

Monte – Carlo – Studien zum radioaktiven Untergrund für das COBRA – Experiment

Monte Carlo studies on the radioactive background
for the COBRA experiment

von

Kim Susan Petersen

geboren am

06.10.1988

**Bachelor – Arbeit im Studiengang Physik
Universität Hamburg**

2011

1. Gutachter: Prof. Dr. Caren Hagner
2. Gutachter: Dr. Björn Wonsak

Zusammenfassung

Die Aufgabe des COBRA (Cadmium Zinc Telluride 0 Neutrino Double Beta Research Apparatus)–Experimentes ist die Suche nach dem neutrinolosen Doppel–Beta–Zerfall von ^{116}Cd , dessen Vorkommen zur Aufklärung der Identität von Neutrino und Antineutrino beitragen würde. Die Universität Hamburg ist maßgeblich an der Entwicklung der Detektorabschirmung beteiligt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde mithilfe des Simulationsprogrammes Venom untersucht, wie groß das im Detektor erwartete Signal ist, das von der radioaktiven Kontamination des Abschirmungsmaterials (und anderer Detektorbestandteile) herrührt. Dabei wurden die radioaktiven Isotope ^{40}K und ^{137}Cs , sowie die natürlichen Zerfallsreihen von ^{238}U und ^{232}Th in Betracht gezogen. ^{40}K und ^{137}Cs , die keine Teilchen mit Energien in der Nähe des Q–Wertes von ^{116}Cd emittieren, führen zu Untergrundereignissen mit Energien unterhalb von 2,0 MeV. Hingegen führt eine geringe Kontamination der Abschirmung mit ^{238}U und ^{232}Th ($A_m \approx (10^{-3} - 10^{-5}) \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$) zu einer Rate von $R \approx (10^{-3} - 10^{-2}) \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$, wenn man den Energiebereich von 2,0 bis 3,0 MeV betrachtet, und $R < (10^{-2} - 10^{-1}) \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ für Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV.

Abstract

The purpose of the COBRA (Cadmium Zinc Telluride 0 Neutrino Double Beta Research Apparatus) experiment is the search for the neutrinoless double–beta decay of ^{116}Cd in order to clarify the identity of neutrino and antineutrino. The University of Hamburg is significantly involved in the development of the detector shielding. In this thesis, the expected detector signal due to the radioactive contamination of the shielding material (and other detector components) was examined by using the simulation program Venom. Therefore, the radioactive isotopes ^{40}K and ^{137}Cs have been taken into consideration, as well as the natural decay chains of ^{238}U and ^{232}Th . ^{40}K and ^{137}Cs , not emitting any particles with energies close to the Q value of ^{116}Cd , only produce background events with energies below 2 MeV. Whereas a small contamination of the shielding with ^{238}U and ^{232}Th ($A_m \approx (10^{-3} - 10^{-5}) \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$) results in a rate of $R \approx (10^{-3} - 10^{-2}) \frac{\text{events}}{\text{year}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$, when looking at an energy range from 2,0 to 3,0 MeV, and $R < (10^{-2} - 10^{-1}) \frac{\text{events}}{\text{year}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ for an energy range from 2,7 to 2,9 MeV.

*„I have done a terrible thing,
I have postulated a particle
that cannot be detected.“*

Wolfgang Ernst Pauli, 1930

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
2	Grundlagen der Neutrinophysik	11
2.1	Die Entdeckung des Neutrinos	11
2.2	Neutrinoeigenschaften und die drei Lepton-Familien	12
2.3	Der neutrinolose Doppel-Beta-Zerfall	15
3	Das COBRA-Experiment	17
4	Untergrundereignisse	19
5	Durchführung der Monte-Carlo-Simulationen	21
5.1	Das Venom-Simulationspaket	21
5.2	Simulierter Detektoraufbau	22
5.3	Simulierte Fremdisotope	23
6	Auswertung der Monte-Carlo-Simulationen	25
6.1	Betrachtung der Spektren der Energiedeposition	25
6.2	Berechnung der Untergrundraten für Abschirmung 1 bis 4	46
6.3	Berechnung der Aktivität bei gewünschter Untergrundrate	53
6.4	Berechnung der Untergrundraten für die inneren Detektorbestandteile . . .	61
7	Diskussion und Zusammenfassung	63
8	Anhang	67
9	Literaturverzeichnis	73

1 Einleitung

Neutrinos spielen eine sehr wichtige Rolle sowohl in der Teilchenphysik als auch in der Astrophysik und der Kosmologie. Doch obwohl ihre Existenz bereits vor über 80 Jahren von Wolfgang Pauli vorhergesagt und vor über 50 Jahren von F. Reines and C. Cowan erstmals nachgewiesen wurde, gibt es noch viele offene Fragen in Bezug auf fundamentale Eigenschaften wie zum Beispiel ihre Masse, ihre Lebensdauer und ihre elektromagnetischen Eigenschaften. Das COBRA (Cadmium Zinc Telluride 0 Neutrino Double Beta Research Apparatus)–Experiment ist eines der Experimente, die eine der Fragen durch die Detektion eines neutrinolosen Doppel–Beta–Zerfalls beantworten möchten. Es ließe sich damit bestätigen, dass Neutrinos Majorana–Teilchen, also ihre eigenen Antiteilchen sind. Falls er existiert, ist die Halbwertszeit des neutrinolosen Doppel–Beta–Zerfalls größer als 10^{25} Jahre. Es handelt sich also um ein Niedrigratenexperiment, für das eine geeignete Detektorabschirmung besonders wichtig ist. Die Universität Hamburg hat verschiedene Abschirmungskonzepte für das COBRA–Experiment vorgeschlagen und mithilfe von Monte–Carlo–Simulationen ihre Wirksamkeit insbesondere in Bezug auf Neutronen untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit wird untersucht, wie sich eine Kontamination der Abschirmung oder anderer Detektorkomponenten mit bestimmten radioaktiven Isotopen oder Zerfallsreihen auswirken würde.

In Kapitel 2 werden zunächst die wichtigsten Aspekte der Neutrinophysik zusammengefasst. Insbesondere wird auf den neutrinolosen Doppel–Beta–Zerfall und seine Bedeutung für das Standardmodell eingegangen. Das COBRA–Experiment wird in Kapitel 3 vorgestellt. Kapitel 4 gibt anschließend einen Überblick über die möglichen Untergrundquellen. Das verwendete Simulationsprogramm wird in Kapitel 5 eingeführt. Auch die Simulation des Detektors, sowie der radioaktiven Isotope und Zerfallsreihen wird hier beschrieben. Die Ergebnisse befinden sich in Kapitel 6 und werden in Kapitel 7 zusammengefasst und diskutiert.

2 Grundlagen der Neutrinophysik

Dieses Kapitel gibt einen kurzen Überblick über die theoretischen Grundlagen und die wichtigsten experimentellen Befunde der Neutrinophysik. Weiterhin werden der neutrino-begleitete und der neutrino-lose Doppel-Beta-Zerfall vorgestellt.

2.1 Die Entdeckung des Neutrinos

Seit Beginn des 20. Jahrhunderts ist bekannt, dass Betastrahlung bei der Umwandlung eines Elements mit Kernladungszahl Z in eines mit Kernladungszahl $Z + 1$ unter Emission eines negativ geladenen Teilchens entsteht. In der Mitte des 20. Jahrhunderts konnten diese Teilchen durch Maurice Goldhaber und Gertrude Scharff-Goldhaber experimentell eindeutig mit atomaren Elektronen identifiziert werden [Go48].

Bereits im Jahre 1911 zeigten Lise Meitner und Otto Hahn, dass das Energiespektrum der ausgesandten Betateilchen kontinuierlich ist. Da die beim Zerfall freiwerdende Energie jedoch immer den gleichen festen Wert hat und man annahm, das Elektron müsse die gesamte Energie tragen, hatte man das diskrete Spektrum eines Zwei-Körper-Prozesses erwartet. Das kontinuierliche Spektrum bedeutete daher eine Verletzung sowohl der Energie- als auch der Drehimpulserhaltung.

Um dieses Problem zu beheben schlug Wolfgang Pauli im Jahre 1930 die Existenz eines zusätzlichen Teilchens vor, welches die fehlende Energie und den fehlenden Impuls tragen sollte, und bezeichnete es zunächst als *Neutron*. Der von Enrico Fermi eingeführte Begriff *Neutrino* wurde erst kurze Zeit später (nach der Entdeckung des Neutrons 1932) gebräuchlich [Pau61].

Mithilfe des Neutrinos kann der Betazerfall als Drei-Körper-Prozess beschrieben werden: Ein Atom mit Z Protonen und $A - Z$ Neutronen zerfällt in ein Atom mit $Z + 1$ Protonen und $A - Z - 1$ Neutronen, sowie ein Elektron und ein Antielektronneutrino. Dazu muss ein Neutron gemäß



zerfallen. Dieser Prozess wird als β^{-} -Zerfall bezeichnet. Beim β^{+} -Zerfall, der 1934 entdeckt wurde, wird analog ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Elektronneutrino umgewandelt:

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (2)$$

1956 wurde die Existenz von Neutrinos durch Frederick Reines and Clyde Cowan experimentell bestätigt [Co56]. Als Neutrinoquelle verwendeten sie Kern-Reaktoren, in denen Spaltprodukte vorkamen, die β^- -Strahlung emittierten. Der Nachweis erfolgte über den inversen β^+ -Zerfall:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (3)$$

Der Wechselwirkungsquerschnitt für die Reaktion gemäß Gleichung (3) wurde zu $\sigma = (1,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-43} \text{ cm}^2$ bestimmt [Sm97]. Aufgrund dieser kleinen Reaktionswahrscheinlichkeit ist der direkte Nachweis von Neutrinos sehr schwierig.

2.2 Neutrinoeigenschaften und die drei Lepton-Familien

Im Standardmodell wird das Neutrino als masseloses *Dirac*-Teilchen¹ beschrieben, das keine elektromagnetischen Eigenschaften (wie Ladung, elektrisches oder magnetisches Dipolmoment, etc.) besitzt. Es unterliegt nur der schwachen Wechselwirkung, d.h. es wechselwirkt mit anderen Teilchen durch den Austausch eines elektrisch geladenen W-Bosons (*charged current*²) oder eines elektrisch neutralen Z-Bosons (*neutral current*³). Nach der (V-A)-Theorie ist dies allerdings nur für linkshändige Neutrinos und rechtshändige Antineutrinos möglich, wobei sich die Händigkeit (oder *Chiralität*⁴) eines Teilchens auf seine Symmetrieeigenschaften bezieht und für masselose Teilchen gleich der *Helizität* ist. Diese ist definiert als

$$H = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|} \quad (4)$$

und gibt an, ob Spin und Flugrichtung eines Teilchens parallel ($H = +1$) oder antiparallel ($H = -1$) zueinander stehen. Im Standardmodell gibt es also nur linkshändige Neutrinos

¹Bei Dirac-Teilchen (nach Paul Dirac, brit. Physiker) wird zwischen Teilchen und Anti-Teilchen unterschieden. Alle Fermionen des Standardmodells sind Dirac-Teilchen.

²engl. *charged current* = geladener Strom

³engl. *neutral current* = neutraler Strom

⁴*Chiralität*, aus dem Griechischen: die *Händigkeit*, abgeleitet von $\chi\epsilon\rho = \text{Hand}$

mit fester negativer Helizität und rechtshändige Antineutrinos mit fester positiver Helizität. Dies wurde 1958 im Goldhaber-Experiment experimentell nachgewiesen [Go58].

Wenn sich das Neutrino und sein Antiteilchen nicht in ihrer Ladung unterscheiden, stellt sich die Frage, wie man sie überhaupt unterscheiden kann bzw. ob es sich nicht eventuell sogar um ein und dasselbe Teilchen handelt. Das würde bedeuten, dass das Neutrino ein *Majorana*-Teilchen⁵ wäre. Es gibt mehrere Möglichkeiten sich dieser Frage zu nähern:

Analog zu Gleichung (3) verläuft der inverse β^- -Zerfall gemäß

$$\nu_e + n \rightarrow e^- + p \quad (5)$$

Falls nun $\nu_e = \bar{\nu}_e$ ist, so müsste es auch zu der Reaktion

$$\bar{\nu}_e + n \rightarrow e^- + p \quad (6)$$

kommen. Reaktionen gemäß Gleichung (5) wurden mit solaren Neutrinos⁶ schon vielfach registriert, zum Beispiel von Raymond Davis Jr. und John Bahcall beim Homestake-Experiment, das erstmals 1968 in einem Bergwerk in South Dakota mit ^{37}Cl als Nachweismaterial durchgeführt wurde [Dav94]. Hingegen blieb die Suche nach Reaktionen wie in Gleichung (6) auf Grund der maximalen Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung (($V-A$)-Theorie) bisher erfolglos, so zum Beispiel Davis' Versuch die ^{37}Cl -Reaktion analog zum Homestake-Experiment mit Reaktorantineutrinos nachzuweisen [Dav55].

