Diplomarbeit

Untersuchungen zur Auflösungsverbesserung hochenergetischer Myonenspuren aus der Wechselwirkung mit Neutrinos

Analyses to improve angular resolution of muon tracks from interactions with neutrinos

Bastian Terlinde

30. September 2011

Fachbereich Physik Universität Hamburg



Untersuchungen zur Auflösungsverbesserung hochenergetischer Myonenspuren aus der Wechselwirkung mit Neutrinos

Analyses to improve angular resolution of muon tracks from interactions with neutrinos

Erster Gutachter: Professor Dr. Lutz Köpke Zweiter Gutachter: Professor Dr. Dieter Horns

Bastian Terlinde ETAP/IceCube Institut für Physik Johannes Gutenberg-Universität Staudingerweg 7 55099 Mainz

Inhaltsverzeichnis

1	Einle	eitung	1
2	The	orie	3
	2.1	Das Standardmodell der Teilchenphysik	3
	2.2	Das Neutrino	4
		2.2.1 Neutrinooszillationen	5
	2.3	Der Tscherenkov-Effekt	5
3	Der	IceCube Detektor	7
	3.1	Aufbau des IceCube Neutrinoteleskops	7
	3.2	Die Digitalen Optischen Module	8
	3.3	Neutrinosignaturen in IceCube	9
	0.0	3.3.1 Myonen	10
		3.3.2 Elektronen	10
		3.3.3 Tauonen	11
			**
4	Spu	rrekonstruktion bei IceCube	13
	4.1	Das IceCube Koordinatensystem	13
	4.2	Maximum-Likelihood Schätzung	13
	4.3	Residuenzeit	14
	4.4	Wichtige Richtungsschätzer bei IceCube	14
		4.4.1 Der SPE Schätzer	14
		4.4.2 Der MPE Schätzer	14
	4.5	Die Pandelfunktion	15
	4.6	Eiseigenschaften	17
	4.7	Die IceTray Software	18
5	Ana	lyse	19
	5.1	Rekonstruktion mit zeitgeordneter Statistik	19
		5.1.1 Mittelung korrelierter Daten	21
		5.1.2 Mittelung der Spurrichtungen	21
	5.2	Analyse unterschiedlicher Rekonstruktionen bei IceCube	21
		5.2.1 Datensatz	23
		5.2.2 Funktionsweise	24
		5.2.3 Der Kolmogorow Smirnow Test	25
		5.2.4 SPE Schätzer	27
		5.2.5 MPE Schätzer	27

Inhaltsverzeichnis

	5.3 Entwicklung einer verbesserten Wahrscheinlichkeitsdichte					
5.3.1 Berechnung des Volumenelements						
		5.3.2	Umwandlung der Wahrscheinlichkeitsdichten mittels Splinefit	34		
		5.3.3	Rekonstruktion mit neuer Wahrscheinlichkeitsdichte	35		
6	Zus	ammen	fassung	37		
Da	anksa	gung		41		
Se	Selbständigkeitserklärung 43					

Abbildungsverzeichnis

2.1	Auswirkung der Neutrinomasse auf das Leptonenenergiespektrum beim β Zerfall [10]	5
3.1 3.2 3.3 3.4	Seitenansicht des IceCube Neutrionoteleskops [12]	7 8 9 10
4 1		
4.1	cher Anzahl Photoelektronen (schwarz 5, blau 3, rot 1)	15
4.2	Vergleich zwischen MPE Pandelfunktion (rot) und SPE Pandelfunktion	
	(blau) bei 10m	16
4.3	Gefaltete Pandelfunktion für 10m (rot), 20m (blau), 30m (grün) und 40m	1 🗁
4 4	(schwarz) $(schwarz)$ $(s$	17
4.4	Effektive Entiernung für die Pandelfunktion bei realer Entiernung von 10m	10
4.0	Thereinabilangige Streu- und Absorptionslangen in ReCube [21]	10
5.1	Vergleich der Winkeldifferenz zwischen rekonstruierter und wahrer Spur für die MPE-Rekonstruktion der ersten (blau) bzw. zweiten (rot) regis-	
	trierten Photoelektronen in den DOMs	20
5.2	Korrelation zwischen MPE-Rekonstruktion mit erstem, bzw. zweitem Pho-	
	toelektron anhand der Richtung	22
5.3	Illustration der Variablen zur Bestimmung der geometrischen Laufzeit	23
5.4	Zahl der registrierten Photoelektronen in den DOMs, der in der Arbeit	
	berücksichtigete Bereich ist schraffiert	23
5.5	Entfernung der getroffenen DOMs von der Myonspur, 0m - 100m schraffiert	24
5.6	Residuenzeitverteilung der wahren Spur(rot) und des MPE Schätzers (blau)	
	und Pandelfunktion (schwarz) für 20m bis 25m Entfernung und 100° bis	~~
	110° Auftreffwinkel	25
5.7	Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur verschöben um	
	and 160° bis 170° Auftroffwinkel	26
58	Beispielverteilungen X und V zur Demonstration des Kolmogorow Smir-	20
0.0	now Tests	26
5.9	Empirische Verteilungen für X und Y mit eingezeichnetem $\lambda_{(X Y)}$	$\frac{20}{27}$
0.0	(A Y)	- ·

Abbildungsverzeichnis

5.10	Kolmogorow Smirnow Test zwischen den Residuenzeitverteilungen von	
	wahrer und mit SPE Schätzer rekonstruierter Spur für Treffer mit 1 bis 5	
	registrierten Photoelektronen	28
5.11	Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des	
	SPE Schätzers (blau) 10m - 15m, 130°-140°, 1 registriertes Photoelektron	29
5.12	Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des	
	SPE Schätzers (blau) 10m - 15m, 130°-140°, 5 registrierte Photoelektronen	29
5.13	Kolmogorow Smirnow Test zwischen den Residuenzeitverteilungen von	
	wahrer und mit MPE Schätzer rekonstruierter Spur für Treffer mit 1 bis	
	5 registrierten Photoelektronen	31
5.14	Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des	
	MPE Schätzers (blau) 10m - 15m, 70°-80°, 3 registrierte Photoelektronen	32
5.15	Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des	
	MPE Schätzers (blau) 45m - 50m, 130°-140°, 3 registrierte Photoelektronen	32
5.16	Veranschaulichung des Volumenelements. l ist die Myonspur und Z_s der	
	Abstrahlpunkt des Photons. Die zu berechnende Zelle ist grau eingefärbt.	
	Enthommen aus $[15]$	33
5.17	Splinefit der Wahrscheinlichkeitsdichte, Angaben oben beziehen sich auf	
	das Myon, dargestellt sind unterschiedliche Winkel δ [19]	35
5.18	Kolmogorow Smirnow Test der Residuenzeitverteilungen von wahrer und	
	mittels MPE mit neuer Wahrscheinlichkeitsdichte rekonstruierter Spur	36

Tabellenverzeichnis

2.1	Wechselwirkungen im Standardmodell der Elementarteilchen physik $\left[5\right]$	3
2.2	Fermionen des Standardmodells [5]	4

1 Einleitung

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Verbesserung der Winkelauflösung von Myonenspuren in IceCube. Zu diesem Zweck wird zunächst ein Ansatz zur Erweiterung der bisherigen Spurrekonstruktion untersucht.

Weiterhin wird eine detaillierte Analyse der beiden wichtigsten Richtungsschätzer in IceCube vorgestellt, die sich leicht auch auf andere Rekonstruktionsmethoden anwenden lässt um Probleme bei der Rekonstruktion zu identifizieren.

Abschließend wird die Erzeugung einer neuen, detaillierteren Wahrscheinlichkeitsdichte der Photonenlaufzeiten beschrieben, die den Eiseigenschaften im IceCube Detektor besser Rechnung trägt, als die bisher verwendete Wahrscheinlichkeitsdichte.

The intention of this diploma thesis is the improvement of the angular resolution of muon track reconstructions in the IceCube Neutrino Telescope. To achieve this an ansatz is presented which uses more of the available data than standard IceCube reconstruction algorithms.

Furthermore a detailed analysis of the two most important reconstruction methods is introduced, which can easily be used to analyse other methods of reconstruction as well. The idea of the analysis is to get an in depths understanding of possible systematic problems within the reconstruction.

Finally the production of a new probability distribution function of photon propagation times is described. This new function takes into account the ice properties within the IceCube detector.

2 Theorie

Dieses Kapitel gibt einen kurzen Einblick in die physikalischen Grundlagen, die in dieser Arbeit von Bedeutung sind.

