.11 für alle Rasterpunkte; wieder wird im Spektrum eine Breite von 1 erzielt (im Rahmen der zu erwartenden Streuung, s. Gln. 6.1, 6.2), und ein wieder zu vernachlässigender Mittelwert von $-0{,}013$. In der Korrelationsdarstellung wird die Unkorreliertheit von S_{DC} und $S_{\mathrm{DC\,x\text{-}pearl}}$ deutlich. Ferner ist bereits zu erkennen, daß es im ersten Quadranten (wo man Effekte der oben erwähnten Populationen erwarten würde) jedenfalls keine besonders auffälligen Effekte gibt.

Abb. 6.10 zeigt jetzt die Verteilungen von $S_{\mathrm{DC\,x\text{-}pearl}}$ für diejenigen Rasterpunkte, deren Signifikanz S_{DC} vor dem pearl-Schnitt größer als $3{,}1\,\sigma$ bzw. $3{,}6\,\sigma$ ist:

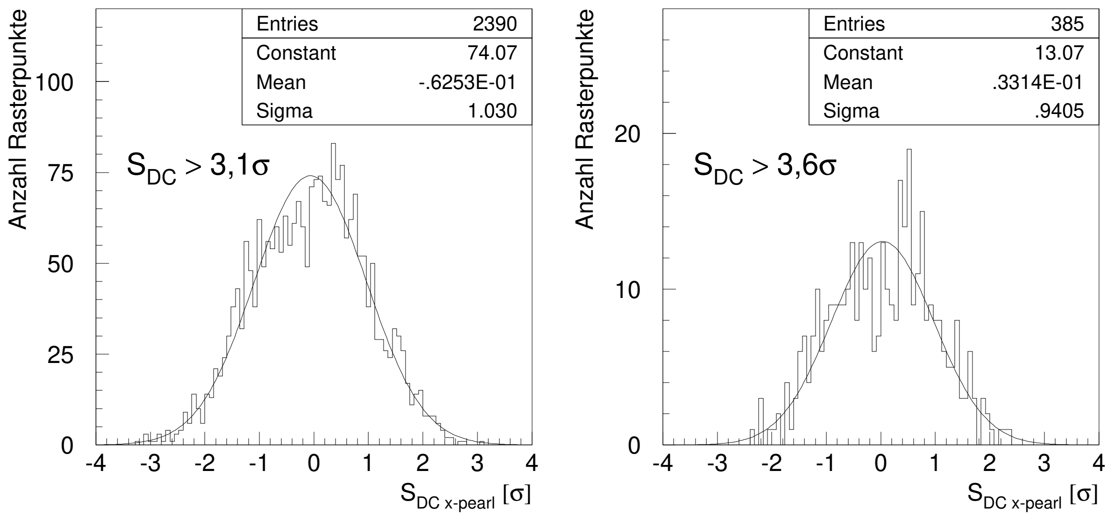


Abbildung 6.10: Die Spektren der DC-Signifikanzen $S_{\mathrm{DC\,x\text{-}pearl}}$ mit daran angepaßten Normalverteilungen nach einem Schnitt in S_{DC} von $3{,}1\,\sigma$ (links) resp. $3{,}6\,\sigma$ (rechts).

In keiner der beiden Verteilungen können „mit bloßem Auge“ deutliche Abweichungen von der Erwartung gefunden werden. Schließlich sollten sich wegen annähernd gleicher Empfindlichkeit der Signifikanzen S_{DC} und $S_{\mathrm{DC\,x\text{-}pearl}}$ etwa vorhandene Quellpopulationen in diesen Verteilungen ungefähr auch bei $3\,\sigma$ bzw. $3{,}5\,\sigma$ bemerkbar machen. Wegen der hier entstandenen äußerst verwickelten Oversampling-Situation soll kein Verteilungstest angewandt werden. Einfache Überschlagsrechnungen ergeben jedoch, daß zumindest Mittelwerte und Varianzen der Verteilungen keinen Anlaß dazu geben, einen verborgenen Effekt darin zu vermuten.

Ein Blick auf die zu Kontrollzwecken dargestellten „Anti-Sample“ (Abb. 6.11), die mit Schnitten $S_{\mathrm{DC}} < -2{,}9\,\sigma$ resp. $S_{\mathrm{DC}} < -3{,}4\,\sigma$ erhalten wurden, so daß sie etwa die gleichen Ereignisanzahlen beinhalten und für die kein Effekt vorhanden sein darf, zeigt ebenfalls die gute Übereinstimmung mit der Erwartung. Ferner geben sie ein Gefühl dafür, wie stark die durch das Oversampling hervorgerufenen Clusterungen von ähnlich signifikanten, benachbarten Rasterpunkten unter solchen Schnittbedingungen sind.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß es im Sinne der eingangs ausgeführten Ideen offenbar keine nennenswerten Quellpopulationen gibt, deren Flüsse knapp unterhalb von „absolut detektierbaren“ Werten liegen.

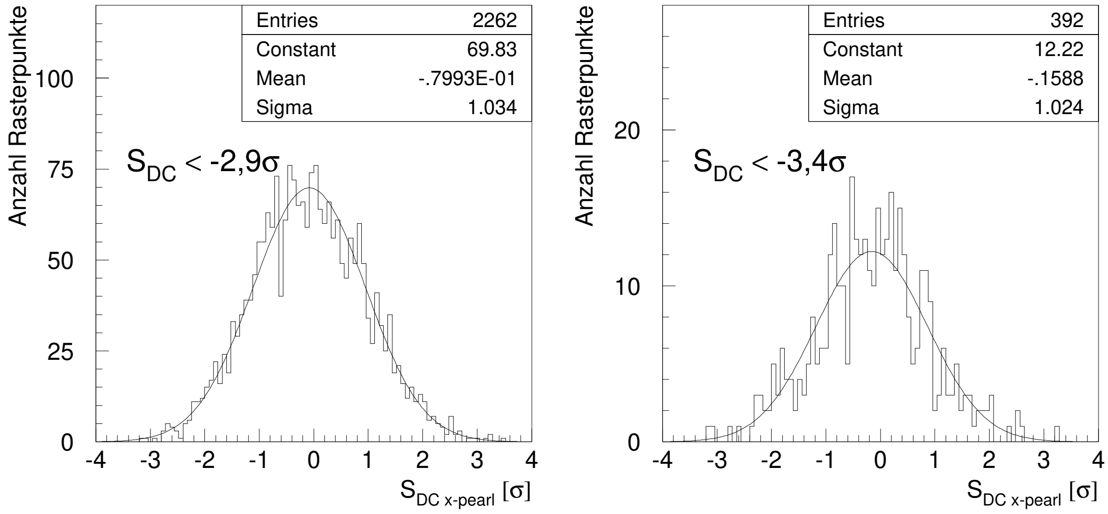


Abbildung 6.11: Die Spektren der DC-Signifikanzen $S_{\mathrm{DC\ x\text{-}pearl}}$ mit daran angepaßten Normalverteilungen nach einem Schnitt in S_{DC} von $-2{,}9\sigma$ (links) resp. $-3{,}4\sigma$ (rechts).

6.3.5 Ein „Einschub" über die Ausnutzung der trennenden Größe in einer γ-Hadron-Separation

Üblicherweise wird eine Trenngröße, die nach einem Schnitt zu den Effizienzen ε_γ, $\varepsilon_{\mathrm{had}}$ führt, so eingesetzt, daß man die Signifikanzen, die sich durch Vergleich von Quellbin- und Untergrundanzahlen nach einem Schnitt ergeben, betrachtet. Der Sensitivitätsgewinn beträgt dabei

$$Q = \frac{\varepsilon_\gamma}{\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{had}}}} \tag{6.18}$$

Der Schnittwert selbst in der trennenden Variablen wird dann auf denjenigen Wert festgelegt, der Q maximiert. Obige Konstruktion läßt aber auch einen anderen Weg zu, nämlich die gewichtete Linearkombination aus den unabhängigen Signifikanzen S_{DC} und $S_{\mathrm{DC\,x}}$. Sind diese beiden standardnormalverteilt, so gilt das auch für die Größe

$$S' := \frac{S_{\mathrm{DC}} + \lambda \cdot S_{\mathrm{DC\,x}}}{\sqrt{1+\lambda^2}} \qquad (\lambda \in \mathbb{R}) \tag{6.19}$$

Maximierung von S' unter Variation von λ liefert $\lambda_{\max} = Q_{\mathrm{x}}$, damit also

$$S'_{\max} = \frac{S_{\mathrm{DC}} + Q_{\mathrm{x}} \cdot S_{\mathrm{DC\,x}}}{\sqrt{1+Q_{\mathrm{x}}^2}} \tag{6.20}$$

mit einem sich dafür ergebenden Q-Faktor von

$$Q'_{\max} = \sqrt{1 + Q_{\mathrm{x}}^2 \cdot S_{\mathrm{DC\,x}}} \tag{6.21}$$

Benutzt man Gln. 6.17, 6.18, so führt das auf folgende Abhängigkeit von oben definiertem „konventionellen" Q-Faktor nach Gl. 6.18:

$$Q'_{\max} = \frac{\sqrt{1 + Q^2 - 2Q\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{had}}}}}{\sqrt{1-\varepsilon_{\mathrm{had}}}} \tag{6.22}$$

Berücksichtigt man noch, daß $\varepsilon_{\text{had}} \leq Q^{-2}$ (da immer $\varepsilon_\gamma \leq 1$), so entnimmt man Gl. 6.22, daß bei festem Q Q'_{max} für sinkende ε_{had} monoton steigt, und zwischen $Q'_{\text{max}} = Q$ für $\varepsilon_{\text{had}} = Q^{-2}$ (maximale Korrelation) und $Q'_{\text{max}} = \sqrt{1+Q^2}$ für $\varepsilon_{\text{had}} \to 0$ (keine Korrelation) liegt. Daraus folgt, daß man so bei verhältnismäßig kleinen konventionellen Q-Werten einer γ-Hadron-Separation mit gleichzeitig kleiner Hadroneffizienz die Empfindlichkeit steigern kann. Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß ja der Schnittwert in der Trenngröße noch suboptimal ist; neu zu maximieren wäre dementsprechend

$$Q'_{\text{max}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\varepsilon_\gamma^2}{\varepsilon_{\text{had}}} - 2\varepsilon_\gamma}{1-\varepsilon_{\text{had}}}} \tag{6.23}$$

(was einfach eine Übersetzung von Gl. 6.22 ist.)

Angewandt auf die γ-Hadron-Separation mit pearl ergibt sich ohne Neuoptimierung des Schnittwertes ein Q'_{max} (absolut) von 1,61, wenn man von $\varepsilon_\gamma = 0{,}42$, $\varepsilon_{\text{had}} = 0{,}079$ ausgeht (mit $Q_{\text{abs}} = 1{,}50$, s. Tab. 3.2). Die konservative Abschätzung von $\varepsilon_\gamma = 0{,}37$ (s. Gl. 3.31) mit $Q_{\text{abs}} = 1{,}31$ führt auf ein $Q'_{\text{max}} = 1{,}47$. Eine Neuoptimierung der Schnitte ändert dieses Resultat nicht mehr merklich. Wegen dieses vergleichsweise nur bescheidenen Sensitivitätsgewinnes wurde aufgrund der größeren Unanschaulichkeit von S' in Signifikanz- und Flußberechnungen (s. auch Abschnitt 4.1) auf eine Anwendung im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

6.4 Anwendung der Tests auf variable Quellen

In einem weiteren Durchlauf sämtlicher Daten (nach der Ermittlung der DC-Statistiken, da die sich ergebenden Werte für die folgenden Untersuchungen benötigt werden) sollen nun die Signifikanzen $S_{\text{var, kol}}$, $S_{\text{burst, exp}}$ der beiden Variabilitätstests für sämtliche Rasterpunkte für die pearl-geschnittenen Ereignisse ermittelt werden (s. Abschnitt 4.5). Dies ist dabei nur wegen der einfachen Definitionen der verwendeten Maße und der zugrundeliegenden Statistiken möglich; ein Test auf Variablilität mit irgendeinem gebinnten Test wäre bei einer Zahl von größenordnungsmäßig 2 Millionen Rasterpunkten schlicht undurchführbar.

Ziel der nun folgenden Untersuchungen ist dabei, möglicherweise vorhandene Quellen zu finden, deren DC-Signifikanz zu gering ist, um in den bisherigen Untersuchungen aufzufallen, deren Variabilität jedoch so stark ausgeprägt ist, daß sie mit dem exp-Test oder dem *Kolmogorov*-Test gefunden werden können.

Die Konstruktion der Abweichungsmaße D (*Kolmogorov*-Test) und $\mathcal{M}$ (exp-Test, s. auch Anhang D) ist während des Programmlaufs durch wenige Speicherplätze pro Rasterpunkt möglich, da bereits die Gesamtzahl der Quellregions- und Untergrundereignisse nach dem pearl-Schnitt im ersten Durchlauf der Daten ermittelt worden sind. Dadurch liegen die empirischen Verteilungsfunktionen für Quellregions- und Untergrundereignisse für jeden Rasterpunkt jederzeit fest. Die für den *Kolmogorov*-Test benötigte maximale Abweichung D kann dann im Vergleich dieser Funktionen bei jedem eintreffenden Quellregions-Ereignis gefunden werden.

Für den exp-Test ist allerdings ein kleiner Trick nötig: Zur histogrammfreien Berechnung der Summe in Gl. 4.31 muß der Mittelwert der Zwischenereignisse C^* bekannt sein; es liegen aber nur die Gesamtzahl der Ereignisse in Quell- und Untergrundregion (K_{QB} und K_{UG}) vor. Normalerweise würde man die Zwischenereignisse aus den $K_{QB} - 1$ Intervallen zwischen zwei Quellregionsereignissen betrachten; dafür ist aber der Mittelwert nicht berechenbar. Bei genügend langem Datennahmezeitraum, bei der die Wahrscheinlichkeit, gar kein Quellereignis zu erhalten, praktisch gleich Null ist, gilt aber für das Intervall vom Start der Datennahme bis zum ersten Quellregions-Ereignis dieselbe Statistik wie für ein Intervall zwischen zwei Quellregions-Ereignissen. Dies ist in der vollständigen Unkorreliertheit der Ereignisse in *Poisson*-Prozessen begründet. Wegen der Invarianz der statistischen Eigenschaften von *Poisson*-Prozessen gegen Zeitumkehrung gilt das eben Gesagte auch für das Intervall zwischen dem letzten registrierten Ereignis und dem Datennahme-Ende. Statt $K_{QB} - 1$ werden jetzt also $K_{QB} + 1$ Intervalle betrachtet, und der Mittelwert der Zwischenereignis-Anzahlen ist dann $C^* = K_{UG}/(K_{QB} + 1)$.

Wie bereits in Kapitel 4 erwähnt, ist zur Anwendung dieser Tests eine chronologische Sortierung der Daten nötig, und auch für den exp-Test darf sich nicht etwa nur auf Zwischenereignis-Anzahlen beschränkt werden, die vollständig innerhalb eines Runs liegen, sondern es müssen ebenfalls die Intervalle eingehen, deren begrenzende Quellregions-Ereignisse zu verschiedenen Tagen gehören.

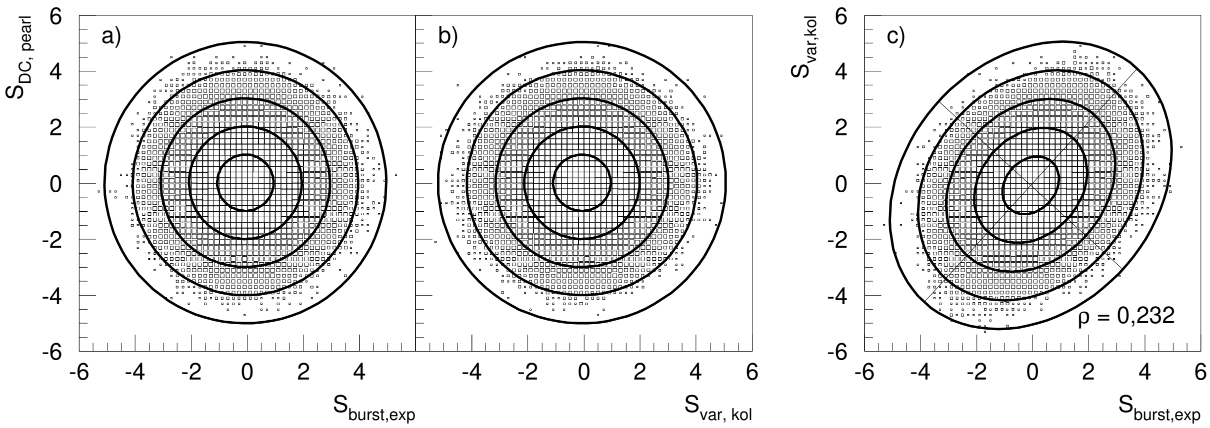


Abbildung 6.12: Die Korrelationsdarstellungen der DC-Signifikanz $S_{\text{DC-pearl}}$ nach dem pearl-Schnitt gegen die Signifikanz $S_{\text{burst, exp}}$ aus dem Exponentialtest resp. die Signifikanz $S_{\text{var, kol}}$ aus dem *Kolmogorov*-Test (a resp. b), und die Korrelation von $S_{\text{var, kol}}$ gegen $S_{\text{burst, exp}}$ (c). Die Kästchengröße ist dabei wieder proportional zum Logarithmus der Anzahl der Einträge; die kleinsten Kästchen entsprechen einem Eintrag. Die eingezeichneten Trägheitsellipsen gehören zu den $1 \dots 5\sigma$-Niveaus.

Für die Untersuchungen der so nach Gl. 4.31 resp. Gl. 4.26 (mit anschließender Konversion in eine Signifikanz) errechneten Signifikanzen wurde sich auch wieder auf die $1{,}73 \cdot 10^6$ Rasterpunkte für δ zwischen $3{,}8°$ und $53{,}8°$ beschränkt (s. S. 159). Abb. 6.12 zeigt zunächst die zweidimensionalen Verteilungen der Variabilitäts-Signifikanzen mit der DC-Signifikanz sowie die Korrelation von $S_{\text{burst, exp}}$ und $S_{\text{var, kol}}$ untereinander. Man erkennt inAbb. 6.12 a) und b) die in den Konstruktionen der Tests angelegte Unabhängigkeit von der DC-Signifikanz, während in c) die leichte Korrelation zwischen $S_{\text{burst, exp}}$ und $S_{\text{var, kol}}$ zu sehen ist.

In Abb. 6.13 sind die Spektren der Signifikanzen dargestellt. In beiden Verteilungen sind kleine Abweichungen von einer Standardnormalverteilung zu sehen (leichtes Defizit bei stark negativen Signifikanzen und leicher Überschuß bei stark positiven Signifikanzen beim exp-Test, eine

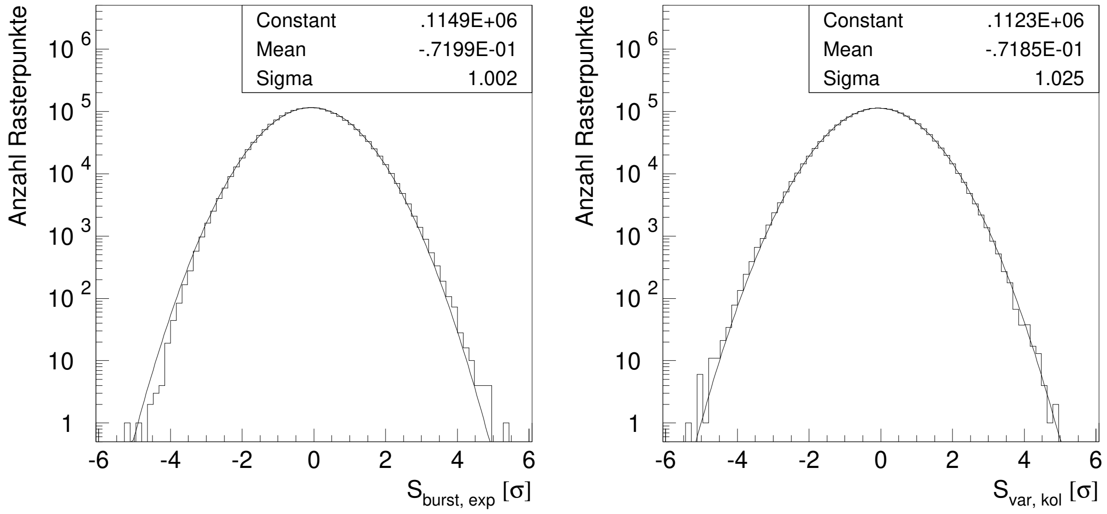


Abbildung 6.13: Links: Das Spektrum der Ausbruchssignifikanz nach dem Exponential-Test $S_{\text{burst, exp}}$. Rechts: Das Spektrum der Signifikanzen für variable Flüsse nach dem *Kolmogorov*-Test $S_{\text{var, kol}}$. Die durchgezogenen Linien sind die angepaßten Normalverteilungen.

signifikante Verbreiterung der Verteilung im *Kolmogorov*-Test), die (mindestens für den exp-Test) auf der Tatsache beruhen, daß die Signifikanzen aus asymptotischen Näherungen gewonnen wurden (s. Abb. D.2), die bei typischen $K_{\text{QB}} \approx 110 \pm 25$ zu solchen leichten Deformationen führen.