Das Vorkommen oder Nicht-Vorkommen solcher Reaktionen kann im Standardmodell auch mit der Notwendigkeit der *Leptonzahlerhaltung* beschrieben werden. Dabei gilt die Zuordnung $L(\nu_e, e^-) = +1$ und $L(\bar{\nu}_e, e^+) = -1$. In Gleichung (6) ist die Leptonzahl nicht erhalten, demnach ist dieser Prozess im Standardmodell verboten.

Eine andere Möglichkeit, die Identität von ν_e und $\bar{\nu}_e$ zu klären, ist der neutrinolose Doppel-Beta-Zerfall, siehe dazu Kapitel 2.3.

⁵Bei einem Majorana-Teilchen (nach Ettore Majorana, ital. Physiker) wird nicht zwischen Teilchen und Antiteilchen unterschieden.

⁶Als solare Neutrinos bezeichnet man solche, die bei thermonuklearen Fusionen in der Sonne entstehen.

Neben dem Elektron besteht der Leptonsektor noch aus dem Myon und dem Tauon, die die gleiche Ladung, aber verschiedene Massen tragen. Analog gibt es auch drei Neutrinosorten (*Flavours*⁷): das Elektronneutrino ν_e , das Myonneutrino ν_μ und das Tauonneutrino ν_τ . Es wurde in verschiedenen Experimenten nachgewiesen, dass es sich dabei nicht um identische Teilchen handeln kann, was im Standardmodell wiederum mit der Leptonenzahlerhaltung innerhalb jeder der drei Leptonfamilien begründet werden kann. Eine Leptonfamilie besteht aus einem Lepton, dem zugehörigen Leptonneutrino, sowie den zugehörigen Antiteilchen. In jeder beliebigen Reaktion müssen sowohl Familienleptonzahl als auch Gesamtleptonzahl $L = L_e + L_\mu + L_\tau$ erhalten sein.

Während den Neutrinos im Standardmodell die Masse $m = 0$ zugeordnet wird, geben Neutrinooszillationen⁸ zwischen den verschiedenen Flavours Hinweis darauf, dass sie durchaus Massen besitzen, wobei diese noch nicht endgültig bestimmt werden konnten. Man kann jedoch obere Grenzen⁹ und Massenunterschiede angeben [PDG]:

$$\begin{aligned} m_{\nu_e} &< 2 \text{ eV} \\ \Delta m_{21}^2 &= (7,59 \pm 0,20) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{23}^2 &= (2,43 \pm 0,13) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \end{aligned}$$

Das bedeutet, dass mindestens zwei der drei Neutrinosorten eine kleine, aber nicht verschwindende Masse besitzen müssen.

Die Oszillationen kommen zustande, da für die Masseneigenzustände $|\nu_i\rangle$, die ungleich den Flavoureigenzuständen $|\nu_\alpha\rangle$ sind, gilt:

$$\begin{aligned} |\nu_i\rangle &= \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} U_{\alpha i}^* |\nu_\alpha\rangle \\ |\nu_\alpha\rangle &= \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \end{aligned} \tag{7}$$

mit einer unitären 3×3 -Matrix U , der Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata-Matrix.

⁷engl. *flavour* = Geschmack

⁸Einen ersten Hinweis auf Neutrinooszillationen gab das bereits erwähnte Homestake-Experiment. Der dort gemessene Fluss der solaren Neutrinos betrug nur etwa 30 Prozent des theoretisch berechneten Flusses [Dav94].

⁹Die hier angegebene Obergrenze für m_{ν_e} wurde durch eine Endpunktanalyse des Energiespektrums vom Beta-Zerfall von Tritium bestimmt [Ma01], [Tr01]. Kosmologische Untersuchungen deuten hingegen an, dass $\sum m_\nu < 0,3 \text{ eV}$ [Go06]. Oszillationsexperimenten geben lediglich über Δm_{ij}^2 Aufschluss.

Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, wird beim Beta-Zerfall ein Antineutrino frei, beim Doppel-Beta-Zerfall dementsprechend zwei. Unter zwei gleichzeitig zu erfüllenden Bedingungen jenseits des Standardmodells kann es jedoch auch zu einem neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfall kommen:

- Es ist $\nu = \bar{\nu}$, d.h. das Neutrino ist ein Majorana-Teilchen.
- Es kommt zu einer Helizitätsanpassung.

Abbildung 2 deutet an, wie beim $0\nu\beta\beta$ -Zerfall das (rechtshändige) Antineutrino aus dem einen Beta-Zerfall als (linkshändiges) Neutrino den anderen Beta-Zerfall initiiert.

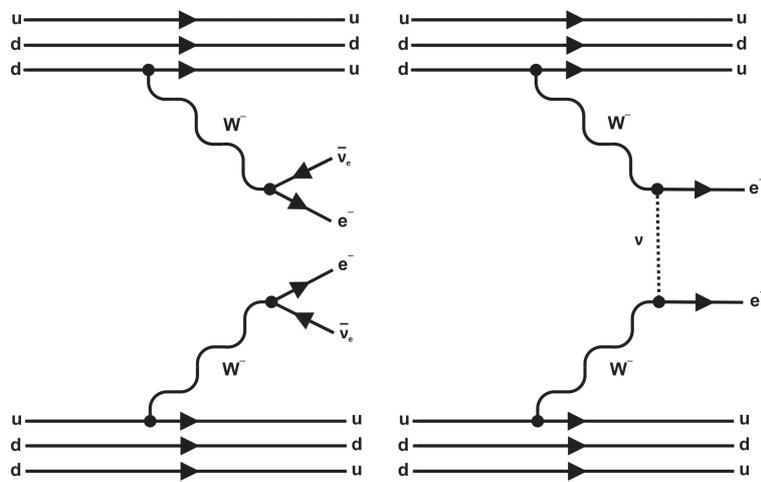


Abbildung 2: Feynman-Diagramm des $2\nu\beta\beta$ - (links) und des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls (rechts).

Abbildung aus [Hd10].

Damit dieser Mechanismus so ablaufen kann, muss es zu einer Helizitätsanpassung kommen. Für diese gibt es viele mögliche Erklärungen. Die beiden populärsten sind: **(1)** Das Neutrino hat eine Masse $m > 0$, sodass seine Geschwindigkeit v kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist. Dann kann es mit einer Wahrscheinlichkeit $W = \frac{1}{2}(1 - \frac{v}{c})$ seine Helizität umkehren. **(2)** Es gibt zusätzlich zum linkshändigen geladenen Leptonstrom der $(V-A)$ -Theorie einen kleinen Beitrag eines rechtshändigen Leptonstroms (einen $(V+A)$ -Beitrag). Hierbei handelt es sich nicht um eine Helizitätsanpassung im eigentlichen Sinne, sondern um eine Änderung der Wechselwirkung.

Die Detektion eines $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls würde in jedem Fall bedeuten, dass das Neutrino ein Majorana-Teilchen ist, und eine Erweiterung des derzeitigen Standardmodells zur Folge haben [Sch82].

3 Das COBRA – Experiment

Die Aufgabe des COBRA¹¹ – Experimentes ist die Suche nach dem neutrinolosen Doppel – Beta – Zerfall um die Identität von Neutrino und Antineutrino zu klären. Es wurde 2001 von Kai Zuber vorgeschlagen [Zu01], befindet sich zur Zeit in der R&D¹² – Phase und soll im LNGS (Laboratori Nazionali del Gran Sasso) in Italien aufgebaut werden.

Der Detektor besteht im Wesentlichen aus vielen CdZnTe – Kristallen, die gleichzeitig als Quell – und als (Halbleiter –) Detektormaterial dienen sollen. Dadurch kann eine große Masse an Quellmaterial erreicht werden. Es enthält insgesamt neun Isotope, die dem Doppel – Beta – Zerfall oder ähnlichen Prozessen unterliegen. Darunter befinden sich unter anderem ¹³⁰Te, das eine hohe natürliche Isotopenhäufigkeit (33,8 %) hat, sowie ¹¹⁶Cd, dessen Zerfallsenergie $Q = 2813,5 \text{ keV}$ beträgt und damit oberhalb des natürlichen Gamma – Untergrundes liegt. Die natürliche Häufigkeit von ¹¹⁶Cd beträgt nur 7,5 %, eine Anreicherung auf bis zu 90 % ist jedoch möglich.

Auch das Vorkommen von ¹⁰⁶Cd ist interessant, da es sich dabei um einen $\beta^+ \beta^+$ – Strahler handelt. Zur Detektion dieses Zerfalls können Koinzidenzanalysen genutzt werden, da im Endzustand zwei oder vier Photonen mit 511 keV vorliegen [Zu03].

Ein großer Vorteil ist, dass die Detektoren bei Raumtemperatur betrieben werden können, sodass keine Kühlung nötig ist. Weiterhin besitzen sie eine gute Energieauflösung, deren Bedeutung in Abbildung 3 deutlich wird: Um den Peak des $0\nu\beta\beta$ – Zerfalls vom Ende des Energiespektrums des häufiger vorkommenden $2\nu\beta\beta$ – Zerfalls unterscheiden zu können, ist eine ausreichend hohe Auflösung wichtig.

Weitere Vorteile sind die relativ schnelle Verfügbarkeit der CdZnTe – Kristalle und der modulare Detektor – Aufbau. Auf diesen wird in Kapitel 5.2 näher eingegangen.

¹¹COBRA = Cadmium Zinc Telluride 0 Neutrino Double Beta Research Apparatus

¹²engl. *Research and Development* = Forschung und Entwicklung

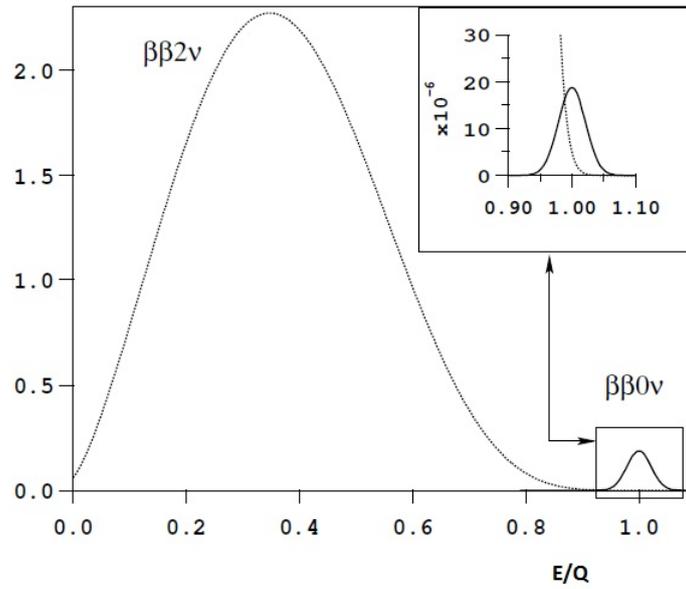


Abbildung 3: Auf Q normiertes Elektronenenergiespektrum beim $2\nu\beta\beta$ - und beim $0\nu\beta\beta$ -Zerfall in arbiträren Einheiten. Aufgrund der experimentell begrenzten Energieauflösung hat der Peak des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls eine endliche Breite und wird teilweise vom Spektrum des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls überlagert.

Abbildung aus [Cr03].