2.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

"Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik umfasst die vereinheitlichte Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung und die Quantenchromodynamik" [5]. Neben der Gravitation gibt es drei uns bekannte, elementare Wechselwirkungen, über die Tabelle 2.1 einen kurzen Überblick gibt. Sie werden durch ihre jeweiligen Austauschteilchen vermittelt. Für alle Austauschteilchen gilt, dass sie ganzzahligen Spin haben, also Bosonen sind. Dabei unterliegen jeweils nur Teilchen einer Wechselwirkung, die auch die entsprechende

Wechselwirkung	Ladung	Austauschteilchen	Masse (GeV/c^2)	\mathbf{J}^P
stark	Farbe	8 Gluonen (g)	0	1-
elektromagnetisch	elektrische Ladung	Photon (γ)	0	1-
schwach	schwache Ladung	W^{\pm}, Z^0	$\approx 10^2$	1

Tabelle 2.1: Wechselwirkungen im Standardmodell der Elementarteilchenphysik [5]

Ladung tragen. Dies gilt sowohl für die Austauschteilchen der drei Wechselwirkungen, als auch für die anderen, in Tabelle 2.2 beschriebenen, elementaren Teilchen des Standardmodells. Da Gluonen selbst Farbladung haben, koppeln sie untereinander, genauso wie die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung, die schwache Ladung tragen. Die Reichweite der fundamentalen Kräfte ist zum einen bedingt durch die Masse der Austauschbosonen. Wegen der Masselosigkeit des Photons hat die elektromagnetische Wechselwirkung eine unbegrenzte Reichweite. Dagegen ist die Reichweite der schwachen Wechselwirkung wegen der großen Masse des W- und Z-Bosons sehr klein ($\approx 10^{-15}$ m). Die Reichweite der starken Wechselwirkung wäre aufgrund der masselosen Gluonen ebenfalls unendlich, wenn sie nicht durch die Selbstwechselwirkung der Gluonen beschränkt wäre. Bei dem Versuch zwei Farbladungen voneinander zu trennen wird die Energie des Farbfeldes so groß, dass neue reelle Quark-Antiquark-Paare erzeugt werden, es kann also nur farbneutrale freie Teilchen geben. Dieser Effekt wird als Confinement bezeichnet. [5] Außer den Austauschbosonen gibt es noch weitere fundamentale Teilchen, diese haben Spin $\frac{1}{2}$, sind also Fermionen. Man unterscheidet zwischen Quarks und Leptonen, die wiederum jeweils in 3 Familien mit aufsteigender Masse unterteilt werden. Bei den zu den Leptonen gehörenden Neutrinos kann man allerdings noch nicht mit Sicherheit sagen, ob sie auch dieser Massenhierarchie gehorchen [16]. Zu jedem Fermion gibt es noch ein

Farmionan	Familie		ie	elektrische	Farba	schwacher Isospin		Crin
rermonen	1	2	3	Ladung	rarbe	linkshändig	rechtshändig	spin
Loptopon	ν_e	$ u_{\mu}$	ν_{τ}	0	-	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$
Leptonen	e	μ	au	-1			0	
Quarka	u	с	t	+2/3	rah	1	0	1
Quarks	d	\mathbf{S}	b	-1/3	r,g,b	$\overline{2}$	0	$\overline{2}$

Tabelle 2.2: Fermionen des Standardmodells [5]

entsprechendes Antifermion mit gleicher Masse, aber entgegengesetzter Farbe, elektrischer Ladung und dritter Komponente des schwachen Isospins. Wie man sieht koppeln nur linkshändige Fermionen und damit nur rechtshändige Antifermionen an die schwache Wechselwirkung, diese Eigenart wird Paritätsverletzung genannt [5].

2.2 Das Neutrino

Die Entdeckung des Neutrinos geht auf Beobachtungen des β Zerfalls zurück. Das Spektrum der abgestrahlten Elektronen war wider Erwarten nicht diskret. Um Impuls- und Energieerhaltung zu gewährleisten postulierte Wolfgang Pauli ein drittes Teilchen, das er Neutron nannte. Aufgrund der geringen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit dauerte es bis zum experimentellen Nachweis im Rahmen des Poltergeist Experiments dauerte es aber noch über 20 Jahre.

Bei seiner Arbeit zu den Eigenschaften dieses Teilchens benannte Ernesto Fermi es nachträglich um in Neutrino, damit Verwechslungen mit dem heute als Neutron bekannten Teilchen vermieden werden.

Das Neutrino ist, wie der Name impliziert, elektrisch neutral und außerdem farblos, es unterliegt also nur der schwachen Wechselwirkung. Daher ist der Wirkungsquerschnitt für Reaktionen mit Materie extrem klein. Dies bedeutet zum einen, dass Neutrinos quasi ungehindert Orte verlassen können, aus denen sonst keine Informationen direkt nach außen dringen, wie z.B. das innere eines Sterns. Andererseits bedeutet es aber auch, dass für die Detektion von Neutrinos sehr große Volumina benötigt werden, damit es zu einer signifikanten Menge an Reaktionen kommt.

Lange Zeit wurde angenommen, dass Neutrinos masselos sind. Erst mit der Entdeckung der Neutrinooszillationen war sichergestellt, dass Neutrinos eine von 0 verschiedene Masse haben. Zur experimentellen Bestimmung der Neutrinomasse wird unter anderem der β Zerfall benutzt (siehe Abbildung 2.1), indem man versucht den Punkt zu bestimmen, an dem das Spektrum abbricht, weil die Differenz zur gesamten Energie des Zerfalls für die Neutrinomasse gebraucht wird. Bisher sind allerdings nur eine obere Grenze auf die Neutrinomasse und die Differenzen der Massenquadrate zwischen den drei Masseeigenzuständen bekannt.



Abbildung 2.1: Auswirkung der Neutrinomasse auf das Leptonenenergiespektrum beim β Zerfall [10]

2.2.1 Neutrinooszillationen

Bei der ersten Messung des solaren Neutrinoflusses mit dem Homestake-Experiment stellte man fest, dass der gemessene Fluss nur etwa ein Drittel des erwarteten Flusses ausmachte. Erst spätere Experimente, die neben Elektronneutrinos auch die anderen Neutrinofamilien nachweisen konnten, lösten dieses Rätsel, indem sie zeigten, dass sich der fehlende Teil der solaren Neutrinos in Form der anderen beiden Neutrinosorten nachweisbar ist. Dieser Effekt wird Neutrinooszillation genannt. [16]

2.3 Der Tscherenkov-Effekt

Zur Detektion von Neutrinos nutzt IceCube den Tscherenkow-Effekt. Er entsteht durch kurzzeitige Polarisation beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch ein dielektrisches Medium. Bewegt sich besagtes Teilchen schneller als die Phasengeschwindigkeit des Lichts im umgebenden Medium entsteht bei der Rückkehr in den Grundzustand Tscherenkow-Licht. Bei Geschwindigkeiten unterhalb der Phasengeschwindigkeit des Lichts kommt es zu destruktiver Interferenz, so dass kein Licht nachweisbar ist. Tscherenkow-Licht breitet sich kegelförmig entlang der Teilchenbahn aus, wobei der Winkel zwischen Ausbreitungsrichtung und Teilchenbahn θ sich aus der Geschwindigkeit des

Teilchens und dem Brechungsindex des Mediums $n(\lambda)$ ergibt.

$$\cos(\theta) = \frac{1}{\beta n(\lambda)} [3] \tag{2.1}$$

Da IceCube auf hochenergetische Teilchen ausgelegt ist, kann man davon ausgehen, dass $\beta \approx 1$ ist. Der Brechungsindex von Eis für Licht mit einer Wellenlänge von $\lambda = 400$ nm ist n = 1,3195 [13]. Damit erhält man einen Tscherenkow-Winkel von $\theta \approx 40,7^{\circ}$.

3 Der IceCube Detektor

Die Rate, mit der kosmische Teilchen wie Neutrinos die Erde treffen nimmt exponentiell mit ihrer Energie ab [4]. Berücksichtigt man nun noch den geringen Wechselwirkungsquerschnitt von Neutrinos mit Materie braucht man ein enorm großes Detektionsvolumen für die Suche nach hochenergetischen kosmischen Neutrinos und ihren Quellen.

Das natürliche Eis des Südpols bietet sich hier an, insbesondere in Tiefen von über 1500 Metern gibt es kaum noch Verunreinigungen. Die Streu- und Absorptionslängen sind entsprechend groß [2].



Abbildung 3.1: Seitenansicht des IceCube Neutrionoteleskops [12]

3.1 Aufbau des IceCube Neutrinoteleskops

IceCube besteht aus 86 Kabeltrossen, sogenannten Strings, die mit einem Abstand von etwa 125 m im antarktischen Eis versenkt wurden. Eine Ausnahme hiervon bildet DeepCore, die Niederenergieerweiterung von IceCube, deren 8 Strings im Zentrum des Detektors einen deutlich kleineren Abstand haben, was man in Abbildung 3.2 gut erkennt [12].

3 Der IceCube Detektor

Der letzte String wurde am 18.12.2010 im Eis versenkt und die erste Messung mit vollständigem Detektor wurde am 13.05.2011 gestartet. Bis zu diesem Zeitpunkt hat IceCube allerdings schon mehrere Jahre Daten genommen, die unterschiedlich weit fortgeschrittenen Ausbaustufen werden dabei nach der Zahl der bereits fertiggestellten Strings benannt, z.B. IC59.