Die einzige kleine Auffälligkeit liegt bei der für einen Rasterpunkt erzielten nominalen Signifikanz von $S_{\text{burst, exp}} = 5{,}35\,\sigma$, die einer konservativ abgeschätzten, nominalen Zufallswahrscheinlichkeit (alle Rasterpunkte werden als unabhängig betrachtet) von $P_Z = 0{,}073$ entspricht. Durch die Verzerrung der Verteilung ist die reale Zufallswahrscheinlichkeit aber etwas höher als dieser Wert. Außerdem spricht die auf diesem Rasterpunkt ($\alpha = 196{,}2°$, $\delta = 29{,}3°$) erhaltene DC-Signifikanz $S_{\text{DC-pearl}} = 0{,}26\,\sigma$ gegen einen realen Effekt (s. Gl. 4.32), so daß dieses Ergebnis wohl auf eine Fluktuation zurückzuführen ist. Es ist also festzustellen, daß keine Signifikanzen der Variabilitätstests auftreten, die bei der Betrachtung aller Rasterpunkte zu signifikant kleinen Zufallswahrscheinlichkeiten führen.

Die Ergebnisse der beiden Tests auf variable Quellen sollen nun noch im Sinne von Abschnitt 6.3.4 verwendet werden: Falls es einige Quellen gibt, deren DC-Signifikanz nach dem pearl-Schnitt $S_{\text{DC-pearl}}$ gerade nicht ausreicht, um sie „absolut“ zu detektieren, die aber so variable Flüsse haben, daß einer der Variabilitätstests darauf sensitiv ist, so sollten sich diese in der Verteilung der Signifikanzen $S_{\text{burst, exp}}$ oder $S_{\text{var, kol}}$ nach einem Schnitt in der Mindestsignifikanz von der erwarteten Verteilung absetzen. Dazu werden im folgenden $S_{\text{DC-pearl}} > 3{,}0\,\sigma$ resp. $S_{\text{DC-pearl}} > 3{,}5\,\sigma$ verlangt.

Abb. 6.14 zeigt die so gewonnenen Verteilungen für den exp-Test. Für beide Schnitte werden die Verteilungen im Rahmen der erwarteten Streuungen so gut durch eine mit der Erwartung verträglichen Normalverteilung beschrieben, daß ein Effekt wie eben beschrieben sicher nicht vorhanden ist.

Die analogen Verteilungen von $S_{\text{var, kol}}$ sind in Abb. 6.15 dargestellt. Während die Verteilung für $S_{\text{DC-pearl}} > 3{,}0\,\sigma$ „unverdächtig“ aussieht, stellt man fest, daß drei der fünf höchsten erzielten Werte darin sich ebenfalls in der Verteilung von $S_{\text{var, kol}}$ für $S_{\text{DC-pearl}} > 3{,}5\,\sigma$ wiederfinden. Den

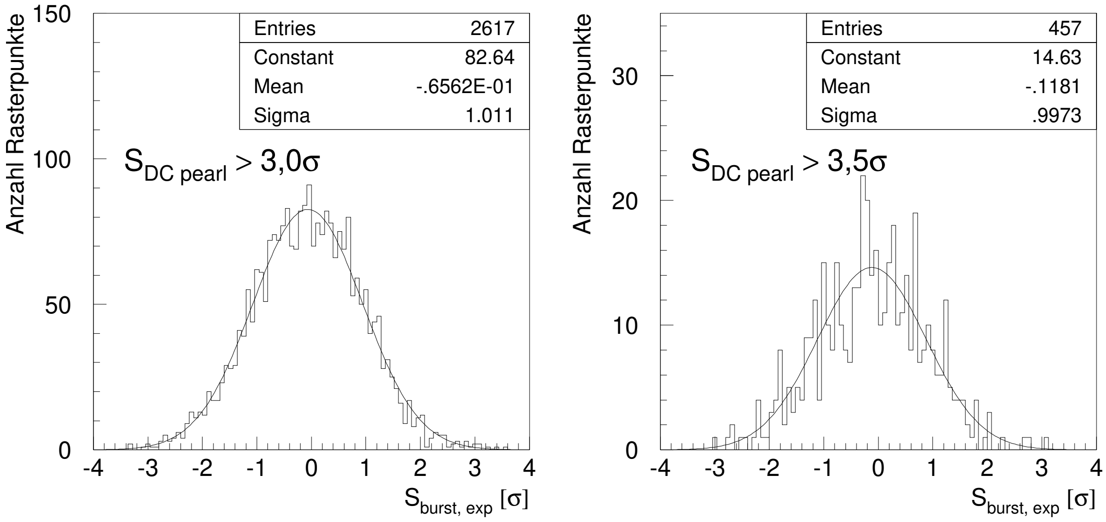


Abbildung 6.14: Die Spektren der Ausbruchssignifikanz nach dem Exponential-Test $S_{\text{burst, exp}}$ für DC-Signifikanzen nach einem pearl-Schnitt größer $3\,\sigma$ (links) bzw. größer $3{,}5\,\sigma$ (rechts).

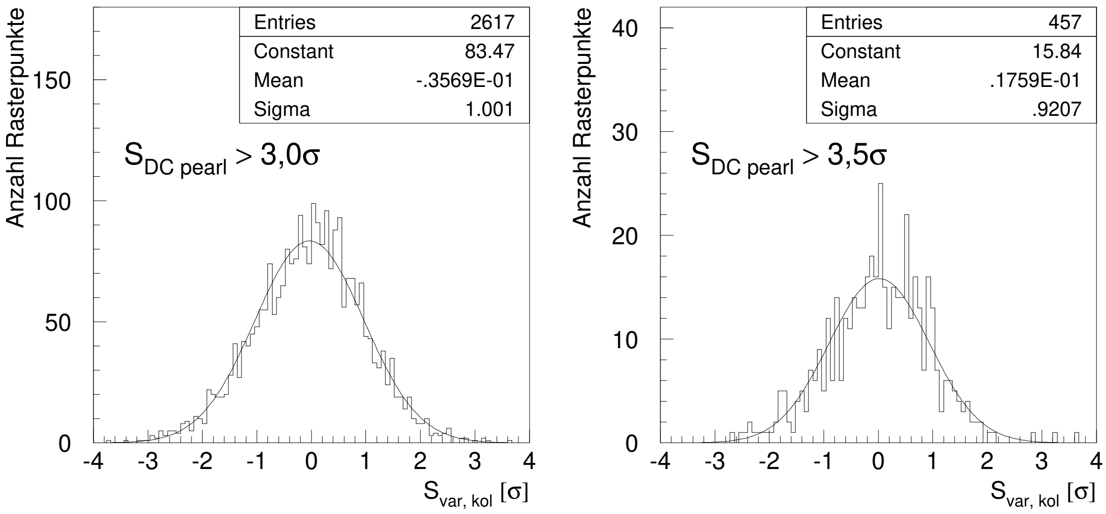


Abbildung 6.15: Die Spektren der Signifikanzen für variable Flüsse nach dem *Kolmogorov*-Test $S_{\text{var, kol}}$ für DC-Signifikanzen nach einem pearl-Schnitt größer $3\,\sigma$ (links) bzw. größer $3{,}5\,\sigma$ (rechts).

größten Wert findet man bei $\alpha = 330{,}2°$, $\delta = 23{,}3°$ mit $S_{\text{var, kol}} = 3{,}67\,\sigma$ ($S_{\text{DC-pearl}} = 3{,}65\,\sigma$), die beiden anderen ($S_{\text{var, kol}} = 3{,}25\,\sigma$ und $S_{\text{var, kol}} = 2{,}84\,\sigma$ gehören zu benachbarten Rasterpunkten.

Bei einer wieder konservativen Abschätzung (wobei ein Mittelwert von $-0{,}071$ und eine Streubreite von 1,025 entsprechend Abb. 6.13 angesetzt werden) ergibt sich unter der Annahme der Unabhängigkeit aller Rasterpunkte eine Zufallswahrscheinlichkeit von $P_Z = 0{,}058$ ($\widehat{=} 1{,}57\,\sigma$), mindestens eine solche oder höhere Signifikanz bei 457 Versuchen zu erhalten.

Der *Fisher*-Test (s. Abschnitt 4.5.3), dessen Ergebnis wegen der schwierigen Oversampling-Situation nur als grober Anhaltspunkt für die Verträglichkeit der Nullhypothese dienen kann, kommt zu einer Signifikanz von $S_{\text{Fisher}} = 0{,}37$, liefert also keinen weiteren Hinweis auf einen unerwarteten Effekt.

Im Hinblick auf die am Anfang dieses Abschnitts beschriebene Motivation soll darauf hingewiesen werden, daß die eben diskutierte Abweichung von der Erwartung gerade die gesuchte

Signatur darstellt, die jedoch in diesem Falle nicht signifikant ist. Analoge Verhältnisse für mehrere Rasterpunkte hätten hier zu einem signifikanten Effekt führen können, ohne daß sie in den vorher gezeigten Verteilungen zu Auffälligkeiten geführt hätten.

Es ist zusammenzufassen, daß bei der Rastersuche keine signifikanten Hinweise auf stark variable Quellen gefunden wurden, deren integraler Fluß zu DC-Signifikanzen $S_{\text{DC-pearl}} > 3{,}0\,\sigma$ bzw. $S_{\text{DC-pearl}} > 3{,}5\,\sigma$ geführt hat.

6.5 Zusammenfassung der Rastersuche

In diesem Kapitel ist ein Verfahren zur Suche nach unbekannten γ-Punktquellen in 37% der gesamten Himmelssphäre beschrieben und angewandt worden. Dabei konnten keine signifikanten Effekte von solchen Quellen gefunden werden. Die angegebenen absoluten Flußobergrenzen von typisch $8 \cdot 10^{-13}\,\text{cm}^{-2}\,\text{s}^{-1}$ bei Energieschwellen von ca. 20 TeV sind die bisher Einzigen in diesem Energieregime. Es ist hervorzuheben, daß sowohl mit der Prozedur zur Ermittlung der Ereignisanzahlen als auch mit den angewandten statistischen Verfahren Neuland betreten wurde.

Speziell wurde mit der Suche nach variablen Quellen ein bislang unerforschter Bereich von Quellparametern untersucht. Dabei hätten Objekte mit kleinem duty cycle und moderaten integralen Flußüberschüssen gefunden werden können, bei denen der Nachweis über ihren DC-Fluß allein ein deutlich sensitiveres Instrument erfordert hätte.

Ferner konnte in diesem Kapitel der Nachweis der Korrektheit der in dieser Arbeit verwendeten Untergrundbestimmung geführt und ein „Übersehen“ von sehr signifikanten Effekten in der Einzelquellensuche des letzten Kapitels durch eine hypothetische unberücksichtigte Mißweisung des Detektors ausgeschlossen werden.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit ist die Durchführung einer Suche nach Punktquellen hochenergetischer γ-Strahlung oberhalb von 20 TeV in einem Datenzeitraum von Dezember 1993 bis September 1995 mit den Daten der HEGRA-Szintillationszähler- und AIROBICC-Detektorfeldern beschrieben worden.

Ein wichtiges Ziel der Arbeit war es, die Empfindlichkeit der Analysen auf γ-Punktquellen zu optimieren. Deswegen wurde eine **vollständige Ausnutzung sämtlicher registrierter Luftschauer-Daten** Wert gelegt, die durch eine entsprechend ausgelegte Rekonstruktionsprozedur und durch dahingehend konstruierte Datenmodellierung in M^{t}Carlo-Simulationen ermöglicht wurde.

Eine weitere Verbesserung der Empfindlichkeit wurde durch eine **neuentwickelte γ-Hadron-Separation** (pearl) erreicht, die auf eigens dafür entwickelten „robusten" Ereignisparametern fußt und die bereits für kleine Ereignisse **an der Nachweisschwelle** zu signifikanten Empfindlichkeitssteigerungen um einen **Faktor von $\gtrsim$1,4** führt.

Ein interessantes Nebenergebnis ist dabei während der Vorarbeit zur γ-Hadron-Separation gefunden worden:
Für Luftschauer, deren Schauermaximum höher als ca. 180 g/cm^2 über dem Detektorniveau liegt, kann die **Form der Lateralverteilung des Čerenkovlichtes** sehr gut und nahezu primärteilchenunabhängig durch den **Quotienten der Teilchenzahl im Schauermaximum und der Teilchenzahl auf Detektorniveau** parametrisiert werden. Eine explizite Abhängigkeit der Form von der Höhe des Schauermaximums ist für solche Ereignisse praktisch nicht vorhanden.

Zwei statistische Tests, die auf **variable** Flüsse empfindlich sind, wurden mit in die Standardanalyse für Punktquellen aufgenommen, wovon einer **(„exp-Test") im Rahmen dieser Arbeit entwickelt** wurde. Mit diesen Tests wird die Empfindlichkeit der Analyse auf stark variable Punktquellen signifikant gesteigert.

Die Ergebnisse können wie folgt zusammengefaßt werden:
Für die schließlich in den Punktquellenanalysen selektierten 61 Objekte (Supernova-Überreste, sonstige galaktische Quellen und Blazare) konnte in keinem Falle ein sicherer Nachweis von

γ-Strahlung erreicht werden. Es fallen jedoch 2 Objekte durch individuelle Signifikanzen von integralen Flußüberschüssen auf: Der **Blazar 1426+428** mit **4,1** σ und das Röntgenbinärsystem **Her X-1** mit **3,3** σ. Diese Überschüsse führen für den auf alle erhaltenen Einzelsignifikanzen angewandten ***Fisher*-Test auf eine Gesamtsignifikanz von 2,9** σ, was einer Zufallswahrscheinlichkeit von $1{,}79 \cdot 10^{-3}$ entspricht und als Hinweis auf γ-Strahlung mit Energien oberhalb von 20 TeV von 1426+428 und Her X-1 verstanden werden kann. Die auf die Daten von Her X-1 angewandten Variabilitäts- und Periodizitätstests ergaben weitere mögliche leichte Indizien für ein Signal.

Für alle anderen untersuchten Objekte ergaben sich obere γ-Flußgrenzen von typisch $\mathbf{2 \cdot 10^{-13}\,cm^{-2}\,s^{-1}}$ bei einer Schwellenenergie von ca. **20 TeV**.

Zur Ausnutzung des großen Gesichtsfeldes wurde eine **Rastersuche** mit $1{,}76 \cdot 10^{6}$ Rasterpunkten (ca. 29.000 statistisch unabhängige Positionen) mit einer Überdeckung von **37 % der Himmelssphäre** mit einem dafür entwickelten Verfahren durchgeführt. Dabei ergaben sich weder besonders signifikante Ereignisüberschüsse einzelner Objekte noch Hinweise auf Quellpopulationen. In dieser Analyse konnten **globale obere Flußgrenzen** von ca. $\mathbf{8 \cdot 10^{-13}\,cm^{-2}\,s^{-1}}$ bei Schwellenenergien von ≈ 20 TeV abgeleitet werden, die in diesem Energiebereich die bisher einzigen Werte darstellen.

Eine Anwendung der **Variabilitätstests auf sämtliche Rasterpunkte** zur Suche nach stark variablen γ-Quellen lieferte ebenfalls **keine signifikanten Hinweise** auf Abweichungen von der Nullhypothese.

7.2 Ausblick

Der AIROBICC-Detektor ist zu Beginn dieses Jahrzehnts mit dem Ziel entwickelt worden, die Vorteile eines großen Gesichtsfeldes mit dem im Vergleich zu Szintillationszählerfeldern günstigeren Energieschwellenverhältnis eines Čerenkovlicht-Detektors von γ- zu Hadronschauern und der deutlich besseren Winkelauflösung zu kombinieren, um die Empfindlichkeit hinsichtlich γ-Punktquellen zu erhöhen.

Die Untersuchungen in dieser Arbeit haben gezeigt, daß dieses Ziel erreicht worden ist: Der AIROBICC-Detektor ist, neben dem Tibet ASγ-Experiment, der derzeit empfindlichste Weitwinkeldetektor bei Energieschwellen um 20 TeV. Dennoch konnten im Verlauf des Detektorbetriebes kein sicherer Nachweis von Punktquellen verzeichnet werden. Die zwischenzeitlich in Beobachtungen mit abbildenden Luft-Čerenkov-Teleskopen doch recht gut eingegrenzten γ-Flüsse von etablierten TeV-γ-Quellen lassen dies rückblickend auch nicht unmittelbar erwarten.

Für die Suche nach sporadischen Signalen oder unbekannten γ-Quellen stellen Weitwinkelinstrumente aber auch aktuell einen Detektortypus dar, der Resultate liefert, die so mit abbildenden Luft-Čerenkov-Teleskopen nicht zu gewinnen sind. Gerade im Hinblick auf die in dieser Arbeit gefundenen möglichen Hinweise auf γ-Strahlung von zwei selektierten Objekten erscheint es durchaus denkbar, daß mit AIROBICC oder einem ähnlichen Detektor ein starker Ausbruch einer γ-Quelle nachgewiesen werden könnte.

Für zukünftige Experimente ist mit AIROBICC das Potential des Meßprinzips des Čerenkovlicht-Schauerfrontsamplings demonstriert worden, welches nicht nur die gute Richtungsrekonstruktion ermöglicht, sondern bei einer Rekonstruktion der Lateralverteilung auch, zusammen mit den Informationen aus dem Szintillationszählerfeld, Möglichkeiten zu einer γ-Hadron-Separation bietet. Perspektiven, um die Empfindlichkeit weiter zu erhöhen, könnten dann eine deutlich vergrößerte Detektorfläche sowie eine Senkung der Energieschwelle, etwa durch lokale Koinzidenzen zur Unterdrückung des Resthimmelslicht-Untergrundes, darstellen.

Anhang

In diesem Anhang werden mathematische Ableitungen und Betrachtungen abgehandelt, die im Rahmen dieser Arbeit entstanden sind und umittelbaren Bezug zu ihr haben. Es handelt sich dabei um die Herleitung von Gleichungen, die nicht oder nicht in der Form, wie sie hier benötigt werden, in der einschlägigen Literatur zu finden sind, und sind als Teil dieser Dissertation zu verstehen.
Von einer Unterbringung im Hauptteil wurde Abstand genommen,um die Gliederung nicht unverhältnismäßig zu stören und den Lesefluß zu behindern. Statt dessen wird an den entsprechenden Stellen auf diesen Anhang Bezug genommen.
Außerdem sind die einzelnen Kapitel des Anhangs mit Absicht möglichst allgemein gehalten und in sich komplett, so daß sie auch in anderen Situationen von Nutzen sein können und als „kleine Artikel“ gelesen werden können. Es wurde versucht, einen „vernünftigen“ Kompromiß zwischen Ausführlichkeit der Herleitungen und Umfang der Kapitel sowie Lesbarkeit zu finden. Bei ernsthaftem Bestreben sollte aber mathematisch Bewanderten ein Nachvollziehen immer möglich sein.

Die Ausführungen von Anhang A und B sind bereits in HEGRA-internen Papieren PRAHL 1995 und PRAHL 1997 erschienen und hier in übersetzter und etwas überarbeiteter Form nochmals abgedruckt. Anhang C und D sind hingegen hier das erste Mal abgeleitet.

Anhang A

Die Kombination von oberen Grenzen an Flüsse von Punktquellen

Dieser Anhang beschreibt ein Verfahren, zwei oder mehrere Flußlimits auf γ-Flüsse von Punktquellen in ein neues Limit konsistent und effizient zu kombinieren. Dabei wird von der Konstellation ausgegangen, daß man in einem Quellbin eine Untergrunderwartung von Ereignissen mit einem gewissen Fehler gegeben hat, sowie die tatsächlich registrierten Ereignisse. Eine völlig allgemeine Lösung, obere Flußgrenzen zu einem gewissen Konfidenzniveau zu kombinieren, kann es ohne Kenntnis der zugehörigen Verteilungsfunktionen ohnehin nicht geben.