4 Untergrundereignisse

Neben den gesuchten neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfällen werden noch zahlreiche andere Ereignisse detektiert. Diese stellen den Untergrund des Experimentes dar, welcher auf verschiedene Weisen reduziert werden kann. Zu den Untergrundquellen gehören:

- thermische Neutronen
- Myonen und durch diese induzierte Sekundärteilchen, z.B. schnelle Neutronen
- kosmische Radionuklide
- α -, β - und γ -Strahlung aus Zerfallsreihen und sonstigen Quellen
- der neutrinobegleitete Doppel-Beta-Zerfall (siehe Abbildung 3)

Vor allem bei der Produktion, aber auch bei der Lagerung, dem Transport und dem Einbau der Detektorkomponenten kann es zur Kontamination mit den im Folgenden vorgestellten Fremdisotopen und Zerfallsreihen kommen. Sie sind damit verantwortlich für einen Teil des radioaktiven Untergrundes:

- ^{137}Cs ist ein β^- -Strahler mit einer Halbwertszeit von 30,07 Jahren. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 94,4% zerfällt es zunächst in einen angeregten Zustand von ^{137}Ba , das anschließend unter Aussendung eines Photons mit 0,66 MeV in den Grundzustand übergeht. 5,6% gehen direkt in den stabilen ^{137}Ba -Grundzustand über [Nu11].
- ^{40}K hat eine natürliche Häufigkeit von 0,0117% und eine Halbwertszeit von $1,28 \cdot 10^9$ Jahren. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 89,3% zerfällt es in ^{40}Ca (β^- -Zerfall), mit einer Wahrscheinlichkeit von 10,7% in ^{40}Ar . Der Übergang zu ^{40}Ar kann durch Elektroneneinfang geschehen (nach welchem der zunächst angeregte Kern durch Aussenden eines Photons mit 1,46 MeV in den Grundzustand übergeht), sowie durch einen β^+ -Zerfall [Nu11].
- ^{238}U ist mit 99,3% in natürlichem Uran enthalten und hat eine Lebensdauer von $4,47 \cdot 10^9$ Jahren. Es ist Ausgangsnuklid der Uranzerfallsreihe, die 14 Umwandlungsprozesse enthält und mit dem stabilen Nuklid ^{206}Pb endet [Nu11]. Die vollständige Zerfallsreihe ist dem Anhang A1 zu entnehmen.

- ^{232}Th hat eine Halbwertszeit von $1,41 \cdot 10^{10}$ Jahren und ist Ausgangsnuklid der Thoriumzerfallsreihe, die nach 10 Zerfallsschritten mit dem stabilen Nuklid ^{208}Pb endet [Nu11]. Die vollständige Zerfallsreihe ist ebenfalls dem Anhang A1 zu entnehmen.

Aufgrund ihrer großen Halbwertszeiten kommen ^{238}U , ^{232}Th und ^{40}K noch immer in der Natur vor. ^{137}Cs entsteht bei der Kernspaltung in Kernreaktoren und gelangte 1986 bei der Katastrophe von Tschernobyl in größeren Mengen in die Umwelt.

Die Rate der Untergrundereignisse muss minimiert werden, denn unter anderem durch sie wird die durch Gleichung 8 beschriebene maximale Sensitivität des Detektors auf die Halbwertszeit bestimmt [Cr03]:

$$T_{1/2}^{\text{messbar}} \propto H \cdot \epsilon \cdot \sqrt{\frac{M \cdot t}{\Delta E \cdot R}} \quad (8)$$

H ist die Isotopenhäufigkeit bzw. -anreicherung des Doppel-Beta-Strahlers, ϵ die Detektoreffizienz, M die Masse des Detektormaterials, t die Messzeit, ΔE die Energieauflösung und R die Rate der Untergrundereignisse. Für den Fall, dass $R = 0$ in dem betrachteten Energiebereich, gilt hingegen [Cr03]:

$$T_{1/2}^{\text{messbar}} \propto H \cdot \epsilon \cdot M \cdot t \quad (9)$$

Die erwartete Halbwertszeit für den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall ist größer als 10^{25} Jahre. Ihre genaue Berechnung ist sehr anspruchsvoll und stark abhängig vom gewählten Kernmodell sowie von der Neutrinomasse. Es gilt [Cr03]:

$$T_{1/2}^{0\nu} = G^{0\nu} |M^{0\nu}| \langle m_\nu \rangle^2 \quad (10)$$

Dabei ist $G^{0\nu}$ das (exakt berechenbare) Phasenraumintegral, $|M^{0\nu}|$ das Übergangsmatrixelement und $\langle m_\nu \rangle$ die effektive Neutrinomasse.

Gleichung 8 und 9 machen deutlich, wie wichtig eine möglichst starke Reduzierung des Untergrundes ist. Das Ziel ist eine Untergrundrate von maximal $10^{-4} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$ für jede Untergrundquelle innerhalb der ROI¹³ von 2,7 bis 2,9 MeV, also in der Nähe des Q-Wertes von ^{116}Cd .

¹³engl. *region of interest* = Region von Interesse

5 Durchführung der Monte – Carlo – Simulationen

In diesem Kapitel werden das verwendete Simulationsprogramm sowie der angenommene Detektoraufbau vorgestellt. Weiterhin soll die Simulation der Fremdisotope erläutert werden.

5.1 Das Venom – Simulationspaket

Zur Abschätzung des Detektorsignals aufgrund von radioaktiver Kontamination wurden zahlreiche Monte – Carlo – Simulationen durchgeführt. Dabei handelt es sich um ein Verfahren aus der Stochastik, bei dem ein statistischer Prozess häufig kopiert wird. In Verbindung mit der Wahrscheinlichkeitstheorie kann man mit Monte – Carlo – Simulationen analytisch nicht oder nur aufwendig lösbare Probleme numerisch lösen.

Für die Simulationen wurde ein Simulationspaket namens Venom verwendet. Venom basiert auf Geant4¹⁴ und ist für die Monte – Carlo – Simulation von $\beta\beta$ – Zerfallsexperimenten mit Halbleiterdetektoren entwickelt worden [Co07]. Die Plattform Geant4 wird am CERN entwickelt und ist für die Simulation von Wechselwirkungen von Teilchen mit Materie gedacht. Es stammt ursprünglich aus der Hochenergiephysik, jedoch existieren mittlerweile Erweiterungen für Experimente, die im Niedrigenergiebereich arbeiten.

Die durchgeführten Monte – Carlo – Simulationen sind nicht fehlerfrei. So kann es Programmierfehler im Code geben, sowie Unsicherheiten im Bezug auf die verwendeten physikalischen Daten wie zum Beispiel Wirkungsquerschnitte, Energie – und Winkelverteilungen oder Materialeigenschaften. Der Benutzer nimmt auf die Genauigkeit der Ergebnisse ebenfalls Einfluss, beispielsweise durch die Wahl der Anzahl der simulierten Teilchen, wobei gilt: Je größer die Anzahl der simulierten Teilchen, desto genauer das Ergebnis. Da die Abschätzung systematischer Fehler sehr schwierig ist, handelt es sich bei allen Fehlerangaben in der Auswertung um rein statistische Fehler.

¹⁴Geant, engl. *Geometry and Tracking* = Geometrie und Bahnverfolgung

5.2 Simulierter Detektoraufbau

Der genaue Aufbau des COBRA–Detektors wurde noch nicht festgelegt. Für die Simulationen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, wurde der im Folgenden beschriebene Aufbau angenommen:

Jeder der CdZnTe–Kristalle hat eine Masse von etwa 6,53 g und ein Volumen von 1 cm^3 . Mit einer Anordnung von $40 \times 40 \times 40$ Kristallen wird eine Gesamtmasse von knapp 420 kg erreicht. Sie werden in Haltern aus Delrin (Polyoxymethylen), einem sehr reinen und mechanisch stabilen Kunststoff, gelagert. Die insgesamt 64.000 Kristalle mit ihren Haltern befinden sich in einer mit Stickstoff gefüllten hochreinen Kupferbox. Der Stickstoff dient hauptsächlich der Verdrängung des radioaktiven Edelgases Radon. Es folgt eine 1 cm dicke Schicht Plastiksintillator, die als Myon–Veto dienen soll. Nun folgen die passiven Schichten, die aus Kupfer, Blei und mit Lithium dotiertem Polyethylen bestehen. Vier verschiedene von der Universität Hamburg vorgeschlagene mögliche Anordnungen wurden in dieser Arbeit untersucht:

1. **5 cm Blei – 8 cm PolyLithium – 10 cm Kupfer – 40 cm Blei**
2. **5 cm Blei – 13 cm PolyLithium – 40 cm Kupfer**
3. **5 cm Kupfer – 8 cm PolyLithium – 10 cm Kupfer – 40 cm Blei**
4. **5 cm Kupfer – 13 cm PolyLithium – 40 cm Blei**

Das dotierte Polyethylen eignet sich besonders gut als Neutronenabschirmung. Dabei dient das Polyethylen selbst als Moderator, während beispielsweise ${}^6\text{Li}$ die Neutronen absorbieren kann, woraufhin es allerdings ein α –Teilchen mit 4,78 MeV emittiert.

Die letzte Schicht nach den passiven Schichten ist ein weiteres Myon–Veto.

In Abbildung 4 ist eine schematische Skizze des simulierten Detektoraufbaus zu sehen.

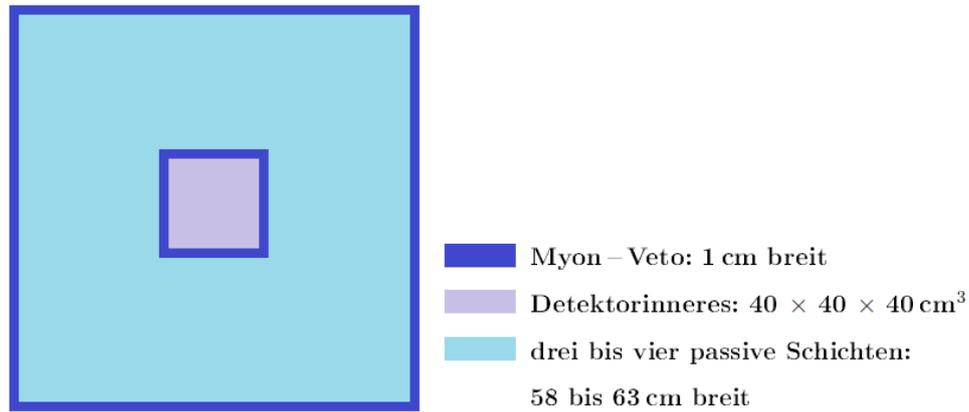


Abbildung 4: Schematische Skizze des simulierten Detektoraufbaus (Querschnitt)

5.3 Simulierte Fremdisotope

Für diese Arbeit wurde angenommen, dass die untersuchten Materialien vorrangig durch ^{238}U , ^{232}Th , ^{137}Cs und ^{40}K verunreinigt sind.

Die Isotope wurden nacheinander in den verschiedenen passiven Schichten sowie in den inneren Detektorbestandteilen simuliert. Dabei wurde angenommen, dass sie in den Materialien gleichmäßig verteilt sind. Dies ist in der Realität nicht unbedingt gegeben. Tatsächlich kann es vorkommen, dass die Konzentrationen radioaktiver Stoffe auf Oberflächen sehr viel größer sind als im Inneren des betrachteten Volumens.

Weiterhin wurde angenommen, dass sich die Zerfallsreihen im Gleichgewicht befinden. Dies ist für Zerfälle mit sehr großen Halbwertszeiten gut gegeben. Allerdings befinden sich in beiden Zerfallsreihen auch Isotope mit sehr kleinen Halbwertszeiten, z.B. ^{212}Po (in der Thorium-Zerfallsreihe) mit einer Halbwertszeit von nur 310 ns und ^{214}Po (in der Uran-Zerfallsreihe) mit einer Halbwertszeit von $160 \mu\text{s}$. Durch die Ausgasung von Radon wird das Gleichgewicht ebenfalls gestört, da sich das Gas verflüchtigen kann.

Bei der Simulation lässt das Programm die Isotope in zufälliger Reihenfolge zerfallen. Dabei hat jeder Zerfall die gleiche Wahrscheinlichkeit (abgesehen von solchen Zerfällen, die mehr als eine Zerfallsmöglichkeit besitzen). Je größer nun die Zahl der insgesamt simulierten Teilchen, desto genauer ist die Abschätzung für die Zahl der simulierten Teilchen für jedes Glied der Zerfallsreihe. Dazu wird die Zahl der insgesamt simulierten Teil-

chen durch die Zahl der Zerfallsschritte (für die Uran – Zerfallsreihe 14, für die Thorium – Zerfallsreihe 10) geteilt. Dies muss in der Berechnung der Raten berücksichtigt werden, da sich die angenommenen Aktivitäten nur auf ^{238}U bzw. ^{232}Th , nicht auf die vollständigen Zerfallsreihen beziehen.