Abbildung 3.2: Verteilung der Strings des IceCube Teleskops [12]

An jedem String sind in einer Tiefe von 1450 m bis 2450 m im Abstand von 17 m 60 Digitale Optische Module befestigt. So entsteht ein etwa 1 km³ umfassendes, dreidimensionales Detektorfeld, das mithilfe des registrierten Tscherenkow-Lichts Ereignisse und Spuren kosmischer Teilchen rekonstruieren kann.

Neben diesen 5160 Digitalen Optischen Modulen gibt es an der Oberfläche noch 324 weitere, in Eistanks untergebrachte Module, zusammengefasst zu IceTop. IceTop dient zur Untersuchung der kosmischen Strahlung und als Veto gegen atmosphärische Myonen bei der Identifikation von Neutrinoereignissen in IceCube.

3.2 Die Digitalen Optischen Module

Die bereits im vorherigen Kapitel erwähnten Digitalen Optischen Module, DOMs genannt, sind das eigentliche Detektionsiunstrument von IceCube. Sie bestehen aus einem Hamamatsu R7081-02 Photonenvervielfacher geschützt durch eine druckresistente Glassphäre, einem Hochspannungsgenerator und der internen Elektronik [1]. Abbildung 3.3 stellt schematisch den Aufbau eines DOMs dar. Das hier gezeigte Flasherboard besteht aus 12 LEDs, die zur Kalibration dienen.



Abbildung 3.3: Schematische Darstellung eines Digitalen Optischen Moduls [12]

Wie man sieht, sind die Photonenvervielfacher nach unten, also Richtung Erdmittelpunkt ausgerichtet. Diese Anordnung ist bewusst so gewählt um eine bessere Sensitivität für kosmische Neutrinoquellen des Nordhimmels zu haben. Teilchen, die von Norden kommen müssen die gesamte Erde passieren, bevor sie in IceCube nachgewiesen werden können. Auf diese Weise werden alle Teilchen außer Neutrinos ausgefiltert. Zwar kann man mit IceCube auch den Südhimmel beobachten, hier ist jedoch die Unterdrückung des Untergrundes erheblich schwieriger.

3.3 Neutrinosignaturen in IceCube

Da es sich bei Neutrinos um ungeladene Teilchen handelt, können sie nicht direkt über den Tscherenkow-Effekt nachgewiesen werden. Man kann lediglich die Sekundärteilchen nach einer Reaktion des Neutrinos mit dem Eis nachweisen.

Hier ist insbesondere die geladene Strom Wechselwirkung mit den Nukleonen des Eises

3 Der IceCube Detektor

zu nennen:

$$\nu_l + N \to l + X,\tag{3.1}$$

wobei X eine hadronische Kaskade ist und l ein geladenes Lepton [3]. Je nach Art des Leptons ergibt sich eine unterschiedliche Signatur.



Abbildung 3.4: Tscherenkow-Signaturen unterschiedlicher Leptonen in IceCube [3]

3.3.1 Myonen

Bei der geladenen Strom Wechselwirkung hochenergetischer Myon-Neutrinos entsteht ein Myon, das sich fast kollinear zur Spur des ursprünglichen Neutrinos bewegt. Die mittlere Abweichung von der Richtung des Primärteilchens beträgt lediglich

$$\psi = 0, 7^{\circ} \times \left(\frac{E_{\nu}}{TeV}\right)^{-0,7} \tag{3.2}$$

und ist damit für 1 TeV Neutrinos kleiner als 1° [3]. Da Myonen etwa 200 mal schwerer sind als Elektronen, erzeugen sie kaum Bremsstrahlung und können lange Strecken im Detektor zurücklegen. Entlang ihres Weges senden sie Tscherenkow-Licht aus, so dass ihre Richtung sehr gut rekonstruiert werden kann.

Während das Myon den IceCube-Detektor passiert verliert es Energie durch Ionisation, Paarproduktion, Bremsstrahlung und nukleare Wechselwirkung. Oberhalb von 1 GeV ist der Verlust durch Ionisation nahezu konstant, die übrigen Mechanismen steigen annähernd linear mit der Energie an. Gelegentlich kommt es zu großen, lokal begrenzten Energiedepositionen, die viel Licht erzeugen [23].

3.3.2 Elektronen

Im Gegensatz zu Myonen verlieren Elektronen sehr viel Energie durch Bremsstrahlung. Sie erzeugen eine elektromagnetische Kaskade, die koinzident ist mit der hadronischen Kaskade am primären Vertex. Es entsteht eine sphärische Tscherenkow-Front, die nicht zur Richtungsanalyse geeignet ist.

3.3.3 Tauonen

Aufgrund seiner extrem kurzen mittleren Lebensdauer zerfällt das Tauon quasi am Ort seiner Entstehung wieder und ist in seiner Signatur nicht von einem Elektron zu unterscheiden. Erst ab Energien im PeV Bereich kann das Tauon einige zehn Meter im Detektor zurücklegen und damit eine zweite Kaskade erzeugen, die von der hadronischen Kaskade am primären Vertex getrennt aufgelöst werden kann, hierbei handelt es sich um ein sogenanntes *double bang event*.

4 Spurrekonstruktion bei IceCube

Die Rekonstruktion von Myonenspuren in IceCube erfolgt in zwei Stufen. Zunächst wird mit einem einfachen Algorithmus eine Ausgangsspur bestimmt, die dann als Eingangsvariable für eine Rekonstruktion auf Basis der Maximum-Likelihood-Methode genutzt wird.

4.1 Das IceCube Koordinatensystem

Für Positionen verwendet IceCube ein kartesisches Koordinatensystem, dessen Nullpunkt im Zentrum des Detektors liegt. Das bedeutet die z-Koordinate kann mittels d = 1948,07m-z in die Tiefe d umgerechnet werden.

Für Richtungen werden bei IceCube der Zenithwinkel θ und der Azimuthwinkel ϕ angegeben, deren Definition jedoch gerade um 180° gedreht ist gegenüber der üblichen mathematschen Definition.

4.2 Maximum-Likelihood Schätzung

Die Maximum-Likelihood Schätzung ist eine sehr flexible Methode zur Bestimmung von Schätzern. [8]

Mit einem gegebenen System von Wahrscheinlichkeitsdichten oder -funktionen kann man zu einem Datensatz $(x_1, x_2, ..., x_n)$ und einem Parametersatz q einen Wert für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens besagter Daten berechnen, im Folgenden als Likelihood bezeichnet. Die Likelihood setzt sich zusammen als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten:

$$L(q) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i, q).$$
(4.1)

Ziel der Maximum-Likelihood-Schätzung ist es nun, die Likelihood durch Änderung des Parametersatzes q zu maximieren. Man spricht hierbei von einer Schätzung, weil auch bei maximierter Likelihood die Lösung nicht der Wahrheit entsprechen muss..

Bei IceCube stehen die Positionen der DOMs, sowie die Ankunftszeiten und Anzahl der registrierten Photoelektronen zur Verfügung und die Likelihood wird bezüglich der Ortsund Richtungskoordinaten der Myonenspur maximiert.

Technisch gesehen erreicht man die Maximierung der Likelihood häufig einfacher indem man den Logarithmus der Likelihood maximiert, da dieser sein Maximum an der gleichen Stelle hat, es aber einfacher ist eine Summe zu maximieren, als ein Produkt [8].

Der Nachteil der Maximum-Likelihood-Schätzung ist, dass man die zugrundeliegende Wahrscheinlichkeit genau kennen muss um eine sinnvolle Schätzung zu erhalten. 4 Spurrekonstruktion bei IceCube

4.3 Residuenzeit

Der wichtigste Parameter für die Spurrekonstruktion bei IceCube ist die sogenannte Residuenzeit. Für eine hypothetische Spur sei die Zeit am Aufpunkt der Spur t_0 . Der Zeitpunkt, zu dem das DOM getroffen wird, sei t_{hit} . Als geometrische Laufzeit t_{geo} wird die Laufzeit des Myons vom Aufpunkt der Spur bis zum Abstrahlpunkt des Photons d_{μ} und die Laufzeit des Photons bis zum DOM d_{γ} bezeichnet, wobei angenommen wird, dass das Photon ungestreut ist und unter dem Tscherenkow-Winkel θ_C abgestrahlt wurde. Die Residuenzeit t_{res} ist dann:

$$t_{res} = t_{hit} - t_0 - t_{geo}.$$
 (4.2)

Anders ausgedrückt ist sie die Differenz zwischen der erwarteten Ankunftszeit im streuungsfreien Fall und der tatsächlichen Ankunftszeit.

4.4 Wichtige Richtungsschätzer bei IceCube

Für die Rekonstruktion von Myonenspuren bei IceCube gibt es im Wesentlichen zwei wichtige Schätzer. Beide arbeiten mit der Maximum-Likelihood-Methode und verwenden leicht unterschiedlich variierten Versionen der weiter unten beschriebenen Pandelfunktion als Wahrscheinlichkeitsdichte.