Ausgegangen werden soll von der Gleichung, die typischerweise für die Berechnung von oberen Flußgrenzen verwendet wird:

$$\Phi_{O.L.}(E > E_{thr,\gamma}) = \underbrace{\frac{\Phi_{KS}(E > E_{thr,KS}) \cdot \Omega_{QB}}{0.72}}_{F(\Phi_{KS},\Omega_{QB})} \cdot \underbrace{\frac{N_{OL}}{N_U}}_{S(N_{QB},N_{BG},\sigma_{QB})} \tag{A.1}$$

Sie leitet sich von der Berechnung von positiven Flüssen Φ_0 aus Überschüssen ab (PROTHEROE 1987), die sich natürlicherweise berechnen aus:

$$\Phi_0(E > E_{thr,\gamma}) = \frac{\Phi_{KS}(E > E_{thr,KS}) \cdot \Omega_{QB}}{0.72} \cdot \frac{N_{QB} - N_U}{N_U} \tag{A.2}$$

Dabei bedeuten
Φ_{KS} = Untergrundfluß der **K**osmischen **S**trahlung an der effektiven Energieschwelle
Ω_{QB} = Raumwinkel des **Q**uell-**B**ins
0.72 = Anteil von Punktquellenereignissen im Quell-Bin (wenn optimal)
N_{OL} = oberes Limit von möglichen Überschuß-Ereignissen zu einem gewissen Konfidenzniveau
N_U = Erwartungswert für die Anzahl der **U**ntergrundereignisse im Quell-Bin
N_{QB} = Ereignisse im **Q**uell-**B**in

Für die Berechnung der oberen Limits der Quell-Ereignisse aus N_{QB} soll das Verfahren von HELENE 1983 herangezogen werden. Die Untergrunderwartung wird dabei aus einer Referenz-(„Off-Source")-Region bestimmt, die die Ausdehnung Ω_{QB}/α haben möge, also

$N_{\text{off}} = N_U/\alpha$ Ereignisse enthält. Das σ, welches in die *Helene*-Formel eingeht, ist dann

$$\sigma_{QB} = \sqrt{N_{QB} + \alpha \cdot N_U} \tag{A.3}$$

in *gauß*ischer Näherung der *Poisson*-Statistik. Zusammenfassend läßt sich sagen, daß S in Gl. A.1 das Verhältnis der oberen Grenze an Quell-Ereignissen zum Untergrund im Quellbin definiert (also pure Statistik darstellt), und F diesen Wert auf die Flußskala normiert, in Abhängigkeit von Quellbingröße und Fluß des Untergrundes pro Raumwinkel.
Nun ist die **mittlere Erwartung** in Abwesenheit einer Punktquelle $N_{QB} = N_U$, also, unabhängig vom Konfidenzniveau, im Mittel $N_{OL} \sim \sigma_{QB} (\sim \sqrt{N_U})$, d. h. $N_{OL} = c \cdot \sigma_{QB}$, wobei c nur vom Konfidenzniveau abhängt.
Bei entsprechender Behandlung kann man, um S zu bestimmen, irgendeine Zahlenpaarung verwenden, von denen die eine der Untergrunderwartung im Quellbin entspricht, und die andere proportional zum Gesamtfluß im Quellbin ist, so z. B.

$$N'_{QB} := \lambda \cdot N_{QB} \quad \text{mit dem Erwartungswert} \quad N'_U := \lambda \cdot N_U \quad (\lambda = \text{const})$$

was auf

$$\sigma'_{QB} = \lambda \cdot \sigma_{QB} \qquad \text{und} \qquad N'_{OL} = \lambda \cdot c \cdot \sigma_{QB}$$

führt, ohne das Ergebnis zu ändern. Es gebe nun zwei unterschiedliche Paare von Ereignis-Anzahlen im Quellbin und in der Untergrund-Erwartung

$$(N_{QB1}, N_{U1}); \qquad (N_{QB2}, N_{U2})$$

die mit unterschiedlichen Quellbingrößen $\Omega_{QB1}, \Omega_{QB2}$ gewonnen wurden, wobei zunächst von gleichen Energieschwellen ausgegangen werden soll. Nach oben Gesagtem kann man sich jetzt nach der Flußabschätzung fragen, die man aus der Variablen

$$N_{QB} := N_{QB1} + \lambda \cdot N_{QB2} \tag{A.4}$$

die den Gesamtfluß in S in Gl. A.1 charakterisieren soll, mit der (offensichtlich konsistenten) Untergrundabschätzung $N_U := N_{U1} + \lambda \cdot N_{U2}$ und der Standardabweichung

$$\sigma_{QB} = \sqrt{(N_{QB1} + \alpha_1 \cdot N_{U1}) + \lambda^2 \cdot (N_{QB2} + \alpha_2 \cdot N_{U2})} \tag{A.5}$$

Um eine konsistente Flußabschätzung aus der Variablen N_{QB} nach Gl. A.4 zu erhalten, muß man einen korrespondierenden effektiven Raumwinkel des Quellbins für F in Gl. A.1 benutzen, der sich als das **gewichtete harmonische Mittel** von $\Omega_{QB1}, \Omega_{QB2}$ ergibt:

$$\Omega_{QB} := \frac{(N_{U1} + \lambda \cdot N_{U2})\Omega_{QB1}\Omega_{QB2}}{N_{U1} \cdot \Omega_{QB2} + \lambda \cdot N_{U2} \cdot \Omega_{QB1}} \tag{A.6}$$

Dies ist sofort einsichtig, wenn man die mittlere Erwartung eines positiven Punktquellensignals mit dem Fluß Φ_0 betrachtet (vgl. A.2). Für jeden Datensatz allein gilt dann

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_{KS}(E > E_{thr,KS}) \cdot \Omega_{QB,i}}{0.72} \cdot \frac{N_{QB,i} - N_{U,i}}{N_{U,i}}$$

mit $i = 1,2$
Löst man diese Gleichungen nach N_{QB1}, N_{QB2} auf und setzt sie via Gl. A.4 in Gl. A.2 ein, so führt das auf folgende Forderung für das effektive Ω_{QB}:

$$\Phi_0 \stackrel{!}{=} \frac{\Phi_{KS} \cdot \Omega_{QB}}{0.72} \cdot \frac{N_{U1} \cdot \frac{0.72 \cdot \Phi_0}{\Phi_{KS} \cdot \Omega_{QB1}} + \lambda \cdot N_{U2} \cdot \frac{0.72 \cdot \Phi_0}{\Phi_{KS} \cdot \Omega_{QB2}}}{N_{U1} + \lambda \cdot N_{U2}}$$

woraus sofort Gl. A.6 folgt.
Im Mittel erwartet man wieder

$$N_{OL} \sim \sigma_{QB} \tag{A.7}$$

was in guter Näherung $\sim \sqrt{N_{U1} + \lambda^2 \cdot N_{U2}}$ ist, falls die α_i klein und nicht zu unterschiedlich sind.
Mit diesen Gleichungen kann man also nun für beliebige λ's aus Gl. A.4 konsistente Flußabschätzungen gewinnen; es bleibt die Frage, welches λ den kleinsten Erwartungswert für eine obere Grenze liefert, also mit anderen Worten die effizienteste Schätzung liefert. Dieses λ_{opt} ergibt sich, wenn man Φ_{OL} (aus den Gln. A.4 bis A.7) nach λ ableitet, und man findet das globale Minimum bei

$$\lambda_{\text{opt}} = \frac{\Omega_{QB1}}{\Omega_{QB2}} \tag{A.8}$$

Für diese Lösung bemerkt man

- für $\Omega_{QB1} = \Omega_{QB2}$ erhält man $\lambda_{\text{opt}} = 1$, was den „trivialen Fall" darstellt
- Wenn $\Omega_{QB1}/\Omega_{QB2} \to \Omega_{QB2}/\Omega_{QB1}$, erhält man $\lambda_{\text{opt}} \to 1/\lambda_{\text{opt}}$, wie es sein soll (Symmetrie)

Eine (einfache) Verallgemeinerung des oben Ausgeführen wird nötig, wenn N_{QBi}, N_{Ui} zu verschiedenen Energieschwellen gehören. Dies wird z. B. der Fall sein, wenn die beiden Zahlenpaare unter verschiedenen Schnitten oder mit unterschiedlichen Detektoren aufgenommen wurden. Gl. A.1 ist strenggenommen nur dann gültig, wenn die γ-Schauer der Quelle ein dem hadronischen Untergrundspektrum äquivalentes Energiespektrum haben. Bei dem Potenzfunktionsspektrum des Untergrundes bedeutet das, daß für das Energiespektrum der Quellereignisse derselbe spektrale Index angenommen wird. Damit entspricht aber ein Flußlimit für Ergeignisse von der Quelle oberhalb einer gewissen Energie entsprechend skalierten Flußlimits für größere oder kleinere Energien. (Bei buchstäblicher Auslegung der Voraussetzung natürlich für alle möglichen Energieschwellen.) Eine Skalierung hat natürlich nur dann Sinn, wenn man annehmen darf, daß die Quelle in dem betrachteten Energiebereich tatsächlich ein Spektrum mit demselben oder unwesentlich anderem spektralen Index hat wie das Untergrundspektrum.
In diesem Falle besteht dann die Verallgemeinerung schlicht darin, den Term F aus Gl. A.1 für einen oder beide Datenpaare so zu skalieren, daß diese zu Flußlimits bei derselben γ-Energieschwelle gehören (d. h. schlicht das Φ_{KS} für eine andere Energie einzusetzen). Falls die Flußskalierung, also der Faktor Φ_{KS}, und der Faktor zwischen γ- und Untergrund-Energieschwelle für beide Datenpaare identisch ist, so ist obiges Rezept direkt anwendbar, falls es sich unterscheidet, so muß lediglich die harmonische Mittelung auf die gesamten F-Terme ausgedehnt werden, und analog wird λ_{opt} gleich dem Quotienten der F_i.

Anhang B

Die optimale Quellbingröße bei Anwesenheit einer systematischen Mißweisung

In diesem Kapitel soll skizzenhaft die Ableitung einer Gleichung angegeben werden, mit der die optimale Suchbingröße in der Punktquellensuche errechnet werden kann, wenn eine systematische Richtungsmißweisung mit konstantem Betrag und beliebiger Richtung vorliegt. Die graphische Darstellung erlaubt auch das direkte Ablesen dieser Größe bei bekannter Winkelauflösung und Mißweisung.

B.1 Einführung

Zwei entscheidende Eigenschaften der Richtungsrekonstruktion bestimmen die Empfindlichkeit in der Punktquellensuche: Der zufällige Fehler in dem Rekonstruktionsprozeß (z. B. durch endliche Detektorauflösung, natürliche Fluktuationen in den Meßgrößen selbst) und ein möglicherweise vorhandener systematischer Fehler in den rekonstruierten Richtungen (systematische Kalibrationsfehler, fehlerhafte Daten von Detektorpositionen, etc.).
Im Falle der Abwesenheit eines solchen systematischen Fehlers und einer *gauß*ischen Verteilung der zufälligen Fehler ist die optimale Quellbingröße allgemein bekannt (hier und im folgenden bezeichnet α immer einen absoluten Winkelabstand in zwei Dimensionen):
Wenn σ_0 die Standardabweichung der Richtungsrekonstruktion in einer Dimension bezeichnet, dann ist $\sigma_{0,\alpha} = \sqrt{2} \cdot \sigma_0$ die Standardabweichung in zwei Dimensionen (gelegentlich als $\sigma_{63\%}$ bezeichnet, da 63% von rekonstruierten Punktquellenereignissen sich in einem Kreis vom Radius $\sigma_{0,\alpha}$ wiederfinden). Das optimale Quellbin hat dann den Radius $\alpha_{0,\mathrm{opt}} = \sqrt{x_0} \cdot \sigma_0$, worin die transzendente Konstante $x_0 \approx 2{,}51$ die positive Lösung der Gleichung $x + 1 - \exp(x/2) = 0$ ist.
Ausgedrückt in $\sigma_{0,\alpha}$ bedeutet das $\alpha_{0,\mathrm{opt}} = \sigma_{0,\alpha} \cdot \sqrt{x_0/2} \approx 1{,}12 \cdot \sigma_{0,\alpha}$. In einem Kreis mit diesem Radius werden dann ca. 71,5% der Punktquellenereignisse im *gauß*ischen Falle liegen. Die ausführliche Ableitung dieses Resultats kann in PRAHL 1992 (Anhang B) gefunden werden.

B.2 Skizze der Rechnung für den allgemeinen Fall

In diesem Abschnitt wird die Rechnung nur stichpunktartig, aber nachvollziehbar ausgeführt. Sie basiert auf zwei Gleichungen, die im Anhang von PRAHL 1992 hergeleitet sind.
Die erste gibt die optimale Quellbingröße α_{opt} als implizite Gleichung im allgemeinen Falle einer beliebigen Auflösungsfunktion $f(\alpha)$ (d. h. die Dichteverteilung der absoluten Richtungsfehler) und in *gauß*ischer Näherung der *Poisson*-Verteilung der Ereigniszahlen (PRAHL 1992, Gl. B.4):

$$F(\alpha_{\text{opt}}) = \alpha_{\text{opt}} \cdot f(\alpha_{\text{opt}}) \tag{B.1}$$

(Hier steht $F(\alpha_{\text{opt}})$ für $\int_0^{\alpha_{\text{opt}}} f(\alpha)d\alpha$.) Mit dieser Gleichung kann man selbst für empirische Auflösungsfunktionen bequem α_{opt} ermitteln, weil die zum Schnitt zu bringenden Funktionen auch schnell aus Histogrammen bestimmt werden können.

Die zweite Gleichung beschriebt die Auflösungsfunktion $f_{\delta_0}(\alpha)$ einer *gauß*ischen Verteilung der zufälligen Fehler, wenn auch eine systematische Verschiebung δ_0 (konstanter Absolutbetrag, beliebige Richtung) vorhanden ist. (PRAHL 1992, Gl. A.5):

$$f_{\delta_0}(\alpha) = f_0(\alpha) \cdot \exp\left(-\frac{\delta_0^2}{2\sigma_0^2}\right) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!^2} \left(\frac{\alpha\delta_0}{2\sigma_0^2}\right)^{2k} \tag{B.2}$$

Hier ist σ_0 wieder die Standardabweichung der unverschobenen Verteilung in einer Dimension, und $f_0(\alpha) = \alpha/\sigma_0^2 \cdot \exp(-\alpha^2/(2\sigma_0^2))$ ist die unverschobene Auflösungsfunktion.

Leider kann dies nicht geschlossen in elementaren Funktionen ausgedrückt werden; die Reihe konvergiert aber schnell und ermöglicht daher einfach die numerische Lösung für Gl. B.1. Der resultierende Graph von $\alpha_{\text{opt}}(\delta_0)$ ist in Abb. B.1 gezeigt. Man kann diese Kurve jetzt unmittelbar dazu benutzen, um die optimale Quellbingröße abzulesen, wenn man die systematische Verschiebung kennt.
Es mag wünschenswert erscheinen, eine einfach zu berechnende Näherung zumindest für kleine δ_0-Werte zu haben. Um dies zu erreichen, muß man $f_{\delta_0,\alpha}$ aus Gl. B.2 in Gl. B.1 einsetzen. Mit den Substitutionen $z := \frac{\alpha_{\text{opt}}^2}{2\sigma_0^2}$ und $t := \frac{\delta_0^2}{2\sigma_0^2}$ führt dies auf

$$G(z,t) := \exp(-t) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!^2} t^k \Big(\mathrm{P}(k+1,z)\Gamma(k+1) - 2z^{k+1}\exp(-z)\Big) \equiv 0 \tag{B.3}$$

also eine implizite Funktion $z(t)$. [1]

Mit $z(0) = x_0/2$ (siehe Einführung) kann man eine Näherung erster Ordnung mit Hilfe des wohlbekannten Satzes über implizite Funktionen der Analysis mehrerer Veränderlicher erhalten. Nachdem man die partiellen Ableitungen berechnet hat, schließt man daraus:

$$\left.\frac{dz}{dt}\right|_0 = -\frac{\frac{\partial G(x_0/2,0)}{\partial t}}{\frac{\partial G(x_0/2,0)}{\partial z}} = \frac{x_0}{2} \tag{B.4}$$

[1] $\mathrm{P}(x,x_0)$ bezeichnet die unvollständige Γ-Funktion. Für ganzzahlige x (wie in diesem Falle) kann sie einfach in einer geschlossenen Form angegeben werden: $\mathrm{P}(n+1,x_0) \cdot \Gamma(n+1) = 1 - \exp(x_0) \cdot \sum_{\nu=0}^{n} \prod_{l=\nu+1}^{n} l \cdot x_0^{\nu}$

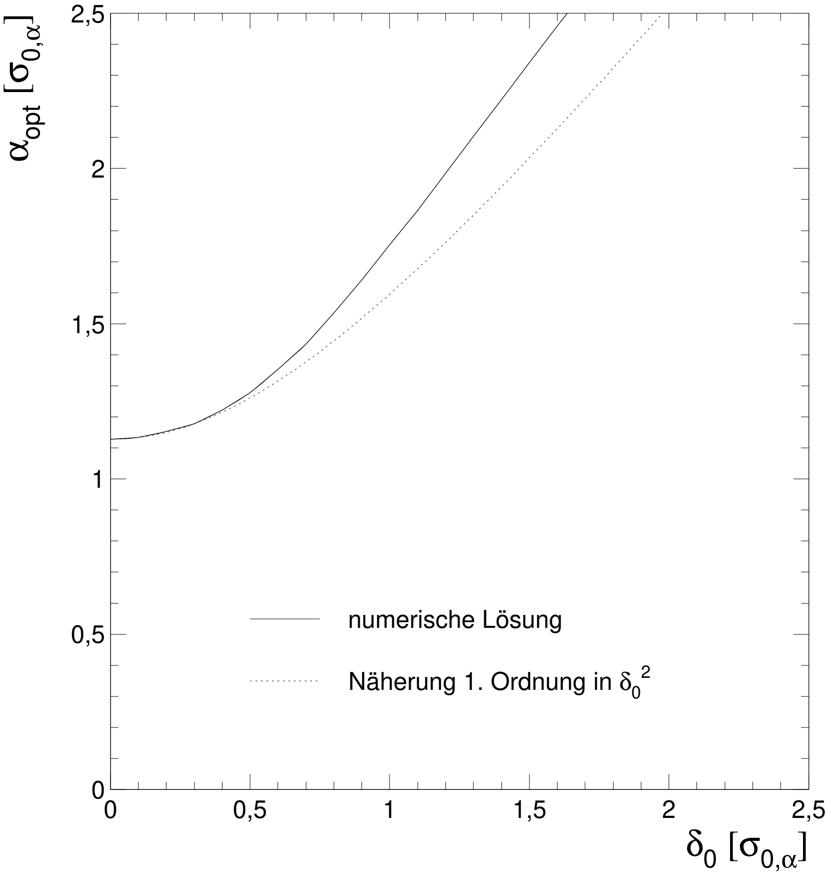


Abbildung B.1: Optimale Quellbingröße α_{opt} für eine zweidimensionale *gauß*ische Auflösungsfunktion gegen die systematische Verschiebung δ_0 in Einheiten der Standardabweichung $\sigma_{0,\alpha}$ $(=\sigma_{63\%})$ der unverschobenen Auflösungsfunktion. Die numerisch ermittelte exakte Lösung ist mit der durchgezogenen Linie gekennzeichnet, die gepunktete Linie ist die Näherung erster Ordnung.

Also

$$z(t) \approx \frac{x_0}{2}(1+t) \qquad \Longrightarrow \qquad \alpha_{\text{opt}}(\delta_0) \approx \alpha_{0,\text{opt}}\sqrt{1+\frac{\delta_0^2}{\sigma_{0,\alpha}^2}} \tag{B.5}$$

In anderen Worten, eine kleine Verschiebung δ_0 verhält sich wie ein zusätzlicher zufälliger *gauß*ischer Fehler in der Standardabweichung der Auflösungsfunktion (d. h. man kann sie „quadratisch unter der Wurzel addieren“). Dies korrespondiert damit, daß die Standardabweichung von $f_{\delta_0}(\alpha)$ (Gl. B.2) exakt gleich $\sqrt{\sigma_{0,\alpha}^2+\delta_0^2}$ ist (PRAHL 1992, Gl. A.9). Der Graph dieser Näherung erster Ordnung ist ebenfalls in Abb. B.1 gezeigt. Offensichtlich ist dieses Ergebnis für $\delta_0 < \frac{1}{2}\sigma_{0,\alpha}$ (was in den meisten hier interessierenden Fällen der Fall ist) hinreichend genau.

B.3 Anmerkungen

Es sollte betont werden, daß obige Resultate für *gauß*ische Auflösungsfunktionen und für die *gauß*ische Näherung der *poisson*schen Quellbinstatistik abgeleitet wurden. Typische

Auflösungsfunktionen der Detektorfelder sind bis zu einem gewissen Grade nicht*gauß*isch. Dies würde zu (in unserem Falle ca. 15%) kleineren optimalen Quellbingrößen führen. In diesem Sinne sollten die nach obigen Formeln ermittelten Quellbingrößen als pessimistische Werte betrachtet werden. Andererseits erhält man etwas größere Quellbins, wenn die Anzahl der Untergrundereignisse sehr klein ist. (Details findet man in KRAWCZYNSKI 1997.) Für die hier behandelten typischen Fälle, die in der Punktquellensuche auftreten, kann dies aber vernachlässigt werden.

