



Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Bachelorarbeit

Charakterisierung der Eigenschaften von Strawtubes bei unterschiedlichen Druckverhältnissen

im Studiengang Physik

an der

Universität Hamburg

Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften

Fachbereich Physik

Autor:	Wenyi Zhao
Matrikelnummer:	7547734
Erstgutachter:	Prof. Dr. Caren Hagner
Zweitgutachter:	Dr. Daniel Bick
Vorgelegt am :	17. November 2025

Abstract

For the new SHiP research project, the straw tracker, which consists of over 10,000 straw tubes, is an essential component for precisely measuring the tracks of secondary particles emitted from the decay of hidden particles. However, straw tubes are newer and less well understood, and they have the problem of sagging under excess pressure. For this reason, this work investigates the deformation of straw tubes at different air pressure levels. Within the scope of this work, the linear dependence between tensile force and overpressure in the straw and the weight gain per length per pressure increase can be determined, namely $u_{\text{Exp}} = (-2,316 \pm 0,2408) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$, which agrees with the theory. This increases the reliability of the model. This confirms the reliability of the model $\left(\frac{s}{x_s}\right)_{\text{Theo}}$ and the sag of the straw s can be predicted using the model, where x_0 is the midpoint of the straw.

Zusammenfassung

Für das neue Forschungsprojekt SHiP ist der Strawtracker, der aus über 10000 Strawtubes besteht, der essentielle Bestandteil, um die Spur der geladenen Sekundärteilchen aus dem Zerfall der Hidden-Teilchen präzise zu messen. Allerdings sind Strawtubes neuer und schlechter verstanden und haben das Problem des Durchhangs des Straws unter Überdruck. Aus diesem Grund untersucht diese Arbeit die Deformation von Strawtubes bei unterschiedlichen Luftdruckniveau. Im Rahmen dieser Arbeit lässt sich die lineare Abhängigkeit zwischen Zugkraft und Überdruck im Straw und der Gewichtszunahme pro Länge pro Druckanstieg bestimmen, nämlich $u_{\text{Exp}} = (-2,316 \pm 0,2408) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$, was mit der Theorie überstimmt. Damit wird die Zuverlässigkeit des Modells $\left(\frac{s}{x_s}\right)_{\text{Theo}}$ bestätigt und anhand dem Modell lässt sich der Durchhang des Straw s vorhergesagen, wobei x_0 der Mittelpunkt des Straws ist.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Das SHiP-Experiment	3
2.1	Strawtubes Funktionsweise	4
3	Experimentelle Untersuchung	6
3.1	Aufbau des Experiments und Durchführung	7
3.1.1	Aufbau des Experiments	7
3.1.2	Aufbau des Druckmesssystems	11
3.1.3	Justage des Mikroskops	11
3.1.4	Wahl der Messpositionen	12
3.1.5	Wahl der Vorspannungen	14
3.1.6	Messdurchführung	14
3.1.7	Bestimmung der Federkonstante	17
3.2	Bildverarbeitung und Datenerfassung	17
3.3	Datenauswertung und -analyse	19
3.3.1	Bestimmung der Federkonstante	19
3.3.2	Druck–Zugkraft–Beziehung	20
3.3.3	Bestimmung des Durchhangs	23
3.4	Maximaler Durchhang–Zugkraft–Beziehung	23
3.4.1	Auswahl der Modellfunktionen	24
3.4.2	Ergebnisse	28
3.5	Diskussion	33
4	Zusammenfassung und Ausblick	35
	Eidesstattliche Erklärung	38

Abbildungsverzeichnis

2.1	Überblick des SHiPs in ECN3 [9]	4
3.1	Strawhalter mit einem Anschluss an Druckluft.	8
3.2	Strawhalter mit einem Gewinde, auf dem eine Feder und eine Einstell- scheibe sitzen.	8
3.3	Messung des Abstands zwischen dem Endstück und der Einstellscheibe auf dem Gewinde äquivalent der Vorspannung	9
3.4	Ausrichtung des Mikroskops und des Lineals zur Bestimmung der Position der oberen Kante des Straws	9
3.5	Druckluftquelle	10
3.6	Schematischer Messaufbau	10
3.7	Druckmesssystem	11
3.8	Dino-Lite digitales Mikroskop	12
3.9	Mikroskopkopf	13
3.10	Schematische Darstellung der Messpositionen	13
3.11	Screenshot des Lineals bei der Vorspannung von 38,30 mm an der Mess- position IV und der erste Skalenstrich liegt bei 6,30 cm	16
3.12	Screenshot des Strawdurchhangs unter 1,00 bar bei der Vorspannung von 38,30 mm an der Messposition IV	16
3.13	Messaufbau zur Bestimmung der Federkonstante	18
3.14	Bestimmung der Federkonstante k aus der linearen Beziehung zwischen Federlänge L und Druckkraft F	19
3.15	Druck-Kraft-Beziehung	21
3.16	Steigung bei unterschiedlichen Vorspannungen	22
3.17	Strawdurchhang bei 0,75 bar und die dargestellten Positionen erscheinen von links nach rechts in der Reihenfolge von Nullstelle, Messposition I, Messposition II, Messposition III, Messposition IV und Messposition V	24
3.18	Gefitteter Durchhang in Abhängigkeit von Position der Vorspannung von 36,95 mm	28
3.19	Gefittete Durchhänge in Abhängigkeit von Zugkraft von 36,95 mm	29
3.20	$\frac{s}{x_s^2}$ in Abhängigkeit von Zugkraft von 36,95 mm	30
3.21	k in Abhängigkeit von T_0	32

3.22 Experimentelle Werte von b in s/x_s	33
--	----

Tabellenverzeichnis

3.1	Vorspannungen und Ihre entsprechende Federlänge bei 0 bar	15
3.2	Gefittete Parameter für die Druck-Kraft-Beziehung	21
3.3	Vorspannungen und Ihre Fitparameter für $\frac{s}{x_s^2}$	31
3.4	Theoretische Parameter für $\frac{s}{x_s^2}$	31

1 Einleitung

Das Standardmodell liefert keine vollständige Beschreibung aller physikalische Phänomene in der Natur. Um offene Fragen im Standardmodell zu identifizieren und neue Physik und neue Teilchen in sehr seltenen Prozessen finden zu können, ist ein Experiment im Gegensatz zum LHC (Large Hadron Collider) nicht bei hohen Energien, sondern mit hoher Intensität eines Protonenstrahls erforderlich. Dafür ist SHiP geplant, welches einen SST (Spectrometer Straw Tracker) enthält, der aus über 10000 Strawtubes besteht, um die Spur der geladenen Sekundärteilchen aus dem Zerfall der Hidden-Teilchen möglichst präzise zu vermessen und um entscheiden zu können, ob diese aus dem gleichen Vertex stammen.

Strawtubes sind gasgefüllte Teilchendetektoren, die aus einem dünnwandigen Mylar-Rohr mit Kupfer- und Goldbeschichtung und einem in der Mitte des Rohrs gespannten Draht bestehen. Da mit einer niedrigen Rate von Signalereignissen gerechnet wird, ist ein niedriger Untergrund höchste Priorität. Strawtubes sind, bedingt durch ihre sehr dünne Rohrwand von $36\text{ }\mu\text{m}$, besser geeignet für das SHiP-Experiment als klassische Driftröhren, was sich vor allem auf ihre niedrige Vielfachstreuungsrate und minimalen Energieverlust beim Teilchendurchgang zurückführen lässt. Allerdings sind Strawtubes neuer und schlechter verstanden und haben das Problem des Durchhangs des Straws aufgrund des Fließens des Mylars unter Überdruck. Somit weicht der Draht mit Druckanstieg von der Mitte ab, was im laufenden Experiment, wenn eine hohe Anzahl verbaut wird, problematisch sein kann, insbesondere wenn der schlimmste Fall eintritt und es zu Kurzschlüssen zwischen Draht und Rohr unter Hochspannung kommt, was mechanische Schäden am Detektor verursachen kann. Vor diesem Hintergrund verfolgt diese Arbeit das Ziel, diesen Durchhang genau zu verstehen und zu charakterisieren, um dem entgegenzuwirken und gleichzeitig ein erfolgreiches Experiment gewährleisten zu können. Dies kann durch Messungen des Durchhangs bei variiertem Überdruck an mehreren Stellen eines Straws ohne Draht und Messungen der in diesem Prozess einwirkenden Zugkraft realisiert werden. Die genaue Durchführung wird in Kapitel 3.1 näher beschrieben.

In Kapitel 2 werden das SHiP-Experiment und die Funktionsweise der Strawtubes näher erklärt, um die Motivation der vorliegenden Untersuchung zu verdeutlichen. Anschließend wird in Kapitel 3.1 die experimentellen Untersuchung, inklusive ihres Aufbaus und Durchführung, beschrieben, während in Kapitel 3.2 und Kapitel 3.3 die Datenerfassung der Messdaten und eine Datenauswertung zu finden sind. Daraufgehend wird in Kapitel 3.4 über den Zusammenhang zwischen Zugkraft und maximalem Durchhang in der Mitte

des Straws diskutiert. Die Fehlerdiskussion wird in Kapitel 3.5 ausgeführt. In Kapitel 4 schließt die Arbeit mit einer Zusammenfassung und einem kurzen Ausblick auf zukünftige Weiterentwicklung von Strawtubes.

2 Das SHiP-Experiment

Das SHiP-Experiment (Search for Hidden Particles Experiment) ist ein Experiment im Rahmen des HI-ECN3 (High Intensity ECN3) Projektes in der BDF (Beam Dump Facility) am CERN am SPS, dem Super Proton Synchrotron Beschleuniger, das als ein Komplement zu den LHC (Large Hadron Collider) - Experimenten in der Zukunft aufgebaut wird, um nach langlebigen FIPs (Freebly-Interacting Particles) im Massenbereich von $0,5 - 5 \text{ GeV}/c^2$ zu suchen, während der LHC auf der Suche nach neuen schweren Teilchen mit Massen im GeV- bis TeV-Bereich ist. Die FIPs, auch Hidden-Teilchen genannt, sind hypothetische BSM (Beyond the Standard Modell)-Teilchen, für deren Existenz bisher kein experimenteller Hinweis existiert. Diese Teilchen sind beispielsweise dunkle Photonen, Axionen, ALPs (Axion-like Particles), und schwere neutrale Leptonen. Ihr Wechselwirkungsquerschnitt ist kleiner als der von schwach wechselwirkenden Teilchen [9].

Für das SHiP Experiment soll ein 400 GeV Protonenstrahl des SPS am Cern verwendet werden. Die Protonen werden mit einer sehr hohen Intensität von $4 \cdot 10^{19}$ Protonen pro Jahr wiederholt auf ein Target geschossen, um eine beträchtliche Menge von Sekundärteilchen zu produzieren und die Suche nach FIPs zu ermöglichen. Da viele Myonen am Target produziert werden, wird ein magnetisches Myonen-Schild neben dem Target eingebaut, um die Myonen abzulenken. Als Folge bleiben nur noch die Myonen unter 100 kHz im Akzeptanzbereich der Detektoren übrig. Darauf folgt ein SND (Scattering and Neutrino Detector) für die Entdeckung der Tau-Antineutrinos und die Untersuchung von LDM (Light Dark Matter). Da mit einer niedrigen Rate von Signalereignissen gerechnet wird, ist ein niedriger Untergrund höchste Priorität. Der Zerfall der neutralen langlebigen Hidden-Teilchen findet anschließend im HSDS (Hidden Sector Decay Spectrometer) statt, das aus einem unter 1 bar mit Helium gefüllten 50 m langen Kammer und SST (Spectrometer Straw Tracker) besteht, um die Spur der geladenen Sekundärteilchen im SST möglichst präzise zu vermessen und um entscheiden zu können, ob diese aus dem gleichen Vertex stammen. Weiterhin werden noch ein Timing-Detektor für einen globalen Zeitstempel für die am SHiP-Experiment registrierten Ereignisse und ein Kalorimeter zur Teilchenidentifikation als letzte zwei Komponente des Aufbaus installiert. Der Aufbau des SHiP-Experiments wird in Abbildung 2.1 dargestellt [9, 10].

Der Spektrometer-Straw-Tracker des SHiP-Experiments besteht aus circa 10000 Strawtubes mit unterschiedlicher Ausrichtung der Straws. Strawtubes sind gasgefüllte Teilchendetektoren, die zur präzisen Bestimmung von Spuren geladener Teilchen verwendet werden.

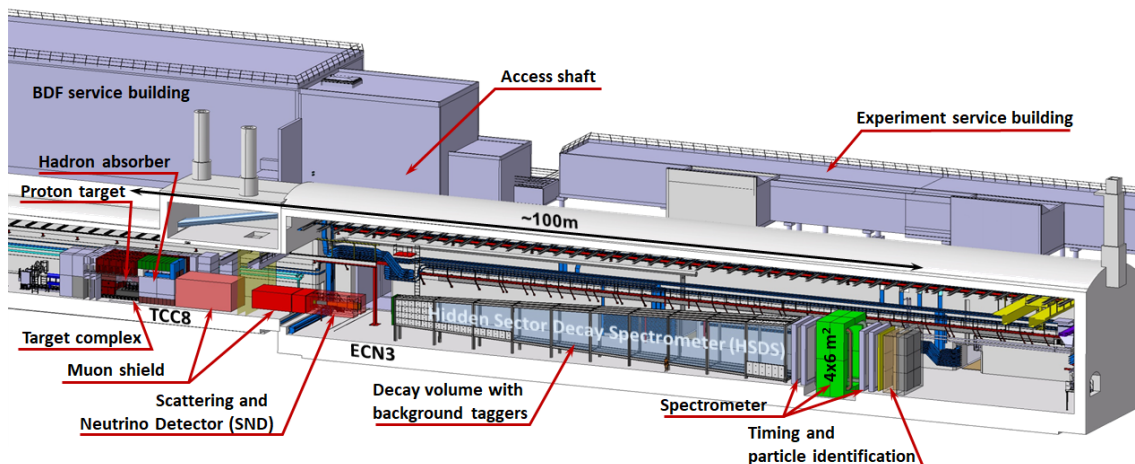


Abbildung 2.1: Überblick des SHiPs in ECN3 [9]

Mit einer Strawtube kann nur ein Driftradius, nämlich der Abstand des Teilchendurchgangs zur Mitte des Straws, wo der Signal erzeugt wird, bestimmt werden, ohne zu wissen, aus welcher Richtung die Teilchen kommen. Aus diesem Grund werden mindestens drei Tubes für eine Spurbestimmung verwendet, die möglichst auch einen Winkel zueinander haben. [3] Die genaue Funktionsweise von Strawtubes wird im nächsten Abschnitt erläutert.