4.4.1 Der SPE Schätzer

Der Single-Photo-Electron Schätzer, kurz SPE, rechnet die Wahrscheinlichkeit für jedes getroffene DOM gleichberechtigt aus, unabhängig von der Anzahl der insgesamt im jeweiligen DOM registrierten Photoelektronen [11].

Im Gegensatz zum im Anschluss beschriebenen MPE Schätzer bedarf er keiner Integration der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, wodurch er schneller prozessiert werden kann.

4.4.2 Der MPE Schätzer

Der Multi-Photo-Electron Schätzer, üblicherweise als MPE Schätzer bezeichnet, verwendet für jedes getroffene DOM die Ankunftszeit des ersten registrierten Photoelektrons. Die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Likelihood-Analyse wird jedoch angepasst, indem man die Gesamtzahl der in dem DOM für dieses Event registrierten Photoelektronen berücksichtig [11]. Sei p(t|d) die Wahrscheinlichkeitsdichte für Photoelektronen mit der Entfernung d von der Spur zum Zeitpunkt t gemessen zu werden und weiterhin

$$P(t|d) = \int_0^t p(t'|d)dt'$$
(4.3)

die kummulierte Wahrscheinlichkeit von 0 bis t, dann ist die MPE Wahrscheinlichkeitsdichte des ersten von n registrierten Photoelektronen im betreffenden DOM

$$p(1,t|d) = n \cdot (1 - P(t|d))^{n-1} \cdot p(t|d) \quad [14].$$
(4.4)



Abbildung 4.1: Vergleich der MPE Wahrscheinlichkeitsdichte bei 10m und unterschiedlicher Anzahl Photoelektronen (schwarz 5, blau 3, rot 1)

Wie man in Abbildung 4.1 sieht, beeinflusst die Zahl der Photoelektronen die Schärfe der Verteilung erheblich.

4.5 Die Pandelfunktion

Um die Residuenzeit als Parameter für eine Maximum Likelihood Analyse zu verwenden braucht man eine Beschreibung der statistischen Verteilung der Residuenzeiten. Hierfür verwendet man die sogenannte Pandelfunktion [17]:

$$p(\rho,\xi,t) = \frac{\rho^{\xi} t^{\xi-1}}{\Gamma(\xi)} e^{-\rho t}.$$
(4.5)

Hierbei sind ξ und ρ phänomenologische Parameter, die sich aus den Eigenschaften des Mediums ergeben.

Die Pandelfunktion ist allerdings für negativen Residuenzeiten nicht definiert. Diese können aber durch die begrenzte Zeitauflösung des Photonenvervielfachers, Unsicherheit der absoluten Zeitbestimmung der Uhren auf den DOMs und die Unsicherheit in der Positionsbestimmung der DOMs entstehen.

Daher faltet man die Pandelfunktion mit einer um 0 zentrierten Gaussfunktion

$$\mathcal{F}_{\sigma}(\rho,\xi,t) = \int_{0}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} p(\rho,\xi,x) e^{\frac{-(t-x)^{2}}{2\sigma^{2}}} \quad [9]$$
(4.6)

 σ ist die Breite der Gaussfunktion, bei IceCube werden standardmäßig 4 n
s für den MPE und 15 ns für den SPE Schätzer verwendet. Die Faltung kann analytisch ausgeführt werden

4 Spurrekonstruktion bei IceCube



Abbildung 4.2: Vergleich zwischen MPE Pandelfunktion (rot) und SPE Pandelfunktion (blau) bei 10m

$$\mathcal{F}_{\sigma}(\rho,\xi,t) = \frac{\rho^{\xi}\sigma^{\xi-1}e^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}}}{2^{\frac{1+\xi}{2}}} \Big[\frac{{}_{1}F_1(\frac{1}{2}\xi,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\eta^2)}{\Gamma(\frac{1}{2}(\xi+1))} - \sqrt{2}\eta \frac{{}_{1}F_1(\frac{1}{2}(\xi+1),\frac{3}{2},\frac{1}{2}\eta^2)}{\Gamma(\frac{1}{2}\xi)}\Big] \quad [9], \quad (4.7)$$

 mit

$$\eta = \rho \sigma - \frac{t}{\sigma}.\tag{4.8}$$

Die Faltung ist insbesondere für kleine Entfernungen von Bedeutung. In die Pandelfunktion geht ein Wert für die kombinierte Absorptions- und Streulänge mit ein. Zurzeit ist die Standardeinstellung 33, 3 m für alle Tiefen, sie kann aber auch tiefenabhängig variiert werden [3]. Bei Entfernungen oberhalb dieses Wertes gibt es keine ausgeprägtes Maximum der Residuenzeitverteilung mehr, weil die Photonen durchschnittlich mindestens einmal gestreut werden (siehe Abbildung 4.3).

Um die Ausrichtung der DOMs zu berücksichtigen, wird bei der Berechnung der Pandelfunktion nicht die tatsächliche Entfernung zwischen Spur und DOM verwendet, sondern eine effektive Entfernung d_{eff} . Für Photonen, die in ungestreutem Zustand das DOM von oben treffen würde, wird die Entfernung vergrößert, so dass direkte Treffer weniger wahrscheinlich werden. Die Richtung des ungestreuten Photons zur z-Achse sei η , dann berechnet sich die effektive Entfernung wie folgt [3]:

$$d_{eff} = 3, 1m - 3, 9m \cdot \cos(\eta) + 4, 6m \cdot \cos^2(\eta) + 0, 84 \cdot d.$$
(4.9)

Abbildung 4.4 zeigt, welchen Einfluss die Richtung des Photons bei kurzen Entfernungen haben kann.

Schließlich wird auf die fertige Wahrscheinlichkeitsdichte noch ein nicht normierter kleiner Rauschanteil aufaddiert um der Dunkelrauschrate der DOMs Rechnung zu tragen.



Abbildung 4.3: Gefaltete Pandelfunktion für 10m (rot), 20m (blau), 30m (grün) und 40m (schwarz)



Abbildung 4.4: Effektive Entfernung für die Pandelfunktion bei realer Entfernung von 10m

4.6 Eiseigenschaften

Die Beschaffenheit des antarktischen Eises und seine Eigenheiten sind für IceCube von essentieller Bedeutung und wurden daher genauestens analysiert. In geringen Tiefen wird die Streuung dominiert durch Luftbläschen, die beim Einfrieren des frischen Schnees entstehen. Diese verschwinden aufgrund des großen Drucks in größeren Tiefen zunehmend, so dass das Eis immer klarer wird [2].

Aufgrund der in weiten Teilen sehr hohen Streu- und Absorptionslängen des antarktischen Eises (siehe Abbildung 4.5) kann das Tscherenkow-Licht teilweise bis zu einige hundert Meter zurücklegen, bevor es detektiert wird. Dagegen gibt es aber auch Strukturen, wie die Staubschicht bei ≈ 2050 m, in denen die Streulänge auf unter 10 m sinkt, wodurch in den umgebenden Schichten deutlich weniger Licht zu erwarten ist.

Eine Besonderheit stellt das frische Eis dar, das die Löcher füllt, in denen die DOMs

4 Spurrekonstruktion bei IceCube

versenkt wurden. Die Streulänge beträgt hier lediglich ≈ 50 cm [21], daher haben trotz der direkt nach unten orientierten DOMs Photonen, die von schräg unten auf die DOMs zulaufen eine bessere Chance nachgewiesen zu werden, als Photonen, die direkt von unten kommen. Hierdurch erklärt sich auch das Minimum in Abbildung 4.4 bei $\approx 70^{\circ}$.



Abbildung 4.5: Tiefenabhängige Streu- und Absorptionslängen in IceCube [21]

Die Entwicklung eines mit den Daten vollständig konsistenten Eismodells ist zwar bis zum jetztigen Zeitpunkt noch nicht abgeschlossen, das aktuelle SPICE-Mie Modell (South Pole Ice mit Mie-Streuung) zeigt aber bereits in vielen Bereichen eine sehr gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten.

4.7 Die IceTray Software

Die Rekonstruktionen bei IceCube werden mithilfe der IceTray Software durchgeführt. Die Steuerung erfolgt über Python Skripte, mit denen man neben der Art der Rekonstruktion auch einstellen kann, was als Eingangsspur genutzt werden soll und wie stark Rauschen und Unsicherheit bei der Zeitbestimmung berücksichtigt werden sollen. Neue oder veränderte Rekonstruktionen müssen allerdings direkt in den in C++ verfassten Quellcode eingefügt werden.