Anhang C

Betrachtungen zur Bestimmung von Signifikanzen nach *Li & Ma*

Seit der Veröffentlichung LI & MA 1983 ist es in der γ-Astronomie zum Standard geworden, Signifikanzen von beobachteten Überschüssen mit der von ihnen angegebenen Formel zu berechnen. In diesem Kapitel soll die Bestimmung von Signifikanzen, wie sie *Li & Ma* angegeben haben, einmal näher betrachtet werden. Speziell wird eine Entwicklung angegeben, die Abschätzungen über den Gültigkeitsbereich von gewissen Näherungen erlaubt. Außerdem werden kritische Anmerkungen zu den verschiedenen mehr oder minder guten Näherungsausdrücken – und den Kommentaren der Autoren darüber – gemacht. In Abschnitt C.3 wird schließlich auf Probleme der Signifikanzmaximierung eingegangen.

C.1 Die Formel von *Li & Ma*

Li & Ma haben das in der γ-Quellensuche typische Problem studiert, Signifikanzen (oder allgemeiner Zufallswahrscheinlichkeiten) für beobachtete Überschüsse an gezählten Ereignissen anzugeben, wenn die Untergrunderwartung nicht präzise bekannt ist, sondern ebenfalls aus gezählten Ereignissen berechnet wird. In dem Artikel wird eine Gleichung hergeleitet, die über einen weiten Bereich von Parametern eine sehr genaue Berechnung von Signifikanzen mit kleinem Aufwand ermöglicht. Die Verteilung der berechneten Werte werden auch mit Häufigkeitsverteilungen aus M$^{\mathrm{t}}$Carlo-Rechnungen verglichen und zeigen die gute Übereinstimmung. Die hier gewählte Nomenklatur ist dieselbe wie die in LI & MA 1983. Ausgegangen wird dabei von einer Anzahl von N_{on} On-Source-Ereignissen sowie N_{off} Off-Source-Ereignissen, die – skaliert – die Untergrunderwartung $\hat{N}_B$ definiert:

$$\hat{N}_B = \alpha N_{\mathrm{off}} \tag{C.1}$$

α bezeichnet darin also z. B. das Größenverhältnis von Quell- zu Untergrundbin oder das On-zu-Off-Meßzeitverhältnis. Das Signal ergibt sich als die beobachtete Anzahl von Überschußereignissen zu

$$N_S = N_{\mathrm{on}} - \hat{N}_B = N_{\mathrm{on}} - \alpha N_{\mathrm{off}} \tag{C.2}$$

Durch Bildung des Likelihoodfunktionen-Verhältnisses mit der Nullhypothese, daß keine Ereignisse unter den N_{on} von einer Quelle herrühren, mithin Fluktuationen des Untergrundes sind, und der Alternativ-Hypothese, daß Ereignisse von einer Quelle unter den N_{on} sind, kommen sie unter Verwendung der *Poisson*-Statistik für die Verteilungsfunktionen der $N_{\text{on}}, N_{\text{off}}$ im asymptotischen Falle (N_{on}, N_{off} dürfen nicht zu klein sein, laut Angaben der Autoren jeweils $\gtrsim$10) auf die Formel (LI & MA 1983, Gl. 17)

$$S = \sqrt{2} \cdot \sqrt{N_{\text{on}} \log\left(\frac{1+\alpha}{\alpha} \cdot \frac{N_{\text{on}}}{N_{\text{on}} + N_{\text{off}}}\right) + N_{\text{off}} \log\left((1+\alpha) \cdot \frac{N_{\text{off}}}{N_{\text{on}} + N_{\text{off}}}\right)} \tag{C.3}$$

Diese Gleichung wurde mit M$^{\text{t}}$Carlo-Tests überprüft und eine sehr gute Übereinstimmung mit der Erwartung gefunden (mindestens in dem Bereich $0{,}1 < \alpha < 10$).
Für den Fall $\alpha \ll 1$ gibt es eine unmittelbar einsichtige, sehr einfache Näherung für die Signifikanz: $\hat{N}_B$ nach Gl. C.1 ist dann so genau, daß der Fehler darauf vernachlässigbar wird gegen die *Poisson*-Fluktuationen im On-Bin. $\hat{N}_B$ stellt damit den Erwartungswert einer *Poisson*-Verteilung von der Anzahl der Ereignisse in Abwesenheit einer zusätzlichen Quelle dar; deren Standardabweichung ist damit gegeben als $\sqrt{\hat{N}_B} = \sqrt{\alpha \cdot N_{\text{off}}}$. Die Signifikanz der Beobachtung wird somit zu

$$S = \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \tag{C.4}$$

Hier soll jetzt Gl. C.3 so umgeformt werden, daß man daraus erkennen kann, wie sich S im Falle kleiner α (also sehr präziser Untergrundbestimmung) der offensichtlich korrekten Näherung (Gl. C.4) annähert. Eine kritische Größe ist dabei

$$z := \frac{N_S}{\hat{N}_B} \tag{C.5}$$

welche angibt, wie groß der auftretende Überschuß resp. das Defizit relativ zum Erwartungswert im On-Bin ist. Ist dieses z hinreichend klein (d. h. $z \ll 1$), so ist die *gauß*ische Näherung der *Poisson*-Verteilung (wie in Gl. C.4) für die Signifikanzabschätzung vernünftig, anderenfalls nicht. Aus Gl. C.5 ergeben sich:

$$N_{\text{on}} = \alpha(1+z)N_{\text{off}} \tag{C.6}$$

und

$$\frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} = \frac{N_{\text{on}} - \alpha N_{\text{off}}}{\sqrt{\alpha \cdot N_{\text{off}}}} = \sqrt{\alpha z^2 \cdot N_{\text{off}}} \tag{C.7}$$

Unter Substitution von Gl. C.6 und Erweiterung mit Gl. C.7 wird aus Gl. C.3

$$\begin{aligned}
S &= \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{\alpha(1+z)}{\alpha z^2} \log\left(\frac{1+\alpha}{\alpha} \cdot \frac{\alpha(1+z)}{\alpha(1+z)+1}\right) + \frac{1}{\alpha z^2} \log\left(\frac{1+\alpha}{\alpha(1+z)+1}\right)} \\
&= \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{\alpha(1+z)}{\alpha z^2} \left[\log\left(\frac{1+\alpha}{\alpha(1+z)+1}\right) + \log\left(\frac{\alpha(1+z)}{\alpha}\right)\right] +} \\
&\qquad \overline{+ \frac{1}{\alpha z^2} \log\left(\frac{1+\alpha}{\alpha(1+z)+1}\right)} \\
&= \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{z^2}\right) \cdot \log(1+z) - \left(\frac{1}{z} + \frac{1+\alpha}{\alpha} \cdot \frac{1}{z^2}\right) \cdot \log\left(1 + \frac{\alpha}{1+\alpha} \cdot z\right)}
\end{aligned} \tag{C.8}$$

Benutzt man die Potenzreihenentwicklung des Logarithmus

$$\log(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot x^n \qquad \forall x \;\Big|\; |x| < 1$$

so kann man eine *Laurent*-Reihendarstellung in z des Terms unter der Wurzel in Gl. C.8 gewinnen, deren Hauptteil selbstverständlich verschwindet. Nach Sortieren der Terme nach Potenzen von z und Zusammenfassen erhält man

$$S = \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot (-1)^n}{(n+1)(n+2)} \left(1 - \frac{\alpha^{n+1}}{(1+\alpha)^{n+1}}\right) \cdot z^n} \qquad \forall z \;\Big|\; |z| < 1 \tag{C.9}$$

(mit z nach Gl. C.5), die innerhalb ihres Gültigkeitsbereiches also **identisch** zu Gl. C.3 ist. Drei Grenzfälle können damit erfaßt werden:

- $z \to 0$ (Grenzfall großer Statistik, *gauß*ische Näherung ist quasi-exakt, α beliebig)[1]

$$S \simeq \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1+\alpha}} = \frac{N_S}{\sqrt{(\alpha+\alpha^2)N_{\text{off}}}} \tag{C.10}$$

Dieses Ergebnis entspricht der Erwartung: $\sqrt{\alpha N_{\text{off}}}$ ist die Standardabweichung der *Poisson*-Verteilung im On-Bin bei festem Erwartungswert, letzterer fluktuiert aber mit einer Standardabweichung von $\alpha\sqrt{N_{\text{off}}}$, beide addieren sich als unabhängige normalverteilte Fluktuationen „quadratisch unter der Wurzel".

- $\alpha \searrow 0$ (Grenzfall quasi-exakter Kenntnis der Untergrunderwartung, $|z| < 1$)

$$S \simeq \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \cdot \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot (-1)^n}{(n+1)(n+2)} \cdot z^n} = \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{\log(1+z)}{z} + \frac{\log(1+z)}{z^2} - \frac{1}{z}}}_{=:W(z)} \tag{C.11}$$

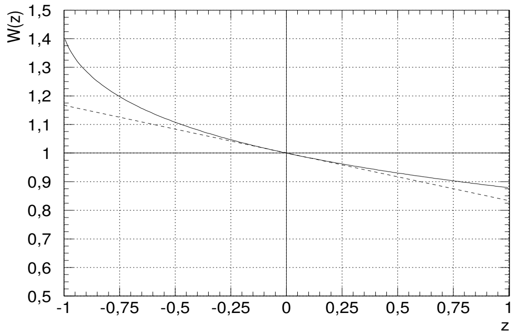


Abbildung C.1: Der Graph von $W(z)$ aus Gl. C.11 zwischen -1 und 1 und die lineare Näherung (gestrichelt)

Die log-Formulierung gilt dabei per Prinzip der analytischen Fortsetzung wieder für alle $z \in [-1;\infty]$ (und hätte bereits aus Gl. C.8 abgeleitet werden können). Abb. C.1 zeigt den Verlauf des Graphen von $W(z)$.

In erster Näherung (die für positive z stets pessimistisch ist) findet man dann

$$W(z) \approx \left(1 - \frac{1}{6} \cdot z\right)$$

also

$$S \approx \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{N_S}{\hat{N}_B}\right) \tag{C.12}$$

[1] „Grenzfall großer Statistik" bedeutet, daß bei hinreichend großem $\hat{N}_B$ die Bedingung $|z| \ll 1$ praktisch immer erfüllt ist. Die Gleichung gilt natürlich auch bei kleinem $\hat{N}_B$ in den Fällen, wo $|z| \ll 1$.

Dieses Ergebnis ergibt sich weniger leicht aus elementaren Betrachtungen, weil $W(z)$ ja gerade die Schiefe der *Poisson*-Verteilung gegenüber der Normalverteilung widerspiegelt.

- $z \to 0\,,\ \ \alpha \searrow 0$ (Grenzfall großer Statistik und exakter Untergrunderwartung)

$$S \simeq \frac{N_S}{\sqrt{\hat{N}_B}} \tag{C.13}$$

  also gerade das Ergebnis wie Gl. C.4.

Für die im Rahmen dieser Arbeit auftretenden Fälle kann Gl. C.13 immer als grobe Abschätzung dienen. Gl. C.10 wird bei Szintillatordaten (hohe Ereigniszahlen, moderates α), Gl. C.11 wird bei AIROBICC-Daten (moderate Ereigniszahlen, kleines α) schon ausreichend genaue Resultate liefern.

C.2 Anmerkungen zu verschiedenen alternativen Signifikanzberechnungen

Obwohl die Angabe der Signifikanzformel Gl. C.3 von *Li & Ma* geradezu segensreich gewesen ist, so sind doch einige Kommentare der Autoren zu einer Vielfalt von (glücklicherweise mittlerweile aus der Mode gekommenen) alternativen Formeln zumindest irreführend, wenn nicht gar falsch. So werden mehrere Gleichungen als „overestimates“ bezeichnet, obwohl sie es nicht in Allgemeinheit sind. Als Beispiel sei LI & MA 1983, Gl. 11 angegeben:

$$S = \frac{N_S}{\sqrt{N_{\text{on}}}} \tag{C.14}$$

Von dieser Gleichung wird behauptet, sie überschätze die Signifikanz, da sie die nur die Fluktuationen im On-Bin berücksichtige, nicht aber die Fluktuationen im Off-Bin. Die Begründung ist zu naiv und die Folgerung in dieser Allgemeinheit schlicht falsch, wie folgendes Gegenbeispiel zeigt:
Mit $\alpha \ll 1$, $N_{\text{on}} = 130$, $\alpha N_{\text{off}} = \hat{N}_B = 100 \quad \Rightarrow N_S = 30$, erhält man aus Gl. C.11 (oder aus Gl. C.3, wenn man ein kleines α einsetzt) eine Signifikanz von $S = 2.87$, während Gl. C.14 $S = 2.63$ liefert, mithin also die Signifikanz **unterschätzt** hat. Mit ähnlichen Argumenten werden auch Beurteilungen von anderen Formeln abgegeben, die in voller Allgemeinheit nicht gültig sind; man hüte sich also vor vermeintlich konservativen Abschätzungen durch Näherungen, bei denen man sich auf die Beurteilungen von *Li & Ma* verläßt. Konsistente Näherungen in bestimmten Regimes der Parameter wie Gln. C.10 - C.13 fehlen leider in dem Artikel.

C.3 Die Formel von *Li & Ma* und die Maximierung der Signifikanz

Werden anzulegende Schnitte an die die Ereignisse charakterisierenden Parameter im Hinblick auf die erreichbare Signifikanzsteigerung etwaiger Signale optimiert (Auch die Wahl der Größe

des Quellbins ist eine solche Schnittoptimierung!), so wird dabei üblicherweise von Signifikanzformel Gl. C.13 ausgegangen. Das Resultat der Optimierung ist dabei unabhängig von der Größe des Signals, also in jeder Situation, optimal. Bedingung hierfür ist, daß S ein Produkt von Potenzen von N_{on} und N_{off} ist (oder, mit Einschränkungen, zumindest eine Funktion eines solchen Produkts ist).
Die Schnitte hängen dabei von (mindestens einem) Parameter ξ ab. Sei $\varepsilon_\gamma(\xi)$ die Effizienz eines Schnittes für γ-Ereignisse, $\varepsilon_U(\xi)$ diejenige für Untergrund-Ereignisse, so ist also der *Qualitätsfaktor*

$$Q := \frac{\varepsilon_\gamma(\xi)}{\sqrt{\varepsilon_U(\xi)}} \tag{C.15}$$

unter Variation von ξ zu maximieren. Ein Schnitt ist demnach nur dann anzuwenden, wenn er Q-Werte > 1 erzielt.
Auch im Falle endlicher, aber fester α-Faktoren (s. Gl. C.10) ändert sich diese Situation nicht. Anders sieht es im Falle endlicher z-Werte aus, da S aus Gl. C.11 kein Produkt von Potenzen ist. In denjenigen Fällen, wo der Einfluß von z nicht mehr zu vernachlässigen ist, muß im Prinzip neu optimiert werden. Dabei ist allerdings folgendes zu beachten:

1. Mit der Annahme, daß Überschüsse potentiell durch γ-Ereignisse erzielt werden (was die Grundannahme für die Optimierung ist), folgt eine potentielle Zunahme der z-Werte nach jedem Schnitt:

   $$Q > 1 \quad , \quad \varepsilon_U < 1 \qquad \Rightarrow \qquad z' = \frac{N'_S}{\hat{N}'_B} = \frac{\varepsilon_\gamma N_S}{\varepsilon_U \hat{N}_B} = \frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_U} \cdot z = \frac{Q}{\sqrt{\varepsilon_U}} \cdot z > z$$

   (Die gestrichenen Parameter beziehen sich auf die Konstellation nach dem Schnitt). Durch wachsendes z sinkt jedoch der zu erwartende Signifikanzgewinn, da $W(z)$ in Gl. C.11 eine monoton fallende Funktion von z ist.

2. Die Optimierung ist simultan **bei allen Schnitten** vorzunehmen, d. h. angefangen bei der Auswahl der Größe des Quellbins über Reinigungsschnitte bis hin zu einer etwa angewandten γ/Hadron-Separation.

3. Die Schnittoptimierung ist *a priori* vorzunehmen, d. h. vor Anwendung irgendeines Schnitts, denn die Optimierung darf nicht von den tatsächlich erzielten z-Werten abhängen, sondern nur von Erwartungen.
   Ohne die Anwendung eines Schnitts (also auch vor Auswahl eines Quellbins!) hat jedoch das anfängliche z kaum etwas zu tun mit dem tatsächlichen γ/Untergrund-Verhältnis. Salopp formuliert bedeutet das, daß man **vor** Anwendung jeglicher Schnitte nichts erkennen kann, und die Resultate **nach** Anwendung von Schnitten nicht verwenden darf.

4. Aus (1.) bis (3.) folgt, daß die einzige Möglichkeit, die Optimierung *a priori* vorzunehmen, ist, zu fordern, daß man in einem gewissen „interessanten" σ-Bereich nach Anwendung der Schnitte optimal wird. Darin steckt eine gewisse Willkür, weil dieser Bereich nicht kanonisch definiert werden kann, ist aber statistisch gesehen „sauber". In diesem allgemeinsten Falle kann (und muß!) sich die auswertende Person vorher darüber klar werden, für welchen σ-Bereich optimiert werden soll (z. B. 4σ, weil dort vielleicht die Glaubwürdigkeit von etwaigen Signalen beginnt).

Bei den im Rahmen dieser Arbeit auftretenden Ereigniszahlen im Quell- resp. Untergrundbin treten auch nach Anwendung sämtlicher Schnitte keine Situationen auf, die ein Abweichen von der kanonischen Q-Optimierung nötig machen würden. Ein gangbarer Weg für kleine Statistiken (also potentiell großen z-Werten), der nicht mehr die Signifikanz-Erwartung maximiert, sondern den Logarithmus der Zufallswahrscheinlichkeit minimiert und zu recht natürlichen *a priori*-Entscheidungen kommt, findet man in KRAWCZYNSKI 1997. Damit können dann auch wesentlich kleinere N_{on}- und N_{off}-Werte statistisch korrekt behandelt werden, als solche, für die *Li* & *Ma*'s Formel gilt.

Anhang D

Ein kanonischer ungebinnter Test auf clusterartige Abweichungen von *Poisson*-Prozessen

In diesem Abschnitt soll ein Verfahren entwickelt werden, welches es erlaubt, in natürlicher Weise eine zeitliche (d. h. eindimensionale) Verteilung von Ereignissen daraufhin zu testen, ob sie in der Zeitstruktur charakteristisch von einer *Poisson*-Prozeß gleicher Dichte abweicht und wie signifikant eine solche Abweichung ist. „Kanonisch“ soll hier bedeuten, daß die Abweichung in einer natürlichen, naheliegenden Variablen beschrieben werden soll, „ungebinnt“ soll heißen, daß das Verfahren ohne eine Unterteilung der Daten in Subkategorien auskommen soll. Beides soll Willkür – in der Auswahl der Bingrenzen oder deren Anzahl sowie in der Auswahl einer die Abweichung charakterisierenden Variablen – vorbeugen. Die Charakterisierung soll so beschaffen sein, daß clusterartige Anhäufungen von Ereignissen (die notwendigerweise mit entsprechenden Ausdünnungen verbunden sein müssen) erkannt werden sollen. Besonderer Wert soll auf eine einfache Anwendbarkeit gelegt werden. In Abschnitt D.2 wird das Verfahren entwickelt, und in D.3 wird das Verfahren übertragen auf den Vergleich von zwei Verteilungen. Nachdem in Abschnitt D.4 die Empfindlichkeit in einem konkreten Szenario betrachtet wird, gibt D.5 dann eine abschließende Beurteilung des Verfahrens.

D.1 Hinführung

Das gebräuchlichste Verfahren in der γ-Astronomie, Quellen zu suchen und nachzuweisen, ist, nach „DC“ -Überschüssen zu suchen, d. h. zu ermitteln, ob und wie signifikant die registrierte Ereigniszahl aus einer geeignet gewählten Quellregion über dem erwarteten Wert liegt (s. Anhang C). Dazu wird typischerweise die gesamte Beobachtungszeit herangezogen, weil bei konstant angenommenem Fluß natürlich so der erwartete Effekt maximiert wird. Bei etlichen γ-Quellen oder Kandidaten ist es jedoch erwiesen oder zumindest anzunehmen (z. B. Blazare, Röntgendoppelsterne), daß der γ-Fluß hochvariabel ist. In Fällen, wo eine definierte Periodizität von detektierter Strahlung in anderen Wellenlängenbereichen bekannt ist (z. B. Röntgenperioden), werden daher oft spezielle und etablierte Periodizitätsanalysen angewandt.

Ein allgemeiner und einfacher Test auf Hinweise von unspezifischen ausbruchsartigen Phänomenen ist aber zumindest nicht üblich, und es gibt kein bekanntes allgemein gebräuchliches Verfahren dazu.[1]

Dabei liegt es auf der Hand, daß im Falle kurzer Anschalt-Quoten (*duty cycles*) bei untersuchten Objekten die Spitzen-Flüsse drastisch über dem mittleren Fluß liegen. Ohne *a-priori*-Wissen, wann das Objekt an- oder ausgeschaltet ist, ist aber ein *ad-hoc*-Verfahren zur Ausnutzung schwer vorstellbar. Beim Betrachten der zeitlichen Abfolge von zu untersuchenden Ereignissen fallen vielleicht eine oder mehrere lokale Konzentrationen auf, wobei die *a posteriori*-Beurteilung der Zufallswahrscheinlichkeit schwierig ist.