6 Auswertung der Monte – Carlo – Simulationen

6.1 Betrachtung der Spektren der Energiedeposition

In den Abbildungen 6 bis 33 ist (am Beispiel von Abschirmung 1) zu erkennen, wie viele Ereignisse mit welchen Energien bei den verschiedenen Simulationen im Detektor registriert wurden. Photonen machen den Großteil dieser Ereignisse aus, aber es wurden auch einige Elektronen und Positronen detektiert. Ein Beispiel für die Anteile der verschiedenen Teilchenidentitäten¹⁵ an der Zahl aller Ereignisse ist in Abbildung 5 zu sehen. Es ist zu beachten, dass die Energieschwelle von CdZnTe – Detektoren bei 40 keV liegt, weshalb Signale mit kleineren Energien auch in der Auswertung der Simulationen nicht beachtet wurden.

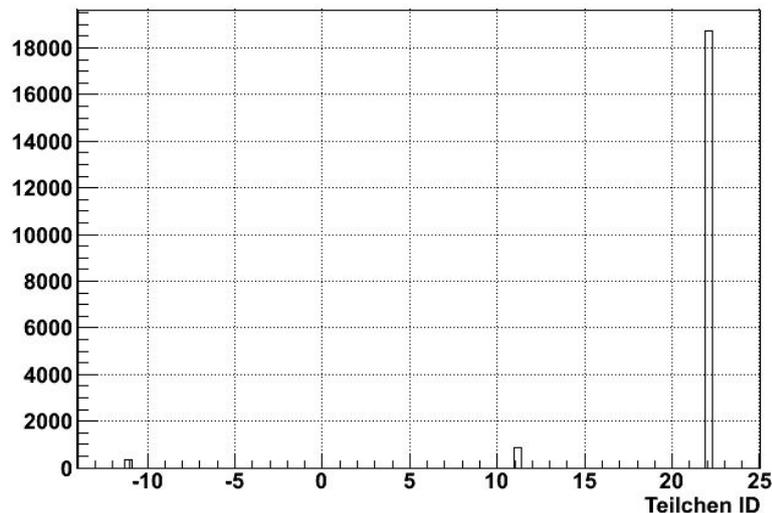


Abbildung 5: Bei der Simulation der ^{232}Th – Zerfallsreihe in Schicht 1 von Abschirmung 1 (5 cm Blei) wurden insgesamt 19.901 Signale mit Energien größer als 40 keV detektiert, davon sind 317 Positronen (TeilchenID = -11), 880 Elektronen (TeilchenID = +11) und 18.704 Photonen (TeilchenID = +22).

Bei allen Spektren lassen sich einige charakteristische Peaks mit bestimmten Zerfällen identifizieren. Allerdings wird die Zuordnung weniger eindeutig und die Struktur der Spektren weniger charakteristisch je weiter außen die Schicht, in der die Teilchen simuliert wurden, liegt, was zum einen an der abnehmenden Statistik liegt, zum anderen daran, dass

¹⁵TeilchenID in Abbildung 5 gemäß PDG Code

die Teilchen, die noch an den Kristallen ankommen, meist schon Energie verloren haben oder Sekundärteilchen sind. Auch bei den in den inneren Detektorkomponenten simulierten Teilchen kann es auf Grund der Detektorgröße vorkommen, dass gar keine oder nur ein Bruchteil ihrer Energie in den Kristallen deponiert wird. Die Anzahl der detektierten Ereignisse nimmt mit dem Abstand der Schicht von den Kristallen ab, bis bei den Simulationen in der letzten passiven Schicht (Schicht 4, 40 cm Blei) gar keine Ereignisse mehr im Detektor registriert wurden. Aus diesem Grund wurden keine Simulationen für das äußere Myon – Veto durchgeführt.

Bei einigen der Peaks, die nicht eindeutig mit einem bestimmten Zerfall identifiziert werden können, handelt es sich eventuell um Fluoreszenz-Peaks¹⁶. Beispielsweise könnte der Peak bei 0,07 MeV (Abbildungen 6 bis 10) einer $K\alpha$ – Linie von Blei entsprechen.

Allgemein lässt sich außerdem sagen, dass mehr Ereignisse bei niedrigen (bis etwa 0,5 MeV) als bei hohen Energien (ab ca. 0,5 MeV und höher) detektiert wurden (vom Spektrum der α – Teilchen abgesehen). Das liegt nicht nur an den Energien der emittierten Teilchen selbst, sondern auch daran, dass der Wirkungsquerschnitt für die Wechselwirkungen von Photonen mit dem Detektormaterial mit der Energie abnimmt. So gilt beispielsweise nach der Born’schen Näherung¹⁷ für den Photoeffekt, der im betrachteten Energiebereich sehr dominant ist:

$$\sigma_{\text{Photoeffekt}} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}} \quad (11)$$

Während bei hohen Energien gilt:

$$\sigma_{\text{Photoeffekt}} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma} \quad (12)$$

Wobei Z die Ladungszahl des absorbierenden Materials und E_γ die Energie der Photonen ist [Kr09]. Mit steigender Energie werden zunächst der Compton – Effekt und später die Paarproduktion dominanter als der Photoeffekt. In dem hier betrachteten Energiebereich (bis 3,0 MeV) gilt die $\frac{1}{E_\gamma}$ – Abhängigkeit jedoch gut.

¹⁶Fluoreszenz: Ein Atom oder Molekül wird energetisch angeregt, z.B. durch die Absorption eines Photons, und emittiert anschließend spontan ein Photon, das in der Regel energieärmer als das vorher absorbierte ist.

¹⁷Die Born’sche Näherung gilt weder im relativistischen Bereich, noch in der Nähe von Absorptionskanten.

Bei den Simulationen mit ^{137}Cs und ^{40}K wurden keine, bei denen der beiden Zerfallsreihen hingegen einige Ereignisse mit Energien über 2 MeV registriert. Bei den Simulationen in den inneren Detektorbestandteilen (in den Kristallen, den Delrinhaltern, dem Stickstoff und für die ^{238}U – Zerfallsreihe im Plastiksintillator) wurden außerdem Ereignisse in der ROI von 2,7 bis 2,9 MeV aufgezeichnet.

Cäsium

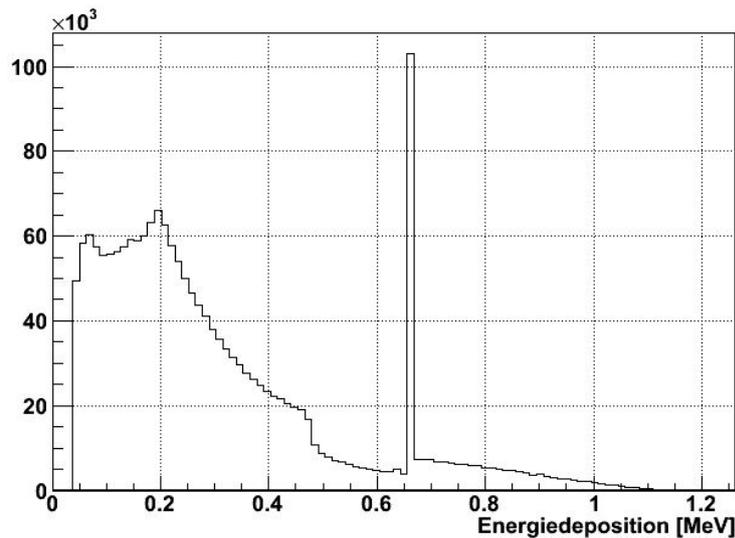


Abbildung 6: Histogramm der Energiedeposition für ^{137}Cs simuliert in den Kristallen (lineare Darstellung, 980.000 Teilchen simuliert, 1.827.652 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

Bei der Simulation von ^{137}Cs ist besonders deutlich ein Peak bei einer Energie von ungefähr 0,66 MeV zu erkennen. Dieser kann eindeutig mit dem Übergang $^{137}\text{Ba}^* \rightarrow ^{137}\text{Ba}$ identifiziert werden, bei dem ein Photon mit dieser Energie emittiert wird. Bei circa 0,45 MeV ist die zugehörige Compton – Kante zu erkennen.

Zuvor zerfällt ^{137}Cs in $^{137}\text{Ba}^*$ über einen β^- – Zerfall mit einer Maximalenergie von 0,51 MeV und einer mittleren Energie von 0,17 MeV. Dementsprechend ist der Peak knapp unter 0,20 MeV diesem β^- – Zerfall zuzuordnen.

Mit einer sehr viel kleineren Wahrscheinlichkeit findet ein β^- -Zerfall mit einer Maximalenergie von 1,18 MeV und einer mittleren Energie von 0,42 MeV statt, bei dem ^{137}Cs direkt in ^{137}Ba übergeht. In Abbildung 6 sind die entsprechenden hohen Energieeinträge jenseits des Peaks bei 0,66 MeV zu erkennen, während sie in Abbildung 7 bis 9 nur noch zu erahnen sind. Bei Simulationen in den passiven Schichten (siehe Abbildung 10 bis 12) wurden keine Ereignisse mit Energien dieser Größenordnung mehr detektiert. In den Abbildungen 11 und 12 sind auch ansonsten keine Charakteristika mehr zu erkennen, da die Statistik zu gering ist.

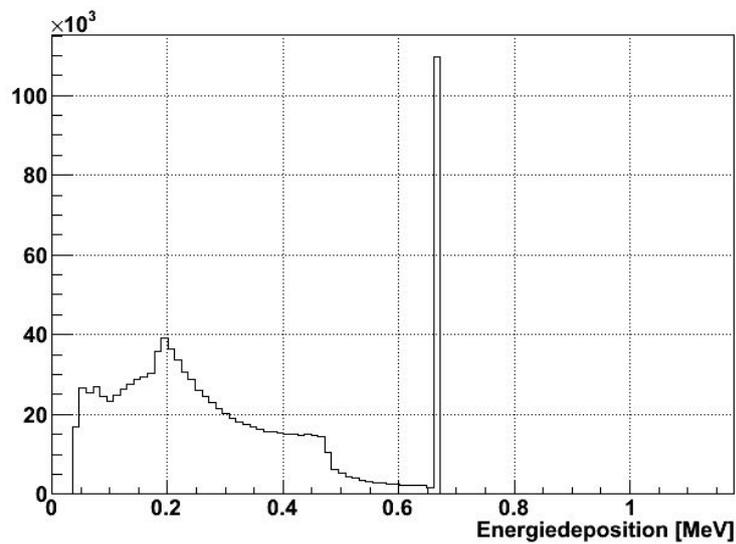


Abbildung 7: Histogramm der Energiedeposition für ^{137}Cs simuliert in den Delrinhaltern (lineare Darstellung, 960.000 Teilchen simuliert, 1.024.003 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

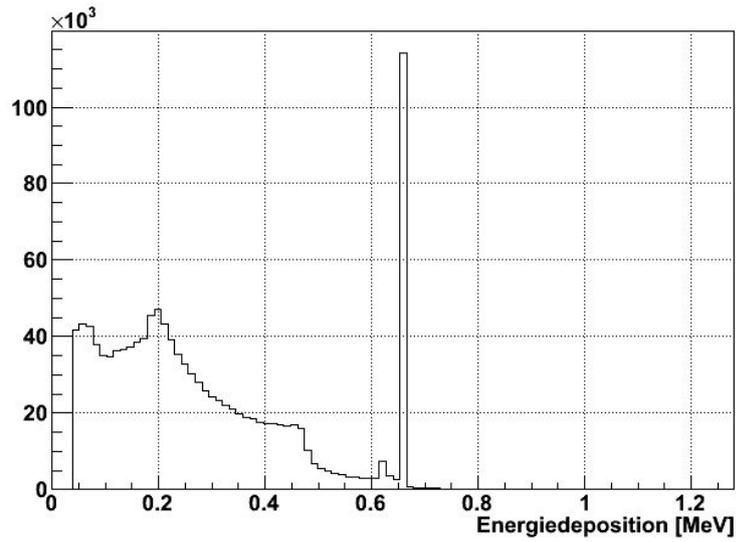


Abbildung 8: Histogramm der Energiedeposition für ^{137}Cs simuliert im Stickstoff (lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 1.199.953 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