2.1 Strawtubes Funktionsweise

Strawtubes bestehen aus einem elektrisch leitfähigen zylindrischen Rohr aus einer von Kupfer und Gold beschichteten Mylar-Folie und einem in der Mitte des Rohrs gespannten Draht. Zwischen dem Rohr und dem Draht wird eine Hochspannung von einigen tausend Volt angelegt, sodass der zentrale Draht ein hohes Potential hat und als Anode dient, während das Rohr als Kathode fungiert. Damit entsteht ein zylindersymmetrisches elektrisches Feld in der Driftröhre. Zudem wird die Strawtube mit einer Gasmischung gefüllt. Beim Durchgang durch das Rohr wechselwirken geladenen Teilchen mit den Hüllenelektronen der Gasatomen und ionisieren diese entlang ihrer Bahn und verlieren durch Stöße und Ionisation Energie. Diese freigesetzten Elektronen werden durch das elektrische Feld zu dem Draht beschleunigt, während die Ionen zum Rohr driften. Auf dem Weg zum Draht erreichen die Elektronen eine hohe kinetische Energie und ionisieren weitere Atome. Besonders in der Nähe des Drahts entsteht aufgrund der hohen Feldstärke eine Ladungslawine und die primär freigesetzten Elektronen werden um einen Gasverstärkungsfaktor von 10^4 bis 10^6 vervielfacht. Das Auslösen der Ladungslawine wird als Sekundärionisation bezeichnet, die das ursprünglich sehr schwache Signal messbar macht. Gegenüber der Elektronen am Draht tragen die Ionen hauptsächlich zur Erzeugung des elektrischen Signals bei. Die bewegten Ladungen, also die Elektronen und Ionen im

elektrischen Feld, gewinnen kinetische Energie aus dem Feld, wodurch ein messbarer Stromimpuls am Draht induziert wird, um die fehlende Energie zu kompensieren. Die Elektronen am Draht erzeugen aufgrund des sehr kurzen Driftwegs am Draht sehr kurze Stromimpulse, während die Ionen am Draht einen längeren Driftweg zur Kathode haben und größere Masse besitzen und daher über längere Zeit im Feld Stromimpulse induzieren, sodass der Signalanteil der Ionen viel stärker ist [6, 7]. Die Ortsmessung bei Strawtubes basiert auf einer Zeitmessung. Um die Driftzeit bzw. ein Startsignal zu bekommen, wird noch ein Triggersystem benötigt, das Triggersignal angibt, wenn die Teilchen in den Detektor eintreten. Anhand der Driftzeit t_{Drift} wird der Abstand des Teilchendurchgangs zum Draht bestimmt. Somit werden mehrere Strawdetektoren benötigt, um eine genaue Ortsbestimmung zu bekommen [7].

3 Experimentelle Untersuchung

Eine Bestimmung des Orts der detektierten geladenen Teilchen in Strawtubes hängt stark von der geometrischen Beziehung von dem Straw und dem Draht ab. Deswegen muss sich der gespannte Draht in der Mitte des Straws befinden. Der Draht ist an beiden Ende des Straws befestigt. Wenn eine Druckdifferenz zwischen Innendruck und Außendruck existiert, verändert sich die Zugspannung am Straw aufgrund der Eigenschaft des Materials des Straws. Die Mylarfolie wird je nach Über- oder Unterdruck ausgedehnt oder zusammengedrückt. Das führt dazu, dass bei Überdruck die beiden Befestigungspunkte eventuell mehr auseinander gedrückt werden und der Draht bei zu hohem Innendruck reißen kann oder dass bei Unterdruck die beiden Befestigungspunkte näher zusammenrücken und der Draht entspannt wird. In beiden Fällen weicht der Draht von der Mitte des Straws ab, weil der Straw bei Überdruck mehr und bei Unterdruck weniger Durchhang bekommt [3]. Das führt zu einer Veränderung des elektrischen Feldes in der Strawtube und anschließend zu einer großen Messabweichung. Wenn der Durchhang des Straws viel größer ist als der des Drahtes oder umgekehrt, kann der Draht die Wand des Straws berühren und ein Kurzschluss entstehen. Der Draht kann als Folge gebrochen werden oder sich verformen und die Mylar-Folie kann an der Kontaktstelle angeschmolzen werden. Daher ist es essenziell für die Entwicklung der Strawtube die mechanische Eigenschaft des Straws bzw. des Drahts zu untersuchen. Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wird der Durchhang des Straws in Abhängigkeit der Zugkraft unter Überdruck untersucht und charakterisiert. Dies kann mit Messungen bei variiertem Luftdruck von einem Straw ohne Draht realisiert werden. In diesem Kapitel wird die Untersuchung des Straws detailliert vorgestellt. Im Abschnitt 3.1 werden der Aufbau des Experiments, die durchgeführten Messungen und das Messverfahren beschrieben. Anschließend wird im Abschnitt 3.2 das Prinzip der Datenerhebung bzw. der Bildverarbeitung erklärt. Die Bestimmung des Durchhangs, die Bestimmung der Federkonstante sowie der Zugkraft werden im Abschnitt 3.3 präsentiert und diskutiert. In dem folgenden Abschnitt 3.4 wird daraus abgeleitet, welche Zusammenhänge zwischen dem Durchhang des Straws und dem Überdrucksowie der Zugkraft besteht. Zum Schluss schließt das Kapitel mit einem Ausblick sowie eine Diskussion über das Endergebnis im Abschnitt 3.5, welches in Zukunft der Weiterentwicklung vom Strawtracker dienen könnte.

3.1 Aufbau des Experiments und Durchführung

Das Ziel des Experiments ist, den Zusammenhang von Druck, Zugkraft und Durchhang des Straws zu untersuchen. Im Folgenden werden das Experiment zur Bestimmung des Durchhangs des Straws, die Methode zur Druckmessung und die Messungen der von einer Druckfeder auf den Straw ausgeübten Zugkraft dargestellt.

3.1.1 Aufbau des Experiments

Die Durchführung der Messung findet bei einer Teststation statt, bei der ein etwa 5 m langer Straw mit einem Durchmesser von 2 cm über mehreren Tischen horizontal montiert wird. Der Straw besteht aus einer 36 μm dünnen Mylar-Folie mit einer Beschichtung von 50 nm Cu und 20 nm Au. Die beiden Enden des Straws werden auf zwei Strawhalter aus Aluminium fest geklebt und abgedichtet, sodass der Straw auf einem Montagerahmen aus Aluminium gebracht werden kann und ein Überdruck bei der Einführung von Druckluft in den Straw ermöglicht wird. Ein Strawhalter ist mit einem Anschluss an Druckluft am Montagerahmen befestigt, wie in Abbildung 3.1 zu sehen ist. Aufgrund eines Lecks wird die Stelle mit Dichtungsband und durchsichtigem Klebeband umwickelt und abgedichtet. Der andere Strawhalter ist mit einem Außengewinde ausgestattet, das durch ein Loch einer gegenüberliegenden Aluminiumplatte gesteckt und dadurch gelagert wird. Anschließend sitzen noch eine Druckfeder und eine Einstellscheibe auf dem Gewinde, wie in Abbildung 3.2 gezeigt. Das Loch auf der Einstellscheibe ist groß genug, sodass das Gewinde nicht klemmt. Damit wird die Feder bei Druckänderungen aufgrund der Deformation des Straws entspannt oder zusammengedrückt und unterschiedliche Vorspannungen werden vor der Durchführung der Messungen durch das Schrauben der Einstellscheibe auf dem Gewinde ermöglicht.

Um die horizontale Ausdehnung des Straws bei unterschiedlichen Überdruckverhältnissen und die auf den Straw wirkende Zugkraft zu bestimmen, werden die Länge der mit dem Straw verklebten Strawhalter, der Abstand dieser zur Einstellscheibe auf dem Gewinde (siehe Abbildung 3.3), die Dicke der die Gewindestange des Straws lagernden Metallplatte (siehe Abbildung 3.2) und die sich verändernde Federlänge mit einem Messschieber gemessen. Da die Einstellscheibe durch den Federdruck fest an die Gewindeflanken gedrückt wird, bedarf es gezielter Justiertierung dieser Einstellscheibe, um die Vorspannung, nämlich einen gleichbleibenden Abstand zwischen der Stirnfläche des Endstücks zur Einstellscheibe bei sich verändernden Abstand von Metallplatte zur Einstellscheibe bzw. der Länge der Druckfeder, zu regeln.

Zur Bestimmung des Durchhangs des Straws wird ein Dino-Lite digitales Mikroskop auf die Messstelle ausgerichtet und ein ausgedrucktes Lineal auf einen Aluminium-Block geklebt und hinter der Messstelle nah an den Straw herangestellt, wie in Abbildung 3.4

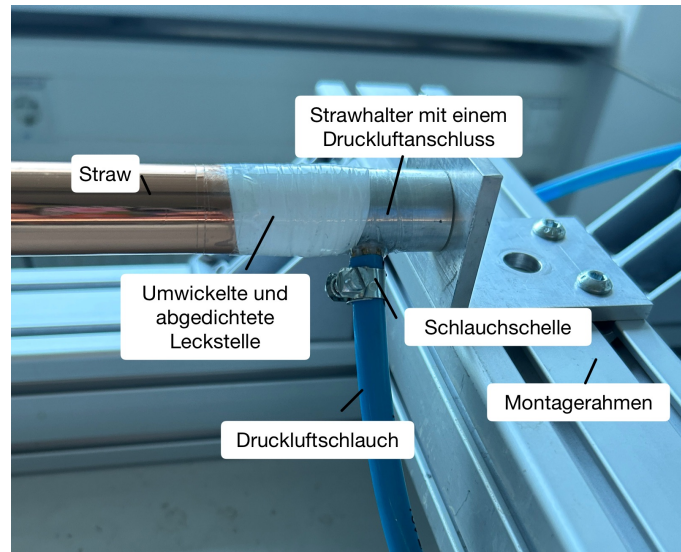


Abbildung 3.1: Strawhalter mit einem Anschluss an Druckluft.

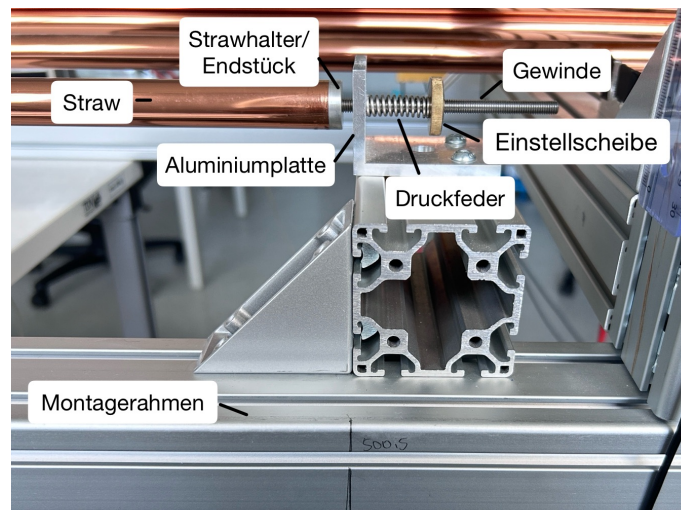


Abbildung 3.2: Strawhalter mit einem Gewinde, auf dem eine Feder und eine Einstellscheibe sitzen.

dargestellt, sodass sich die Stelle der Strawkante des Straws und die Skalenstriche im Foto pixelweise lesen und in Millimeter umrechnen lassen. Das Mikroskop wird auf einem Mikroskophalter installiert, der eine Einstellung der Position des Mikroskops in der Höhe, im Abstand zu dem Straw und entlang des Straws ermöglicht. Leider ist der Halter nicht ausreichend stabil. Nach einer Einstellung der Position des Mikroskops, die für alle Messpositionen und für alle Vorspannungen unter Druckänderungen geeignet ist, wird die Position des Mikroskop mit einem Klebeband befestigt, sodass die Position des Mikroskop nicht ständig neu eingestellt werden muss und der Messprozess nicht wegen der Instabilität des Halters verlangsamt wird. Der Halter enthält noch eine Grundplatte, welche die Montage des Mikroskop am Montagerahmen und eine Ausrichtung des Mikroskops entlang des Straws ermöglicht.

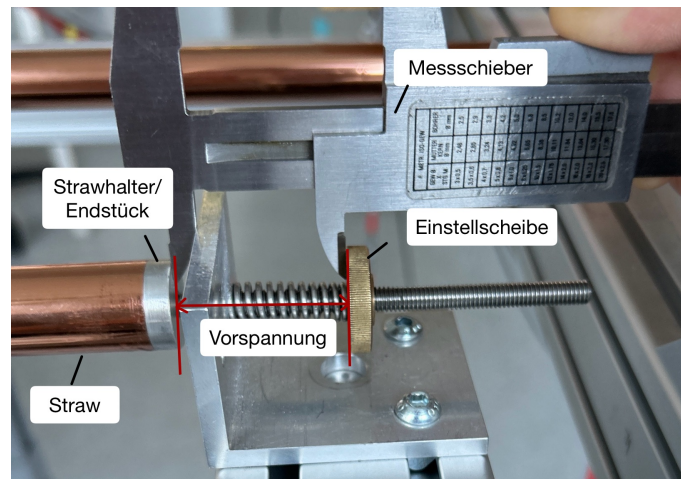


Abbildung 3.3: Messung des Abstands zwischen dem Endstück und der Einstellscheibe auf dem Gewinde äquivalent der Vorspannung

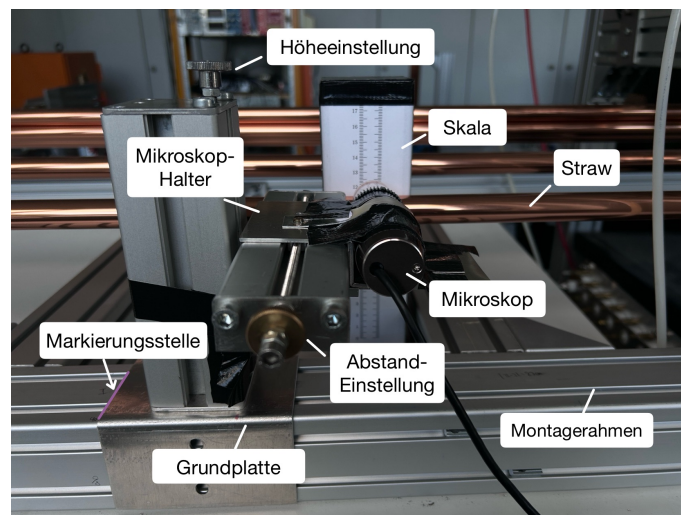


Abbildung 3.4: Ausrichtung des Mikroskops und des Lineals zur Bestimmung der Position der oberen Kante des Straws

Um ein präzises Messergebnis zu erhalten, werden fünf Messpositionen entlang des Straws gewählt und die Messungen jeweils bei jeder Vorspannung dreimal wiederholt. Im Laufe der Messungen bei jeder Vorspannung wird das Mikroskop entlang des Montagerahmens an die Messpositionen bewegt. Um dieselbe Messpositionen immer wieder zu erreichen werden die äußersten linken Kante des Mikroskophalters am Montagerahmen markiert, sodass die tatsächliche Messpositionen durch die Messungen des Abstands zwischen der äußersten linken Kante des Mikroskophalters und dem Mittelpunkt des Mikroskops umgerechnet werden können. Dafür werden ein Maßband mit einer Genauigkeit von bis zu 1 mm und ein Messschieber mit einer Genauigkeit von bis zu 0,05 mm verwendet.