Die Fragestellung, die sich hier ergibt, lautet bei einem gegebenen Sample von Untergrunderereignissen, die potentiell von Quellereignissen überlagert sind: Gibt es clusterartige Strukturen in der zeitlichen Abfolge der Ereignisse, die trotz möglicherweise nur moderatem DC-Überschuß statistisch signifikante Hinweise auf eine Quelle darstellen?

Eine zweite, ähnliche Fragestellung ergibt sich auch bei eindeutig nachweisbaren γ-Quellen: Gegeben sei ein (quasi untergrundfreies) Sample von Quellereignissen. Wie gut wird die zeitliche Abfolge von Ereignissen von der Annahme eines konstanten Flusses beschrieben? Auch Mischformen beider Fragestellungen (zweifelsfrei nachgewiesene Quelle, aber Untergrund vorhanden) sind denkbar.

Ein allgemeiner Test, der auf unspezifische ausbruchsartige Phänomene empfindlich sein soll, kann ausnutzen, daß in Abwesenheit einer Quelle (oder in Anwesenheit einer Quelle konstanten Flusses) von einer Zeitverteilung aus einem *Poisson*-Prozeß ausgegangen werden kann, also charakteristische Abweichungen von einer solchen Verteilung messen. Ein solcher Test sollte folgende Eigenschaften haben:

1. Unabhängigkeit von DC-Überschuß oder -Defizit

2. Ungebinntheit

3. Möglichst natürliche Definition

Im Gegensatz zum bekannten *Kolmogorov*-Test, direkt angewandt auf die kumulierte zeitliche Häufigkeitsverteilung der eintreffenden Ereignisse, der obige Eigenschaften hat, soll der hier vorgestellte Test differentiellen Charakter haben und besonders auf kurze Ausbrüche (auch mehrere) empfindlich sein. Im folgenden wird jetzt ein solcher Test entwickelt.

Da es sich um die Einführung eines neuen Verfahrens handelt, muß dieses Kapitel etwas umfangreicher ausfallen. Dabei sind dennoch einige Gleichungen nicht ausführlich abgeleitet, wenn nur elementare Arithmetik dazu nötig ist, die ansonsten aber ganze Seiten füllen würde.

[1] Die gelegentlich in verschiedenen Varianten angewandten zeitlichen Suchgittermethoden, wie sie z. B. in COLLURA ET AL. 1987 oder BILLER ET AL. 1994 dargestellt werden, erfordern einen sehr hohen Aufwand und die zugrundeliegende Statistik ist schwer zu beherrschen, s. auch Abschnitt D.5

D.2 Ausarbeitung des Verfahrens

Ausgegangen soll von der *Poisson*-Verteilung

$$P_\lambda(n) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^n}{n!} \tag{D.1}$$

wobei λ den Erwartungswert $\langle n \rangle$ bezeichnet.
Eine monotone Folge (t_i) in der Zeit t stellt einen *Poisson*-Prozeß dar, wenn es eine Konstante C gibt, so daß für alle $t_0 > 0$, mit denen man die Zeitachse in disjunkte Intervalle fester Länge t_0 unterteilt, die Verteilung der Anzahl der Ereignisse in den einzelnen Intervallen zum Parameter $\lambda = t_0/C$ *Poisson*-verteilt und paarweise unabhängig sind (CHATFIELD 1994). Daraus ergibt sich unmittelbar die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Zeitintervalle Δt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ereignissen als Ableitung von $P_\lambda(0)$ nach der Zeit

$$f_C(\Delta t) = -\frac{P_{(\Delta t + d\Delta t)/C}(0) - P_{(\Delta t)/C}(0)}{d\Delta t} = -\frac{d\exp(-\Delta t/C)}{d\Delta t} = \frac{1}{C} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{C}\right) \tag{D.2}$$

als eine Exponentialverteilung mit dem Erwartungswert C.
Jedem Δt entspricht dabei eine Wahrscheinlichkeit

$$p_C(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} f(\widetilde{\Delta t})\, d\widetilde{\Delta t} = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{C}\right) \tag{D.3}$$

Gegeben sei jetzt ein (zu testendes) Stichproben-Zeitintervall mit der monotonen endlichen Folge von Ereigniszeiten $(T_i)_{i=1\ldots N+1}$. Die resultierende Verteilung

$$\{\Delta T_i\}_{i=1\ldots N} := \{(T_{i+1} - T_i)\}_{i=1\ldots N} \tag{D.4}$$

habe den Mittelwert $\overline{\Delta T} =: C^*$. Setzt man in Gln. D.2, D.3 $C = C^*$ (also auf den in der Stichprobe tatsächlich erzielten Mittelwert), so folgt für die ΔT_i, daß sie aus der Verteilung $f_{C^*}(\Delta t)$ stammen, unter der Nebenbedingung des erhaltenen Mittelwertes (oder, äquivalent dazu, die $p_{C^*}(\Delta T_i)$ einer Gleichverteilung in $[0,1]$ mit entsprechender Nebenbedingung entstammen). Dies gilt ganz allgemein auch für unwahrscheinliche C^* wegen der vollständigen Unkorreliertheit der T_i, und macht Untersuchungen, die sich nur auf das C^* stützen, unabhängig vom DC-Überschuß oder -Defizit.
Somit können die ΔT_i mit einem Verteilungstest (z. B. *Kolmogorov*–Test oder *Smirnov–Cramér–von-Mises*–Test) gegen $f_{C^*}(\Delta t)$ getestet werden, deren Ergebnis dann die Abweichungen charakterisiert (unabhängig von der Wahrscheinlichkeit von C^*). Die Metriken, derer sich die klassischen Tests bedienen, sind allerdings nicht darauf ausgerichtet, speziell empfindlich auf Ereigniscluster (und, bei festem C^*, auf korrespondierende Ausdünnungen) zu sein, und außerdem läßt sich auf diese Weise die Nebenbedingung nicht miteinbeziehen. Eine überdurchschnittlich „regelmäßige" Verteilung der T_i würde ebenfalls zu überdurchschnittlich kleinen Zufallswahrscheinlichkeiten führen. Deswegen soll hier ein natürliches Maß eingeführt werden, welches speziell auf Anhäufungen weitab des Mittelwertes empfindlich ist.

Ausgegangen wird dabei von der Stichproben-Verteilungsdichte $\mathrm{F}(\Delta t)$

$$\mathrm{F}(\Delta t) := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \delta(\Delta t - \Delta T_i) \tag{D.5}$$

und der Gleichheit des 0. und 1. Momentes von f_{C^*} und F:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f_{C^*}(\Delta t)\,d\Delta t &= \int_0^\infty \mathrm{F}(\Delta t)\,d\Delta t &&= 1 \\ \int_0^\infty \Delta t \cdot f_{C^*}(\Delta t)\,d\Delta t &= \int_0^\infty \Delta t \cdot \mathrm{F}(\Delta t)\,d\Delta t &&= C^* \end{aligned} \tag{D.6}$$

Die Varianz der Verteilung $\mathrm{F}(\Delta t)$ um ihren Mittelwert wäre sicherlich ein Maß für Ereigniscluster und eine Anhäufung von entsprechend ausgedünnten Zeiten, jedoch ist diese Größe wegen der starken Asymmetrie der Exponentialverteilung sehr empfindlich auf die Ausläufer zu großen Werten hin. Der Wert der Varianz wird sogar von der Verteilungsdichte zwischen C^* und ∞ dominiert, obwohl nur 37% der Ereignisse dazwischen liegen. Um nicht auf uninteressante Schwankungen auf dem Ausläufer der Verteilung empfindlich zu sein, wird hier folgender Weg beschritten:
Aus D.6 folgt

$$\int_0^\infty \underbrace{\left(1-\frac{\Delta t}{C^*}\right)}_{:=h(\Delta t)} \cdot f_{C^*}(\Delta t)\,d\Delta t = \int_0^\infty \left(1-\frac{\Delta t}{C^*}\right) \cdot \mathrm{F}(\Delta t)\,d\Delta t = 0 \tag{D.7}$$

Definiert man

$$\mathrm{H}(x) := \int_0^x h(\Delta t) \cdot f_{C^*}(\Delta t)\,d\Delta t \tag{D.8}$$

so stellt man fest:

- $\mathrm{H}(0) = \mathrm{H}(\infty) = 0$
- $\mathrm{H}(C^*) = 1/e$ ist das globale Maximum von H, da f_{C^*} überall positiv und $h(\Delta t)$ monoton fallend mit Nullstelle in C^* ist

Ersetzt man hier f_{C^*} durch F, so bleibt die erste Eigenschaft erhalten, und das globale Maximum liegt wieder bei C^*, streut aber um einen Erwartungswert nahe $1/e$. (Der Übergang von C, also dem Erwartungswert, nach C^*, dem tatsächlichen Mittelwert der ΔT_i, verschiebt diesen Wert ein wenig nach unten[2], was später näher untersucht wird.) Damit wird

$$\mathrm{M}(\mathrm{F}) := \int_0^{C^*} \left(1-\frac{\Delta t}{C^*}\right) \cdot \mathrm{F}(\Delta t)\,d\Delta t \tag{D.9}$$

(mit $C^* = \int \Delta t\, \mathrm{F}(\Delta t)\,d\Delta t$)
ein Funktional auf der Menge der normierten Verteilungsdichten auf $[0,\infty[$ mit $\mathrm{M}(f_C) = 1/e$.

M kann offensichtlich so formuliert werden, daß es nur abhängt von der Verteilung der ΔT_i, die kleiner als der Mittelwert C^* sind, und wird für untypische Anhäufungen von kleinen

[2] Mittelwerte von Stichproben sind bekanntermaßen opportunistisch; sie minimieren die Varianz der Stichprobe und verringern daher auch das hier eingeführte Maß für Streuungen.

ΔT_i (also bei ausbruchsartigen Phänomenen) überdurchschnittlich große Werte, bei untypischen Anhäufungen bei mittelgroßen ΔT_i (also untypisch gleichmäßiger Zeitstruktur gegenüber *poisson*-verteilten T_i) überdurchschnittlich kleine Werte annehmen. Unter Betrachtung der Extremfälle

1. die Herzschlag-Funktion $\heartsuit(\Delta t) := \delta(\Delta t - C^*)$
   die den Fall beschreibt, daß alle ΔT_i gleich sind und zu einem $\mathrm{M}(\heartsuit) = 0$ führt, und

2. die Nadelspitzen-Funktion $\spadesuit(\Delta t) := \lim_{\varepsilon \to 0} (1-\varepsilon) \cdot \delta(\Delta t) + \varepsilon \cdot \delta(\Delta t - C^*/\varepsilon))$
   bei der also fast alle $\Delta T_i = 0$ sind , und der Rest (z. B. eines) riesig groß ist, damit der Mittelwert der Gesamtverteilung gleich C^* ist, und die auf ein $\mathrm{M}(\spadesuit) \to 1$ führt.

notieren wir für eine beliebige normierte Verteilungsdichte F auf $[0,\infty[$:

$$\mathrm{M}(\mathrm{F}) \in [0,1[\tag{D.10}$$

Es bleibt zu zeigen, wie sich im beschriebenen Falle die $\mathrm{M}(\mathrm{F})$ zu gegebenem N verteilen (im folgenden kurz als M_N-Verteilung bezeichnet). Vom konkreten C^* ist die Verteilung jedenfalls unabhängig, weil diese Konstante lediglich die Zeitachse skaliert, M jedoch dimensionslos ist. Analytisch exakte Lösungen zu Angabe der Verteilungsfunktion sind sicher möglich, wurden hier jedoch wegen des beträchtlichen zu erwarteten Aufwandes nicht versucht. Stattdessen wird ein zur Hälfte numerischer Weg beschritten, indem man ausnutzt, daß alle auftretenden Streuungen letztlich auf Streuungen in der Polynomialverteilung beruhen, die sämtlich mit $\sqrt{N}$ skalieren, bei dimensionslosen Größen wie M also zu Streuungen $\sigma \sim 1/\sqrt{N}$ führen müssen. Aus ähnlichem Grund wird die Differenz des Mittelwertes μ und $1/e$ zumindest asymptotisch proportional zu $1/N$ sein. Ferner erwartet man nach dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik, daß die Verteilung insgesamt für wachsende N einer Normalverteilung zustrebt. Man braucht demnach also lediglich zwei Konstanten α, β zu bestimmen, für die (wenigstens asymptotisch) gilt:

$$\frac{1}{e} - \mu(N) = \frac{\alpha}{N} \qquad \text{und} \qquad \sigma(N) = \frac{\beta}{\sqrt{N}} \tag{D.11}$$

Mit durch einen Zufallszahlengenerator erzeugten Ereignissen konnten für N zwischen 10 und 10^5 keine statistisch signifikanten Abweichungen von Gl. D.11 gefunden werden (s. Abb. D.1), und α, β konnten durch die Anpassungen wie folgt eingegrenzt werden:

$$\alpha = 0,188 \pm 0,004 \qquad\qquad \beta = 0,2430 \pm 0,0002 \;\; (= e^{-\sqrt{2}} \;\; ??) \tag{D.12}$$

(Mathematiker mögen den Zusatz in Klammern bitte übersehen!) Nachdem Mittelwerte und Streuungen jetzt für die Belange der Praxis hinreichend genau bestimmt sind, muß jetzt nurmehr die Abweichung der M_N-Verteilung von der Normalverteilung $N(1/e - \alpha/N, \beta/\sqrt{N})$ untersucht werden. Die Zufallszahl-generierten Ereignishäufigkeiten sind in Abb. D.2 mit den Zufallswahrscheinlichkeiten von $N(1/e - \alpha/N, \beta/\sqrt{N})$ für positive σ, exemplarisch für $N = 10$, 100, 1000, verglichen. Man stellt fest, daß bereits im Falle $N = 10$ und moderaten Abweichungen vom Erwartungswert ($< 2\sigma$) die Normalverteilung in guter Näherung gilt, was für $N = 100$ sicher bereits in den meisten in der Praxis vorkommenden Fällen global genau genug ist. Im Zweifelsfalle oder bei hohen Präzisionsanforderungen müßten jedoch neue (und aufwendige) MtCarlo-Rechnungen angestellt werden.

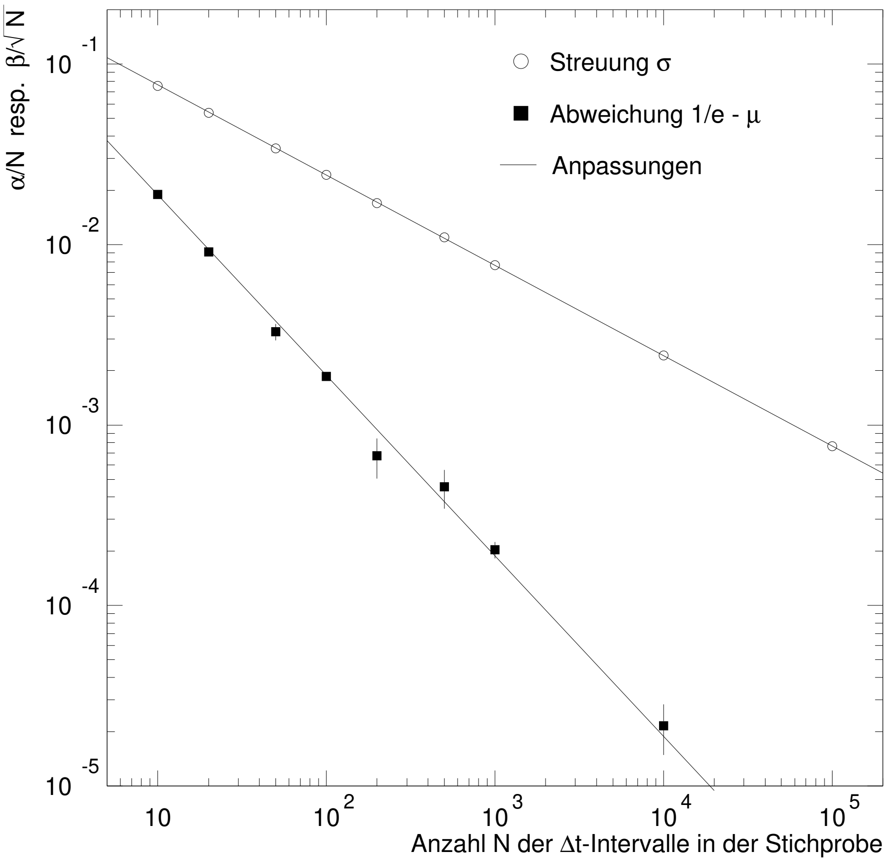


Abbildung D.1: Standardbweichung σ und die Abweichung des Mittelwertes $1/e-\mu$ bei der M_N-Verteilung. Die Anpassungen zur Ermittlung von α (β), s. Gl. D.11, wurden zwischen $N = 10\ldots10^4$ ($N = 100\ldots10^5$) durchgeführt. Die Fehler in den Streuungen sind in dieser Darstellung verschwindend klein.

D.3 Verwendung des Verfahrens im Falle von diskreten Untergrundverteilungen

Obige Überlegungen sind bei Experimenten, die über das betrachtete Zeitintervall hinreichend konstante Akzeptanz haben, unmittelbar anwendbar. Im Falle von einer zeitlich variablen Akzeptanz gilt Gl. D.2 natürlich nicht mehr, weil man dann gar keinen *Poisson*-Prozeß in der Variablen t mehr erwartet (inhomogener *Poisson*-Prozeß, s. CHATFIELD 1994). Bei diskreter An- und Abschaltung der zeitlichen Akzeptanz läßt sich das natürlich durch das Ausblenden derjenigen Zeitintervalle beheben, in denen tatsächlich die Registrierung abgeschaltet oder blockiert war (z.B. Auslesetotzeit u. ä.). Im allgemeinen Fall (kontinuierlich veränderliche Akzeptanz $a(t)$, und das ist der typische Fall in der erdgebundenen γ-Astronomie) muß man die Variable t durch eine mit a skalierten effektiven Zeit τ ersetzen ($a(t)\cdot dt \longrightarrow d\tau$), um dann obiges Verfahren anwenden zu können. Das setzt aber eine gute und vollständige Kenntnis des zeitlichen Verlaufs der Akzeptanz voraus. Eine einfache Überlegung zeigt aber, daß simultan mit den interessierenden Ereigniszeiten (t_i) erfaßte Untergrundereignisse, ebenfalls ein *Poisson*-Prozeß in τ, mit den Zeiten $(t_{\mathrm{UG},j})$, die mit derselben Akzeptanz erfaßt werden, ähnlich gute Dienste leisten wird, wenn der Untergrund eine ausreichend hohe zeitliche Dichte hat (also z. B. im Falle von Ereignissen der kosmischen Strahlung aus einem genügend großen Raumwinkel kommt im

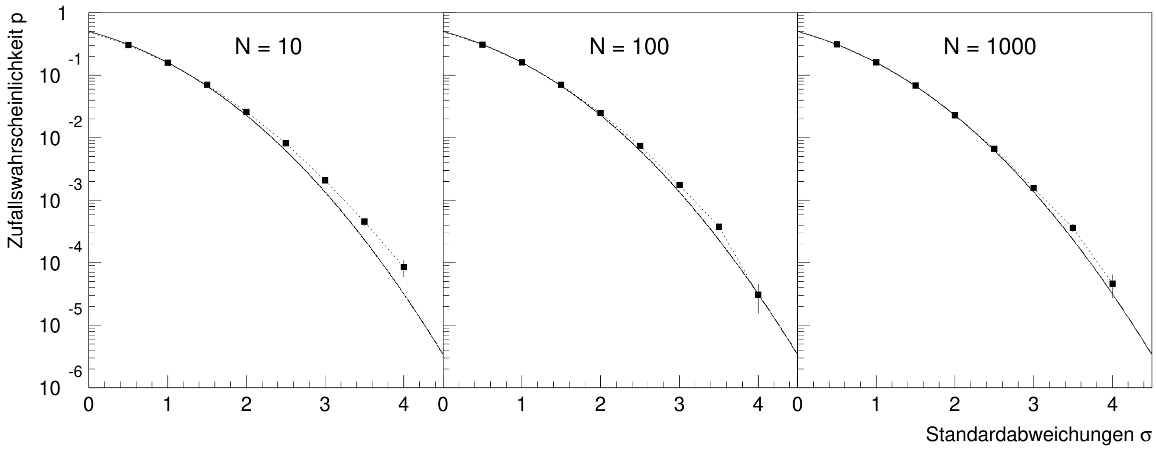


Abbildung D.2: Der Vergleich der M_N-Verteilung mit einer Normalverteilung $N(1/e - \alpha/N, \beta/\sqrt{N})$. Dargestellt sind für positive σ die Zufallswahrscheinlichkeiten, die sich aus der Normalverteilung ergeben (durchgezogene Linien), und die sich aus den M^{t}Carlo-Rechnungen ergebenden Häufigkeiten für M_N.