5 Analyse

5.1 Rekonstruktion mit zeitgeordneter Statistik

In seiner momentanen Form nutzt der MPE Schätzer für jedes getroffene DOM lediglich die Information des ersten registrierten Photoelektrons und die Gesamtzahl der Photoelektronen. Die Zeitinformation späterer Treffer wird jedoch ignoriert. Um die Information späterer Treffer mit einzubeziehen, benötigt man die Wahrscheinlichkeitsdichte für geordnete Variablen. Wenn f(x) die ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen x ist und F das Integral darüber

$$F(x) = \int_0^x f(x')dx',$$
 (5.1)

dann gilt für geordnete Variablen x_k mit $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$

$$f(k,x) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \cdot F(x)^{k-1} \cdot (1-F(x))^{n-k} \cdot f(x) \quad [14].$$
(5.2)

Die Wahrscheinlichkeit $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ alle *n* Photonen zu messen ist

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = n! \prod_{i=1}^n f(x_i) \quad [14].$$
(5.3)

Bis auf den Faktor n! sollte die Wahrscheinlichkeit im Sinne der Maximum-Likelihood-Methode für geordnete Variablen also mit jener für ungeordnete Variablen übereinstimmen, allerdings ist $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ nicht das Produkt der geordneten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, da diese nicht unabhängig voneinander sind. Daher macht es keinen Sinn, die Gesamtwahrscheinlichkeit zu benutzen, allerdings kann man die späteren Treffer unabhängig voneinander betrachten und eine Rekonstruktion z.B. nur auf Basis der zweiten Treffer durchführen.

Indem man x mit der gemessenen Zeit t identifiziert kann man mit der Wahrscheinlichkeitsdichte p(t|d) die Wahrscheinlichkeitsdichte für die einzelnen gemessenen Photonen p(k,t|d) berechnen (siehe Gleichungen 5.4 - 5.7). Dabei ist d der Abstand zwischen Spur und DOM und $P(t|d) = \int_0^x p(t'|d)dt'$ die kummulierte Wahrscheinlichkeit. p(1,t|d) ist die Wahrscheinlichkeitsdichte des ersten Photons, wie sie im normalen MPE Schätzer verwendet wird. $p(\{1,2,n\},t|d)$ übernommen aus [14].

$$p(1,t|d) = n \cdot (1 - P(t|d))^{n-1} \cdot p(t|d)$$
(5.4)

$$p(2,t|d) = n(n-1) \cdot (1 - P(t|d))^{n-2} P(t|d) \cdot p(t|d)$$
(5.5)

$$p(3,t|d) = \frac{n!}{2 \cdot (n-3)!} \cdot (1 - P(t|d))^{n-3} P(t|d)^2 \cdot p(t|d)$$
(5.6)

$$p(n,t|d) = n \cdot P(t|d)^{n-1} \cdot p(t|d)$$
(5.7)

Bei der Rekonstruktion einer Spur aus den zweiten Treffern mithilfe von p(2,t|d) sind allerdings einige Punkte zu beachten. Zunächst einmal muss sichergestellt sein, dass ausreichend DOMs eines Ereignisses mindestens zwei Treffer aufweisen. Minimum für eine Rekonstruktion sind acht DOMs mit zwei Treffern, für diese Arbeit wurde 20 als Minimum verwendet. In einem echten Datensatz blieben nach diesem Schnitt 1875 von 9603 Ereignissen übrig, insbesondere für Ereignisse mit hoher Energie bestehen also gute Chancen diese Methode auch anwenden zu können.



Abbildung 5.1: Vergleich der Winkeldifferenz zwischen rekonstruierter und wahrer Spur für die MPE-Rekonstruktion der ersten (blau) bzw. zweiten (rot) registrierten Photoelektronen in den DOMs

Wie man in Abbildung 5.1 sieht, ist die Rekonstruktion aufgrund der zweiten registrierten Photoelektronen nicht wesentlich schlechter, als die reguläre MPE-Rekonstruktion. Die Abweichung von der wahren Spur in der Simulation beträgt $\theta_1 = 0, 17^{\circ} \pm 1, 25^{\circ}$ für die Rekonstruktion der ersten Treffer und $\theta_2 = 0, 15^{\circ} \pm 1, 45^{\circ}$ für die der zweiten. Da die zwei Rekonstruktionen nicht unabhängig voneinander sind - ein zweiter Treffer in einem DOM impliziert, dass es einen ersten Treffer gab, der in der regulären Rekonstruktion berücksichtigt wird - können die beiden Rekonstruktionen nicht einfach aufaddiert und gemittelt werden.

5.1.1 Mittelung korrelierter Daten

Die Richtung der Myonenspur ist der zentrale Parameter, daher wird die Korrelation zwischen beiden Rekonstruktionen anhand der rekonstruierten Richtung bestimmt.

Eine Methode aus korrelierten Daten einen gewichteten Mittelwert zu bestimmen wird in [20] beschrieben. Im eindimensionalen Fall und bei bekannter Kovarianzmatrix C findet man den Mittelwert a für einen Datensatz $x_i, i = 1, ..., m$ durch Minimierung der χ^2 Funktion

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (x_i - a)(C^{-1})_{ij}(x_j - a).$$
(5.8)

Dabei wird davon ausgegangen, dass die Fehler δx_i der x_i gaussartig sind. Das gesuchte Minimum ist dann:

$$a = \left(\sum_{i,j=1}^{m} (C^{-1})_{ij}\right)^{-1} \left(\sum_{i,j=1}^{m} (C^{-1})_{ij} x_j\right)$$
(5.9)

mit der Varianz

$$\sigma^2(a) = \left(\sum_{i,j=1}^m (C^{-1})_{ij}\right)^{-1}.$$
(5.10)

Das Problem dieser Methode ist, dass bei großen Korrelationen der Mittelwert sehr stark in Richtung der mit dem geringsten Fehler behafteten Messung ausschlägt.

5.1.2 Mittelung der Spurrichtungen

Wie man in Abbildung 5.2 sehen kann, ist die Korrelation der beiden Rekonstruktionen sehr groß, im Falle des verwendeten Datensatzes 4175 (Monte Carlo Simulation ν_{μ} mit Energien zwischen 10¹GeV und 10⁹GeV, E^{-1} Spektrum) liegt sie bei 0, 86. Mit Fehlern von $\delta\theta_1 = 1,25^{\circ}$ und $\delta\theta_2 = 1,45^{\circ}$ ergeben sich bei der Mittelwertbildung Gewichtungsfaktoren von 0,636 für die normale und 0,004 für die Rekonstruktion anhand der zweiten Treffer. Die zu erreichende Verbesserung liegt also bestenfalls im Prozentbereich.

Auch wenn theoretisch eine Verbesserung der Richtung mit dieser Methode möglich ist, wären Anwendungen aufgrund des hohen Rechenaufwandes für die zusätzliche Rekonstruktion auf die Betrachtung einzelner, besonders interessanter Ereignisse begrenzt. Bei diesen müsste dann allerdings die Korrelation nochmals explizit bestimmt werden, da sie abhängig von der Energie ist.

5.2 Analyse unterschiedlicher Rekonstruktionen bei IceCube

IceCube verwendet mehrere unterschiedliche Schätzer bei der Rekonstruktion von Myonenspuren. Um eine Verbesserung der Spurauflösung zu erreichen ist es vorteilhaft, sich über die Stärken und Schwächen der einzelnen Methoden bewusst zu sein. Zu diesem



Abbildung 5.2: Korrelation zwischen MPE-Rekonstruktion mit erstem, bzw. zweitem Photoelektron anhand der Richtung

Zweck wurden Algorithmen entwickelt, die detailliert die Residuenzeitverteilungen von verschiedenen Schätzern mit Simulationsdaten vergleichen.

Zur Berechnung der Residuenzeit $t_{res} = t_{hit} - t_0 - t_{geo}$ muss die geometrische Zeit zunächst noch aus dem Aufpunkt der Myonspur \vec{x}_0 , ihrer Richtung in IceCube Koordinaten θ und ϕ und der Postion des DOMs \vec{x}_{OM} berechnet werden. Die Richtung der Spur in kartesischen Koordinaten ist

$$\vec{r}_{track} = - \begin{pmatrix} \sin(\theta)\cos(\phi) \\ \sin(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}.$$
(5.11)

Die Länge des Weges entlang der Myonspur bis zum Punkt der dichtesten Annäherung an das DOM ist die Projektion der Verbindungslinie zwischen Aufpunkt und DOM auf die Myonspur

$$l = (\vec{x}_{OM} - \vec{x}_0 \cdot \vec{r}_{track}). \tag{5.12}$$

Hiermit lässt sich der kleinste Abstand zwischen Spur und DOM berechnen:

$$d_{min} = \left| \vec{x}_0 + l \cdot \vec{r}_{track} - \vec{x}_{OM} \right|.$$
(5.13)

Durch einfache Trigonometrie lassen sich nun der Weg des Myons entlang seiner Spur bis zum Abstrahlpunkt des Photons d_{μ} und der Weg des Photons bis zum DOM d_{γ} berechnen:

$$d_{\mu} = l - \frac{d_{min}}{\tan(\theta_C)} \tag{5.14}$$

$$d_{\gamma} = \frac{d_{min}}{\sin(\theta_C)} \tag{5.15}$$



Abbildung 5.3: Illustration der Variablen zur Bestimmung der geometrischen Laufzeit