Der Druckluftanschluss des Experiments ist mit einem an die Drucklufthauptleitung angeschlossenen Druckminderer verbunden, mit dem der Betriebsdruck auf unter 2 bar

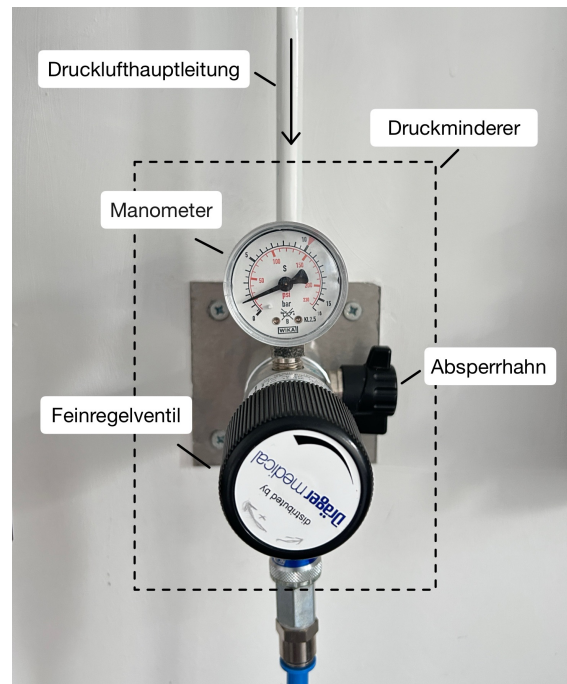


Abbildung 3.5: Druckluftquelle

geregelt werden kann. Der Aufbau des Druckminderers ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Der Druckminderer besteht aus einem Manometer, einem Feinregelventil und einem Absperrhahn. Nach dem Aufdrehen des Absperrhahns läuft die Druckluft von der Drucklufthauptleitung in das Feinregelventil, mit dem sich der kommende Luftdruck nach Bedarf einstellen lässt. Der Überdruck wird von dem Manometer angezeigt. Anschließend wird ein Filtereinheit angeschlossen, sodass saubere Druckluft den Messungen zur Verfügung steht. Für eine genaue Bestimmung des Drucks im Straw ist das Manometer von dem Druckminderer nicht ausreichend. Daher wird ein weiteres Druckmesssystem (siehe Abbildung 3.7) zwischen dem Filter-Druckregelventil und dem Straw aufgebaut, mit dem der Überdruck im Straw mit einer Genauigkeit von bis zu 0,05 bar abgelesen wird. Mit dem Druckmesssystem lässt sich der Luftdruck im Straw bei den Messungen nach Bedarf einstellen und während der Messung die Federlänge ablesen. Der Aufbau des Druckmesssystems wird in dem anschließenden Abschnitt erklärt.

Der gesamte Messaufbau lässt sich in der folgenden Abbildung 3.6 veranschaulichen.

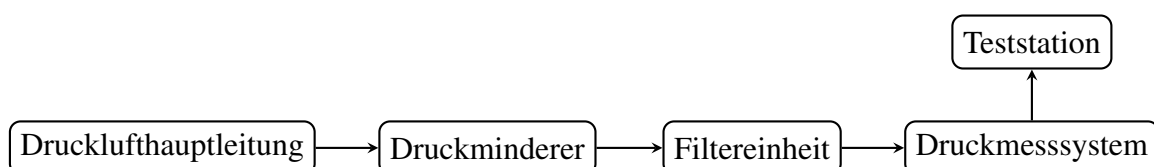


Abbildung 3.6: Schematischer Messaufbau

3.1.2 Aufbau des Druckmesssystems

Das Druckmesssystem (siehe Abbildung 3.7) besteht hauptsächlich aus zwei Absperrventilen, einem selbstaufgebauten Ablassventil, einem Manometer und einem Sicherheitsventil. Um alle Bauteile zusammenzubauen, werden außerdem zwei PVC-Schläuche mit Gewebeeinlage, vier blaue Druckluftschläuche, mehrere Schlauchschellen, zwei T-Schlauchverbinder aus Kunststoff und eine T-Stück-Klemmringverschraubung verwendet. Der Straw ist bis zu 3 bar belastbar. Aufgrund der Leckstelle des Straws wird ein Manometer mit einem Messbereich bis 1,60 bar gewählt, um ein erneutes Aufgehen der reparierten Leckstelle zu vermeiden. Das Manometer und das Sicherheitsventil werden auf den Klemmständer installiert. Ein einzelnes Absperrventil wäre ausreichend für den Aufbau. Das zweite Absperrventil wird aus Sicherheitsgründen eingebaut, um einen zu großen Luftfluss zu vermeiden. Das aufgebaute Druckmesssystem wird nicht nur zur Druckmessung verwendet, sondern auch zur Druckfeineinstellung. Bei der Durchführung der Messungen wird das 2. Absperrventil komplett aufgedreht und das erste Absperrventil wird so aufgedreht, dass der Überdruck unter 1,60 bar liegt. Das Ablassventil lässt die Druckluft ab. Damit kann der Überdruck im Straw nach Bedarf eingestellt werden.

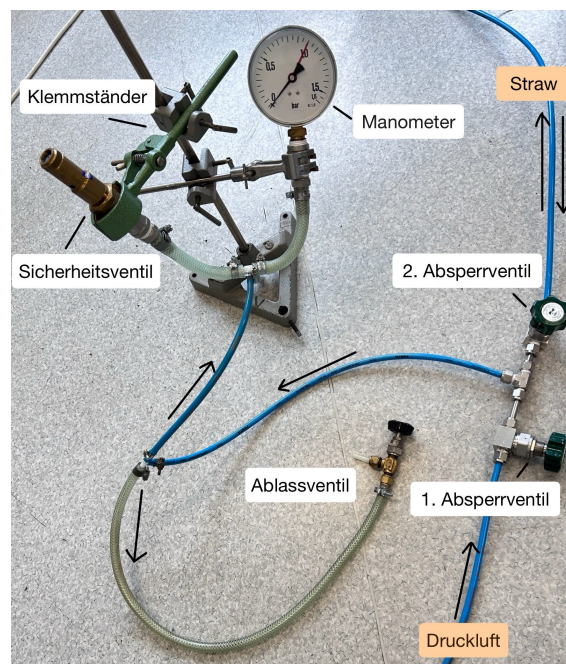


Abbildung 3.7: Druckmesssystem

3.1.3 Justage des Mikroskops

Um den Durchhang des Straws zu bestimmen wird ein Dino-Lite Digital-Mikroskop als Kamera verwendet. Der Fokus und die Belichtung des Mikroskops (siehe Abbildung 3.8) lassen sich einstellen. Da der Durchhang des Straw mithilfe der Bildverarbeitung erkannt

wird, ist es wichtig, dass die Kante trotz der Reflexion von Strawoberfläche gut erkennbar ist. Das heißt, dass es an der Stelle der Kante einen erheblichen Pixelunterschied geben muss. Bei starker Belichtung ist dies allerdings nicht möglich. Gleichzeitig sind die Skalenstriche hinter dem Straw bei geringerer Belichtung schlecht erkennbar. Außerdem muss der Fokus des Mikroskops zwischen der Strawkante und dem Lineal liegen, sodass die Skalenstriche und die Strawkante gleichzeitig gut erkennbar sind. Dafür wird die Skala so nah wie möglich an den Straw herangebracht. Dann wird ein Fokus gesucht, mit dem die Strawkante bei geringerer Belichtung und die Skalen bei der maximalen Belichtung an jeder Messstelle gut erkennbar ist. Da ungleichmäßige Beleuchtung Schatten verursachen kann, werden einige schmale Zuschnitte schwarzen Klebebands im Belichtungsbereich geklebt, wie in Abbildung 3.9 zu sehen ist, um weniger Reflexion der Strawoberfläche und einen deutlichen Schatten an der Strawkante zu erzielen.

Als nächster Schritt wird die passende Höhe des Mikroskops gesucht bzw. eingestellt und mit einem Klebeband fixiert. Die Höhe muss für jede Messstelle und für jede geplante Vorspannung geeignet sein. Damit bleibt die erste abgelesene Strichstelle an derselben Messstelle auch immer gleich. Nach dem Start der Messung werden die Höhe und der Fokus des Mikroskops nicht mehr verändert.

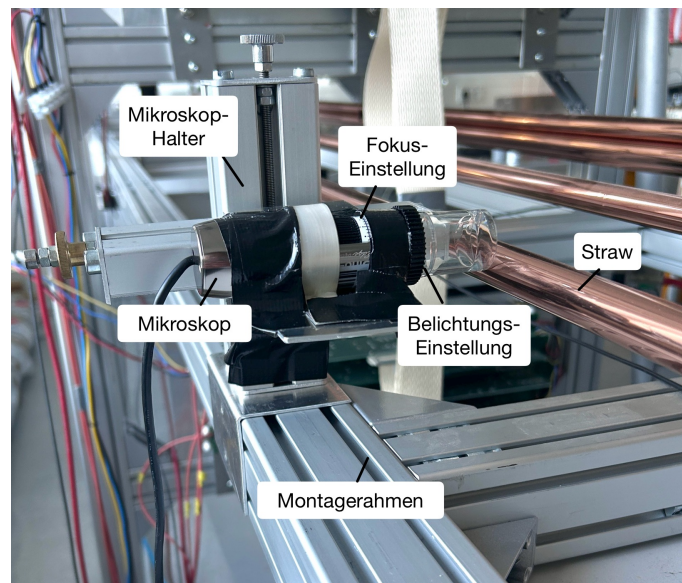


Abbildung 3.8: Dino-Lite digitales Mikroskop

3.1.4 Wahl der Messpositionen

Um ein präzises Messergebnis zu erhalten, werden fünf Messpositionen entlang des Straws gewählt und die Messungen jeweils bei jeder Vorspannung dreimal wiederholt. Die umgerechneten Messpositionen sind in Abbildung 3.10 schematisch dargestellt. Da nur der Strawhalter mit einem Druckluftanschluss im Laufe der Messungen eine feste Position hat

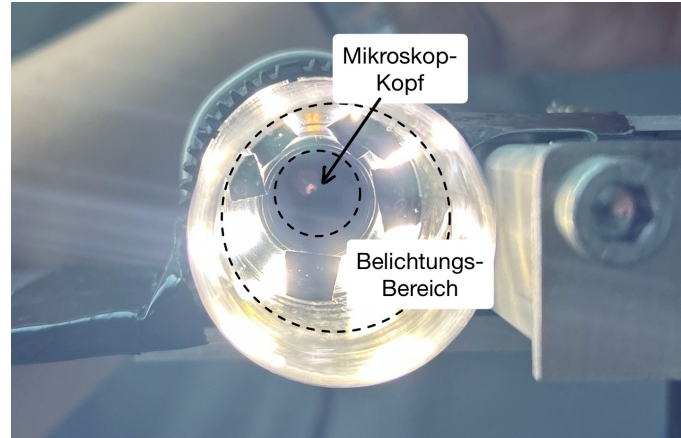


Abbildung 3.9: Mikroskopkopf

und der Straw über die gesamte Länge des Strawhalters verklebt ist, wird die Position des vom Straw bedeckten Strawhalterendes als Nullstelle festgelegt. Durch die Beobachtung der Deformation des Straws bei Druckerhöhungen liegt der maximale Durchhang ungefähr in der Mitte des Straws. Des Weiteren deutet der verkleinerte Abstand zwischen dem Straw und dem Mikroskop bei zunehmendem Luftdruck auf eine radiale Strawsausdehnung unter Überdruck hin. An der Position III lässt sich unter Überdruck der am stärksten verkleinerte Abstand zwischen dem Straw und dem Mikroskop erkennen. An beiden Strawenden ist der Abstand zwischen dem Straw und dem Mikroskop unter Überdruck weniger verringert. Daraus kann abgeleitet werden, dass die stärkste Deformation des Straws etwa in der Mitte liegt und die Deformation von der Mitte zu den Seiten hin abnimmt. Damit ist die Position III als eine Messposition gut motiviert. Die anderen Messpositionen werden so gewählt, dass die Messungen über dem gesamten Straw hinreichend abdecken. Da an einigen Stellen die Skala nicht direkt hinter den Straw hingestellt werden kann, unterscheiden sich die Abstände der Messpositionen um 10 cm bis zu 25 cm, was allerdings keinen Einfluss auf die Auswertung hat.

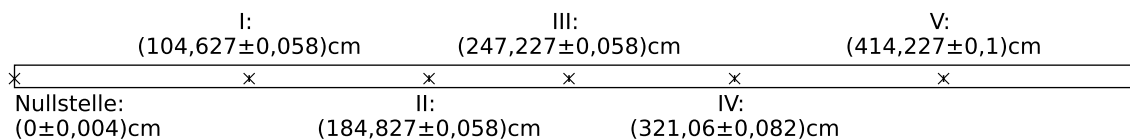


Abbildung 3.10: Schematische Darstellung der Messpositionen

Entlang des Aufbaus werden die Position I, die Länge des Strawhalters an der Nullstelle, die Abstände zwischen jeweils zwei nebeneinander folgenden Positionen jeweils dreimal gemessen, die nach der Mittlung jeweils als $x_1, a, x_{1,2}, x_{2,3}, x_{3,4}, x_{4,5}$ und deren Fehlerabweichungen als $x_{1, \text{err}}, a_{\text{err}}, x_{1,2}^{\text{err}}, x_{2,3}^{\text{err}}, x_{3,4}^{\text{err}}, x_{4,5}^{\text{err}}$ bezeichnet werden. Damit werden alle relativen Positionen $x_{\text{Nullstelle}}, x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV}, x_V$ und ihre Fehlerabweichungen $x_{\text{Nullstelle}}^{\text{err}}$,

$x_1^{\text{err}}, x_{\text{II}}^{\text{err}}, x_{\text{III}}^{\text{err}}, x_{\text{IV}}^{\text{err}}, x_{\text{V}}^{\text{err}}$, die in der Abbildung beschriftet werden, wie im Folgenden berechnet:

$$x_{\text{Nullstelle}} = 0, \quad (3.1)$$

$$x_{\text{Nullstelle}}^{\text{err}} = a_{\text{err}}, \quad (3.2)$$

$$x_1 = x_1 - a, \quad (3.3)$$

$$x_1^{\text{err}} = \sqrt{(x_1^{\text{err}})^2 + (a_{\text{err}})^2}, \quad (3.4)$$

$$x_j = x_{j-1} + x_{i,i+1}, \quad \text{für } j = \text{II}, \dots, \text{V und } i = 1, \dots, 4 \quad (3.5)$$

$$x_j^{\text{err}} = \sqrt{(x_{j-1}^{\text{err}})^2 + (x_{i,i+1}^{\text{err}})^2}, \quad \text{für } j = \text{II}, \dots, \text{V und } i = 1, \dots, 4 \quad (3.6)$$

3.1.5 Wahl der Vorspannungen

Um den Zusammenhang der Zugkraft mit dem Durchhang des Straws zu untersuchen, werden die Vorspannungen, wie in Tabelle 3.1 zu sehen ist, variiert. Die neun Vorspannungen werden durch die Einstellung der Federlänge unter 0 bar realisiert, die sich um etwa 30 mm verändern sollen. Um zu testen, ob es möglich ist, dieselbe Vorspannung nach der Umstellung der Federlänge wieder zu bekommen, wird die Federlänge auf 27,20 mm eingestellt und ergibt sich damit die Messreihe mit einer Vorspannung von 37,85 mm. Aufgrund der Sensibilität der Feder ergibt sich ein 0,08 mm Federlängenunterschied. Wie es in Abbildung 3.1 zu sehen ist, haben die Vorspannungen einen Unterschied von 0,35 mm bei einer Federlängeänderung von 0,08 mm, da die Länge der Vorspannung direkt von der horizontalen Ausdehnung des Straws abhängt und der Straw sehr empfindlich für die Kraftänderungen ist. Somit ist es sehr schwer, die gleiche Vorspannung wieder zu bekommen. Weiterhin gibt es einen gewissen Abstand zwischen dem Strawhalter und der Aluminiumplatte (siehe Abbildung 3.2). Im Laufe der Messungen dürfen der Strawhalter und die Aluminiumplatte keinen Kontakt haben, sodass sich die auf den Straw wirkende horizontale Zugkraft und die horizontale Ausdehnung des Straws messen lassen bzw. sodass die Feder auf den Straw wirken kann. Daher wird diese erste Vorspannung von 34,45 mm so erhalten, dass unter 1,60 bar der Strawhalter einen minimalen Abstand mit der Aluminiumplatte hat. Die Messungen werden mit einer Vorspannung von 40,55 mm beendet, da der Straw mit einer noch größerer Vorspannung schon unter 0 bar einen deutlichen Durchhang aufweist, der in der Praxis auf jeden Fall vermieden muss. Auf diese Weise werden alle neun Vorspannungen für die Messungen ausgesucht.