Vergleich zu dem, dem die zu untersuchenden Ereignisse entstammen). Man braucht dann $a(t)$ explizit gar nicht mehr zu kennen, sondern betrachtet direkt die Verteilung der ΔN_{UG} zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ereignissen der zu untersuchenden Verteilung, testet also gewissermaßen, ob die beiden Verteilungen gegenseitig *poisson*verteilt sind.

Dazu geht man von der Verteilungsdichte für die verallgemeinerten Zeitintervalle $\Delta\tau$ (s. Gl. D.2) zwischen zwei Ereignissen der zu untersuchenden Verteilung aus (die konkrete Akzeptanzfunktion $a(t)$ spielt dabei keine Rolle, weil sie am Ende nicht benötigt wird, wichtig ist nur, daß sie beide Verteilungen simultan skaliert):

$$f_{\mathrm{Q}}(\Delta\tau) = \frac{1}{C_{\mathrm{Q}}} \exp\left(-\frac{\Delta\tau}{C_{\mathrm{Q}}}\right) \tag{D.13}$$

mit gewissem, festen C_{Q}.
Die Untergrund-Ereignisse seien ebenfalls aus einem *Poisson*-Prozeß, mit einem Erwartungswert λ_{UG} in einem verallgemeinerten Zeitintervall $\Delta\tau$ von

$$\lambda_{\mathrm{UG}}(\Delta\tau) = \Delta\tau / C_{\mathrm{UG}}$$

Aus Gl. D.13 folgt damit die Verteilung der **Erwartungswerte** für die Anzahl der Untergrundereignisse zwischen zwei Test-Ereignissen

$$f(\lambda_{\mathrm{UG}}) = \frac{1}{C} \cdot \exp\left(-\frac{\lambda_{\mathrm{UG}}}{C}\right) \tag{D.14}$$

(mit dem globalem Erwartungswert $C := C_{\mathrm{Q}}/C_{\mathrm{UG}}$)
Die gesamte Wahrscheinlichkeitsverteilung für die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Test-Ereignissen liegende Anzahl von Untergrund-Ereignissen („Zwischen-Ereignisse“) erhält man jetzt durch mit $f(\lambda_{\mathrm{UG}})$ gewichtete Integration der *Poisson*-Verteilung $P_{\lambda_{\mathrm{UG}}}$ (s. Gl. D.1) über λ_{UG}

$$w_C(n) = \int\limits_{\lambda_{\mathrm{UG}}=0}^{\infty} P_{\lambda_{\mathrm{UG}}}(n) \cdot f(\lambda_{\mathrm{UG}}) d\lambda_{\mathrm{UG}} = \frac{1}{C+1} \left(\frac{C}{C+1}\right)^n \tag{D.15}$$

also offenbar eine (diskrete) Exponentialverteilung. Ausgedrückt durch die Exponentialfunktion wird daraus

$$w_C(n) = \frac{1}{C+1} \cdot \exp\left(-\log\left(1+\frac{1}{C}\right) \cdot n\right) \tag{D.16}$$

(vgl. Gl. D.2). Man kann daher die Anzahl der Untergrundereignisse als Ersatz für eine verallgemeinerte Uhr (die τ-Intervalle anzeigt) verwenden. Die Genauigkeit dieser Ersatz-Uhr wird dabei von C (also dem Verhältnis von Untergrundereignisanzahlen zu Testintervallen oder, äquivalent, dem Mittelwert aller Zwischenereignis-Anzahlen) bestimmt.

Ganz analog zu den Definitionen des vorangehenden Abschnitts sei eine Stichprobenhäufigkeit $\mathcal{W}(n)$ von Anzahlen der Zwischen-Ereignisse gegeben, mit einem Mittelwert

$$\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \mathcal{W}(n) = C^* \tag{D.17}$$

Gln. D.6 gelten analog, und man schreibt nun

$$\mathcal{H}(N) := \sum_{n=0}^{N} \left(1-\frac{n}{C}\right) w_C(n) = \frac{N+1}{C+1}\left(\frac{C}{C+1}\right)^N \quad \text{mit} \quad \mathcal{H}(-1) = \mathcal{H}(\infty) = 0 \tag{D.18}$$

wobei das Maximum bei $[C]$ angenommen wird.[3] Der Wert bei $[C]$ ist dabei offenbar von C selbst abhängig, geht aber für $C \to \infty$ wieder gegen $1/e$. Für

$$\mathcal{M}(\mathcal{W}) := \sum_{n=0}^{[C^*]} \left(1-\frac{n}{C^*}\right) \cdot \mathcal{W}(n) \quad \text{mit} C^* \text{ nach Gl. D.17} \tag{D.19}$$

gilt dann wieder $\mathcal{M}(\mathcal{W}) \in [0,1[$, und für $\mathcal{W}(n)$ aus Zwischenereignissen im Falle eines *Poisson*-Prozesses, daß die Werte von $\mathcal{M}(\mathcal{W})$ um einen Erwartungswert nahe

$$\mathcal{M}_0(C^*) = \frac{[C^*]+1}{C^*+1} \cdot \left(\frac{C^*}{C^*+1}\right)^{[C^*]} \tag{D.20}$$

streuen, wobei die Streubreite jetzt auch von C^* abhängt. Bezeichnet man den Mittelwert der so entstehenden $\mathcal{M}_{C^*,N}$-Verteilung mit $\mu_{C^*}(N)$ und die Streuung mit $\sigma_{C^*}(N)$, und definiert analog zu Gl. D.11

$$\mathcal{M}_0(C^*) - \mu_{C^*}(N) = \frac{\alpha_{C^*}}{N} \qquad \text{und} \qquad \sigma_{C^*}(N) = \frac{\beta_{C^*}}{\sqrt{N}} \tag{D.21}$$

so findet man empirisch folgende Abhängigkeit:

$$\begin{array}{llll} & \alpha_{C^*} \approx \alpha \cdot k_1^{\frac{1}{C^*+k_2}} & \text{und} & \beta_{C^*} \approx \beta \cdot k_1^{\frac{1}{C^*+k_2}} \\ \text{mit} & k_1 = 1{,}67 \pm 0{,}02 & \text{und} & k_2 = 0{,}37 \pm 0{,}03 \end{array} \tag{D.22}$$

(mit α, β nach Gl. D.12)
Die Anpassung, die auf k_1 und k_2 führt, ist in Abb. D.3(links) dargestellt. Dabei liefert wieder die Anpassung an die Streuungen die präziseren Resultate, da diese viel genauer zu bestimmen sind als die Abweichungen der Mittelwerte. In Abb. D.3(rechts) sieht man aber, daß die

[3] Hier und im folgenden soll das eckige Klammerpaar [...] die Integer-Funktion bedeuten.

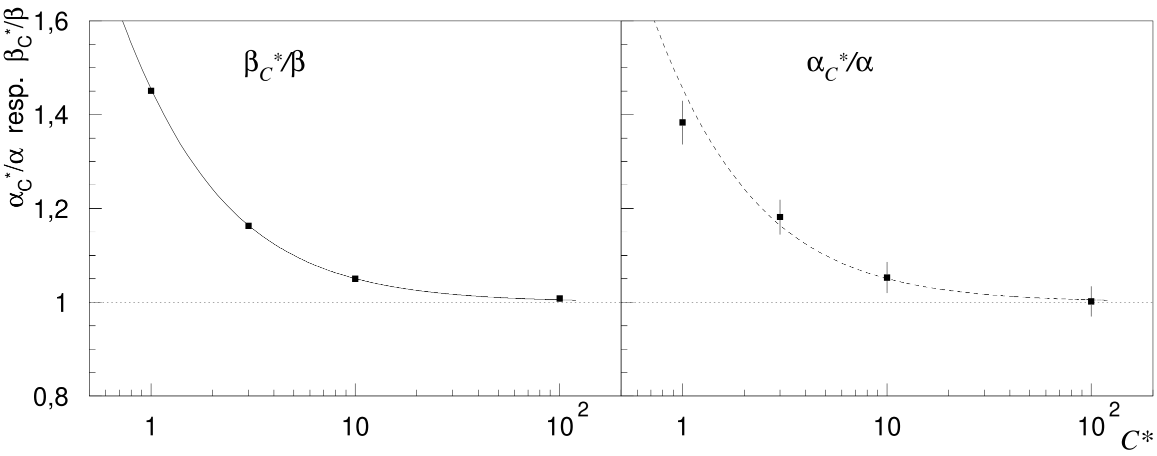


Abbildung D.3: Die Abhängigkeit von β_{C^*} und α_{C^*} von C^* (s. Text). Die durchgezogene Linie im linken Bild entspricht der Anpassung (rechts gestrichelt wiederholt).

Abhängigkeit von α_{C^*}/α von C^* verträglich mit der gleichen Funktion ist (gestrichelte Kurve) und daher dieselbe Abhängigkeit angenommen werden darf.

Insgesamt ergibt sich also in dem hier betrachteten diskreten Fall das Bild, daß die $\mathcal{M}_{C^*,N}$-Verteilung näherungsweise gleich einer Normalverteilung $N(\mathcal{M}_0(C^*) - \alpha_{C^*}/N, \beta_{C^*}/\sqrt{N})$ ist, wobei die Abweichungen ähnlich zu denen in Abb. D.2 sind. Für $C^* \to \infty$ geht die $\mathcal{M}_{C^*,N}$-Verteilung in allen Aspekten in die M_N-Verteilung über. Aus den mit kleiner werdendem C^* wachsenden Streubreiten β_{C^*} entnimmt man, daß zur Optimierung der Empfindlichkeit möglichst große C^* verwendet werden sollten.

D.4 Sensitivität des Verfahrens

In diesem Abschnitt soll das oben beschriebene Verfahren auf ein konkretes Szenario angewandt werden, um das Potential auszuloten.

Untersucht werden soll der Fall, daß eine sporadisch aktive Quelle (mit einem duty cycle $q \in]0,1]$) während ihrer aktiven Zeit zusätzliche Ereignisse (ebenfalls aus einem *Poisson*-Prozeß) beiträgt und damit den ungestörten Untergrund „verunreinigt". Die Gesamtzahl der registrierten Ereignisintervalle sei N_0, der Untergrund-Erwartungswert sei N_1, der Erwartungswert der zusätzlichen Ereignisse von der Quelle sei N_2 (also $N_0 = N_1 + N_2$), das insgesamt überstrichene Zeitintervall sei o.B.d.A. $= 1$ (siehe schematische Darstellung in Abb. D.4). Dasselbe Bild ergibt sich im Falle reiner Quellereignisse bei einer Suche nach Indizien für nichtkonstanten Fluß, wobei N_1 den Ruhefluß Φ_{low} und $N_2/q + N_1$ den Fluß Φ_{high} in Zeiten verstärkter Aktivität darstellt. Betrachtet man zunächst den Fall der kontinuierlichen M_N-Statistik, so sieht die Verteilungsdichte $\tilde{F}$ der Δt folgendermaßen aus:

$$\tilde{F}(\Delta t) = \frac{N_1}{N_0}(1-q) \cdot f_{C_1}(\Delta t) + \frac{N_2 + qN_1}{N_0} \cdot f_{C_2}(\Delta t) \qquad \text{(D.23)}$$
$$\text{mit} \quad C_1 = \frac{N_0}{N_1} \quad \text{und} \quad C_2 = \frac{qN_0}{N_2 + qN_1}$$

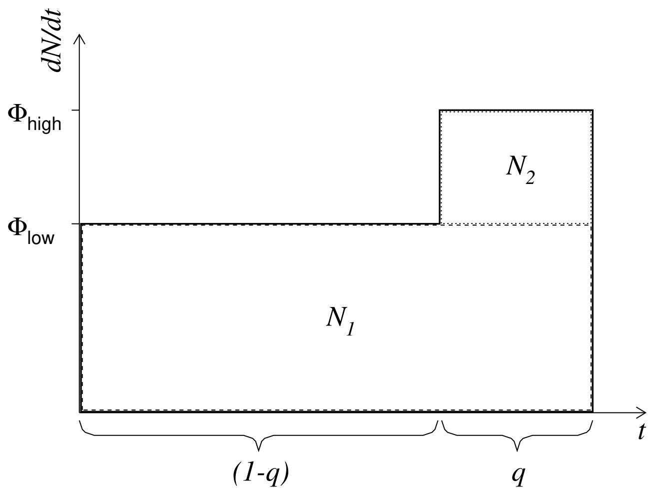


Abbildung D.4: Schematische Darstellung der mittleren Ereignisrate bei Quellen mit nichtkonstantem Fluß (zwei unterschiedliche Flußniveaus).

(o.B.d.A. mit $C^* = 1$). Man errechnet daraus einen Erwartungswert für $\mathrm{M}(\tilde{F})$ von

$$\langle \mathrm{M}(\tilde{F}) \rangle = \frac{1}{e} \cdot \exp\left(\frac{N_2}{N_0}\right) - \frac{q}{e} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{N_2}{qN_0}\right)\right) \cdot \exp\left(\frac{N_2}{N_0}\right) \tag{D.24}$$

Zwei Grenzfälle sollen hier herausgestellt werden:

1. $q \ll N_2/N_0 \ll 1$ (also im Vergleich zu N_2/N_0 kleinem duty cycle):
   $\Rightarrow \langle \mathrm{M}(\tilde{F}) \rangle - 1/e \simeq \frac{1-q(1+N_0/N_2)}{e} \cdot N_2/N_0$
2. q endlich, $N_2/(qN_0) \ll 1$:
   $\Rightarrow \langle \mathrm{M}(\tilde{F}) \rangle - 1/e \simeq (1-q)/(2qe) \cdot N_2^2/N_0^2$

In den obigen Grenzfällen ist der Erwartungswert der DC-Signifikanz $\langle S_{\mathrm{DC}} \rangle \approx N_2/\sqrt{N_0}$, und die sich hier ergebende Ausbruchs-Signifikanz[4] $\langle S_{\mathrm{burst}} \rangle \approx \sqrt{N_0}(\langle \mathrm{M}(\tilde{F}) \rangle - 1/e)/\beta$, daher findet man für den Grenzfall 1.:

$$\langle S_{\mathrm{burst}} \rangle \approx \frac{1 - q(1 + N_0/N_2)}{e \cdot \beta} \langle S_{\mathrm{DC}} \rangle \approx 1,51 \cdot (1 - q(1 + N_0/N_2)) \cdot \langle S_{\mathrm{DC}} \rangle \tag{D.25}$$

als (von der DC-Signifikanz völlig unabhängig gemessene) Ausbruchs-Signifikanz. Es lohnt sich also durchaus, bei entsprechenden Kandidaten (speziell im Falle moderater DC-Überschüsse) den Test anzuwenden.

Im Grenzfall 2. ergibt sich:

$$\langle S_{\mathrm{burst}} \rangle \approx \frac{1-q}{2qe \cdot \beta} \cdot \frac{N_2}{N_0} \cdot \langle S_{\mathrm{DC}} \rangle = \frac{1-q}{2qe \cdot \beta\sqrt{N_0}} \cdot \langle S_{\mathrm{DC}} \rangle^2 \tag{D.26}$$

Die Ausbruchs-Signifikanz sinkt bei festem q und fester DC-Signifikanz also mit $1/\sqrt{N_0}$. Eine nennenswerte Empfindlichkeit bei moderater DC-Signifikanz (siehe erste Fragestellung in

[4] Die Verschiebung des Mittelwertes α/N betrifft sowohl die zu erwartende Untergrundverteilung als auch die hier Angenommene, fällt also heraus.

Abschnitt D.1) ergibt sich somit nur für $q < N_2/N_0$. In Abb. D.5 sind die exakt ausgerechneten Verhältnisse $\langle S_{\text{burst}}\rangle/\langle S_{\text{DC}}\rangle$ in einigen Beispielen gezeigt.

Im diskreten Fall der $\mathcal{M}_{C^*,N}$-Statistik (die hier nicht mehr explizit vorgerechnet werden soll), ergibt sich qualitativ die gleiche Signatur für das hier betrachtete Szenario. Man findet als Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$\widetilde{\mathcal{W}}(n) = \tfrac{N_1}{N_0}(1-q)\cdot w_{C_1}(n) + \tfrac{N_2+qN_1}{N_0}\cdot w_{C_2}(n)$$
$$\text{mit} \qquad C_1 = C^*\cdot\tfrac{N_0}{N_1}\;, \qquad C_2 = C^*\cdot\tfrac{qN_0}{N_2+qN_1} \quad \text{und} \quad w_{C_i}(n) \text{ nach Gl. D.15} \tag{D.27}$$

Für ganzzahlige C^* und $q \ll N_2/N_0 \ll 1$ ergibt sich

$$\langle\mathcal{M}(\widetilde{\mathcal{W}})\rangle - \mathcal{M}_0(C^*) = \left(\frac{C^*}{C^*+1}\right)^{C^*+1}\cdot(1-q(1+N_0/N_2))\cdot\frac{N_2}{N_0} \tag{D.28}$$

Für $C^*=1$ ergibt das (man beachte auch die größere Streubreite) unter obigen Grenzwerten

$$\langle S_{\text{burst}}\rangle = \frac{1}{4}\cdot\frac{1-q(1+N_0/N_2)}{\beta_1}\cdot\langle S_{\text{DC}}\rangle \approx 0{,}7\cdot(1-q(1+N_0/N_2))\cdot\langle S_{\text{DC}}\rangle \tag{D.29}$$

aber für $C^*=10$ bereits

$$\langle S_{\text{burst}}\rangle = \left(\frac{10}{11}\right)^{11}\cdot\frac{1-q(1+N_0/N_2)}{\beta_{10}}\cdot\langle S_{\text{DC}}\rangle \approx 1{,}4\cdot(1-q(1+N_0/N_2))\cdot\langle S_{\text{DC}}\rangle \tag{D.30}$$

Für die Ausbruchssignifikanzen bei endlichen q und $\frac{N_2}{qN_0} \ll 1$ gilt auch hier wieder für den Term führender Ordnung in $\frac{N_2}{N_0}$ für alle C^*:

$$\langle S_{\text{burst}}\rangle \sim \frac{1-q}{q}\cdot\frac{N_2}{N_0}\cdot\langle S_{\text{DC}}\rangle \tag{D.31}$$

In jedem Falle hängt der Quotient $\langle S_{\text{burst}}\rangle/\langle S_{\text{DC}}\rangle$ nur von N_2/N_0 (oder von $N_2/N_1 = 1/(N_0/N_2 - 1)$) ab. Einige Beispiele für die genau berechnete Abhängigkeit des Quotienten $\langle S_{\text{burst}}\rangle/\langle S_{\text{DC}}\rangle$ von q für verschiedene N_2/N_1 und C^* sind in Abb. D.5 gezeigt, im Vergleich zu der sich aus der kontinuierlichen Statistik nach Gl. D.24 ergebenden Werte. (Die DC-Signifikanz ist dabei mit Gl. C.11 berechnet worden.) Man sieht, daß für wachsende C^* wieder die M_N-Statistik angenähert wird, die die maximale Sensitivität erreicht. Man beachte in diesem Zusammenhang, daß für die Bestimmung der DC-Signifikanz weiterhin beliebige Genauigkeit in der Untergrundbestimmung angenommen wurde.

Im Sinne der in der Hinführung genannten zweiten Fragestellung (reine Quellereignisse) wird man sich für die Empfindlichkeit interessieren, bei gegebener Gesamtzahl N_0 von Ereignissen und gewissem Verhältnis $\Phi_{\text{high}}/\Phi_{\text{low}}$ des Flusses in Zeiten verstärkter Aktivität zu dem in den Ruheperioden einen duty cycle q zu detektieren, oder vice versa. Dies soll hier nur für die kontinuierliche M_N-Statistik angegeben werden. Mit $r := \Phi_{\text{high}}/\Phi_{\text{low}}$ folgt dann aus Gl. D.24:

$$\begin{aligned}\langle S_{\text{burst}}\rangle &= \frac{\sqrt{N_0}}{\beta}\cdot\left(\langle\mathrm{M}(\tilde{F})\rangle - \frac{1}{e}\right)\\ &= \frac{\sqrt{N_0}}{\beta}\cdot\left(\frac{1}{e}\cdot\left(1-q+q\cdot\exp\left(-\frac{1-r}{q+(1-q)r}\right)\right)\cdot\exp\left(\frac{q-q\cdot r}{q+(1-q)r}\right)-\frac{1}{e}\right)\end{aligned} \tag{D.32}$$

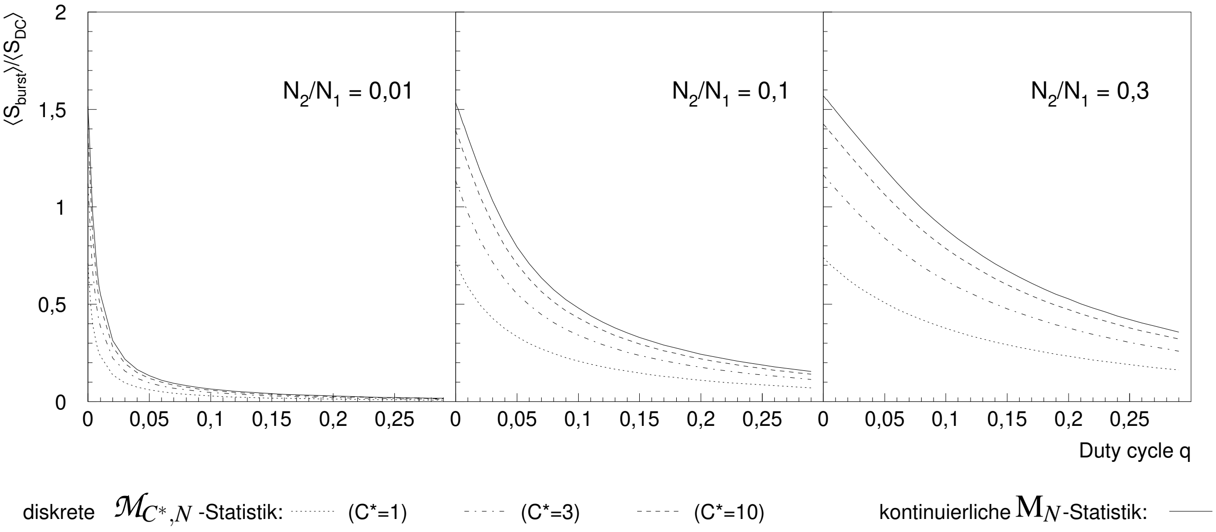


Abbildung D.5: Die Erwartungswerte für Ausbruchssignifikanzen für verschiedene Signal- zu Untergrundverhältnisse in Abhängigkeit vom duty cycle q.