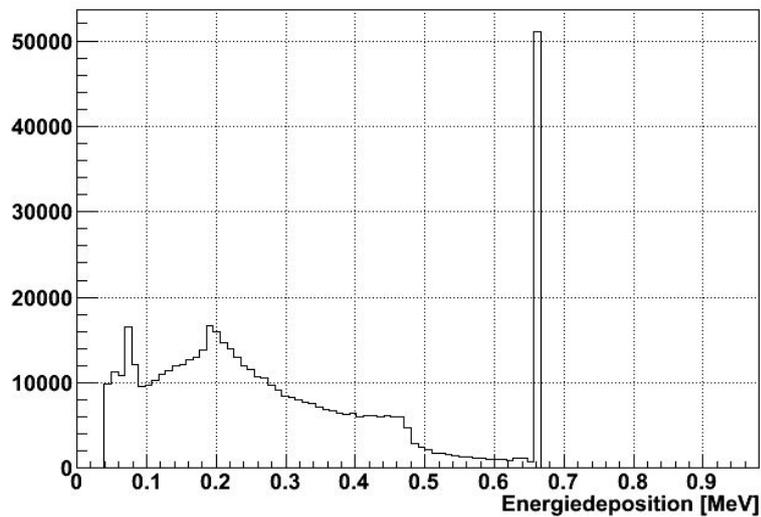


Abbildung 9: Histogramm der Energiedeposition für ^{137}Cs simuliert im inneren Myon-Veto (lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 518.775 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

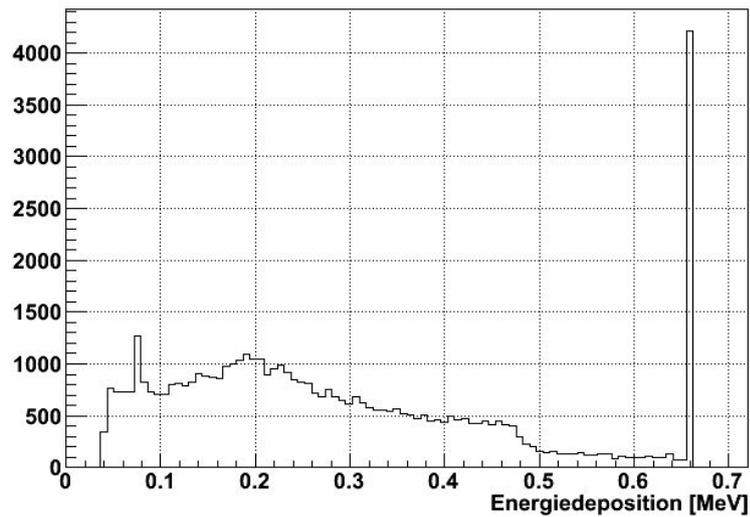


Abbildung 10: Histogramm der Energiedeposition für ^{137}Cs simuliert in Schicht 1 (5 cm Blei, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 50.183 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

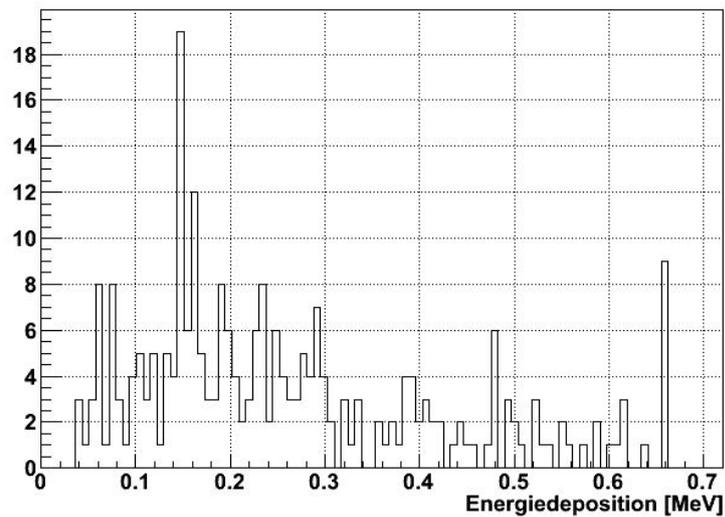


Abbildung 11: Histogramm der Energiedeposition für ^{137}Cs simuliert in Schicht 2 (8 cm PolyLithium, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 254 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

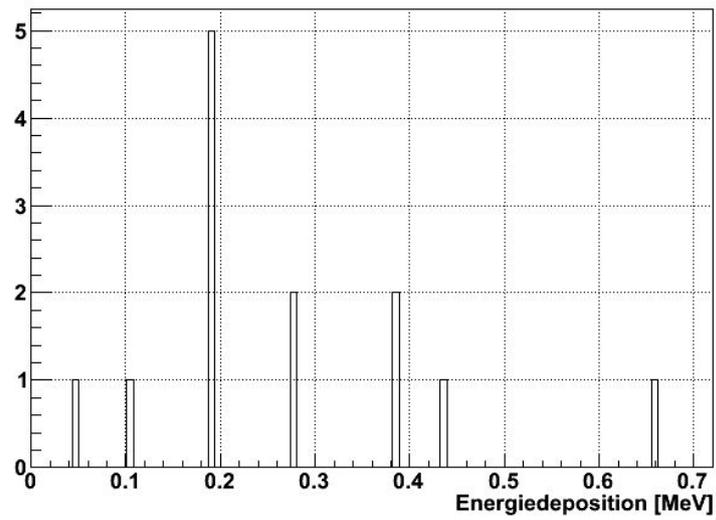


Abbildung 12: Histogramm der Energiedeposition für ^{137}Cs simuliert in Schicht 3 (10 cm Kupfer, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 13 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

Kalium

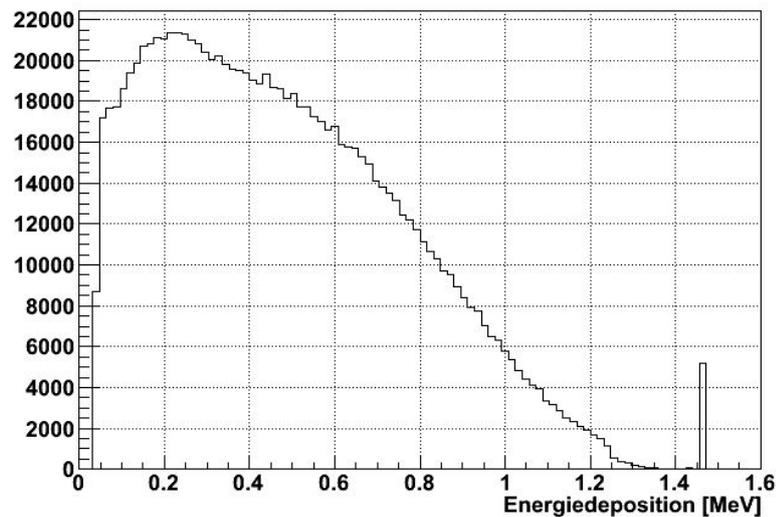


Abbildung 13: Histogramm der Energiedeposition für ^{40}K simuliert in den Kristallen (lineare Darstellung, 970.000 Teilchen simuliert, 1.013.074 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

Wie bei ^{137}Cs ist auch bei ^{40}K ein sehr scharfer Peak sichtbar. Er liegt bei einer Energie von 1,46 MeV, ist das Resultat des Elektroneneinfangs, bei dem ^{40}K in ^{40}Ar umgewandelt wird, und ist in den Abbildungen 13 bis 18 zu erkennen. Die zugehörige Compton-Kante ist in den Abbildungen 13 bis 17 bei circa 1,25 MeV zu sehen.

Bei niedrigeren Energien konkurrieren zwei Prozesse: Der β^- -Zerfall $^{40}\text{K} \rightarrow ^{40}\text{Ca}$ mit einer Maximalenergie von 1,31 MeV und einer mittleren Energie von 0,56 MeV, sowie der β^+ -Zerfall $^{40}\text{K} \rightarrow ^{40}\text{Ar}$ mit einer Maximalenergie von 0,48 MeV und einer mittleren Energie von 0,24 MeV. Das Maximum knapp über 0,20 MeV ist also dem β^+ -Zerfall zuzuordnen.

Dem β^- -Zerfall kann kein Peak oder Maximum eindeutig zugeordnet werden. In den Abbildungen 16 und 17 ist ein Peak in der Nähe der mittleren Energie zu erkennen, jedoch resultiert dieser vermutlich eher aus einer Reihe von e^+e^- -Annihilationen (511 keV).

In den Abbildungen 18 und 19 ist die Statistik wiederum zu gering.

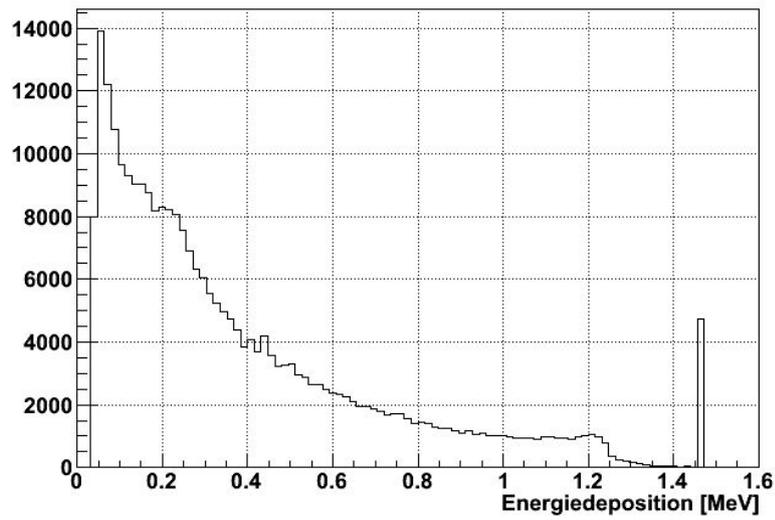


Abbildung 14: Histogramm der Energiedeposition für ^{40}K simuliert in den Delrinhaltern (lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 278.245 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

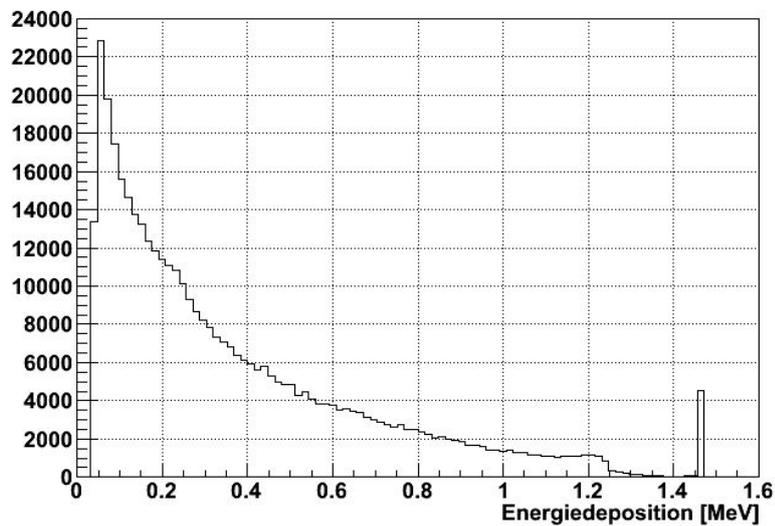


Abbildung 15: Histogramm der Energiedeposition für ^{40}K simuliert im Stickstoff (lineare Darstellung, 1.000.000 Teilchen simuliert, 410.808 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

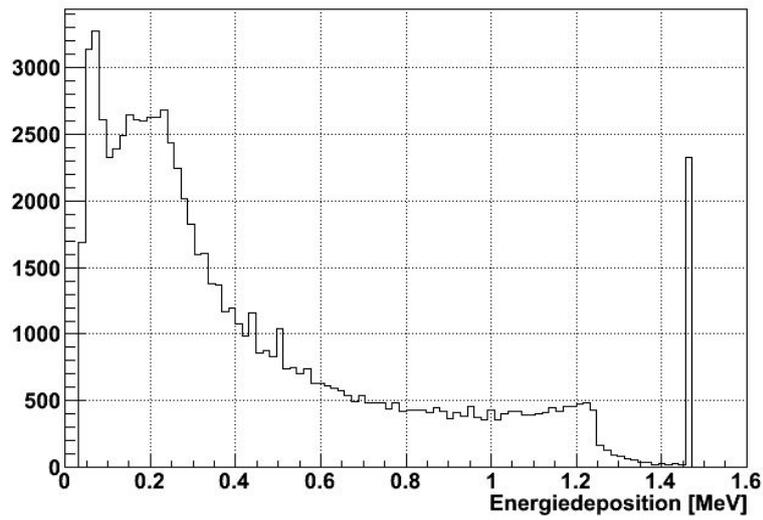


Abbildung 16: Histogramm der Energiedeposition für ^{40}K simuliert im inneren Myon-Veto (lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 82.602 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