3.1.6 Messdurchführung

Das Experiment im Rahmen der Bachelorarbeit gliedert sich hauptsächlich in 3 Teile: die Messungen des Strawdurchhangs, die Messungen der Federlänge und die Bestimmung der

Tabelle 3.1: Vorspannungen und Ihre entsprechende Federlänge bei 0 bar

Vorspannung [mm]	Gemittelte Federlänge [mm]
34,45	26,20
35,70	26,48
36,95	26,83
37,40	27,12
37,85	27,20
38,30	27,28
39,15	27,70
39,65	28,00
40,55	28,30

Federkonstante. Im Folgenden werden die ersten zwei Teile erläutert und der Vorgang der Bestimmung der Federkonstante bzw. der Zugkraft wird im nächsten Abschnitt dargelegt.

1. **Messung der Vorspannungen und der Federlängen:** Nach dem Start der Messung wird eine Vorspannung eingestellt und die Vorspannung und die Federlänge werden dreimal gemessen. Dann wird der Absperrhahn aufgedreht. Daraufhin werden die beiden Absperrventile kontrolliert aufgedreht und der Überdruck wird auf 1,60 bar erhöht. Mit dem 1. Absperrventil und dem Ablassventil lässt sich der Überdruck regeln und stabilisieren. Die Federlänge wird damit von 0,00 bis 1,60 bar in Schritten von 0,05 bar mit einem Messschieber dreimal gemessen.
2. **Messung des Strawdurchhangs:** Bei derselben Vorspannung wird die Messung des Strawdurchhangs ebenfalls im Messbereich von 0,00 bis 1,60 bar in Schritten von 0,05 bar durchgeführt. Die Messung wird an jeder Messposition für ein präzises Endergebnis dreimal wiederholt. Vor dem Start der Messung an einer Messposition wird der Luftdruck im Straw zuerst auf knapp über 1,60 bar erhöht. Das Mikroskop wird an den Laptop angeschlossen und die Belichtung des Mikroskops auf Maximum eingestellt. Die oberen und unteren Skalen werden parallel zueinander ausgerichtet, wie in Abbildung 3.2 zu sehen ist. Anschließend wird ein Screenshot aufgenommen und der erste Skalenstrich im Screenshot wird abgelesen. Mit dem Bild lassen sich alle Strichstellen für diese Messreihe an der Messstelle bei dieser Vorspannung positionieren. Daraufhin wird die Belichtung des Mikroskops so eingestellt, dass der Schatten an der Strawkante und die Reflexion an der Strawoberfläche einen großen Kontrast bilden, während der Fokus des Mikroskops während des ganzen Experiments nicht verändert wird. Damit ist die Justage erledigt. Der Luftdruck wird von 1,60 bis 0,00 bar in Schritten von 0,05 bar gesenkt und dabei wird ein Screenshot von dem Straw bei jedem Überdruck aufgenommen. Die Durchführung wird dreimal wiederholt. Dieser Vorgang wird an jeder Messposition für alle neun Vorspannungen durchgeführt. Für die Messungen werden am Ende insgesamt 4500

Bilder aufgenommen.

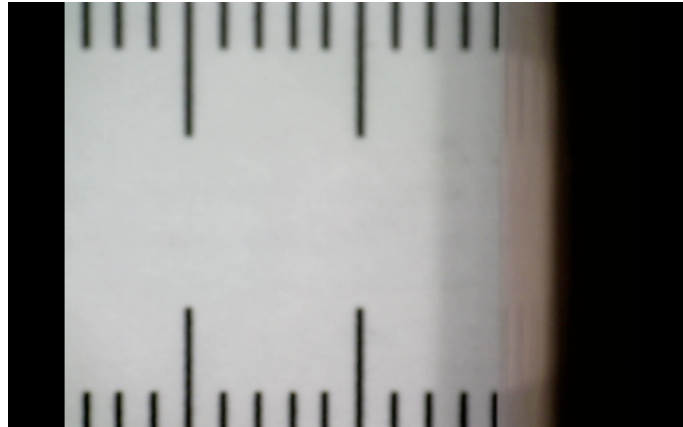


Abbildung 3.11: Screenshot des Lineals bei der Vorspannung von 38,30 mm an der Messposition IV und der erste Skalenstrich liegt bei 6,30 cm

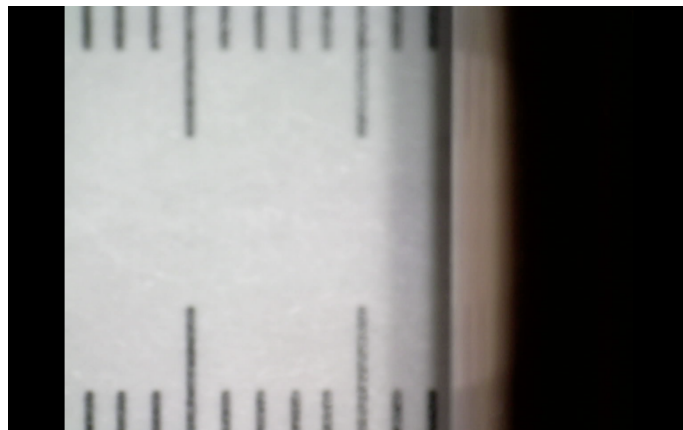


Abbildung 3.12: Screenshot des Strawdurchhangs unter 1,00 bar bei der Vorspannung von 38,30 mm an der Messposition IV

Um die Strawdurchhänge zu bekommen, werden zuletzt die Höhe des Aluminiumblocks h_{Block} an jeder Messposition und die Höhe der oberen Strawkante an der Nullstelle h_{Null} mit einem auf den Montagerahmen hingestellten Höhenreißer mit einer Genauigkeit von 0,05 mm gemessen, um den vertikalen Abstand zwischen der Nullstelle und dem Aluminiumblock ($h_{\text{Null}} - h_{\text{Block}}$) zu bekommen. Um den Durchhang des Straws zu berechnen, müssen noch der Abstand zwischen dem abgelesenen Skalenstrich und der Oberkante des Blocks und der Abstand zwischen dem abgelesenen Skalenstrich und der oberen Strawkante gemessen werden. Da die Skalenwerte von unten nach oben zunehmen und die Nullstelle der Skala etwas oberhalb der Unterkante des Blocks liegt, ist der Abstand zwischen dem abgelesenen Skalenstrich und der Oberkante des Blocks nämlich $l_{\text{Block}} - \Delta d_{\text{Skala0}} - d_{\text{Strich}}$, wobei l_{Block} die absolute Höhe des Blockes bezeichnet, Δd_{Skala0} den Abstand zwischen

der Nullstelle der Skala und der Unterkante des Blockes und d_{Strich} den abgelesenen Skalenstrich. Die absolute Höhe des Blockes l_{Block} wird mit dem Höhenreißer gemessen. Der Abstand zwischen der Nullstelle der Skala und der Unterkante des Blockes Δd_{Skala0} wird mit einem Messschieber von einer Genauigkeit von 0,05 mm gemessen. Der Abstand zwischen dem Skalenstrich und der aufgenommenen Strawkante d_{Kante} wird durch Bildverarbeitung (siehe Abschnitt 3.2.) abgelesen. Damit wird der Durchhang des Straw $d_{\text{Durchhang}}$ wie folgt berechnet:

$$d_{\text{Durchhang}} = -[(h_{\text{Null}} - h_{\text{Block}}) + (l_{\text{Block}} - \Delta d_{\text{Skala0}} - d_{\text{Strich}}) + d_{\text{Kante}}] \quad (3.7)$$

3.1.7 Bestimmung der Federkonstante

Um die Federkonstante der Druckfeder zu erhalten, wird eine digitale Hängewaage wie im folgenden Messaufbau (siehe Abbildung 3.13) verwendet. Diese Hängewaage hat einen Messbereich von -50 N bis 50 N . An der Unterseite der Hängewaage befindet sich ein Haken, der über einen Kraftsensor befestigt ist. Anhand dem Kraftsensor lässt sich eine Druckkraft im negativen Messbereich messen und anzeigen. Die Oberseite der Waage ist mit einem langen Gewinde ausgestattet, auf dem die Druckfeder sitzt und das durch ein Loch auf einer Platte aus Aluminium gesteckt wird. Das Loch auf der Metallplatte ist groß genug, sodass das Gewinde nicht befestigt wird. Mit dem Schrauberzieher lässt sich die Platte an dem Kaftsensor lockern, sodass die Druckfeder eingestellt wird. Aus dem Gleichgewicht entspricht der gemessene Überdruck am Drucksensor der von der Feder ausgeübten Kraft. Bei jeder eingestellten Federlänge werden die Federlänge und die Federkraft für eine gute Genauigkeit dreimal abgelesen. Die Federlänge wird mit einem Messschieber mit einer Genauigkeit von 0,05 mm gemessen. Insgesamt werden 17 unterschiedliche Federlänge im Bereich von 28,15 mm bis 33,95 mm gemessen. Da das Einstellen der Federlänge nur unpräzise erfolgen kann, sind die Abstände zwischen den gewählten Federlängen unregelmäßig.

3.2 Bildverarbeitung und Datenerfassung

Um den Abstand zwischen dem Skalenstrich und der aufgenommenen Strawkante d_{Kante} zu bekommen, werden insgesamt folgende drei Schritte benötigt.

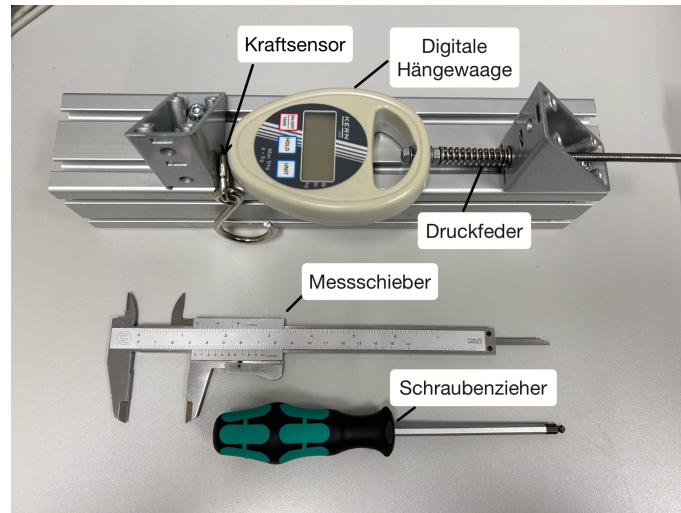


Abbildung 3.13: Messaufbau zur Bestimmung der Federkonstante

Schritt 1: Bildverarbeitung

Im ersten Schritt werden alle aufgenommene Bilder geschärft und in Graustufe umgewandelt. Die invertierte Graustufe(0-255)der Bilder werden pixelweise gelesen, sodass 0 Weiß bezeichnet und 255 Schwarz.

Schritt 2: Strawkantenerkennung

Um die Strawkante besser zu erkennen, werden die mittleren 400 Zeilen Pixel der Bilder der Strawdurchhänge gelesen, in den es keinen Skalenstrich gibt. Da die Strawkanten an der Stelle ist, wo der größte Pixelunterschied liegt, und die Stelle sehr nah an der dunkelsten Stelle in der Schatten, wird die Maximumsstelle des Pixels in jede Zeile und danach in der Nähe davon die Stelle des größten Pixelunterschieds in jeder Zeile gesucht. Daraufhin werden alle gefundene Kantenstellen in Pixel gemittelt und die Fehlerabweichung wird bestimmt.

Schritt 3: Skalenstrichenerkennung und d_{Kante} erhalten

Als letzter Schritt werden die Skalenstriche in den ersten 80 und letzten 80 Pixelzeilen in Bildern des Lineals an den entsprechenden Messpositionen erkannt, ihre Stellen zeilenweise durch Gauß-Fit bestimmt. Es ist dann zu erkennen, zwischen welchen zwei Skalenstrichen die Strawkante liegt und wie groß der Abstand zwischen diesen beiden Strichen in Pixel ist und wie groß der Abstand zwischen der ersten erkennbaren Strichstelle und der unmittelbar vor der Strawkante liegenden Skalenmarke in Millimeter ist. Bekannt ist, dass der Abstand der unmittelbar liegenden Skalenmarken 1 mm ist. Dadurch kann der Abstand der Strawkante zu der unmittelbar vor der Strawkante liegenden Skalenmarke in

Millimeter umgerechnet werden und der Abstand zwischen dem ersten Skalenstrich und der aufgenommenen Strawkante kann in Millimeter erhalten werden. Da die Strichmarken zeilenweise gemittelt werden, ist das Endergebnis d_{Kante} ein gemittelter Abstand zwischen dem ersten Skalenstrich in jeder Zeile und der aufgenommenen Strawkante. Dadurch lässt sich ein Abweichung errechnen.

3.3 Datenauswertung und -analyse

In diesem Abschnitt werden die Messungsergebnisse für die Federkonstante, die Zugkräfte und die Stawdurchhänge dargestellt.

3.3.1 Bestimmung der Federkonstante

Zur Bestimmung der Federkonstante werden die Federlänge L und der Druckkraft F dreimal abgelesen. Die gemittelten Messwerte und ihre Fehlerabweichung lassen sich in Abbildung 3.14 durch die Messpunkte und ihre Fehlerbalken veranschaulicht.