Entlang der Strecke d_{μ} bewegt sich das Myon quasi mit Lichtgeschwindigkeit, während sich des Photon entlang d_{γ} nur mit $\frac{c}{n_{gEis}}$ bewegt. Daraus lässt sich nun die geometrische Laufzeit berechnen:

$$t_{geo} = \frac{d_{\mu} + d_{\gamma} \cdot n_{gEis}}{c} \approx \frac{l + d_{min} \cdot 0,917}{c}$$
(5.16)

5.2.1 Datensatz

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Datensatz 4109 benutzt, eine IC59 ν_{μ} Monte Carlo Simulation, bei der die Energie nach einem E^{-2} Spektrum zwischen 10¹GeV und 10⁹GeV verteilt ist. Einbezogen wird die Entfernung der hypothetischen Spur vom DOM, sowie



Abbildung 5.4: Zahl der registrierten Photoelektronen in den DOMs, der in der Arbeit berücksichtigete Bereich ist schraffiert

der Auftreffwinkel des Photons auf dem DOM im streuungsfreien Fall und die Zahl der registrierten Photoelektronen. Im Rahmen der Arbeit wurden Treffer berücksichtigt, bei denen zwischen einem und fünf Photoelektronen gemessen wurden. Wie man in Abbildung 5.4 erkennen kann, haben weniger als 10% der registrierten Ereignisse mehr als

5 Analyse

5 Photoelektronen, so dass hier schon ein Großteil aller Daten erfasst wird. Der Auftreffwinkel wurde in 10° Schritte unterteilt. Für die Entfernung schließlich wurden alle Treffer zwischen 0 m und 100 m von der Spur in 5 m Schritten ausgewertet, dies sind mehr 80% der Treffer, wie man in Abbildung 5.5 sehen kann. Sollte man die Schrittgröße



Abbildung 5.5: Entfernung der getroffenen DOMs von der Myonspur, 0m - 100m schraffiert

ändern oder bisher nicht berücksichtigte Daten einbeziehen wollen, ist das durch kleine Änderungen der Steuerparameter leicht möglich, allerdings braucht man hierfür eine größere Datenmenge, da in den Randbereichen der gewählten Daten schon jetzt statistische Schwankungen einen großen Einfluss haben, was sich bei größeren Entfernungen oder höherer Zahl registrierter Photoelektronen immer mehr zunimmt.

5.2.2 Funktionsweise

In einem ersten Schritt werden für jedes getroffene DOM mit fünf oder weniger registrierten Photoelektronen die Entfernung zum Punkt auf der Spur, der dem DOM am nächsten ist, die Residuenzeit und der Auftreffwinkel eines Cherenkow-Photons, das von der Spur ungestreut das DOM trifft, berechnet. Diese Daten werden sowohl für die ursprünglich simulierte, also wahre Spur, als auch für die rekonstruierte Spur. berechnet und histogrammiert. Weiterhin wird die effektive Entfernung für die Pandelfunktion und die Streulänge am Ort des DOMs abgespeichert, so dass man bei Bedarf z.B. nur die Verteilungen in Bereichen mit besonders großen oder kleinen Streulängen untersuchen kann.

In Abbildung 5.6sieht man deutlich, dass das Maximum der Residuenzeitverteilung der wahren Spur gegenüber dem Maximum von MPE-Schätzer und Pandelfunktion zu kleineren Residuenzeiten verschoben ist. Die Verschiebung liegt konstant zwischen 8 und 9 ns. Um sicherzugehen, dass dieser Effekt keinen Einfluss auf die Rekonstruktion hat, wurde die Rekonstruktionssoftware umgeschrieben, so dass die MPE Rekonstruktion künstlich um die Differenz zwischen Maximum von Pandelfunktion und Residuenzeitverteilung der wahren Spur verlängerte Ankunftszeiten verwendete. Dies ändert nichts am Ergebnis des MPE Schätzers, außer dass die Residuenzeitverteilung nun ihr Maximum am gleichen Ort wie die wahre Spur hat. Da diese Verschiebung keinen Einfluss auf die Rekonstruktion



Abbildung 5.6: Residuenzeitverteilung der wahren Spur(rot) und des MPE Schätzers (blau) und Pandelfunktion (schwarz) für 20m bis 25m Entfernung und 100° bis 110° Auftreffwinkel

hat, wird für die Analyse die Residuenzeitverteilung der wahren Spur um 8ns verschoben um sie mit den rekonstruierten Verteilungen vergleichen zu können. Aufgrund der Schrittweite, in der die Verteilungen aufgetragen werden, ist eine genauere Bestimmung der Verschiebung nicht nötig.

Abbildung 5.7 zeigt, dass nach der Verschiebung eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Pandelfunktion und wahrer Spur besteht. Allerdings verläuft die Verteilung der wahren Spur ab $t_{res} \approx 50$ ns etwas flacher, als die Pandelfunktion es voraussagt, dies wird durch einen sehr langen Schwanz später Treffer ausgeglichen. Diese entstehen vermutlich durch die zufällig entlang der Myonspur auftretenden, großen Energiedepositionen, bei denen viel Licht entsteht [23]. Ein Teil dieses Lichts legt große Strecken im Detektor zurück. Da sich die Photonen aber langsamer bewegen als das Myon, kommen sie mit erheblicher Verspätung an und erzeugen späte Treffer und damit große Residuenzeiten.

5.2.3 Der Kolmogorow Smirnow Test

Um zu identifizieren, ob ein Richtungsschätzer in bestimmten Entfernungs- oder Winkelbereichen Probleme hat die wirkliche Residuenzeitverteilung zu rekonstruieren, müssen viele Verteilungen miteinander verglichen werden. Da die Zahl der rekonstruierten Ereignisse in einem Segment nicht immer mit der wahren Zahl übereinstimmt, benötigt man einen Vergleich der Verteilungen, der auch auf unterschiedlich große Datensätze angewendet werden kann.

Der Kolmogorow Smirnow Test ist ein einfaches Hilfsmittel um beliebige Verteilungen unterschiedlich großer Datensätze miteinander zu vergleichen. Seien $\{X_1, X_2, X_3, ..., X_n\}$ n unabhängige Werte der reellen Zufallsvariable X und $\{Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_m\}$ m ebensolche Werte von Y, wobei auch Y reell ist. Nun bildet man die empirische Verteilungsfunktion



Abbildung 5.7: Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur verschoben um 8ns (rot) und der zugehörigen Pandelfunktion (schwarz) bei 10m bis 15m und 160° bis 170° Auftreffwinkel



Abbildung 5.8: Beispielverteilungen X und Y zur Demonstration des Kolmogorow Smirnow Tests

von X

$$F_n(\rho) = \begin{cases} 0 & \rho < X_1; \\ k/n & X_k \le \rho < K_{k+1}, k = 1, 2, ..., n-1; \\ 1 & X_n \le \rho \end{cases}$$
(5.17)

und entprechend $F_m(\rho)$ für Y. Das Ergebnis des Kolmogorow Smirnow Tests $\lambda_{X|Y}$ ist der Betrag der größten auftretenden Differenz zwischen $F_n(\rho)$ und $F_m(\rho)$

$$\lambda_{X|Y} = \sup_{\rho} \left| F_n(\rho) - F_m(\rho) \right|, \qquad (5.18)$$

wobei ρ alle Werte aus $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ und $\{Y_1, Y_2, ..., Y_m\}$ durchläuft. Abbildung 5.9 zeigt beispielhaft die Bestimmung von $\lambda_{X|Y}$. Kleine Werte $\lambda_{X|Y}$ bedeuten dabei eine gute Übereinstimung.

5.2 Analyse unterschiedlicher Rekonstruktionen bei IceCube



Abbildung 5.9: Empirische Verteilungen für X und Y mit eingezeichnetem $\lambda_{(X|Y)}$

Mithilfe des Kolmogorow Smirnow Tests werden jetzt die gewonnenen Residuenzeitverteilungen von Rekonstruktion und wahrer Spur miteinander verglichen und dann farbcodiert ausgegeben (siehe Abbildung 5.10 für den SPE Schätzer und 5.13 für den MPE Schätzer).

5.2.4 SPE Schätzer

Im Ergebnis des Kolmogorow Smirnow Tests beim Vergleich der Residuenzeitverteilungen des SPE Schätzers mit der wahren Spur (Abbildung 5.10) sieht man, dass bei DOMs mit einem registrierten Photoelektron eine gute Übereinstimmung bei allen Entfernungen und Winkeln herrscht. Lediglich unterhalb von 10m und im Bereich von 130° gibt es größere Abweichungen.

Für diesen Bereich ist ein direkter Vergleich in Abbildung 5.11 dargestellt: sehr kurze Entfernungen und der betroffene Winkelbereich, in dem die Akzeptanz der DOMs für Photonen besonders gut ist, weil sie von unten kommen und nur einen sehr kurzen Weg durch das diffuse Eis in der unmittelbaren Nähe der DOMs zurücklegen müssen, haben eine deutlich schärferes Maximum bei der Residuenzeitverteilung, als es die mit 15 ns verschmierte Pandelfunktion des SPE Schätzers vorgibt.