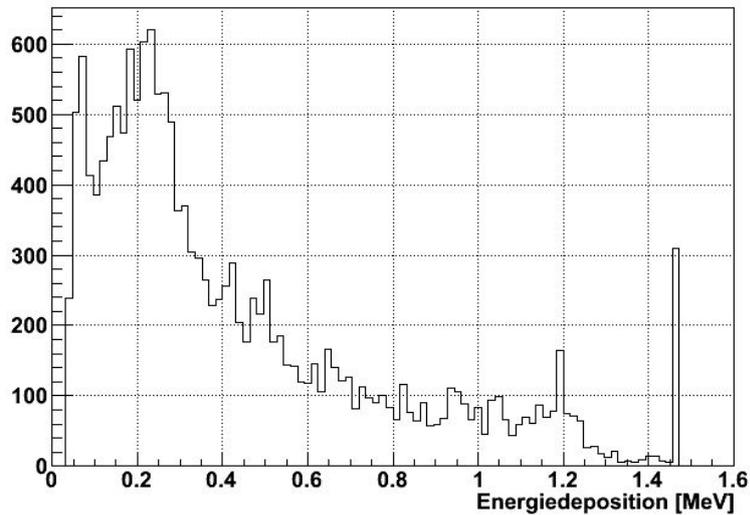


Abbildung 17: Histogramm der Energiedeposition für ^{40}K simuliert in Schicht 1 (5 cm Blei, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 16.546 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

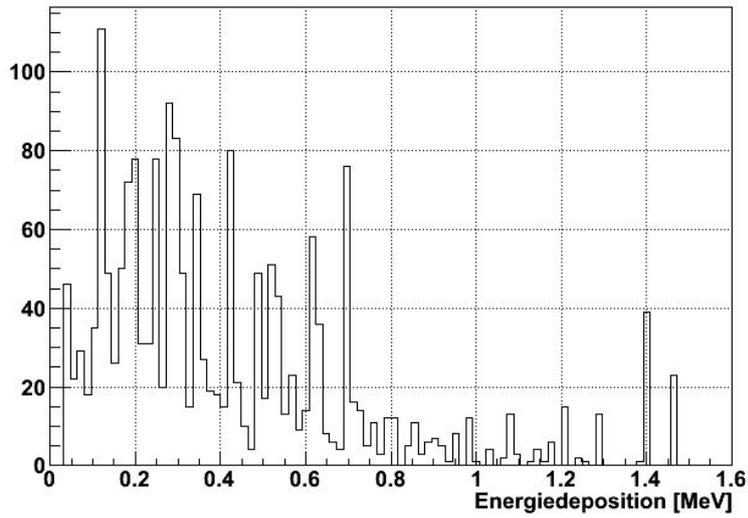


Abbildung 18: Histogramm der Energiedeposition für ^{40}K simuliert in Schicht 2 (8 cm PolyLithium, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 1.865 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

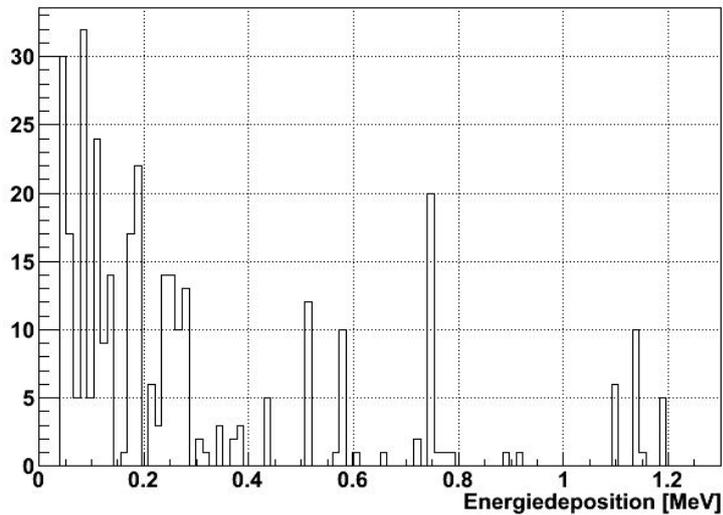


Abbildung 19: Histogramm der Energiedeposition für ^{40}K simuliert in Schicht 3 (10 cm Kupfer, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 326 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV)

Die Thorium – Zerfallsreihe

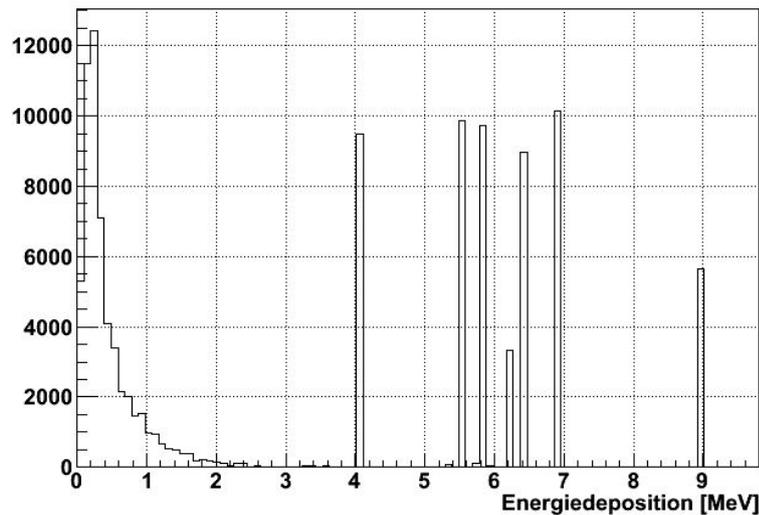


Abbildung 20: Histogramm der Energiedeposition für die ^{232}Th -Zerfallsreihe simuliert in den Kristallen (lineare Darstellung, 96.000 Teilchen simuliert, 114.253 Ereignisse detektiert, davon 58.239 mit Energien über 2 MeV und 28 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

Bei der Simulation der ^{232}Th -Zerfallsreihe in den Kristallen (Abbildung 20) werden einige Peaks mit Energien bis zu 9 MeV registriert. Diese können manchen der α -Zerfälle in der Zerfallsreihe zugeordnet werden:

$E(\alpha) = 4,01 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{232}Th in ^{228}Ra (Wahrscheinlichkeit: 77,9 %)

$E(\alpha) = 5,42 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{228}Th in ^{224}Ra (Wahrscheinlichkeit: 71,1 %)

$E(\alpha) = 5,69 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{224}Ra in ^{220}Rn (Wahrscheinlichkeit: 94,9 %)

$E(\alpha) = 6,05 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{212}Bi in ^{208}Tl (Wahrscheinlichkeit: 35,9 %)

$E(\alpha) = 6,29 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{220}Rn in ^{216}Po (Wahrscheinlichkeit: 99,9 %)

$E(\alpha) = 6,78 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{216}Po in ^{212}Pb (Wahrscheinlichkeit: 100 %)

$E(\alpha) = 8,79 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{212}Po in ^{208}Pb (Wahrscheinlichkeit: 100 %)

Je weiter sich die Schicht von den Kristallen entfernt, desto weniger diskret und desto kleiner erscheinen die α -Signaturen, bis ab der Simulation in der ersten passiven Schicht (siehe Abbildung 24) keine α -Teilchen mehr registriert werden. Dies entspricht der Erwartung, denn die mittlere freie Weglänge von α -Teilchen ist auf Grund ihrer hohen

Ionisationsdichte verhältnismäßig klein. Die Reichweite von α -Teilchen mit 5 MeV in Wasser beträgt beispielsweise nur ca. $40 \mu\text{m}$.

Bei der Simulation im Gas im Inneren der Kupferbox (siehe Abbildung 22) sieht man wie die α -Teilchen ihre Energie durch Stöße mit den Gasteilchen verlieren, wobei der lineare Verlauf in der logarithmischen Darstellung natürlich einem exponentiellen Verlauf in der Realität entspricht.

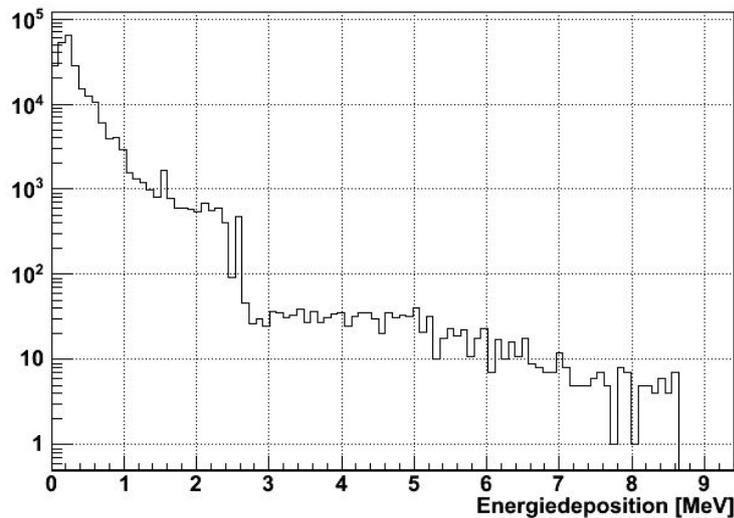


Abbildung 21: Histogramm der Energiedeposition für die ^{232}Th -Zerfallsreihe simuliert in den Delrinhaltern (logarithmische Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 243.202 Ereignisse detektiert, davon 4466 mit Energien über 2 MeV und 58 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

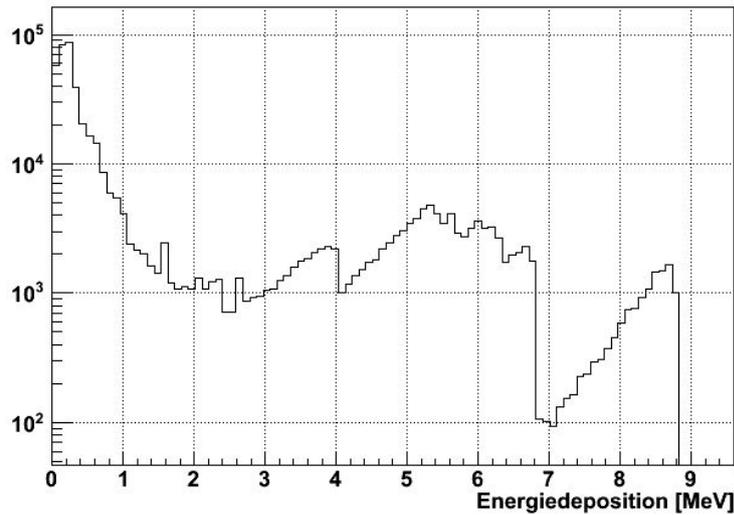


Abbildung 22: Histogramm der Energiedeposition für ^{232}Th simuliert im Stickstoff (logarithmische Darstellung, 900.000 Teilchen simuliert, 477.872 Ereignisse detektiert, davon 120.216 mit Energien über 2 MeV und 1902 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

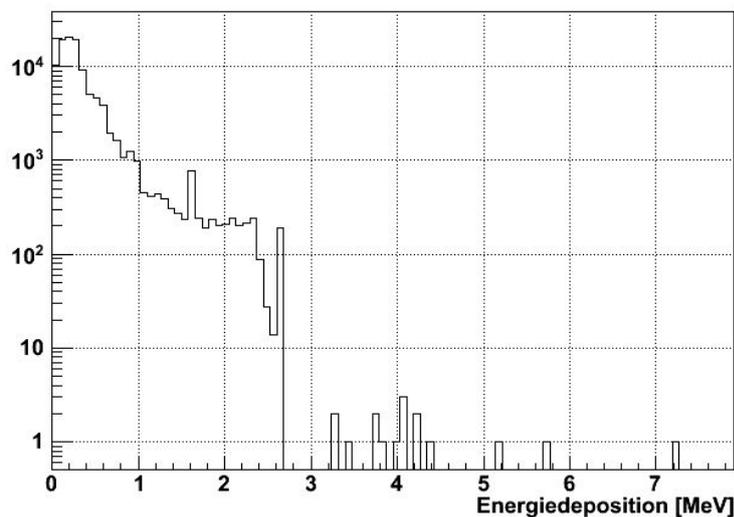


Abbildung 23: Histogramm der Energiedeposition für ^{232}Th simuliert im inneren Myon-Veto (logarithmische Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 104.889 Ereignisse detektiert, davon 1373 mit Energien über 2 MeV und 0 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