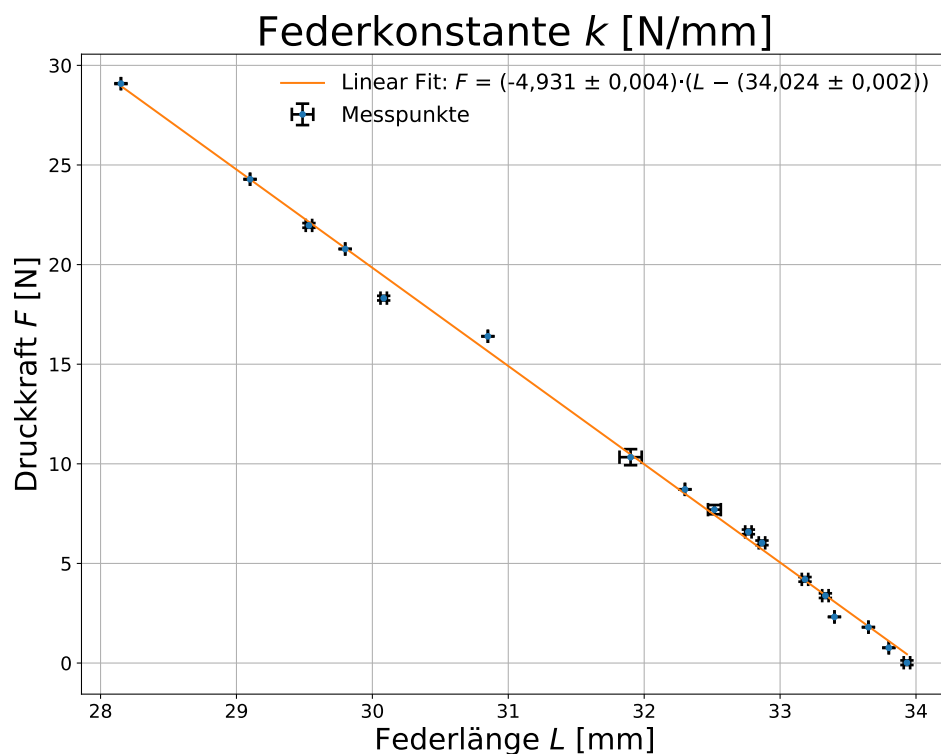


Abbildung 3.14: Bestimmung der Federkonstante k aus der linearen Beziehung zwischen Federlänge L und Druckkraft F

Der Zusammenhang zwischen den Federlängen L und den Federkräften F lässt sich

mithilfe des Hookeschen Gesetzes ausdrücken, nämlich

$$F = -k \cdot (L - L_0). \quad (3.8)$$

L_0 bezeichnet die Federlänge in der Ruhelage und k ist die Federkonstante. Aus diesem Zusammenhang ergeben sich die Federkonstante k und die Federlänge in der Ruhelage L_0 mit Hilfe von einem linearen Fit. Es gilt $k = (4,931 \pm 0,004) \text{ N mm}^{-1}$ und $L_0 = (34,024 \pm 0,002) \text{ mm}$. Damit lassen sich die auf den Straw wirkenden Zugkräfte T berechnen und es gilt

$$T = F. \quad (3.9)$$

3.3.2 Druck–Zugkraft–Beziehung

In Abbildung 3.15 wird die umgerechnete Zugkraft T in Abhängigkeit vom Überdruck P dargestellt. Jede Zugkraft und jede Federlänge werden dreimal gemessen. Daraus ergeben sich die Fehlerbalken an jedem Messpunkt in der Abbildung. Die durch lineare Regression erhaltenen Funktionen werden in Farbe nach Vorspannungen gezeichnet und ihre Steigungen und vertikale Verschiebungen T_0 werden in Tabelle 3.2 aufgelistet. Die Steigungen der gefitteten Funktionen aller Vorspannungen weichen nicht signifikant voneinander ab. Die Verteilung aller Steigungen wird in Abbildung 3.16 dargestellt. Da jede Steigung $x_{i=1,\dots,9}$ eine Fehlerabweichung $\sigma_{i=1,\dots,9}$ hat, wird ein gewichteter Mittelwert a und seine Unsicherheit σ_a berechnet.

Der gewichtete Mittelwert ergibt sich zu

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = -8,70 \text{ N bar}^{-1}, \quad (3.10)$$

wobei die Gewichte durch

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.11)$$

gegeben sind. Die Unsicherheit des gewichteten Mittelwertes ist

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}} = 4,40 \cdot 10^{-2} \text{ N bar}^{-1}. \quad (3.12)$$

Daraus folgt eine lineare Abhängigkeit von der Zugkraft T und dem Überdruck P .

$$T(P) = c \cdot P + T_0, \quad (3.13)$$

wobei $T_0 = T(P = 0)$.

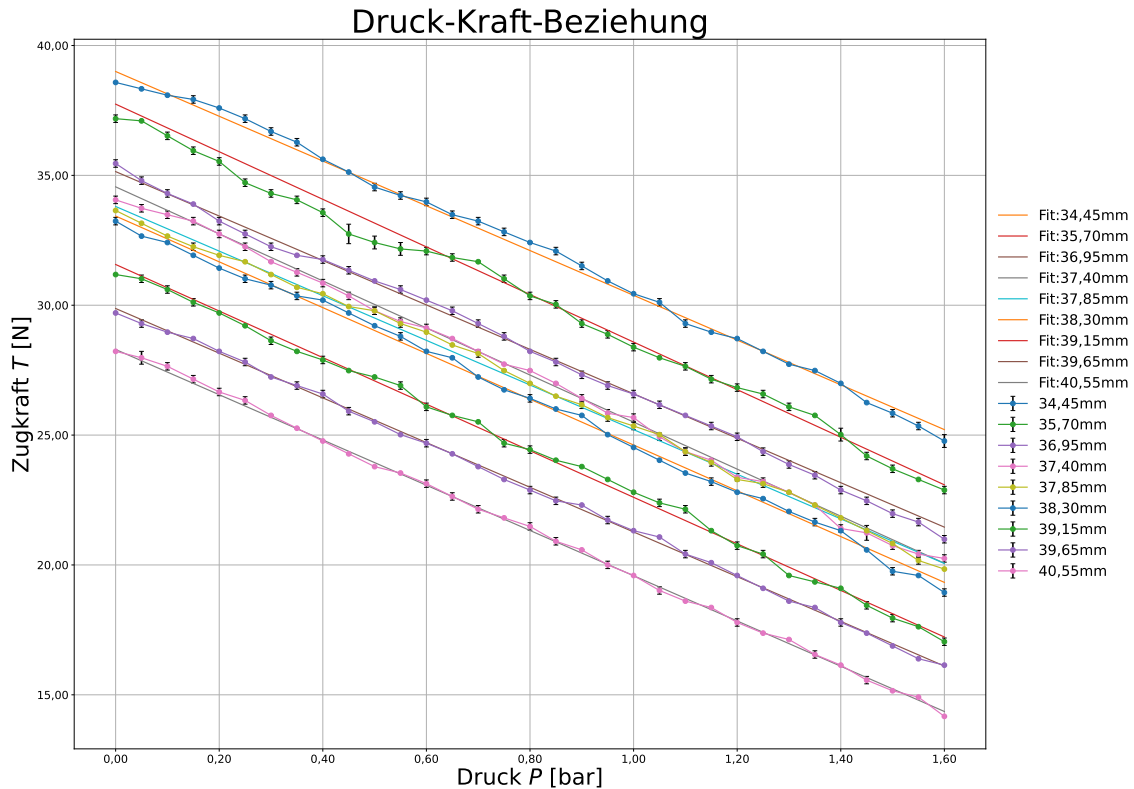


Abbildung 3.15: Druck-Kraft-Beziehung

Tabelle 3.2: Gefittete Parameter für die Druck-Kraft-Beziehung

Vorspannung [mm]	T_0 [N]	Steigung [N/bar]
34,45	$39,00 \pm 1,30 \cdot 10^{-4}$	$-8,62 \pm 1,12 \cdot 10^{-4}$
35,70	$37,74 \pm 3,82 \cdot 10^{-4}$	$-9,16 \pm 2,64 \cdot 10^{-4}$
36,95	$35,15 \pm 2,76 \cdot 10^{-4}$	$-8,56 \pm 4,98 \cdot 10^{-4}$
37,40	$34,56 \pm 2,69 \cdot 10^{-4}$	$-9,06 \pm 2,65 \cdot 10^{-4}$
37,85	$33,80 \pm 5,49 \cdot 10^{-5}$	$-8,59 \pm 4,63 \cdot 10^{-5}$
38,30	$33,43 \pm 6,46 \cdot 10^{-5}$	$-8,82 \pm 5,79 \cdot 10^{-5}$
39,15	$31,57 \pm 7,01 \cdot 10^{-5}$	$-8,96 \pm 6,07 \cdot 10^{-5}$
39,65	$29,87 \pm 4,78 \cdot 10^{-5}$	$-8,60 \pm 3,51 \cdot 10^{-5}$
40,55	$28,30 \pm 5,12 \cdot 10^{-5}$	$-8,71 \pm 3,73 \cdot 10^{-5}$

Die Zugkraft T verringert sich linear mit steigendem Überdruck P . Das heißt, dass der Straw unter steigendem Überdruck eine konstante horizontale Kraft $8,70 \text{ N bar}^{-1}$ in der Richtung der Ausdehnung auf das Endstück ausübt, das sich neben der Druckfeder befindet. Daraus lässt sich schließen und bestätigen, dass ein Draht, der an beiden Strawenden befestigt wird, bei zu großem Überdruck wegen einer Überspannung reißen kann und der Draht bei steigendem Überdruck stärker gespannt wird, während der Straw einen stärkeren Durchhang bekommt. Weiterhin wird die Feder mit steigendem Überdruck P entspannt, sodass die Feder länger wird, während der Abstand zwischen der Stirnfläche des Endstücks

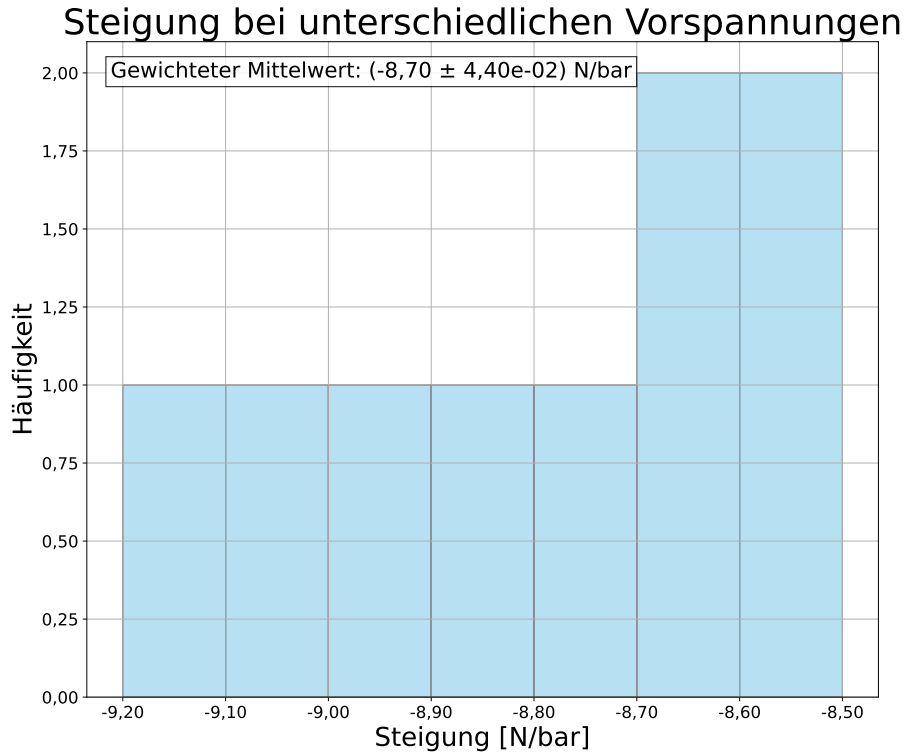


Abbildung 3.16: Steigung bei unterschiedlichen Vorspannungen

zur Einstellscheibe gleich bleibt. Es lässt sich folgern, dass

$$\Delta L_{\text{Straw}}^{\text{horizont}} = \Delta L_{\text{Feder}}, \quad (3.14)$$

wobei $\Delta L_{\text{Straw}}^{\text{horizont}} :=$ Änderung des horizontalen Abstands der Strawenden und $\Delta L_{\text{Feder}} :=$ Federlängenänderung ist.

Unter der Annahme, dass der maximale Durchhang genau in der Mitte des Straws $x_s = \frac{1}{2} L$ liegt, ist die Verschiebung der Position des maximalen Strawdurchhangs Δx_s durch

$$\Delta x_s = 0,5 \cdot \Delta L_{\text{Straw}}^{\text{horizont}} = 0,5 \cdot \Delta L_{\text{Feder}} \quad (3.15)$$

gegeben. Da die Zugkraftänderung ΔT und die Federlängenänderung ΔL_{Feder} proportional zueinander sind, sind Δx_s und ΔP auch proportional zueinander. Dies kann folgendermaßen abgeleitet werden.

Aus den Gleichungen (3.8), (3.9) und (3.13) folgen

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = c, \quad (3.16)$$

$$\Delta L_{\text{Feder}} = -\frac{\Delta T}{k} = -\frac{c}{k} \cdot \Delta P, \quad (3.17)$$

und

$$\Delta x_s = 0,5 \cdot \Delta L_{\text{Feder}} = -0,5 \cdot \frac{c}{k} \cdot \Delta P = m \cdot \Delta P. \quad (3.18)$$

Es gilt

$$x_s(P) = b_0 + m \cdot P \quad (3.19)$$

für $m = -0,5 \cdot \frac{c}{k} = 0,882 \text{ mm bar}^{-1}$ und $b_0 = x_s(P = 0)$. Die Fehlerabweichung σ_m kann wie folgt angegeben werden.

$$\sigma_m = \sqrt{\left(-\frac{0,5}{k} \cdot \sigma_c\right)^2 + \left(\frac{0,5 \cdot c}{k^2} \cdot \sigma_k\right)^2}, \quad (3.20)$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{0,5}{4,931 \text{ N mm}^{-1}} \cdot (4,40 \cdot 10^{-2} \text{ N bar}^{-1})\right)^2 + \left(-\frac{0,5 \cdot 8,70 \text{ N bar}^{-1}}{(4,931 \text{ N mm}^{-1})^2} \cdot 0,004 \text{ N mm}^{-1}\right)^2},$$

$$= 5,688 \cdot 10^{-3} \text{ mm bar}^{-1} = 5,688 \cdot 10^{-2} \text{ cm bar}^{-1}$$

(3.21)

3.3.3 Bestimmung des Durchhangs

Im Folgenden wird der umgerechnete Durchhang bei 0,75 bar von allen fünf Messpositionen und der Nullstelle in Abbildung 3.17 veranschaulicht. Theoretisch sollte der Durchhang bei der Position III mit der Vorspannung immer stärker sein, was in der Abbildung nicht in diesem Fall ist. Das liegt daran, dass der Aufstellungsort der Skala nicht eben war und ihre Lage vor den Messungen von jeder Vorspannung erneut justiert werden musste. Aber zur Umrechnung wurde die relative Höhe des Aluminiumblocks h_{Block} nur nach der allerletzten Messung an der Messposition gemessen. Daher werden die Messdaten an dieser Stelle nicht für das Fitten des maximalen Durchhang in dem nächsten Abschnitt verwendet.

3.4 Maximaler Durchhang–Zugkraft–Beziehung

Aufgrund der Gravitation und dem Gleichgewicht ist ein minimaler Durchhang in der Mitte des Straws immer vorhanden. Nur wird der Durchhang bei steigendem Überdruck immer stärker und beeinflusst die Messung. Um Messfehler aufgrund des Durchhangs im Nachhinein mathematisch korrigieren bzw. den Durchhang mit Zugkraft kompensieren zu können, ist es wichtig, den Zusammenhang zwischen maximalem Durchhang entlang des Straws und der auf dem Straw wirkenden Zugkraft zu verstehen. Wie in Abschnitt 3.3.2 gezeigt wurde, verringert sich die Zugkraft linear mit steigendem Druck.