Mit steigender Anzahl detektierter Photoelektronen nimmt der Unterschied zwischen SPE Schätzer und wahrer Spur allerdings kontinuierlich zu. Dies ist nicht verwunderlich, da die Zahl der Photoelektronen beim SPE Schätzer nicht berücksichtigt wird, aber insbesondere im Winkelbereich um 130° erhebliche Auswirkungen hat, Wie man in Abbildung 5.12 sieht, gibt es sehr viel mehr ungestreute Treffer, als der SPE Schätzer erzeugt.

In Abbildung 5.10 sieht man, dass dieses Problem bis zu großen Entfernungen besteht. Bedingt durch die Funktionsweise des SPE Schätzers ist dieses Problem vermutlich nicht behebbar, so dass man sich bei der Verbesserung der Spurrekonstruktion auf den MPE Schätzer konzentrieren sollte.

5.2.5 MPE Schätzer

Der MPE zeigt im Vergleich zum SPE Schätzer ein gänzliches anderes Verhalten. Abbildung 5.13 zeigt zwar eine gewissere Verschlechterung der Übereinstimmung bei steigender



Abbildung 5.10: Kolmogorow Smirnow Test zwischen den Residuenzeitverteilungen von wahrer und mit SPE Schätzer rekonstruierter Spur für Treffer mit 1 bis 5 registrierten Photoelektronen



Abbildung 5.11: Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des SPE Schätzers (blau) 10m - 15m, 130°-140°, 1 registriertes Photoelektron



Abbildung 5.12: Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des SPE Schätzers (blau) 10m - 15m, 130°-140°, 5 registrierte Photoelektronen

5 Analyse

Anzahl registrierter Photoelektronen im DOM, aber das eigentliche Problem des MPE Schätzers sind Entfernungen bis 30m. Die Standardeinstellung der kombinierten Streuund Absorptionslänge für die Pandelfunktion sind 33, 3 m, in Abbildung 5.14 sieht man, dass die Residuenzeitverteilung des MPE Schätzers ein viel zu scharf ausgeprägtes Maximum zeigt. Dieses Verhalten nur sehr schwach abhängig vom Auftreffwinkel.

Erst wenn bei größeren Entfernungen die Pandelfunktion kein ausgeprägtes Maximum mehr hat, wird die Abweichung zwischen wahrer Spur und MPE Schätzer geringer, bis schließlich ab ca. 45m eine sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Verteilungen besteht (siehe Abbildung 5.15).

Insgesamt arbeitet der MPE Schätzer sehr gut und kann auch mit Mehrfachtreffern umgehen, die umso häufiger auftreten, je höher die Energie des Myons ist. Lediglich das Verhalten, bei kleinen Entfernungen zu sehr zum Maximum der Pandelfunktion zu tendieren, könnte noch verbessert werden.

5.3 Entwicklung einer verbesserten Wahrscheinlichkeitsdichte

Um die Eiseigenschaften wie Staubschichten oder das sehr klare Eis in großer Tiefe im IceCube Detektor und die Richtungsabhängigkeit der DOM-Akzeptanz bei der Rekonstruktion besser zu berücksichtigen, bedarf es neuer Wahrscheinlichkeitsdichten für die Residuenzeitverteilung.

Um diese zu erzeugen werden mithilfe der in [7] beschriebenen Muon Monte Carlo Software, kurz MMC, Myonen durch ein Modell des antarktischen Eises propagiert. Das MMC gibt die Anzahl und Richtung der Photonen vor, die auf dem Weg des Myons abgestrahlt werden.

Der Weg dieser Photonen wird dann mit einem weiteren Programm, dem Photon Propagation Code, kurz ppc, beschrieben in [6], simuliert. Dabei werden tiefenabhängige Änderungen der Streu- und Absorptionslängen entlang der Bahn des Photons berücksichtigt, bis es entweder ein DOM trifft oder absorbiert wird.

Der Beitrag des Photons zum Fluss wird nach jedem Propagationsschritt aufgezeichnet, so dass man einen Photonenfluss Φ in Teilchen pro Fläche und Zeit für jeden Punkt (ρ, l, δ) in Abhängigkeit von der Residuenzeit t_{res} zu einer Quelle in der Tiefe Z_s mit Richtung Θ_s bekommt.

Mit diesem Fluss $\Phi(Z_s, \Theta_s, \rho, l, \phi, t_{res})$ kann man nun die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion eines Photonenflusses zum Zeitpunkt t berechnen

$$f_{pdf}(Z_s, \Theta_s, \rho, l, \phi, t) = \frac{\Phi(Z_s, \Theta_s, \rho, l, \phi, t)}{I(Z_s, \Theta_s, \rho, l, \phi)} \quad [15],$$
(5.19)

wobe
i ${\cal I}$ die Intensität oder anders ausgedrück der über die Zeit integrierte Photonenfluss ist

$$I(Z_s, \Theta_s, \rho, l, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(Z_s, \Theta_s, \rho, l, \phi, t) dt.$$
(5.20)

30



Abbildung 5.13: Kolmogorow Smirnow Test zwischen den Residuenzeitverteilungen von wahrer und mit MPE Schätzer rekonstruierter Spur für Treffer mit 1 bis 5 registrierten Photoelektronen

5 Analyse



Abbildung 5.14: Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des MPE Schätzers (blau) 10m - 15m, 70°-80°, 3 registrierte Photoelektronen



Abbildung 5.15: Vergleich zwischen Residuenzeitverteilung der wahren Spur (rot) und des MPE Schätzers (blau) 45m - 50m, 130°-140°, 3 registrierte Photo-elektronen

Da der Photonenfluss additiv ist, kann man die Flüsse unterschiedlicher Quellen einfach addieren

$$f_{pdf}(t) = \frac{\sum_{i} I_{i}f_{i}(t)}{\sum_{i} I_{i}} = \frac{\sum_{i} \Phi_{i}(t)}{\sum_{i} I_{i}} \quad [15].$$
(5.21)

Damit ergibt sich die Intensität zu

$$I = \frac{1}{N} \sum_{\gamma=1}^{N} \sum_{k=1}^{n_{\gamma}} \frac{\Delta s}{V}.$$
 (5.22)

 γ summiert über alle Photonen und k über die Zahl der Aufzeichnungspunkte, die innerhalb des Volumenelements V liegen. Δs ist die Schrittweite zwischen den Aufzeichnungspunkten.

5.3.1 Berechnung des Volumenelements

Um die Intensität zu bestimmen braucht man also die Größe der jeweiligen Zellen. Diese werden in einem zylindrischen Koordinatensystem um die Spur des simulierten Myons definiert durch die Tiefe z, den Winkel zur Spur δ und die Entfernung von der Spur d. δ geht in $\Delta \delta = 5^{\circ}$ Schritten von 0° bis 180°, so dass ein Segment immer aus zwei



Abbildung 5.16: Veranschaulichung des Volumenelements. l ist die Myonspur und Z_s der Abstrahlpunkt des Photons. Die zu berechnende Zelle ist grau eingefärbt. Entnommen aus [15]

Volumenelementen besteht, einem links und einem rechts der Spur. Diese Einteilung ist sinnvoll, da die Änderung der Eiseigenschaften zwischen unterschiedlichen azimuthalen

5 Analyse

Richtungen sehr viel kleiner ist, als die tiefenabhängige Änderung. $\delta = 0^{\circ}$ ist dabei die Richtung, in der ein Normaleneinheitsvektor \vec{r}_0 auf die Spur die maximale z-Komponente hat. Die Richtung des Myons in IceCube Koordinaten sei gegeben durch θ_{μ} und ϕ_{μ} , dann ist [18]

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} -\cos(\theta_\mu)\cos(\phi_\mu) \\ -\cos(\theta_\mu)\sin(\phi_\mu) \\ \sin(\theta_\mu) \end{pmatrix}$$
(5.23)

Um von der Spur zu dem zu berechnenden Volumenelement zu kommen braucht man also einen Einheitsvektor, der senkrecht auf die Spur steht und mit \vec{r}_0 den Winkel δ einschließt:

$$\vec{r}_{Volumen} \cdot \vec{r}_{track} = 0 \tag{5.24}$$

$$\vec{r}_{Volumen} \cdot \vec{r}_0 = \cos(\delta) \tag{5.25}$$

In den gegebenen Größen berechnet sich $\vec{r}_{Volumen}$ also zu

i

$$\vec{r}_{Volumen} = \begin{pmatrix} \cos(\delta)\cos(\theta_{\mu})\cos(\phi_{\mu}) \pm \sqrt{\cos(\theta_{\mu})^2\cos(\delta)^2}tan(\phi_{\mu}) \\ \cos(\delta)\cos(\theta_{\mu})\sin(\phi_{\mu}) \pm \sqrt{\cos(\phi_{\mu})^2}sin(\delta)^2 \\ -\cos(\delta)sin(\theta_{\mu}) \end{pmatrix}.$$
 (5.26)

Nun wird die Länge l der Volumenelemente bestimmt. Sie entspricht der Ausdehnung der Segmente in z-Richtung Δz dividiert durch die z-Komponente der Myonspurrichtung r_{trackz} , es sei denn am Ort des Volumenelements wird in x- oder y-Richtung eine der Grenzen des simulierten Bereiches zuerst erreicht, dann wird die Länge des Elementes hierdurch begrenzt.

$$l = \min(x_{max}, y_{max}, z_{max}) - \max(x_{min}, y_{min}, z_{min})$$
(5.27)

Sollt l kleiner sein als 0 wird das Volumen auf 0 gesetzt, da es außerhalb des definierten Bereiches liegt, ansonsten wird das Volumen berechnet zu

$$V = l \cdot \left((d + \frac{1}{2}\Delta d)^2 - (d - \frac{1}{2}\Delta d)^2 \right) \cdot \frac{\Delta\delta}{2},$$
 (5.28)

Wobei Δd die Ausdehnung des Segmentes in d und $\Delta \delta$ entsprechend die Ausdehnung in δ darstellt. Dies geschieht für beide Volumenelemente, die aufaddiert das Volumen des jeweiligen Segmentes ergeben.