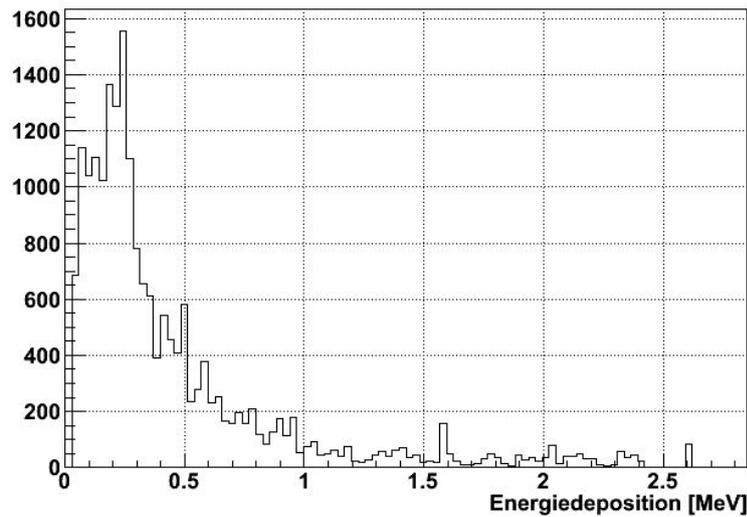


Abbildung 24: Histogramm der Energiedeposition für die ^{232}Th -Zerfallsreihe simuliert in Schicht 1 (5 cm Blei, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 19.901 Ereignisse detektiert, davon 596 mit Energien über 2 MeV und 0 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

Ab Abbildung 24 kann die Struktur des Spektrums bei Energien unterhalb der der α -Teilchen untersucht werden (unterhalb von 3 MeV). Am Ende des Spektrums sieht man einen Peak bei 2,61 MeV. Es handelt sich dabei um Photonen, die nach dem β^- -Zerfall von ^{208}Tl in einen angeregten Zustand von ^{208}Pb entstehen können (zu 35,8 %). Der höchste Peak des Spektrums kann mit Photonen der Energie 0,24 MeV, die im Zusammenhang mit dem β^- -Zerfall von ^{212}Pb (zu 43,5 %) freiwerden, identifiziert werden. Der Rest des Spektrums wird durch eine Überlagerung verschiedener β^- - und γ -Emissionen und deren Wechselwirkungen mit dem Abschirmungs- und Detektormaterial bestimmt. Beispielsweise entspricht der Peak bei 1,62 MeV, der in den Abbildungen 21 bis 26 zu erkennen ist, einem Photon, das im Anschluss an den β^- -Zerfall von ^{212}Bi frei wird.

Auch hier ist die Statistik für die letzten beiden Schichten sehr gering (Abbildung 25 und 26).

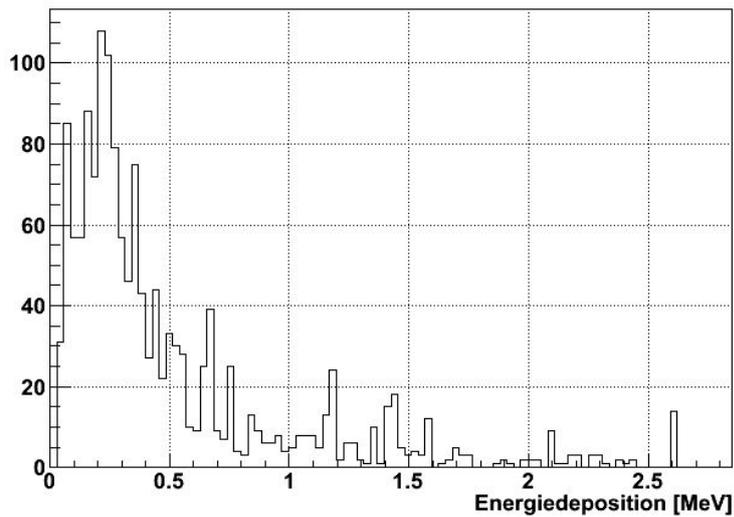


Abbildung 25: Histogramm der Energiedeposition für die ^{232}Th -Zerfallsreihe simuliert in Schicht 2 (8 cm PolyLithium, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 1.487 Ereignisse detektiert, davon 47 mit Energien über 2 MeV und 0 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

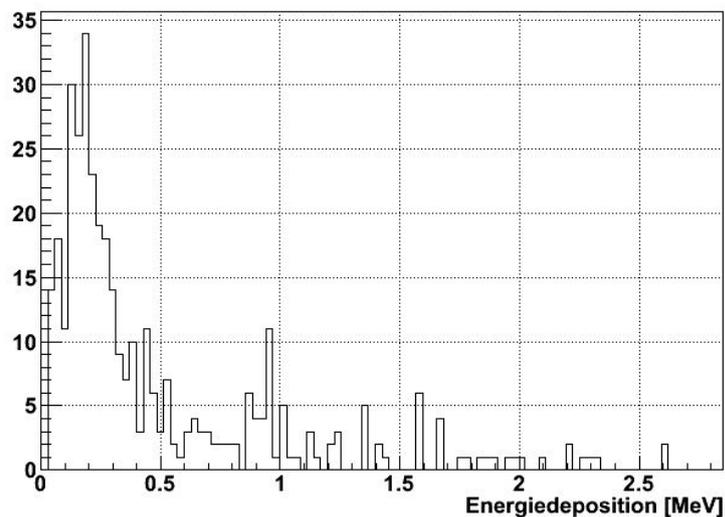


Abbildung 26: Histogramm der Energiedeposition für die ^{232}Th -Zerfallsreihe simuliert in Schicht 3 (10 cm Kupfer, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 363 Ereignisse detektiert, davon 8 mit Energien über 2 MeV und 0 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

Die Uran – Zerfallsreihe

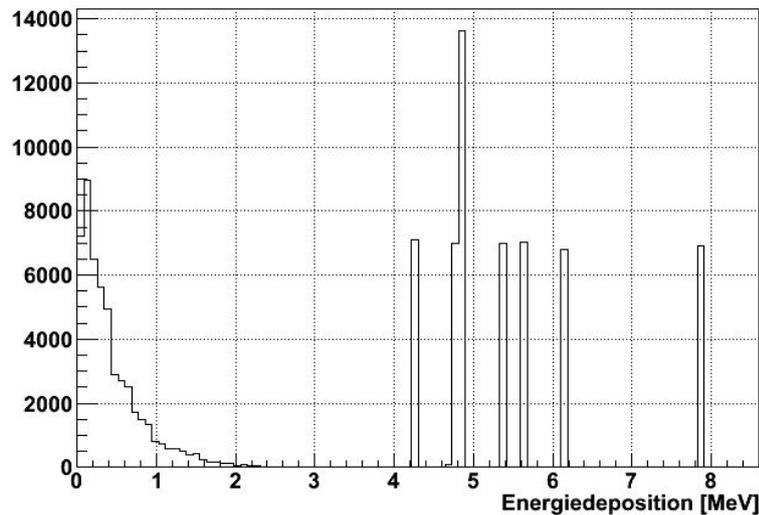


Abbildung 27: Histogramm der Energiedeposition für die ^{238}U – Zerfallsreihe simuliert in den Kristallen (lineare Darstellung, 98.000 Teilchen simuliert, 106.717 Ereignisse detektiert, davon 55.978 mit Energien über 2 MeV und 29 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

Bei der Simulation der ^{238}U – Zerfallsreihe können anhand von Abbildung 27 folgende α – Zerfälle identifiziert werden:

$E(\alpha) = 4,20 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{238}U in ^{234}Th (Wahrscheinlichkeit: 77 %)

$E(\alpha) = 4,69 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{230}Th in ^{226}Ra (Wahrscheinlichkeit: 76,3 %)

$E(\alpha) = 4,77 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{234}U in ^{230}Th (Wahrscheinlichkeit: 71,4 %)

$E(\alpha) = 4,78 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{226}Ra in ^{222}Rn (Wahrscheinlichkeit: 94,5 %)

$E(\alpha) = 5,31 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{210}Po in ^{206}Pb (Wahrscheinlichkeit: 100 %)

$E(\alpha) = 5,49 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{222}Rn in ^{218}Po (Wahrscheinlichkeit: 99,9 %)

$E(\alpha) = 6,00 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{218}Po in ^{214}Pb (Wahrscheinlichkeit: 100 %)

$E(\alpha) = 7,69 \text{ MeV}$ beim Zerfall von ^{214}Po in ^{210}Pb (Wahrscheinlichkeit: 100 %)

Auch hier werden die α – Teilchen nur registriert, sofern sie in den inneren Detektorbestandteilen simuliert wurden. In Abbildung 29 ist wie bei der ^{232}Th – Zerfallsreihe die Energiedeposition der α – Teilchen im Stickstoff zu erkennen. In Abbildung 31 (Schicht 1) sind keine α – Signaturen mehr zu sehen.

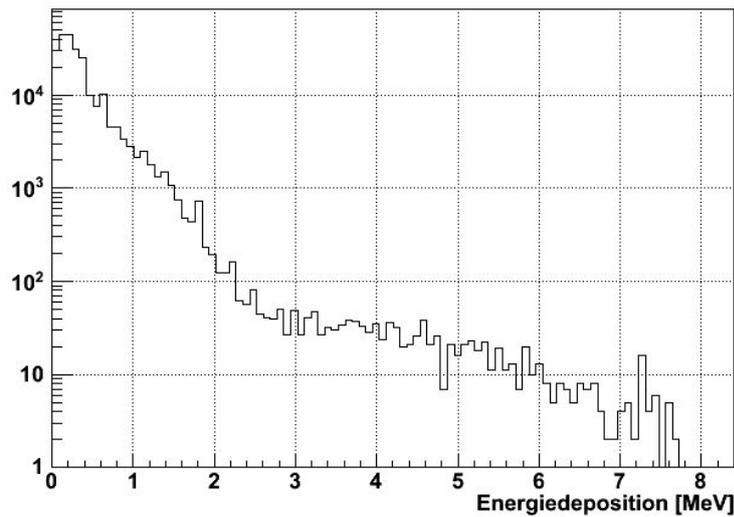


Abbildung 28: Histogramm der Energiedeposition für die ^{238}U – Zerfallsreihe simuliert in den Delrinhaltern (logarithmische Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 233.494 Ereignisse detektiert, davon 1.872 mit Energien über 2 MeV und 92 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

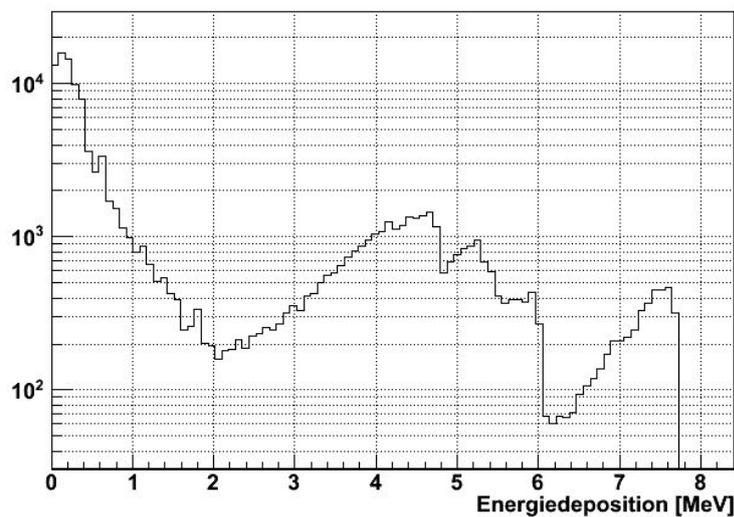


Abbildung 29: Histogramm der Energiedeposition für die ^{238}U – Zerfallsreihe simuliert im Stickstoff (logarithmische Darstellung, 929.000 Teilchen simuliert, 116.762 Signale detektiert, davon 34.980 mit Energien über 2 MeV und 640 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