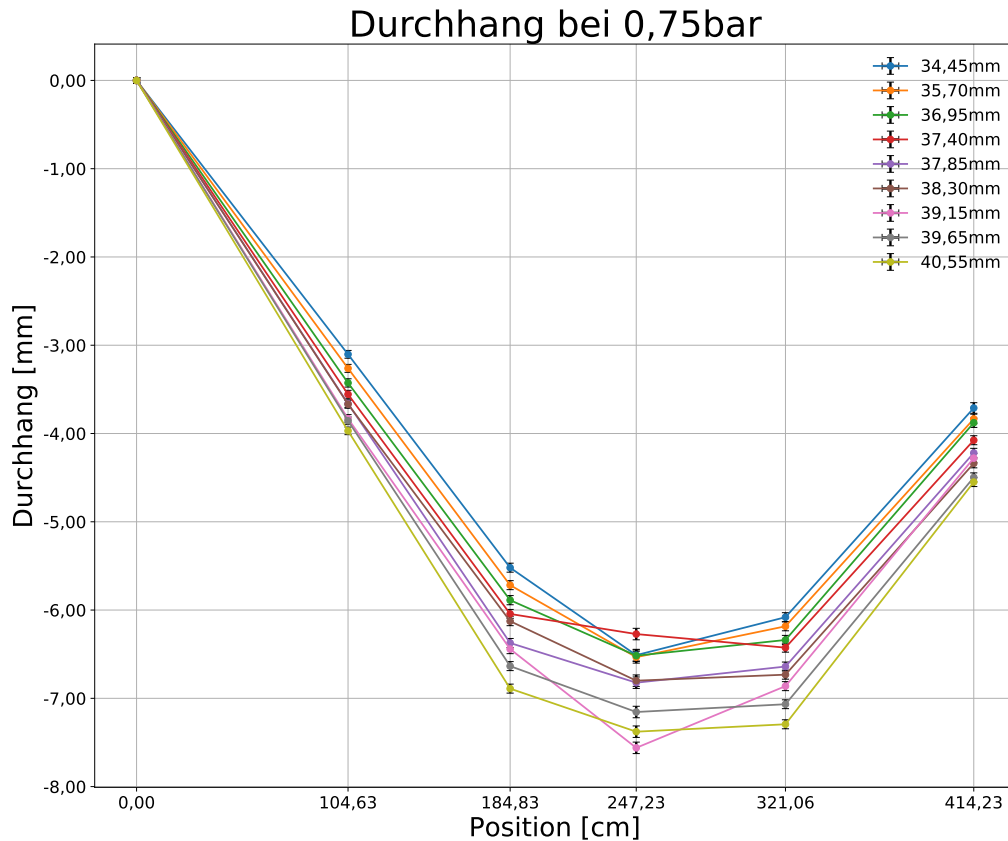


Abbildung 3.17: Strawdurchhang bei 0,75 bar und die dargestellten Positionen erscheinen von links nach rechts in der Reihenfolge von Nullstelle, Messposition I, Messposition II, Messposition III, Messposition IV und Messposition V

3.4.1 Auswahl der Modellfunktionen

Um den aufgehängten Straw mathematisch zu beschreiben und zu modellieren und ihren maximalen Durchhang zu finden, werden die folgenden zwei Modelle als Motivation zum Fitten in Abschnitt 3.4.2 gegeben.

Kettenlinie

Der Straw hat einen gravitativen Durchhang. Unter der Annahme, dass die Masse über den ganzen Straw gleichmäßig verteilt ist, lässt sich der Straw durch Kettenlinie mathematisch beschreiben, nämlich

$$y(x) = a \cosh\left(\frac{x - x_s}{a}\right) + y_0, \quad (3.22)$$

wobei x_0 und b jeweils die Lage des Minimums von $y(x)$ und die vertikale Verschiebung angeben und a die Krümmung der Parabel beschreibt.

Der Straw ist an zwei Punkten im Schwerfeld aufgehängt und liegt im Gleichgewicht. Somit wird eine Funktion $y(x)$ gesucht, die die potentielle Energie des Straw minimiert.

Die potentielle Energie ist durch

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}}(y) &= \int_{m(x_1)}^{m(x_2)} dm g y = \int_{l_1}^{l_2} \rho dl g y = \rho g \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} y \\ &= \rho g \int_{x_1}^{x_2} dx y \sqrt{1 + y'^2} = \text{minimal} \end{aligned} \quad (3.23)$$

gegeben. Die Massenelemente dm bezeichnen die Masse pro Länge mit dem Wegelement dl ; g ist die Erdbeschleunigung [8].

Für die minimale potentielle Energie muss $\delta E_{\text{pot}} = 0$ für eine kleine Verschiebung von y zu δy , während die Randbedingungen

$$\delta y(x_1) = \delta y(x_2) = 0 \quad (3.24)$$

und

$$L_{\text{Straw}} = \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{1 + y'^2} = \text{konstant} \quad (3.25)$$

erfüllt werden. Die Lösung wird dann durch Euler-Lagrange-Gleichung abgeleitet [8].

Für $f(y, y', x) = \rho g y \sqrt{1 + y'^2}$ gelten

$$E_{\text{pot}} = \int_{x_1}^{x_2} dx f(y, y', x), \quad (3.26)$$

und

$$\delta E_{\text{pot}} = \int_{x_1}^{x_2} dx \left(\frac{\partial f}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f}{\partial y'} \delta y' \right). \quad (3.27)$$

Nach partieller Integration $\int f' g = f g - \int f g'$ ergibt sich die Gleichung (3.27) zu

$$\delta E_{\text{pot}} = \left[\frac{\partial f}{\partial y'} \delta y \right]_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} dx \left(\frac{\partial f}{\partial y} \delta y - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'} \delta y \right) = 0. \quad (3.28)$$

Aus Gleichung (3.24) wird die Euler-Lagrange-Gleichung geliefert:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) - \frac{\partial f}{\partial y} = 0. \quad (3.29)$$

Setze $f(y, y', x) = \rho g y \sqrt{1 + y'^2}$ ein, ergibt sich somit die Kettenlinie in der Gleichung (3.22).

Somit lässt sich der maximale Durchhang bei $x = x_s$ erhalten:

$$s = y(x_s) = a + y_0 \quad (3.30)$$

mit seiner Abweichung

$$s_{\text{err}} = \sqrt{a_{\text{err}}^2 + y_{0,\text{err}}^2 + 2 \text{cov}(a, y_0)}. \quad (3.31)$$

Gravitativer maximaler Durchhang

Um den Zusammenhang zwischen dem maximalen Durchhang und der Zugkraft zu untersuchen, wird das Gleichgewicht an jeder Stelle entlang des Straw unter der Annahme von einem nicht starken Durchhang wie folgt ausgedrückt:

$$\int_x^{x+\delta x} dx \rho g \sigma + \Delta T_y = 0, \quad (3.32)$$

wobei $\rho :=$ Dichte, $\sigma :=$ Querschnittsfläche, $g =$ Erdbeschleunigung und $T =$ konstante Zugkraft am Straw [1].

Mit einer Näherung $\sin \theta \simeq \tan \theta$ und $\tan \theta = y'(x)$ ergibt das Gleichgewicht sich zu

$$\int_x^{x+\delta x} dx \rho g \sigma + T[y'(x + \delta x) - y'(x)] = 0 \quad (3.33)$$

und

$$-y'' = \frac{\rho g \sigma}{T} = C = \text{konstant [1]}. \quad (3.34)$$

Die Lösung ist durch

$$y = (C/2) x^2 + C_1 x + C_2 \quad (3.35)$$

gegeben [1].

Für $y(0) = 0$ und $y(L) = 0$ lautet der maximale Durchhang s :

$$s = y(L/2) = -\frac{C L^2}{8} = -\frac{\rho g \sigma L^2}{8T} = -\frac{m g L}{8T}. \quad (3.36)$$

Aus Gleichung (3.22) lässt sich die Strawlänge L durch $L = 2 x_s$ formulieren und $\rho_{\text{Mylar}} = 1,39 \text{ g cm}^{-3}$ [5], $\sigma_{\text{Mylar}} = 2\pi r \cdot \Delta x = 2\pi \cdot 1 \text{ cm} \cdot 36 \mu\text{m} \approx 2,26 \text{ mm}^2$ mit der Dicke der Mylarfolie $\Delta x = 36 \mu\text{m}$ und dem Radius des Straws $r = 1 \text{ cm}$ und $g = 9,81 \text{ N kg}^{-1}$. Ohne Betrachtung der Luftmasse im Straw ergibt sich der maximale Durchhang s zu

$$s = -\frac{\rho_{\text{Mylar}} g \sigma_{\text{Mylar}} x_s^2}{2T} = -1,54 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} \cdot \frac{x_s^2}{T}. \quad (3.37)$$

Für ein ideales Gas gilt $\rho = \frac{pM}{RT}$, wobei ρ die Dichte, p der Druck, M die molare Masse, R die universelle Gaskonstante und T die Temperatur ist. Da die Dichte der Luft bei Normaldruck bei Zimmertemperatur $\rho_{\text{Luft, 1 bar}} \approx 1,2 \text{ kg m}^{-3}$ ist, ergibt sich die Luftdichte

unter Überdruck P zu

$$\rho_{\text{Überdruck}} = (P + 1) \cdot \text{bar}^{-1} \cdot \rho_{\text{Luft, 1 bar}}. \quad (3.38)$$

Ohne Betrachtung der radialen Ausdehnung des Straws lässt sich der maximale Durchhang s wie folgt mathematisch formulieren:

$$s = -\frac{(\rho_{\text{Mylar}} \sigma_{\text{Mylar}} + \rho_{\text{Überdruck}} \sigma_{\text{Straw}}) g x_s^2}{2T}, \quad (3.39)$$

$$= -(1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} + 1,85 \cdot 10^{-6} \cdot \text{bar}^{-1} \text{ N mm}^{-1} \cdot P) \cdot \frac{x_s^2}{T}. \quad (3.40)$$

mit der Querschnittsfläche des Straws $\sigma_{\text{Straw}} = \pi r^2 = \pi \cdot (1 \text{ cm})^2 = 314,16 \text{ mm}^2$, wobei der erste Term in Gleichung (3.40) die Hälfte des Gesamtgewichts von dem Straw und der Luft bei 0 bar pro Länge ist, nämlich

$$\frac{(\rho_{\text{Mylar}} \sigma_{\text{Mylar}} g + \rho_{\text{Luft, 1 bar}} \sigma_{\text{Straw}} g)}{2} = 1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} \quad (3.41)$$

und der Parameter von dem zweiten Term die Hälfte des aus Überdruck resultierten Luftgewichtszunahme pro Länge pro Druckanstieg, nämlich

$$\frac{d \rho_{\text{Luft, 1 bar}} \sigma_{\text{Straw}} g}{2} = 1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} \quad (3.42)$$

Aus Gleichung (3.13) lässt sich der Überdruck P in T und T_0 umschreiben und damit der maximale Durchhang s mit Betrachtung der Luftmasse wie folgt formulieren:

$$s = -(1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1} \cdot T_0) \cdot \frac{x_s^2}{T} + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1} \cdot x_s^2 \quad (3.43)$$

und

$$\left(\frac{s}{x_s^2} \right)_{\text{Theo.}} = -(1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1} \cdot T_0) \cdot \frac{1}{T} + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}. \quad (3.44)$$

Die Steigung $2,126 \cdot 10^{-7}$ im zweiten Term und der letzte Term $2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$ ergeben sich aus der linearen Abhängigkeit zwischen Zugkraft und Überdruck im Straw und der Gewichtszunahme pro Länge pro Druckanstieg steht. Der letzte Term kann als eine konstante nach oben gerichtete Zugwirkung pro Länge bei jeder x_s auf den Straw interpretiert werden.

Mit Gleichung (3.44) lässt der Durchhang unter einer gleichen Vorspannung nach T charakterisieren.

3.4.2 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Vorspannung von 36,95 mm als Beispiel für die Darstellung eingeführt und beim Fitten wird die Position III aufgrund ihren fehlerhaften Daten nicht mitbetrachtet. Als Referenz werden die Messdaten an der Positionen III in folgenden Abbildungen trotzdem dargestellt.

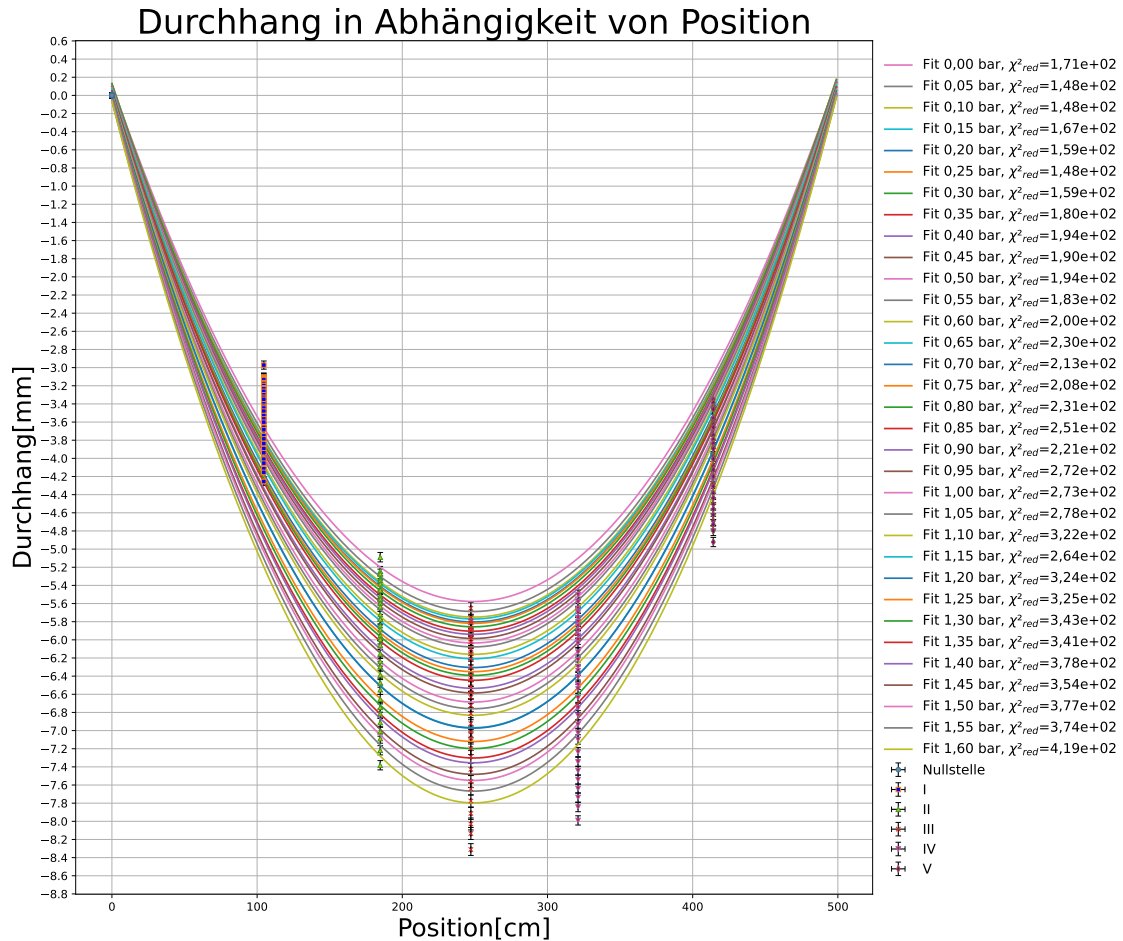


Abbildung 3.18: Gefitteter Durchhang in Abhängigkeit von Position der Vorspannung von 36,95 mm

Basierend auf dem Aufbau des Experiments sind die beiden Ende des Straws nicht in der gleichen Höhe, sodass man die horizontale Position des Durchhangs x_s nicht einfach direkt durch $L/2$ bekommen kann. Für eine präzisere Positionieren des maximalen Durchhang wird die Beziehung zwischen der Position des maximalen Durchhangs x_s und der Druckerhöhung aus Gleichung (3.19) mitbetrachtet und durch ein Minimieren der Residuum $\frac{y_i - y_{Fit,i}}{y_{err,i}}$ an jeder Messposition i werden die passenden Parameter a , y_0 und x_s in der Kettenlinie (3.22) gesucht. Damit lässt sich der Durchhang über den ganzen Straw in Abhängigkeit von Position und Luftdruck, wie in Abbildung 3.18 darzustellen, via