5.3.2 Umwandlung der Wahrscheinlichkeitsdichten mittels Splinefit

Die auf diese Weise erhaltenen Wahrscheinlichkeitsdichten können tabelliert gespeichert werden. Diese Tabellen für den kompletten IceCube-Detektor sind zu groß um sie während der Spurrekonstruktion im Arbeitsspeicher abzulegen und sie jedesmal von der Festplatte zu lesen dauert zu lange, daher werden sogenannte Splines verwendet, das heißt die erzeugt Wahrscheinlichkeitsdichte wird in Intervallen mit Polynomen niedriger Ordnung angenähert, diese Funktionen können dann erheblich platzsparender gespeichert werden, als die vollständigen Tabellen. In Abbildung 5.17 sind beispielhaft einige der erzeugten Wahrscheinlichkeitsdichten dargestellt.

5.3 Entwicklung einer verbesserten Wahrscheinlichkeitsdichte



Abbildung 5.17: Splinefit der Wahrscheinlichkeitsdichte, Angaben oben beziehen sich auf das Myon, dargestellt sind unterschiedliche Winkel δ [19]

5.3.3 Rekonstruktion mit neuer Wahrscheinlichkeitsdichte

Aus technischen Gründen ist bisher nur ein sehr kleiner Datensatz mit MPE Rekonstruktion auf Basis der neuen Wahrscheinlichkeitsdichte verfügbar. Es reicht aber um eine erste Analyse mit der in dieser Arbeit vorgestellten Methode zu machen. In Abbildung 5.18 sieht man, dass insbesondere die sehr kurzen Entfernungen bis 5 m wesentlich besser rekonstruiert werden, als beim MPE Schätzer (vergleiche Abbildung 5.13) auf Basis der Pandelfunktion. Die Abweichung bei Entfernungen bis 30 m scheint noch immer zu bestehen, hierbei handelt es sich offenbar um einen systematischen Effekt der MPE Rekonstruktion. Detailliertere Vergleiche können erst mit einem deutlich größeren Datensatz angestellt werden.

5 Analyse



Abbildung 5.18: Kolmogorow Smirnow Test der Residuenzeitverteilungen von wahrer und mittels MPE mit neuer Wahrscheinlichkeitsdichte rekonstruierter Spur

6 Zusammenfassung

Der MPE Schätzer, das wichtigste Werkzeug zur Myonspurrekonstruktion bei IceCube liefert schon jetzt sehr gute Ergebnisse. Der Ansatz zur Erweiterung des MPE Schätzers um auch die Zeitinformation späterer Treffer mit einzubeziehen bietet zwar eine theoretische Möglichkeit zur Verbesserung, ist allerdings sehr aufwendig.

Dagegen ist die Entwicklung einer neuen Wahrscheinlichkeitsdichte für den MPE Schätzer nach ersten Analysen eine spürbare Verbesserung, die potentiell sogar noch besser werden könnte, wenn das Eismodell genauer wird.

Mit dem vorgestellten Analysealgorythmus für die Residuenzeitverteilungen könnte man in einer weiterführenden Arbeit untersuchen, wie man das Verhalten des MPE Schätzers bei Entfernungen unterhalb einer Streulänge beeinflussen kann, damit die Residuenzeit nicht mehr so deutlich zum Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichte verschoben wird.

Literaturverzeichnis

- [1] ABBASI, R. u.a.: Calibration and Characterization of the IceCube Photomultiplier Tube. http://arxiv.org/abs/1002.2442v1. Version: 2010
- [2] ACKERMANN, M. u. a.: Optical properties of deep glacial ice at the South Pole. In: Journal of Geophysical Research 111 (2006)
- [3] AHRENS, Jens u.a.: Muon track reconstruction and data selection techniques in AMANDA. In: Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 524 (2004), S. 169–194
- [4] BIRD, D.J. u.a.: The cosmic-ray energy spectrum observed by the Fly's Eye. In: Astrophysical Journal, Part 1 424 (1994), S. 491–502
- [5] BOGDAN POVH, Cristoph S. Klaus Rith R. Klaus Rith; ZETSCHE, Frank: Teilchen und Kerne. Springer-Verlag, 2006
- [6] CHIRKIN, Dmitry: Study of South Pole ice transparency with IceCube flashers
- [7] CHIRKIN, Dmitry RHODE, Wolfgang: Propagating : lep-Muon tonsthrough matterwith Monte Carlo(MMC).http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:hep-ph/0407075. Version: 2004
- [8] CZADO, Claudia ; SCHMIDT, Thorsten: *Mathematische Statistik*. Springer-Verlag, 2011
- [9] EIJNDHOVEN, N. van ; FADIRAN, O. ; JAPARIDZE, G.: Implementation of a Gauss convoluted Pandel PDF for track reconstruction in Neutrino Telescopes. In: Astroparticle Physics 28 (2007), S. 456–462
- [10] HERNANDEZ, P.: Neutrino Physics. In: CERN Yellow Report CERN-2010-001 (2010), S. 229–278
- [11] ICECUBE: *wiki*. wiki.icecube.wisc.edu
- [12] ICECUBE-COLLABORATION, The: *IceCube South Pole Neutrino Detector*. http://icecube.wisc.edu. Version: März 2011
- [13] ICETRAY-SOFTWARE: I3constants.h. 2010
- [14] KÖPKE, Lutz: Time ordered probability densities in IceCube

Literaturverzeichnis

- [15] LUNDBERG, J. u. a.: Light tracking through ice and water Scattering and absorption in heterogenous media with Photonics. In: Nucl.Instrum.Meth.A 581 (2007), S. 619– 631
- [16] MANN, Robert: An Introduction to Particle Physics and the Standard Model. 1. CRC Press, 2010. – ISBN 978–1–4200–8298–2 (Hardback)
- [17] PANDEL, D.: Diploma Thesis, Humboldt-Universität zu Berlin, Diplomarbeit, 1996
- [18] SCHATTO, Kai: Persönliche Mitteilung bezüglich der Winkeldefinition. 2010
- [19] SCHATTO, Kai: Infinite muon phototable production with ppc. wiki.icecube.wisc.edu. Version: 2011
- [20] SCHMELLING, Michael: Averaging Correlated Data. In: Physica Scripta 51 (1995), S. 676–679
- [21] SCHULTE, Lukas: Supernova Detection in a future Extension of the IceCube Neutrino Telescope, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Diplomarbeit, 2011
- [22] V.G.GURZADYAN ; A.A.KOCHARYAN: Kolmogorov stochasticity parameter measuring the randomness in Cosmic Microwave Background. In: A & A 492 (2008)
- [23] WIEBUSCH, Christopher Henrik V.: The Detection of Faint Light in Deep Underwater Neutrino Telescopes, Rheinisch Westfälische Technische Hochschule Aachen, Diss., 1995

Danksagung

Ich bedanke mich bei dem Betreuer meiner Arbeit Prof. Dr. Lutz Köpke, der mir nicht nur erlaubt hat, meine Arbeit als externes Mitglied seiner Arbeitsgruppe zu schreiben, sondern auch viel Verständnis hatte für die Schwierigkeiten, die das Vater werden und sein mit sich bringt.

Danke an meine Kollegen aus der IceCube Arbeitsgruppe, insbesondere Jan Lünemann, der auf meine unzähligen Fragen immer mit viel Geduld reagiert hat.

Weiterhin gilt mein Dank Prof. Dr. Dieter Horns, der sich bereiterklärt hat, meine Arbeit als Vertreter der Universität Hamburg zu betreuen.

Besonders danken möchte ich meinen Eltern, die mich in allen Höhen und Tiefen meines Studiums stets unterstützt haben, meiner Freundin Steffi, die mir den Rücken gestärkt und es mir überhaupt erst möglich gemacht hat, nach Mainz zu ziehen und meinem Sohn Mattis, dessen glückliches Lächeln mir in den wenigen Wochen, die er auf der Welt ist, schon so manches Mal die beste Motivation gewesen ist.

Selbständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Ort, Datum

Unterschrift