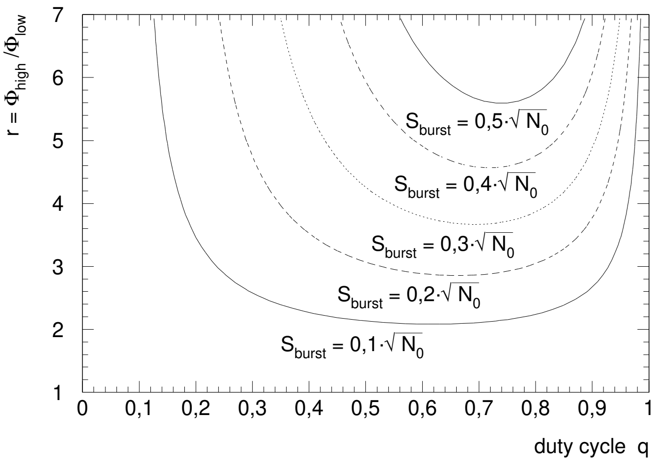


Abbildung D.6: Niveaulinien der Ausbruchs-Signifikanzerwartungen S_{burst} in der q-r-Ebene. Diese Abbildung gestattet es, bei gegebener Gesamtzahl der Ereignisse N_0 und einer geforderten Mindestsignifikanz das detektierbare q-r-Regime zu ermitteln.

In Abb. D.6 sind die sich so ergebenden Signifikanzerwartungen als Niveaulinien in der q-r-Ebene graphisch dargestellt. Bei hinreichend hoher Signifikanz ist es somit auch möglich, unmittelbar einen Mindestwert für die Flußschwankung r anzugeben.

Die sich hieraus ergebenden Signifikanzerwartungen spielen auch noch eine andere Rolle: Falls bei der Verwendung der diskreten $\mathcal{M}_{C^*,N}$-Statistik die zum Vergleich herangezogenen Untergrundereignisse nicht streng mit derselben Akzeptanz $a(t)$ erfaßt werden wie die zu untersuchende Folge (s. Gl. D.13 und die einleitenden Sätze dazu), so kann man mit Hilfe von Gl. D.32 und den maximal zu erwartenden Abweichungen der Akzeptanz die (stets zu positiven Signifikanzen tendierende) maximale systematische Verschiebung der Ausbruchssignifikanzen abschätzen.

Eine Anmerkung zu obigem Szenario ist noch zu machen:
Die Verteilungen aus den Gln. D.24, D.27 sind bei festem q unabhängig von einer etwaigen Zerstückelung der Aktivitätsperiode, solange nur N_2 deutlich größer als die Anzahl der einzelnen Aktivitätszeiträume ist.

Sicher gibt es über den hier vorgestellten Test und die zugehörigen Verteilungen noch manches Interessante festzuhalten, was jedoch diesen Rahmen sprengen würde. Als letzte Untersuchung wird aber noch auf den Fall periodischer Quellen eingegangen, da man wegen $\mathrm{M}(\heartsuit) = 0$ beunruhigt sein und vermuten könnte, daß periodische Quellen, die in regelmäßigen Zeitabständen scharfe Flußpulse senden und ansonsten ruhig sind, zu negativen Ausbruchssignifikanzen führen würden. Das dem nicht so ist, wird jetzt gezeigt:

Die größte zu erwartende Regelmäßigkeit wird durch Punktprozesse gemäß Abb. D.7 repräsen-

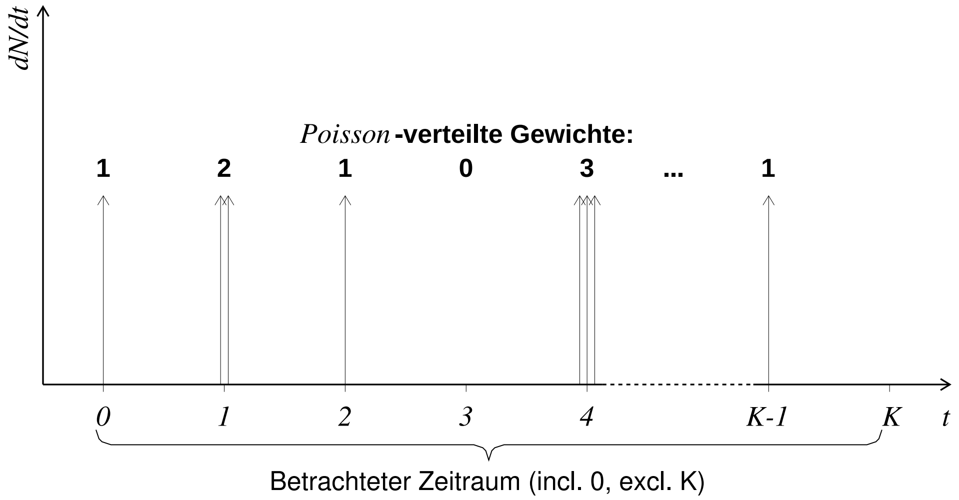


Abbildung D.7: Schematische Darstellung von Ereigniszeiten von einer periodischen Quelle mit konstanter Flußerwartung pro Zyklus.

tiert, nämlich durch diskret gewichtete δ-funktionsförmige Flußpulse mit Abstand 1 (o.B.d.A.). Der Deutlichkeit halber sei kein Untergrund aus einem *Poisson*-Prozeß hinzugefügt. Der Erwartungswert für die Gewichte (also die mittlere Ereignisanzahl pro Puls) sei λ, und natürlich müssen die Gewichte *poisson*verteilt sein (und hier liegt der entscheidende Unterschied zu $\heartsuit$).

Jetzt sind also die Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen, Zeitintervalle der Länge „0", 1, 2 etc. zwischen zwei Ereignissen zu messen.[5] Dazu stelle man sich vor, daß K komplette Zyklen beobachtet werden (mit $K \gg 1/\lambda$ und $K \gg 1$), also auch K Flußpulse. (Im folgenden werden auch „Pulse ohne Ereignis" als — leere — Pulse bezeichnet.) Die Wahrscheinlichkeit, während eines Pulses kein Zeitintervall der Länge „0" zu erhalten, ist $P_\lambda(0) + P_\lambda(1)$, und die Wahrscheinlichkeit, i „0"-Intervalle zu erhalten, ist $P_\lambda(i+1)$, mithin ist der Erwartungswert $\langle i \rangle$ für die Anzahl von „0"-Intervallen pro Puls

$$\langle i \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} \max(i-1, 0) \cdot P_\lambda(i) = P_\lambda(0) - 1 + \lambda \qquad \text{(D.33)}$$

[5]Die Ereignisse in einem Puls stelle man sich in dichter Abfolge mit infinitesimalen Zeitabständen vor. Die Länge eines solchen Zeitintervalles wird hier mit „0" bezeichnet.

Die „großen“ Intervalle (der Länge ≥ 1) sind jetzt über Betrachtung des gesamten Beobachtungszeitraums der Länge K zu bestimmen: Gegeben sei das „letzte“ Ereignis in einem Puls, dann ist die Wahrscheinlichkeit w_k, danach eine Lücke der Länge $k\,(\in \mathbb{N})$ zu vorzufinden, gegeben durch

$$w_k = (1 - P_\lambda(0)) \cdot P_\lambda(0)^{k-1} \tag{D.34}$$

(mit $\sum_{k=1}^{\infty} w_k = 1$, wie es sein muß)
Der Erwartungswert für die Intervall-Länge ist dann

$$\langle k \rangle = (1 - P_\lambda(0)) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} k P_\lambda(0)^{k-1} = \frac{1}{1 - P_\lambda(0)} \tag{D.35}$$

Der Erwartungswert $\tilde{K}$ der Anzahl der Intervalle zwischen nicht-leeren Pulsen ist

$$\tilde{K} = \frac{K}{\langle k \rangle} = K \cdot (1 - P_\lambda(0)) \tag{D.36}$$

also ist der Erwartungswert für Gesamtzahl der Intervalle der Länge k gleich $\tilde{K} \cdot w_k$. Als Kontrolle errechnet sich die Gesamtzahl aller Intervalle zu

$$K \cdot \langle i \rangle + \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{K} \cdot w_k = K \cdot \left(P_\lambda(0) - 1 + \lambda + (1 - P_\lambda(0))^2 \sum_{k=1}^{\infty} P_\lambda(0)^{k-1} \right) = K \cdot \lambda \tag{D.37}$$

ist also gleich der Anzahl der Ereignisse, wie es sein muß. Als normierte Verteilungsdiche $F_p(\Delta t)$ für solche periodischen Punktprozesse erhält man demgemäß:

$$F_p(\Delta t) = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\left(e^{-\lambda} - 1 + \lambda \right) \delta(\Delta t) + (1 - e^{-\lambda})^2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} e^{-(k-1)\lambda} \delta(\Delta t - k) \right) \tag{D.38}$$

(wegen $P_\lambda(0) = e^{-\lambda}$)
Als Erwartungswert für die Intervall-Längen erhält man natürlich

$$\langle \Delta t \rangle = \int_0^{\infty} \Delta t \, F_p(\Delta t) \, d\Delta t = \frac{1}{\lambda} =: C^* \tag{D.39}$$

Für $\mathrm{M}(F_p)$ errechnet man

$$\begin{aligned} \langle \mathrm{M}(F_p) \rangle &= \int_0^{C^*} \left(1 - \frac{\Delta t}{C^*} \right) F_p(\Delta t) \, d\Delta t \\ &= \left(1 + \left[\frac{1}{\lambda} \right] - \frac{1}{\lambda} \right) e^{-\left[\frac{1}{\lambda}\right]\lambda} + \left(\frac{1}{\lambda} - \left[\frac{1}{\lambda} \right] \right) e^{-\left(\left[\frac{1}{\lambda}\right]+1\right)\lambda} \end{aligned} \tag{D.40}$$

Für $\lambda > 1 \;\; (\Rightarrow \left[\frac{1}{\lambda}\right] = 0)$ gilt dann

$$\langle \mathrm{M}(F_p) \rangle = 1 - \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda} \quad (> e^{-1}) \tag{D.41}$$

(und auch $\lim_{\lambda \to \infty} \langle \mathrm{M}(F_p) \rangle = 1$, wie zu erwarten)
und für $\lambda \leq 1$, $\frac{1}{\lambda} \in \mathbb{N}$:

$$\langle \mathrm{M}(F_p) \rangle = e^{-1} \tag{D.42}$$

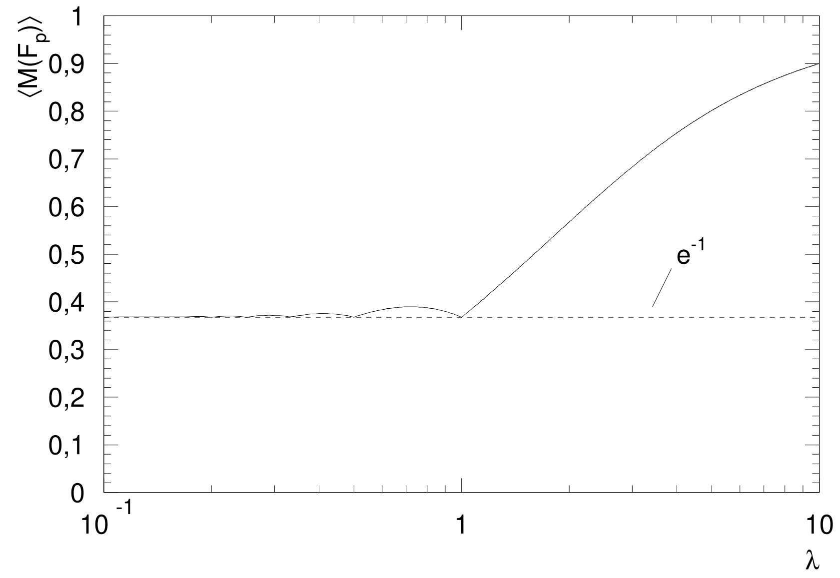


Abbildung D.8: Der Erwartungswert von $\mathrm{M}(F_p)$ in Abhängigkeit von dem Erwartungswert λ von Ereignissen pro Flußspitze.

Für alle übrigen λ ist $\langle \mathrm{M}(F_p) \rangle$ geringfügig größer als e^{-1}. Der Graph von $\langle \mathrm{M}(F_p) \rangle$ gegen λ ist in Abb. D.8 dargestellt. Man erkennt, daß die Struktur für diesen Test für $\lambda < 1$ (also weniger als 1 erwartetes Ereignis pro Puls) praktisch unsichtbar ist, aber für wachsendes $\lambda > 1$ die Pulse zunehmend als Ausbrüche erkannt werden.

Damit ist gezeigt, daß auch die regelmäßigsten vorstellbaren realen (also mit *Poisson*fluktuationen behafteten) Signale selbst in Abwesenheit von Untergrund immer Ausbruchssignifikanzen ≥ 0 erzielen. Negative Ausbruchssignifikanzen sind also in jedem Falle auf Fluktuationen des *Poisson*-Prozesses zurückzuführen, ganz analog zu Defiziten bei der Suche nach DC-Überschüssen.

D.5 Abschließende Beurteilung

Zunächst soll die zu betrachtende Größe nochmals auf den Punkt gebracht werden: Gegeben seien also N Zeitintervalle $\{\Delta T_k\}_{k=1\ldots N}$ zwischen jeweils zwei aufeinanderfolgenden Ereigniszeiten (resp. N Zwischenereignisanzahlen $\{n_k\}_{k=1\ldots N}$ im diskreten Fall), dann ist die Größe

$$\mathrm{M} = \frac{1}{N} \sum_{T_k < C^*} \left(1 - \frac{T_k}{C^*}\right) \qquad \left(\text{resp.} \quad \mathcal{M} = \frac{1}{N} \sum_{n_k < C^*} \left(1 - \frac{n_k}{C^*}\right) \quad \right) \tag{D.43}$$

näherungsweise verteilt wie $N(1/e - \alpha/N, \beta/\sqrt{N})$ (resp. wie $N(\mathcal{M}_0 - \alpha_{C^*}/N, \beta_{C^*}/\sqrt{N})$, $\mathcal{M}_0$ nach Gl. D.20), sofern die Ereigniszeiten einem *Poisson*-Prozeß (resp. inhomogenen *Poisson*-Prozeß) entstammen. Daraus ermittelte positive Signifikanzen (für eine untersuchte Ereignisverteilung) entsprechen dann kleinen Zufallswahrscheinlichkeiten und können unmittelbar als Ausbruchssignifikanzen betrachtet werden.

Folgende Punkte sollen dazu angemerkt werden:

- Die Verteilungsdichte der Zeitintervalle $\mathrm{F}(\Delta t)$ resp. die Verteilung der Zwischenereignisanzahlen $\mathcal{W}(n)$ sind leicht verfügbar, und M(F) resp. $\mathcal{M}(\mathcal{W})$ daraus leicht berechenbar (s. Gl. D.43). Die Bestimmung der Ausbruchssignifikanz ist somit nicht viel aufwendiger als die Bestimmung der DC-Signifikanz.

- Das Verfahren ist vollständig unabhängig von DC-Überschuß oder -Defizit und kann auch bei unbekanntem Erwartungswert für die Ereignisdichte angewandt werden.

- Bei gewissen Konstellationen (s. Abschnitt D.4) ist die Empfindlichkeit so hoch, daß mehr als $1,5$ mal höhere Ausbruchs-Signifikanzen gemessen werden können als erwartete DC-Signifikanzen. Daher kann die Anwendung dieses Verfahrens durchaus zum Nachweis von Quellen beitragen.

- Die Möglichkeit der direkten Verwendung von Untergrundereignissen im inhomogenen Falle ist ideal für die Anwendung in der erdgebundenen γ-Astronomie.

- Das Verfahren ist bereits bei recht kleinen Ereignisanzahlen ($N \gtrsim 10$) anwendbar.

- Das Verfahren bietet bei unperiodischen Phänomenen höchstmögliche Unabhängigkeit von der Anzahl der Flußspitzen.

- Die Möglichkeit des Tests auf Abweichungen von einem *Poisson*-Prozeß bei reinen Quellereignissen, die auf nichtkonstante Flüsse hinweisen, ist mit verhältnismäßig guter Empfindlichkeit über weite Parameterbereiche gegeben, und er erlaubt, bei entsprechend hoher Signifikanz, die direkte Ableitung einer unteren Grenze für Flußschwankungen.

Außerdem ist die „Natürlichkeit“ des Verfahrens gegeben: Es wird das eindeutig definierte Maximum einer elementar in der Statistik vorkommenden Funktion benutzt (s. Gln. D.7, D.8). Trotzdem ist die Auswahl der Funktion $h(\Delta t)$ letztendlich willkürlich. Dabei ist festzustellen, daß die Verwendung von Funktionen, die bei Null ein stärker ausgeprägtes Maximum haben (z. B. $h(\Delta t) = (1 - \Delta t / C^*)^2$, was also zur normierten linksseitigen Varianz führen würde), zu höheren Signifikanzen bei extrem kleinen duty cycles führen würden (im eben genannten Beispiel deutlich größer $2 \cdot \langle S_{\mathrm{DC}} \rangle$). Dies muß allerdings durch verminderte Empfindlichkeit bei größeren duty cycles erkauft werden. Das hier verwendete $h(\Delta t)$ liefert eine für ein differentielles Verfahren verhältnismäßig breitbandige Empfindlichkeit.

Zum Vergleich mit anderen Verfahren, die auf nichtkonstante Ereignisflüsse empfindlich sind, ist folgendes zu bemerken:

1. Bei der Suche nach periodischen Signalen sind speziell darauf ausgerichtete Tests potentiell viel empfindlicher und daher vorzuziehen.

2. Wird nach genau einem Ausbruch mit möglicherweise sogar eingegrenzter Zeitdauer gesucht, können zeitliche eindimensionale Suchgittermethoden höhere Empfindlichkeit haben. Solche Verfahren sind aber im Vergleich zu dem eben Vorgestellten immens aufwendig, da praktisch nur mit M$^{\mathrm{c}}$Carlo-Methoden zu beherrschen, die typischerweise bei jedem zu untersuchenden Einzelfall neu angewandt werden müssen, und haben immanent eine höhere Willkür (feinstes Gitter, gröbstes Gitter etc.). Außerdem sind üblicherweise die aus ihnen abgeleiteten Zufallswahrscheinlichkeiten aufgrund ihrer Konstruktion nicht

unabhängig vom integralen Flußüberschuß oder -defizit; dies ist bei angegebenen Empfindlichkeiten zu beachten.

3. Bei relativ langen, nicht unterbrochenen Aktivitätsperioden kann der direkte Vergleich der Verteilungsfunktion der kumulierten Quellbin-Ereignisse mit der korrespondierenden Verteilungsfunktion des Untergrundes mit einem *Kolmogorov*-Test empfindlicher sein (s. Abschnitt 4.5.1). Besonders in Fällen großer Statistik und kleiner DC-Überschüsse, wo der beschriebene Ausbruchstest nur für sehr kleine duty cycles empfindlich ist, hat ein solches Verfahren ein erhebliches Potential und ist in der Anwendung nicht komplizierter.

Im Hinblick auf Verfahren 2. und 3. ist die entscheidend andere Eigenschaft des hier eingeführten Tests, durch seine differentielle Natur weitestgehend unabhängig von der Zerstückelung der Aktivitätszeiten zu sein, wohingegen beim *Kolmogorov*-Test und auch bei der (typischen Auswertung der) Suchgittermethode die Empfindlichkeit in solchen Fällen drastisch sinkt.