Fitfunktionen, nämlich

$$y_{\text{Fit}}(x) = a_{\text{Fit}} \cosh\left(\frac{x - x_{s,\text{Fit}}}{a}\right) + y_{0,\text{Fit}} \quad (3.45)$$

in unterschiedlichen Farben wiedergeben. Ihre Chi-Quadrat-Residuen sind durch

$$\chi_{\text{red}}^2 = \sum_{i=\text{Null, I, II, IV, V}} \left(\frac{y_i - y_{\text{Fit},i}}{y_{\text{err},i}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\text{Freiheitsgrad}} \quad (3.46)$$

zu berechnen, um die Qualität der Fitfunktionen der mathematisch einzuschätzen, wobei Freiheitsgrad=N-p, N:= Anzahl der Datenpunkte = 5 und p:= Anzahl der Fitparameter=3. Nach dem Erhalten der passenden Kettenlinie lassen sich der maximale Durchhang s und seine Abweichung s_{err} unter variiertem Überdruck bei jeder Vorspannung nach Gleichung (3.36) und (3.31) berechnen. Dies wird in Abbildung 3.19 in Abhängigkeit von Zugkraft T veranschaulicht. Die Abweichungen der Zugkräfte und der maximalen Durchhänge werden in den Fehlerbalken gezeichnet. Da die Strahlänge L bzw. die mittlere Stelle x_s mit

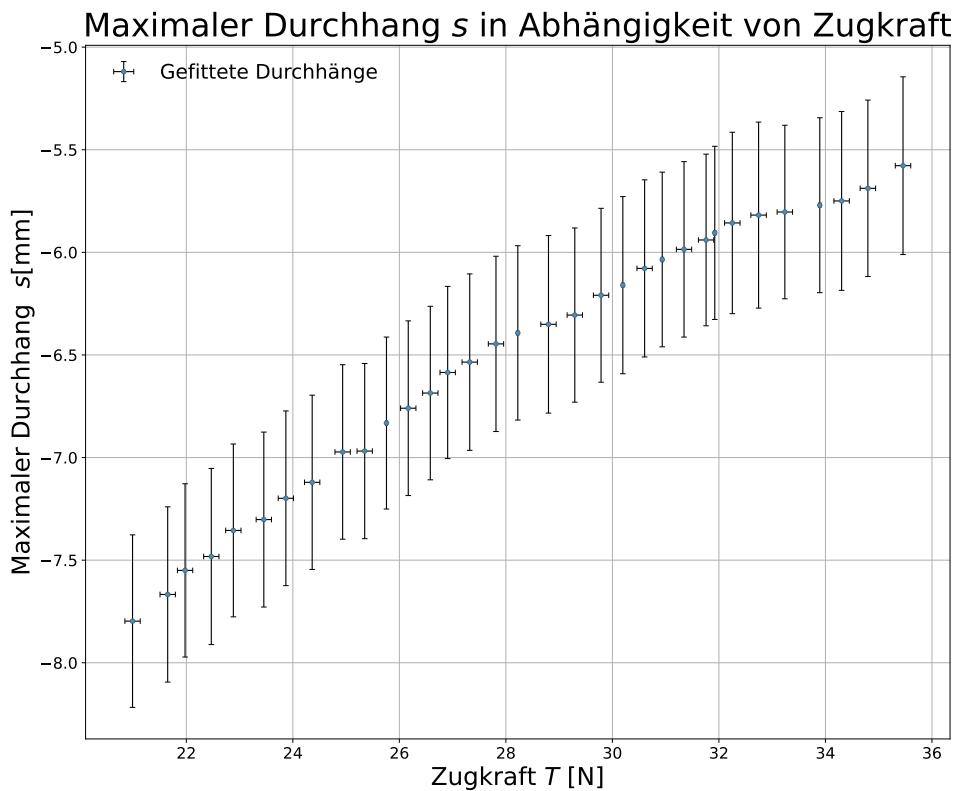


Abbildung 3.19: Gefittete Durchhänge in Abhängigkeit von Zugkraft von 36,95 mm

den Zugkräften variieren, wird s/x_s^2 in Abhängigkeit von Zugkraft T in Abbildung 3.20 gezeigt. Basierend auf dem Modell in Gleichung (3.44) werden alle durch Fitten erhaltene Werte für s/x_s^2 in Form von $\frac{k}{T} + b$ in Abhängigkeit von Zugkraft T durch Kurvenanpassung

in einer Fitfunktion in Rot gezeichnet, wobei $k = (-1,864 \cdot 10^{-5} \pm 2,210 \cdot 10^{-6}) \text{ N mm}^{-1}$ und $b = (-3,745 \pm 8,102 \cdot 10^{-8}) \text{ mm}^{-1}$ ist.

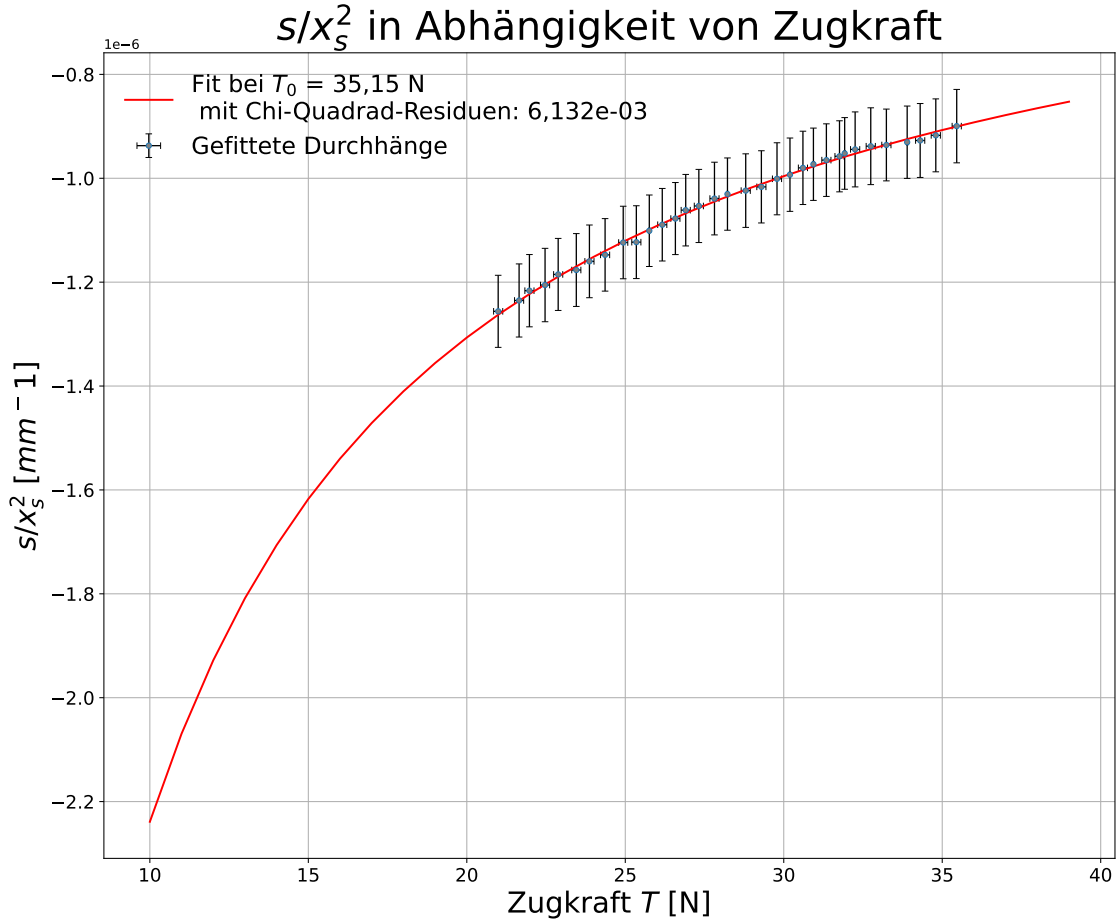


Abbildung 3.20: $\frac{s}{x_s^2}$ in Abhängigkeit von Zugkraft von 36,95 mm

Mit Gleichung (3.44) lässt sich der theoretische Zusammenhang zwischen $\frac{s}{x_s^2}$ und T bei Vorspannung von 36,95 mm mit $T_0 = (35,15 \pm 2,76 \cdot 10^{-4}) \text{ N}$ (siehe Tabelle 3.2) wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned} \frac{s}{x_s^2} &= -(1,724 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1} \cdot T_0) \cdot \frac{1}{T} \\ &\quad + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$= -(2,47 \cdot 10^{-5} \pm 5,868 \cdot 10^{-11}) \text{ N mm}^{-1} \cdot \frac{1}{T} + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}, \quad (3.48)$$

wobei $k_{\text{Theo}} = -(1,724 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} + 2,126 \cdot 10^{-7} \cdot T_0) = (-2,47 \cdot 10^{-5} \pm 5,868 \cdot 10^{-11}) \text{ N mm}^{-1}$ und $b_{\text{Theo}} = 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$.

Im Vergleich zu k_{Theo} und b_{Theo} sind $k > k_{\text{Theo}}$ und $b < b_{\text{Theo}}$. Um genauer die Abweichungen zu untersuchen, werden alle k und b bei unterschiedlichen Vorspannungen und die entsprechenden k_{Theo} und b_{Theo} und T_0 in Tabelle 3.3 und 3.4 gezeigt.

Tabelle 3.3: Vorspannungen und Ihre Fitparameter für $\frac{s}{x_s^2}$

Vorspannung [mm]	k [N mm ⁻¹]	b [mm ⁻¹]
34,45	$(-1,784 \pm 0,3503) \cdot 10^{-5}$	$(-3,611 \pm 1,122) \cdot 10^{-7}$
35,70	$(-1,843 \pm 0,752) \cdot 10^{-5}$	$(-3,595 \pm 0,9403) \cdot 10^{-7}$
36,95	$(-1,864 \pm 0,2210) \cdot 10^{-5}$	$(-3,745 \pm 0,8102) \cdot 10^{-7}$
37,40	$(-1,715 \pm 0,2054) \cdot 10^{-5}$	$(-4,318 \pm 0,827) \cdot 10^{-7}$
37,85	$(-2,004 \pm 0,2433) \cdot 10^{-5}$	$(-3,099 \pm 0,374) \cdot 10^{-7}$
38,30	$(-1,757 \pm 0,2115) \cdot 10^{-5}$	$(-4,049 \pm 0,8393) \cdot 10^{-7}$
39,15	$(-1,719 \pm 0,1842) \cdot 10^{-5}$	$(-3,833 \pm 0,7922) \cdot 10^{-7}$
39,65	$(-1,691 \pm 1,270) \cdot 10^{-5}$	$(-4,048 \pm 5,569) \cdot 10^{-7}$
40,55	$(-1,627 \pm 0,564) \cdot 10^{-5}$	$(-4,239 \pm 0,7783) \cdot 10^{-7}$

Tabelle 3.4: Theoretische Parameter für $\frac{s}{x_s^2}$

Vorspannung [mm]	T_0 [N]	k_{Theo} [N mm ⁻¹]	b_{Theo} [mm ⁻¹]
34,45	$39,00 \pm 1,30 \cdot 10^{-4}$	$(-2,55 \pm 2,764) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
35,70	$37,74 \pm 3,82 \cdot 10^{-4}$	$(-2,53 \pm 8,12) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
36,95	$35,15 \pm 2,76 \cdot 10^{-4}$	$(-2,47 \pm 5,868) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
37,40	$34,56 \pm 2,69 \cdot 10^{-4}$	$(-2,46 \pm 5,719) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
37,85	$33,80 \pm 5,49 \cdot 10^{-5}$	$(-2,44 \pm 1,167) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
38,30	$33,43 \pm 6,46 \cdot 10^{-5}$	$(-2,435 \pm 1,373) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
39,15	$31,57 \pm 7,01 \cdot 10^{-5}$	$(-2,40 \pm 1,49) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
39,65	$29,87 \pm 4,78 \cdot 10^{-5}$	$(-2,36 \pm 1,016) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$
40,55	$28,30 \pm 5,12 \cdot 10^{-5}$	$(-2,33 \pm 1,089) \cdot 10^{-6}$	$2,126 \cdot 10^{-7}$

Da k_{Theo} und T_0 linear voneinander abhängen, werden alle k auch gegen T_0 in der folgenden Abbildung 3.21 geplottet. Nach der Fitfunktion in der Abbildung lässt sich k in der Form von $k = v + u \cdot T_0$ schreiben, wobei die experimentellen Werte

$$u = \frac{dk}{dT_0} = (-2,316 \pm 0,2408) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1} \quad (3.49)$$

und

$$v = (-0,968 \pm 0,08) \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} \quad (3.50)$$

sind, während die aus dem Modell abgeleiteten Werte

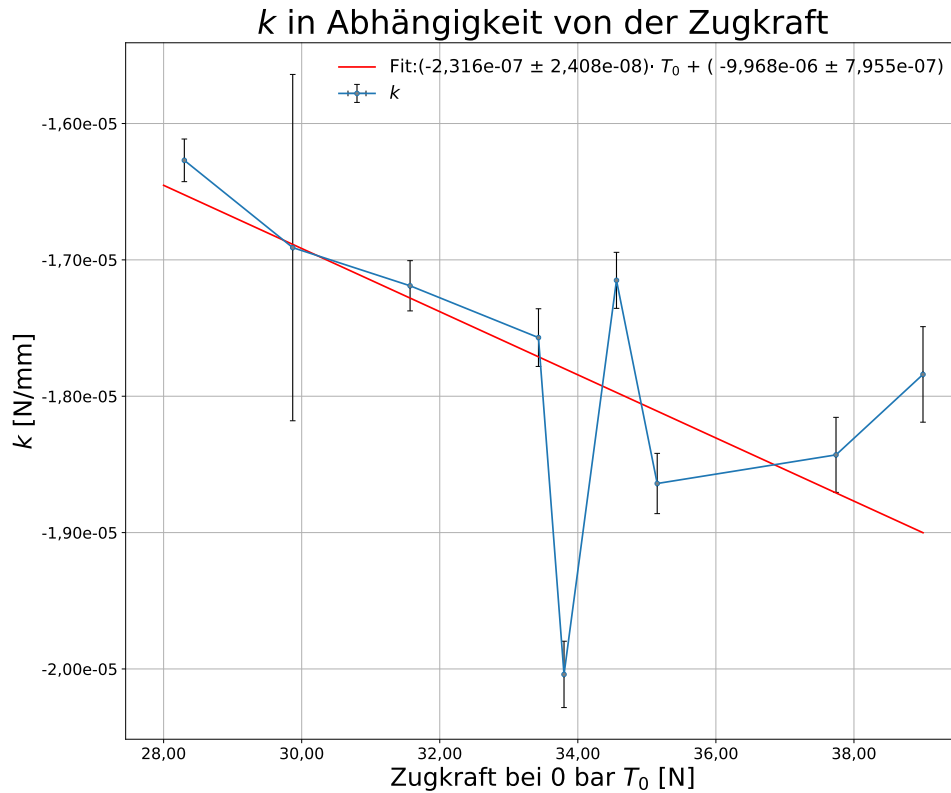
$$u_{\text{Theo}} = \frac{dk_{\text{Theo}}}{dT_0} = -2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}. \quad (3.51)$$

und

$$v_{\text{Theo}} = -1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} \quad (3.52)$$

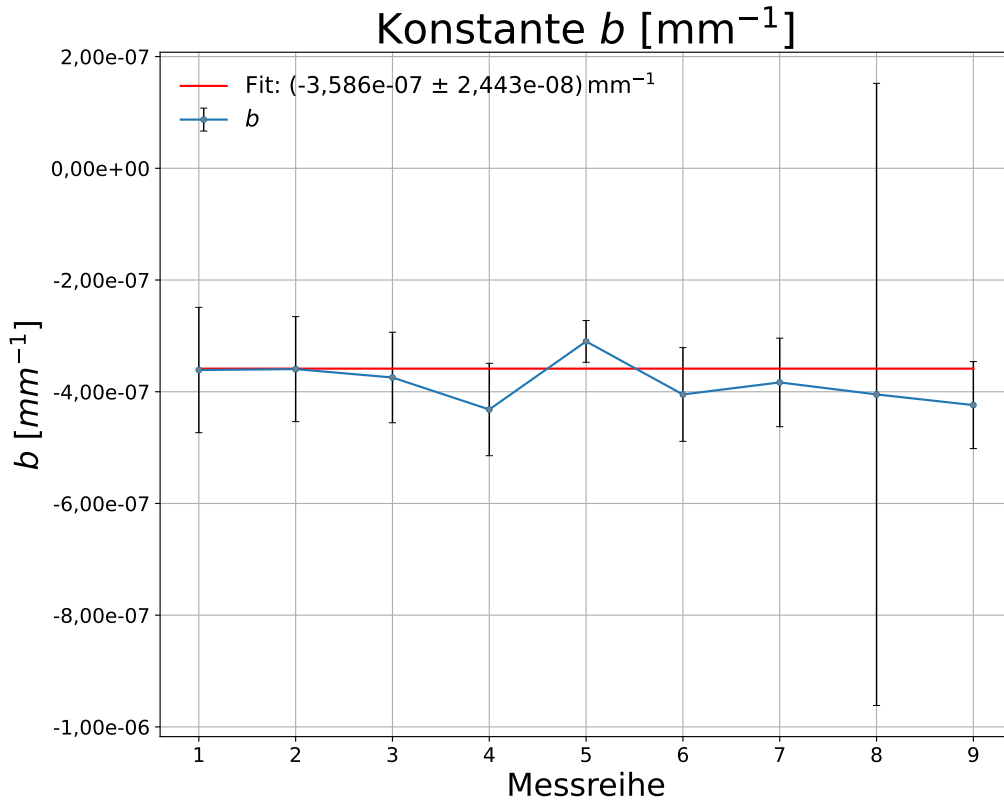
sind.

Der lineare Zusammenhang zwischen k und T_0 stimmt mit ihrem theoretischen linearen

Abbildung 3.21: k in Abhängigkeit von T_0

Zusammenhang überein. Diese lineare Abhängigkeit resultiert aus der Gewichtszunahme der Luft mit der Druckerhöhung. Daraus wird ersichtlich, dass die Mitberücksichtigung von Luftmasse erforderlich ist. Die Abweichung von k sollte dann aus v resultiert. Aus Gleichung (3.41) ist v_{Theo} die Hälfte des Gesamtgewichts von dem Straw und der Luft bei 0 bar pro Länge, nämlich $-1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1}$, während v $(-0,968 \pm 0,08) \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1}$ beträgt. Die Abweichung liegt bei $(-0,757 \pm 0,08) \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1}$. $|k| < |k_{\text{Theo}}|$ weisen daraufhin, dass die Straw-Verformung weniger stark auf Änderungen der Zugkraft reagiert als theoretisch vorhergesagt. Das stimmt auch mit den gezeichneten Fitfunktionen in Abbildung 3.18 überein. In dieser Abbildung lässt sich sehen, dass die Form der Fitfunktion wenig gekrümmt ist als der Verlauf der dazugehörigen Messdaten. Hieraus kann geschlossen werden, dass die Abweichung von v an nicht ausreichend abgedeckten Messpositionen, besonders die fehlende Messdaten an der Messposition III, liegt, sodass der k Wert eine konstante Verschiebung kriegt.

Außerdem existiert eine konstante nach oben gerichtete Zugwirkung pro Länge bei jeder x_s auf den Straw b . Die Werte von b von jeder Messreihe werden in Abbildung 3.22 dargestellt und gefittet. Dadurch wird eine gemittelte $b = (-3,586 \pm 2,443) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$ erhalten, während der theoretische Wert von b_{Theo} $2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$ beträgt. Diese Abweichung beträgt $(5,712 \pm 2,443) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$. Angenommen ist $x_s = 250 \text{ cm}$, gibt es dann eine etwa 3,57 mm vertikale Verschiebung von dem Durchhang s Verschiebung von b . Das

Abbildung 3.22: Experimentelle Werte von b in s/x_s

kann an dem Fit und einer fehlerhaften Umrechnung des Durchhangs oder der vertikalen Verschiebung der Kamera liegen.

Zusammengefasst lässt sich der experimentelle Zusammenhang zwischen $\left(\frac{s}{x_s^2}\right)_{\text{Exp.}}$, T und T_0 wie folgt formulieren

$$\left(\frac{s}{x_s^2}\right)_{\text{Exp.}} = ((-0,968 \pm 0,08) \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1} + (-2,316 \pm 0,2408) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1} \cdot T_0) \cdot \frac{1}{T} + 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}. \quad (3.53)$$

3.5 Diskussion

Die Strawverformung lässt sich mit dem Modell von Kattenlinie (3.22) angenähert unter Berücksichtigung von der linearen Abhängigkeit der horizontalen Verschiebung des Mittelpunktes des Straws x_s von Überdruck P modellieren, um die Stelle des maximalen Durchhangs zu bekommen, nämlich x_s und s . Anhand der linearen Abhängigkeit der Zugkraft T von Überdruck P und unter Betrachtung der Wirkung der Luftmasse im Straw lässt sich $\frac{s}{x_s^2}$ jeder Messreihe in Gleichung (3.44) nur abhängig von ihrer T_0 und T darstellen. Dennoch lassen sich ein paar Unstimmigkeiten zwischen Modell und experimentellem Fit identifizieren. Wie im letzten Abschnitt erwähnt, sind die Unstimmigkeiten eindeutig auf

eine nicht hinreichende Abdeckung der Messpositionen zurückzuführen. Des Weiteren, wie in Abbildung 3.18 zu sehen, sind alle χ^2_{red} sehr hoch. Das Modell ist nicht besonders angepasst. Das liegt dran, dass zu wenig Datenpunkte entlang des Straws gewählt werden. Somit zeigt sich auf indirektem Wege zeigt sich dieselbe Problematik. Zudem lassen sich eine fehlerhafte Umrechnung des Strawdurchhangs und die vertikale Verschiebung der Kamera nicht für die Abweichung des Modells ausschließen. Die Ergebnisgenauigkeit ließe sich durch die folgenden Maßnahmen weiter verbessern:

1. Mindestens 7-9 Messpositionen.
2. Messungen der radialen Ausdehnung des Straws, um die genauen Luftvolumen im Straw und den Schwerpunkt des Straws zu bestimmen.
3. Überprüfung der Horizonte des Montagerahmen.

Weiterhin ist es mit den Messungen an der Position III zu bemerken, dass die Durchführung nicht präzise genug ist. Das Lineal sollte idealerweise an der Messposition bleiben.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Auf dem Weg zur Entdeckung neuer Physik und der Detektion von neuen Teilchen ist die Entwicklung von neuen Detektoren oft ein wichtiger Schritt. So ist es auch der Fall für das geplante Forschungsprojekt SHiP (Search for Hidden Particles) am Cern, das nach Dark-Matter-Kandidaten suchen soll. Für eine präzise Spurenrekonstruktion der geladenen Teilchen aus dem Zerfallsprozess der Hidden-Teilchen ist der Straw Tracker der wichtigste Bestandteil des Projekts, der aus über 10000 Strawtubes besteht. Allerdings haben Strawtubes das Problem des Durchhangs unter Überdruck, was zu einer Messabweichung bzw. im schlimmsten Fall zu einem Kurzschluss führt und in der Folge mechanische Schäden am Detektor verursachen kann. Aus diesem Grund wird eine überwiegende experimentelle Untersuchung über diesen Durchhang unter Überdruck in dieser Arbeit motiviert.

Im Rahmen der Arbeit wurden die Messungen bei einer Teststation durchgeführt, bei der ein etwa 5 m langer Straw mit einem Durchmesser von 2 cm ohne Draht zur Verfügung steht. Mit einer einstellbaren Druckfeder und einem aufgebauten Druckmesssystem lässt sich eine Zugkraft T im laufenden Experiment unter variiertem Überdruck einstellen. Anschließend sind die Durchhänge des Straws an fünf Messpositionen mithilfe eines Mikroskops und einem Lineal via Bildverarbeitung und Datenerfassung zu erhalten. Aufgrund des unebenen Aufstellungsorts der Skala an der Position III, die etwa in der Mitte des Straws ist, sind die Daten an dieser Stelle fehlerhaft, sodass es inklusive Nullstelle insgesamt nur fünf Punkte entlang des Straws zum Fitten gibt. Im Laufe des Experiments werden die Messungen in neun Messreihen von unterschiedlichen Vorspannungen durchgeführt. Durch die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Zugkraft T und Überdruck P ergibt sich eine lineare Beziehung zwischen T und P , was durch eine vom Straw in die Ausdehnungsrichtung ausgeübte lineare zunehmende Druckkraft zu erklären ist, sodass die Druckfeder mit Druckanstieg linear entspannt wird. Unter der Annahme von nicht zu starkem Durchhang und mit der Betrachtung der Luftmasse im Straw bzw. der Zunahme der Luftmasse bei Druckanstieg ist das theoretische Modell von $\frac{s}{x_s^2}$ nur in Abhängigkeit von Zugkraft T und Zugkraft bei Atmosphärendruck, nämlich T_0 , in Gleichung (3.44) anzugeben. Unter der Annahme, dass die Masse des Straws gleichmäßig verteilt ist und der maximale Durchhang s in der Mitte, nämlich an der Stelle von x_s , steht, hängt die Verschiebung von x_s auch linear von Überdruck P bzw. von Zugkraft T ab. Unter Berücksichtigung dieser linearen Abhängigkeit der Verschiebung von x_s von Druckanstieg in jeder Messreihe wird die Kettenlinie (3.22) zur Modellierung der Verformung des Straws verwendet, um

das maximalen Durchhang s und seine Stelle x_s entlang des Straw zu suchen. Anschließend ergeben sich der Zusammenhang zwischen $\left(\frac{s}{x_s^2}\right)_{\text{Exp.}}$, s , T und T_0 aus dem zweiten Modell (3.44) zu der Gleichung (3.53).

$\left(\frac{s}{x_s^2}\right)_{\text{Theo.}}$ wird in Form von $(v_{\text{Theo}} + u_{\text{Theo}} \cdot T_0)/T + b_{\text{Theo}}$ gegeben, wobei $u_{\text{Theo}} = -2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$ ist, während $u_{\text{Exp}} = (-2,316 \pm 0,2408) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$ ist. Der experimentelle Wert u_{Exp} ist mit u_{Theo} konsistent. Damit wird die erforderliche Mitberücksichtigung der Luftmasse im Straw durch die Überstimmung des zweiten Terms bestätigt. u besteht aus der linearen Abhängigkeit zwischen Zugkraft und Überdruck im Straw und der Gewichtszunahme pro Länge pro Druckanstieg. Nun haben v_{Theo} und v_{Exp} eine Abweichung von $(0,757 \pm 0,08) \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1}$, also $v = (-0,968 \pm 0,08) \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1}$ und $v_{\text{Theo}} = -1,725 \cdot 10^{-5} \text{ N mm}^{-1}$, wobei v die Hälfte des Gesamtgewichts von dem Straw und der Luft bei Überdruck 0 bar pro Länge ist. Des Weiteren ist $b_{\text{Theo}} 2,126 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$ und $b = (-3,586 \pm 2,443) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$, wobei b eine konstante nach oben gerichtete Zugwirkung pro Länge bei jeder x_s auf den Straw bezeichnet. Diese Abweichung beträgt $(5,712 \pm 2,443) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$. Die perfekte Übereinstimmung von u_{Exp} und u_{Theo} besagt, dass das theoretische Modell an der Stelle von u den realen Zusammenhang zwischen Luftmasse, Zugkraft und Überdruck quantitativ gut vorhersagt. Da v und b zwei Konstanten sind und darum leicht große Abweichungen wegen beispielsweise unpräzisen Messdurchführungen und einer nicht hinreichenden Abdeckung der Messpositionen bekommen, wird es trotz großer Abweichungen in v und b festgestellt, dass das Modell (3.44) zuverlässig ist.

Für weitere Bestimmung von v und b sollte Messungen an mindestens 7 bis 9 Messpositionen durchgeführt werden. Eine Überprüfung der Horizonte des Montagerahmen und Messungen der radialen Ausdehnung des Straws wären auch sehr sinnvoll, um die Fehlerabweichung von b aufzuheben.

Zusammengefasst soll der Strawdurchhang mit dem Modell (3.44) gut vorhergesagt werden, nur sollten die beiden Konstanten v und b mit weitere Messungen nochmal bestimmt werden. Somit kann zum Beispiel der Druck mit dem Modell passend eingestellt werden für das zukünftige SHiP-Experiment.

Literaturverzeichnis

- [1] Walter Blum, Werner Riegler, Luigi Rolandi. *Particle Detection with Drift Chambers*, 2nd ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [2] Benedict Kaiser. *Setup of a Prototype for the SHiP Sepectrometer Straw Tracker*, Oct. 2019.
- [3] D.Bick, S.Bieschke, C.Hagner, B.Kaiser, W. Schmidt/Parzefall. *The Suspended Bridge Design Concept for the SHiP Spectrometer Straw Tracker*, Dec. 2019. [CERN-SHiP-INT-2019-006].
- [4] DuPont Teijin Films. *Product Information: Mylar polyester film*.
- [5] Wolf Dichtungen. *Technische Daten von Mylar[®] A*.
- [6] Hermann Kolanoski, Norbert Wermes. *Teilchendetektoren: Grundlagen und Anwendungen*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2016.
- [7] Christian Oldorf. *Fortgeschrittenenpraktikum: Nachweiseigenschaften von Driftkammern*, Jan. 2014.
- [8] Torsten Fließbach. *Mechanik: Lehrbuch zur Theoretischen Physik I*, 8. Auflage, Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2020.
- [9] ShiP Collaboration & HI-ECN3 Project Team. *SHiP experiment at the SPS Beam Dump Facility*, Apr. 2025.
- [10] Stefan Bieschke. *The Drift Tube Spectrometer for the Measurement of the Muon Flux and Spectrum Emerging from a Proton Beam Dump at the SPS for the SHiP Experiment*, 2020.

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich die Bachelorarbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, habe ich in jedem einzelnen Fall unter genauer Angabe der Quelle deutlich als Entlehnung kenntlich gemacht. Ich versichere, diese Arbeit nicht bereits in gleicher oder ähnlicher Fassung in einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht zu haben.

Sofern im Zuge der Erstellung der vorliegenden Bachelorarbeit generative Künstliche Intelligenz (gKI) basierte elektronische Hilfsmittel verwendet wurden, versichere ich, dass meine eigene Leistung im Vordergrund stand und dass eine vollständige Dokumentation aller verwendeten Hilfsmittel gemäß der Guten wissenschaftlichen Praxis vorliegt. Ich trage die Verantwortung für eventuell durch die gKI generierte fehlerhafte oder verzerrte Inhalte, fehlerhafte Referenzen, Verstöße gegen das Datenschutz- und Urheberrecht oder Plagiate.

Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Wenyi Zhao

17.05.2025