XXXII

XXXII

Literaturverzeichnis

AHARONIAN, F. A., in: *Proceedings „Towards a Major Atmospheric Cherenkov Detector“, Calgary,* Hrsg. Lamb, R. C., 81 (1993).

AHARONIAN, F. A., ET AL., *Astron. & Astrophys. Lett.* **327**, 5 (1997).

AHARONIAN, F. A., ET AL., `astro-ph/9903386`, zur Veröffentlichung in *Astron. & Astrophys.* eingereicht, (1999).

AHARONIAN, F. A., ET AL., *Phase Resolved TeV Gamma-Ray Characteristics of the Crab and Geminga Pulsars*, zur Veröffentlichung in *Astron. & Astrophys.*, (1999B).

AHARONIAN, F. A, UND ATOYAN, A. M., *Sp. Sc. Rev.* **75**, 357 (1996).

AHARONIAN, F. A., UND HEINZELMANN, G., FÜR DIE HEGRA-KOLLABORATION, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **60B**, 193 (1998).

ALBERS, M., *Diplomarbeit, Universität Hamburg*, (1998).

ALEXANDREAS, D. E., ET AL., *Proc. 23rd ICRC, Calgary* **1**, 353 (1993).

AMENOMORI, M., ET AL., *Proc. 25th ICRC, Durban* **3**, 181 (1997).

AMENOMORI, M., ET AL., *Proc. 25th ICRC, Durban* **3**, 209 (1997B).

AMENOMORI, M., ET AL., *Proc. 25th ICRC, Durban* **3**, 297 (1997C).

ANTONUCCI, R., *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **31**, 473 (1993).

ARONS, J., *Sp. Sc. Rev.* **75**, 235 (1996).

ARQUEROS, F., ET AL., *Nucl. Instrum. Methods* A **357**, 567 (1995).

ASAKIMORI, K., ET AL., *Astrophys. Journal* **502**, 278 (1998).

ASG CERN (Application Software Group des CERN), *CERN Program Library: CERNLIB Short Writeups,* Genf (1995).

ATOYAN, A. M., UND AHARONIAN, F. A., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **278**, 525 (1996).

BAILLON, P. ET AL., *Astropart. Phys.* **1**, 341 (1993).

BANDYOPADHYAY, R., ET AL., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **295**, 623 (1998).

BARNETT, R. M. ET AL., *Phys. Rev.* D **54**, 159 (1996).

BARRAU, A., *Dissertation, Universität Grenoble I* (1998).

BATSE TEAM, `http://cossc.gsfc.nasa.gov/cossc/batse` (1999).

BELL, A. R., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **182**, 147 (1978).

BELL, A. R., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **182**, 443 (1978B).

BHAT, C. L., *Proc. 25th ICRC, Durban* **8**, 211 (1997).

BIERMANN, P. L., *Astron. & Astrophys.* **271**, 649 (1993).

BILLER, S. D., ET AL., *Astrophys. Journal* **423**, 714 (1994).

BILLER, S. D., ET AL., *Astrophys. Journal* **445**, 227 (1995).

BIRD, D. J., ET AL., *Astrophys. Journal* **424**, 491 (1994).

BLANCKE, U., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1987).

BLANDFORD, R. D., UND TEUKOLSKY, S. A., *Astrophys. Journal* **205**, 580 (1976).

BLANDFORD, R. D., UND KÖNIGL, A., *Astrophys. Journal* **232**, 34 (1979).

BLOEMEN, H., Proc. 23rd ICRC, Calgary*, Invited, Rapporteur and Highlight Papers,* Singapur (1994).

BÖTTCHER, M., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **324**, 395 (1997).

BÖTTCHER, M., ET AL., *Astropart. Phys.* **10**, 47 (1999).

BORIONE, A., ET AL., *Astrophys. Journal* **481**, 313 (1997).

BRADBURY, S. M., ET AL., *Astron. & Astrophys. Lett.* **320**, 5 (1997).

BRONSTEIN, I. N., SEMENDJAJEW, K. A., *Taschenbuch der Mathematik,* Verlag Harri Deutsch, Thun (1981).

CABOT, H., ET AL., *Astropart. Phys.* **9**, 269 (1998).

CATANESE, M., ET AL., *Proc. 25th ICRC, Durban* **3**, 277 (1997).

CAPDEVIELLE, J. N., *J. Phys. G* **15**, 909 (1989).

CAPDEVIELLE, J.N., ET AL., *KfK-Report 4998, Kernf. Karlsruhe* , (1992).

CARTER-LEWIS, D. A., ET AL., *Proc. 25th ICRC, Durban* **3**, 161 (1997).

CHADWICK, P. M., ET AL., *J. Phys. G* **16**, 1773 (1990).

CHADWICK, P. M., ET AL., *Astrophys. Journal* **503**, 391 (1998).

CHADWICK, P. M., ET AL., astro-ph/9810209, zur Veröffentlichung in *Astrophys. Journal* akzeptiert, (1998B).

CHATFIELD, C., *Random Process Models, in: Statistical Methods for Physical Science,* Academic Press, San Diego (1994).

CHENG, A. F., UND RUDERMAN, M. A., *Astrophys. Journal* **216**, 865 (1977).

COPPI, P. S., UND AHARONIAN, F. A., astro-ph/9903159, zur Veröffentlichung in *Astrophys. Journal Lett.*eingereicht, (1999).

CRAMÉR, H., *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton University Press, Princeton (1961).

CRONIN, J. W., *Phys. Rev.* D **45**, 4385 (1992).

CRONIN, J. W., ET AL., *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **43**, 883 (1993).

COLLURA, A., ET AL., *Astrophys. Journal* **315**, 340 (1987).

DAUGHERTY, J. K., UND HARDING, A. K., *Astrophys. Journal* **429**, 325 (1994).

DAUM, A., ET AL., *Astropart. Phys.* **8**, 1 (1997).

DEETER, J. E., ET AL., *Astrophys. Journal* **247**, 1003 (1981).

DING, L. K., ET AL., *Proc. IAU Symp. no. 188, Kyoto, Japan* (1997).

DINGUS, B. L., ET AL., *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1906 (1988).

DOMMENGET, D., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1996).

DRURY, L. O'C., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **252**, 179 (1989).

DRURY, L. O'C., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **287**, 959 (1994).

DWEK, E., UND SLAWIN, J., *Astrophys. Journal* **436**, 696 (1994).

ECKMANN, R., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1991).

EINSTEIN, A., *Zur allgemeinen Relativitätstheorie,* in: Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (1915).

EINSTEIN, A., *Ann. d. Physik* **47**, 879 (1915B).

FEGAN, D. J., *Sp. Sc. Rev.* **75**, 137 (1996).

FISHER, R. A., *Statistical Methods for Research Workers*, Oliver and Boyd, London (1958).

FISZ, M., *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1958).

FUNK, B., *Dissertation, Univeristät Wuppertal* (1997).

GABRIEL, T. A., ET AL., *Nucl. Instrum. Methods* A **338**, 336 (1994).

GAISSER, T. K., *Cosmic Rays and Particle Physics,* Cambridge Univerity Press, Cambridge (1990).

GIOVANNELLI, F., ET AL., *J. Phys. G* **22**, 1223 (1996).

GORET, P. ET AL., *Astron. & Astrophys.* **270**, 401 (1993).

GREEN, D. A., *A Catalogue of Galactic Supernova Remnants (1996 August version)*, Mullard Radio Astronomy Observatory, Cambridge, United Kingdom (available on the World-Wide-Web at `http://www.mrao.cam.ac.uk/surveys/snrs/`) (1996).

GREISEN, K., *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **10**, 63 (1960).

GRIEDER, P. K. F., *Proc. 16th ICRC, Kyoto* **9**, 161 (1979).

GUNN, J. E., UND OSTRIKER, J. P., *Nature* **221**, 454 (1969).

HARDING, A. K., *Sp. Sc. Rev.* **75**, 257 (1996).

HAUSTEIN, V., *Dissertation, Universität Hamburg* (1996).

HELENE, O., *Nucl. Instrum. Methods* **212**, 319 (1983).

HILLAS, A. M., *J. Phys. G* **8**, 1475 (1982).

HILLAS, A. M., *Sp. Sc. Rev.* **75**, 17 (1996).

HILLAS, A. M., *Nuovo Cimento* **19C**, 701 (1996).

HILLAS, A. M., ET AL., *Astrophys. Journal* **503**, 744 (1998).

HORNS, D., *Interner HEGRA-Report (27. 1. 1997): The R_L Problem and its Solution* (1997).

ICHIMURA, M. ET AL., *Phys. Rev.* D **48**, 1949 (1993).

IERS (INTERNATONAL EARTH ROTATION SERVICE), *Bulletin C* (erscheint halbjährlich), erhältlich auf dem WWW: `http://hpiers.obspm.fr` (1999).

DE JAGER, O. C., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **221**, 180 (1989).

DE JAGER, O. C., UND HARDING, A. K., *Astrophys. Journal* **396**, 161 (1992).

KARLE, A., *Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München* (1994).

KARLE, A. ET AL., *Astropart. Phys.* **3**, 321 (1995).

KARLE, A. ET AL., *Phys. Lett.* B **347**, 161 (1995B).

KENNEL, C. F., UND CORONITI, F. V., *Astrophys. Journal* **283**, 694 (1984).

KERRICK, A. D., ET AL., *Astrophys. Journal Lett.* **438**, 59 (1995).

KIFUNE, T. ET AL., *Astrophys. Journal Lett.* **438**, 91 (1995).

KONOPELKO, A. K., ET AL., in: *rayos cósmicos 1998: Proceedings of the 16th ECRS Alcalá,* Hrsg. José Medina, Universidad de Alcalá (`astro-ph/9901094`) (1998).

KRAFT, R. P., ET AL., *Astrophys. Journal* **374**, 344 (1991).

KRAWCZYNSKI, H., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1994).

KRAWCZYNSKI, H. ET AL., *Nucl. Instrum. Methods* A **383**, 431 (1996).

KRAWCZYNSKI, H., *Dissertation, Universität Hamburg* (1997).

KRENNRICH, F., *Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München* (1995).

KUIPER, N. H., *Ned. Akad. Wet. Proc.* **A63**, 38 (1960).

LEWIS, D. A., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **14A**, 299 (1990).

LEWIS, D. A., *Weak Periodic Signals in Point Process Data, in: Statistical Methods for Physical Science,* Academic Press, San Diego (1994).

LI, T. P., UND MA, Y. Q., *Astrophys. Journal* **272**, 317 (1983).

LINDNER, A., *Persönliche Mitteilung* (1995).

LINDNER, A., *Astropart. Phys.* **8**, 235 (1998).

LLOYD-EVANS, J., ET AL., *Nature* **305**, 784 (1983).

LONGAIR, M. S., *High Energy Astrophysics,* Cambridge Univerity Press, Cambridge (1994).

LOZINSKAYA, T., *Proc. 22nd ICRC, Dublin* **5**, 123 (1991).

MACMINN, D., PRIMACK, J., *Sp. Sc. Rev.* **25**, 413 (1996).

MANCHANDA, R. K., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **305**, 457 (1996).

MANNHEIM, K., *Astron. & Astrophys.* **269**, 67 (1993).

MANNHEIM, K., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **315**, 77 (1996).

MARDIA, K. V., *Statistics of Directional Data,* Academic Press, London (1972).

MATHEIS, V., *Dissertation, Universität Heidelberg* (1994).

MATTOX, J. R., ET AL., *Astrophys. Journal* **461**, 396 (1996).

MCKAY, T. A., ET AL., *Astrophys. Journal* **417**, 742 (1993).

MERCK, M., ET AL., *Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München* (1993).

MILDAHN, S., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1998).

MIRABEL, I. F., UND RODRIGUEZ, L. F., *Nature* **371**, 46 (1994).

MIRZOYAN, R. UND LORENZ, E., *Measurement of the Night Sky Light Background at La Palma*, MPI-Preprint MPI-PhE/94-35 (1994).

MOHANTY, G., ET AL., *Proc. 23rd ICRC, Calgary* **1**, 440 (1993).

MORI, M., ET AL., *Astrophys. Journal* **476**, 842 (1997).

MUNDZECK, T., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1999).

NELSON, W.R., ET AL., *SLAC Report* **265**, (1985).

NEWTON, I., *Philosophiae naturalis principia mathematica* (1687).

NESHPOR, Y. I., ET AL., *Astron. Lett.* **24**, 134 (1998).

OMMER, S., *Interner HEGRA-Report (April 1998): Analyse der Diskrepanzen zwischen den Ergebnissen von S. Westerhoff und W. Wittek bezügl. der Suche nach AGN-Signalen in den 1989-1992 Szintillatordaten* (1998).

PADILLA, L., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **337**, 43 (1998).

PADILLA, L., *Dissertation, Universidad Complutense Madrid* (1998).

PATTERSON, J. R. UND HILLAS, A. M., *J. Phys. G* **9**, 1433 (1983).

PÄTZOLD, K., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1998).

PETRY, D., ET AL., *Astron. & Astrophys. Lett.* **311**, 13 (1996).

PETRY, J., *Diplomarbeit, Universität Wuppertal* (1997).

PLAGA, R., *Astron. & Astrophys.* **330**, 833 (1998).

POLCARO, V. F., ET AL., *Astron. & Astrophys.* **252**, 590 (1991).

PRAHL, J., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1992).

PRAHL, J., ET AL., *Proc. 23rd ICRC, Calgary* **4**, 734 (1993).

PRAHL, J., ET AL., *Proc. 24th ICRC, Rome* **2**, 354 (1995).

PRAHL, J., *Interner HEGRA-Report (4. 10. 1995): Flux Upper Limits for Various γ-Ray Point Sources Observed with the HEGRA Scintillator Array* (1995).

PRAHL, J., *Interner HEGRA-Report (1. 2. 1997): How to Calculate the Optimal Source Bin Size if a Systematic Mis-Pointing is Present in a Point Source Search* (1997).

PRAHL, J., ET AL., *Proc. 25th ICRC, Durban* **3**, 213 (1997).

PRIETZ, T., *Diplomarbeit, Universität Hamburg* (1998).

PROSCH, C., *Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München* (1997).

PROTHEROE, R. J., *Proc. 19th ICRC, La Jolla* **3**, 485 (1985).

PROTHEROE, R. J., *Proc. 22th ICRC, Moscow* **8**, 21 (1987).

PUNCH, M., ET AL., *Nature* **358**, 477 (1992).

QUINN, J., ET AL., *Astrophys. Journal Lett.* **456**, 83 (1996).

RAMANAMURTHY, P. V., ET AL., *Astrophys. Journal* **450**, 791 (1995).

REES, M. J., UND GUNN, J. E., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **167**, 1 (1974).

RHODE, W., ET AL., *Nucl. Instrum. Methods* A **378**, 399 (1996).

SAKO, T. S., ET AL., *Proc. 25th ICRC, Durban* **3**, 193 (1997).

SAMORSKI, M., UND STAMM, W., *Astrophys. Journal Lett.* **268**, L17 (1983).

SCHATZ, G., *Sp. Sc. Rev.* **75**, 71 (1996).

SCHMELE, D., *Dissertation, Universität Hamburg* (1998).

STECKER, F. W., UND DE JAGER, O. C., *Sp. Sc. Rev.* **75**, 401 (1996).

STEPANIAN, A. A., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **39A**, 207 (1995).

SWORDY, S. P., ET AL., *Astrophys. Journal* **349**, 625 (1990).

TANIMORI, T., ET AL., *Astrophys. Journal Lett.* **492**, 33 (1998A).

TANIMORI, T., ET AL., *Astrophys. Journal Lett.* **497**, 25 (1998).

THEMISTOCLE COLL., *Proc. 24th ICRC, Rome* **2**, 315 (1995).

THIELHEIM, K. O., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **33A,B**, 181 (1993).

THOMPSON, J. ET AL., , *Astrophys. Journal Suppl.* **101**, 259 (1995).

TINGAY, S. J., ET AL., *Nature* **374**, 141 (1995).

URRY, C. M., PADOVANI, P., *Publ. Astron. Soc. Pacific* **107**, 803 (1995).

VESTRAND, W. T., ET AL., *Astrophys. Journal Lett.* **483**, 49 (1997).

WEEKES, T. ET AL., , *Astrophys. Journal* **342**, 379 (1989).

WEEKES, T., in: *Particle Astrophysics and Cosmology, Proceedings Erice Summer School,* Hrsg. Shapiro, M. M., 584 (1992).

WESTERHOFF, S., ET AL., *Astropart. Phys.* **4**, 191 (1995).

WESTERHOFF, S., *Dissertation, Universität Wuppertal* (1996).

WIEBEL, B., *Universität Wuppertal, Report WUB 94-08* , (1994).

WIEBEL-SOOTH, B., *Dissertation, Universität Wuppertal* (1998).

WILKS, S. S., *Ann. Math. Stat.* **9**, 60 (1938).

WILLMER, M., *Dissertation, Universität Kiel* (1997).

WITTEK, W., *Interner HEGRA-Report (Dezember 1997): Addendum to: Reanalysis of the 1989-1992 Scintillator Data* (1997).

YODH, G. B., ET AL., in: *Genesis and Propagation of Cosmic Rays, Proceedings Erice Summer School,* Hrsg. Shapiro, M. M. und Wefel, J. P., 215 (1986).

YOSHIKOSHI, T., ET AL., *Astrophys. Journal Lett.* **487**, 65 (1997).

ZATSEPIN, V. I., CHUDAKOV, A. E., *Sov. Phys.-JETP* **15**, 1126 (1962).

Nachwort

Während meiner Diplom- und Doktorandenzeit konnte ich im HEGRA-Experiment über einen längeren Zeitraum aktiv in der Grundlagenforschung mitwirken. An diese Zeit, die für mich durch den gewonnenen profunden Einblick in ein aktuelles Forschungsthema, die Begegnungen mit interessanten Menschen in der Kollaboration und auf den internationalen Konferenzen, die wissenschaftlichen Diskussionen und nicht zuletzt durch das herbe, aber reizvolle Ambiente auf dem Roque de los Muchachos und La Palma charakterisiert ist, werde ich mich stets gern erinnern.

Die Astrophysik der kosmischen Strahlung und der hochenergetischen γ-Strahlung ist noch immer ein Forschungszweig mit vielen ungelösten Rätseln. Ich hoffe, daß es mir durch meine Mitarbeit im HEGRA-Experiment und durch diese Doktorarbeit gelungen ist, einen kleinen Beitrag zu den wachsenden Erkenntnissen in diesem Forschungsgebiet zu leisten.

An dieser Stelle möchte ich Götz Heinzelmann für die Unterstützung, das Vertrauen und die Geduld danken. Sein Interesse am Fortgang der Arbeit und viele Anregungen haben maßgeblich zum Gelingen beigetragen. Mein Dank gilt auch allen alten und neuen Kollegen in der Hamburger Arbeitsgruppe, namentlich Matthias Albers, Michael Andronache, Heike Biskop, Dietmar Dommenget, Niels Götting, Volker Haustein, Volkmar Henke, Dieter Horns, Axel Lindner, Sven Mildahn, Till Mundzeck, Kay Pätzold, Michael Raabe, André Röhring, Thorsten Prietz und Dirk Schmele, für die ausgesprochen angenehme Atmosphäre und etliche Tips und Diskussionen, ohne die eine solche Arbeit nicht möglich gewesen wäre, sowie für manche lustige Stunden im Institut oder auf La Palma.

Ausdrücklich möchte ich meinen „Mitdoktoranden“ Volker Haustein für das Überlassen der M^{t}Carlo-Programme und der Einweisung in deren Benutzung und Dirk Schmele für seinen unermüdlichen Einsatz für die Computer danken. Henric Krawczynski möchte ich wegen der sorgfältigen Auswertung der M^{t}Carlo- und HEGRA-Ereignisse im Hinblick auf Energieschwellen und Ereignisraten in einer besonders geeigneten Betrachtungsweise, die mir viel Arbeit erspart hat, besonders erwähnen. Dieter Horns und Axel Lindner sei für das kritische Lesen des Manuskripts gedankt.

Ernst-Ludwig Bohnen verdient wegen seiner freundlichen Hilfsbereitschaft bei kleinen und größeren Computer-Problemen dankbare Erwähnung. Bei allen Kollegen in der gesamten HEGRA-Kollaboration bedanke ich mich für die gute Zusammenarbeit und die intensiven Diskussionen.

Die Benutzung der Literaturdatenbank der NASA (Astrophysics Data System) sowie der astronomischen Datenbanken SIMBAD Astronomical Database und NASA/IPAC Extragalactic Database (NED) hat die Suche nach Referenzartikeln und Koordinaten von Himmelsobjekten erheblich erleichtert. Den Betreibern sei hiermit für ihren Service Dank ausgesprochen.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Frau Barbara, die mir mit Liebe und viel Geduld während der nicht immer leichten Zeit beigestanden hat.

Diese Arbeit wurde durch das Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie (BMBF) unter der Nummer 05 2HH 264 gefördert.