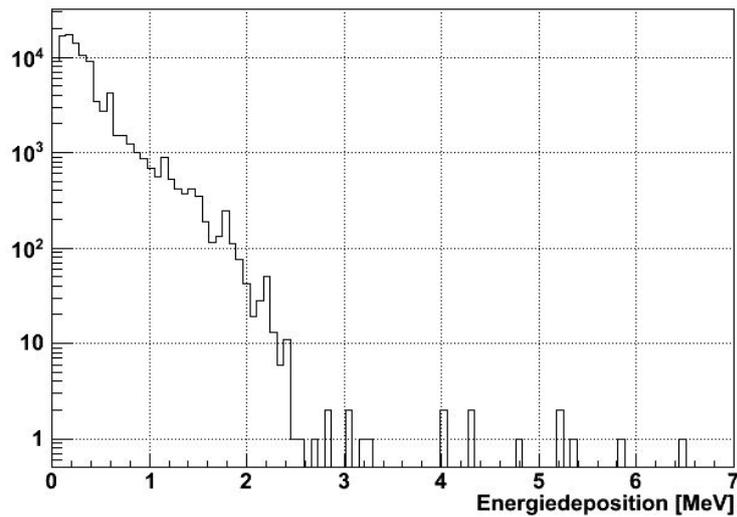


Abbildung 30: Histogramm der Energiedeposition für die ^{238}U – Zerfallsreihe simuliert im inneren Myon – Veto (logarithmische Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 97.773 Ereignisse detektiert, davon 155 mit Energien über 2 MeV und 2 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

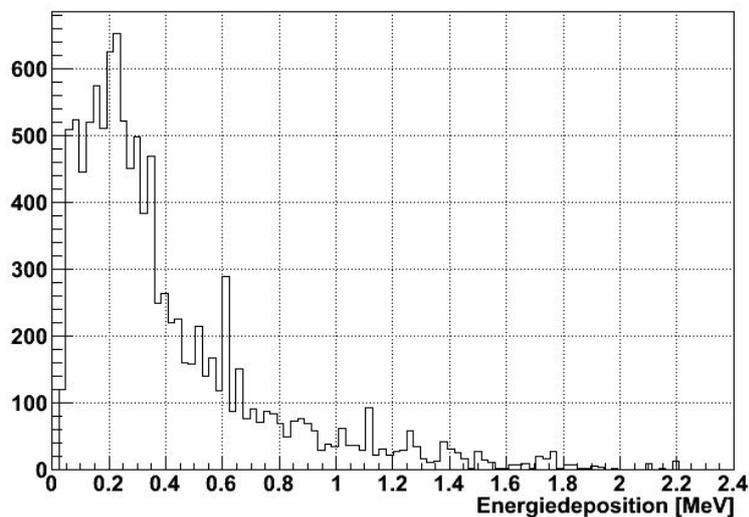


Abbildung 31: Histogramm der Energiedeposition für die ^{238}U – Zerfallsreihe simuliert in Schicht 1 (5 cm Blei, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 11.015 Ereignisse detektiert, davon 28 mit Energien über 2 MeV und 0 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

In Abbildung 31 liegt der höchste Eintrag bei 2,20 MeV und entspricht einem Photon, das im Anschluss an den β^- -Zerfall von ^{214}Bi frei wird. Der Peak ist sehr klein, weil die Emissionswahrscheinlichkeit nur 5 % beträgt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 44,6 % hingegen werden Photonen der Energie 0,61 MeV frei. In Abbildung 31 ist bei dieser Energie ein Peak zu sehen.

Das Maximum liegt in der Nähe von 0,20 MeV. Eine eindeutige Identifikation mit einem bestimmten Zerfall ist hier nicht möglich. Nach dem Zerfall von ^{214}Pb können Photonen mit Energien von 0,24 MeV (7,1 %) und 0,30 MeV (18,2 %) freiwerden. Es könnte sich bei dem Maximum um entsprechende Einträge handeln.

Auch hier nimmt die Statistik nach außen hin ab, sodass in Abbildung 32 und 33 keine eindeutigen Signaturen mehr zu sehen sind.

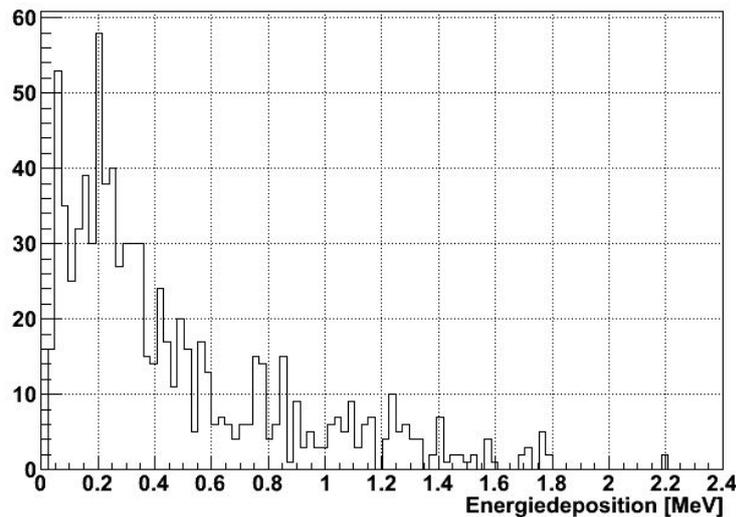


Abbildung 32: Histogramm der Energiedeposition für die ^{238}U -Zerfallsreihe simuliert in Schicht 2 (8 cm PolyLithium, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 860 Ereignisse detektiert, davon 2 mit Energien über 2 MeV und 0 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

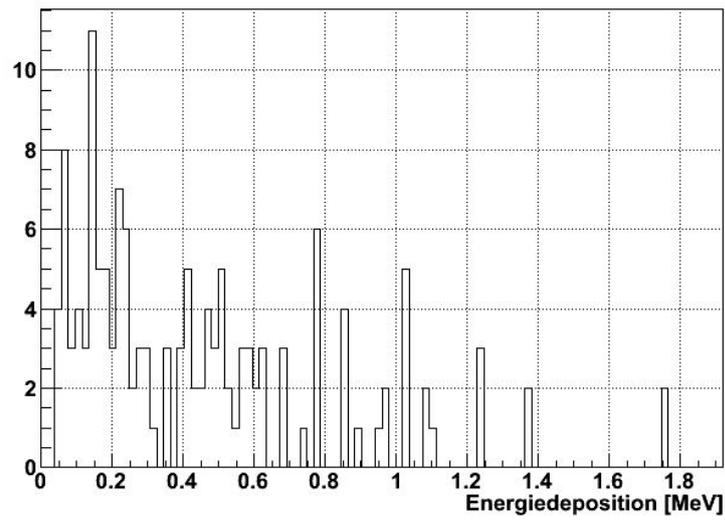


Abbildung 33: Histogramm der Energiedeposition für die ^{238}U – Zerfallsreihe simuliert in Schicht 3 (10 cm Kupfer, lineare Darstellung, 1.010.000 Teilchen simuliert, 160 Ereignisse detektiert, davon 0 mit Energien über 2 MeV und 0 mit Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV)

6.2 Berechnung der Untergrundraten für Abschirmung 1 bis 4

Die im Folgenden präsentierten Raten beziehen sich auf die Detektorsignale, die durch die radioaktive Kontamination der passiven Schichten zustande kommen. Die inneren Detektorbestandteile wurden nicht berücksichtigt, da die Aktivität dieser Materialien schwer abzuschätzen ist. Sie wird jedoch als sehr klein angenommen. Mehr dazu in Kapitel 6.4.

Es werden zwei unterschiedlich große ROI betrachtet, eine von 2,0 bis 3,0 MeV und anschließend eine kleinere von 2,7 bis 2,9 MeV. In der kleinen ROI wurden bei keiner der Simulationen Ereignisse registriert, weshalb hier nur obere Grenzen für die Raten angegeben werden können. In der großen ROI können teilweise konkrete Raten berechnet werden, teilweise werden auch hier nur Obergrenzen abgeschätzt.

Bei den Simulationen mit ^{137}Cs und ^{40}K wurden auch in der großen ROI keine Signale detektiert. Aus diesem Grund werden alle Raten und Abschätzungen nur für die natürlichen Zerfallsreihen von ^{232}Th und ^{238}U angegeben.

Die angenommenen Aktivitäten für ^{232}Th und ^{238}U in Blei, Kupfer und Polyethylen sind die kleinsten Werte, die in der ILIAS¹⁸ Database on Radiopurity of Materials verzeichnet sind [Rad11]. Dabei handelt es sich um recht optimistische, aber keine unrealistischen Annahmen. Genauere Angaben zu den jeweiligen Materialien und Messmethoden sind dem Anhang A2 zu entnehmen.

¹⁸Integrated Large Infrastructures for Astroparticle Science

Beispielrechnung

Am Beispiel der inneren Schicht von Abschirmung 1 (Vgl. Kapitel 5.2) soll nun die Berechnung der Raten für den Energiebereich von 2,0 bis 3,0 MeV erläutert werden:

Die Schicht besteht aus Blei und hat eine Dicke von 5 cm. Es wird angenommen, dass die Ausmaße des Detektorinneren in etwa $40 \times 40 \times 40 \text{ cm}^3$ betragen. So kann das Volumen V der Bleischicht bestimmt werden:

$$V = (40 \text{ cm} + 2 \cdot 5 \text{ cm})^3 - (40 \text{ cm})^3 = 61.000 \text{ cm}^3 \quad (13)$$

Venom nimmt für Blei eine Dichte von $11,35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ an. Damit ergibt sich die Masse m der Bleischicht zu:

$$m = V \cdot \rho = 61.000 \text{ cm}^3 \cdot 11,35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 692,35 \text{ kg} \quad (14)$$

Die angenommene Aktivität pro Masse A_m für ^{232}Th in Blei ist $0,122 \frac{\text{mBq}}{\text{kg}}$. Die ^{232}Th -Aktivität der Bleischicht beträgt dann:

$$A = A_m \cdot m = 0,122 \frac{\text{mBq}}{\text{kg}} \cdot 692,35 \text{ kg} = 84,4 \text{ mBq} \quad (15)$$

Es finden also $84,4 \cdot 10^{-3}$ Zerfälle pro Sekunde statt. Wenn insgesamt $N_{sim} = 1,01 \cdot 10^6$ Teilchen simuliert wurden, also $\frac{N_{sim}}{10} = 1,01 \cdot 10^5$ ^{232}Th -Atome, entspricht dies einer Messzeit von

$$t = \frac{N_{sim}}{10 \cdot A} = 1,01 \cdot 10^5 \cdot (84,4 \text{ mBq})^{-1} = 1.196.216 \text{ s} = 0,03793 \text{ a} \quad (16)$$

Es wurden 596 ± 24 Ereignisse bei dieser Simulation detektiert. Um nun die Rate zu berechnen muss die Zahl der detektierten Ereignisse durch die Messzeit in Jahren, die Detektormasse (420 kg) und den betrachteten Energiebereich (1000 keV) geteilt werden. So ergibt sich:

$$R = (3,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}} \quad (17)$$

Als nächstes sollen die unterschiedlichen Multiplizitäten, die die detektierten Ereignisse besitzen können, in die Rechnung miteinbezogen werden. Mit Multiplizität ist die Anzahl der angesprochenen Kristalle pro Ereignis gemeint. Ihre Häufigkeitsverteilung für die hier betrachtete Simulation ist in Abbildung 34 zu sehen. Da es sehr unwahrscheinlich ist, dass gleichzeitig in zwei oder mehr Kristallen $0\nu\beta\beta$ -Zerfälle stattfinden bzw. dass bei einem $0\nu\beta\beta$ -Zerfall mehr als ein Kristall angesprochen wird, kann die Rate noch stark

reduziert werden, indem nur Ereignisse mit der Multiplizität 1 berücksichtigt werden. Mit $N_{M=1} = 151 \pm 12$ ergibt sich eine Rate von:

$$R_{M=1} = (9,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}} \quad (18)$$

Für kleine Zahlen an detektierten Ereignissen ($N_{M=1} < 20$) ist diese Art der Raten- und Fehlerberechnung nicht mehr angemessen. Stattdessen werden mithilfe der Feldman-Cousins-Methode Obergrenzen für die zu erwartenden Raten abgeschätzt [Fe98]. Es handelt sich dabei um ein Verfahren, das speziell zur Berechnung von 90% - Konfidenzintervallen bei Niedrigratenexperimenten entwickelt wurde. Die entsprechenden oberen Grenzwerte für $N_{M=1} = 0 \dots 19$ konnten mithilfe von *Root*¹⁹ berechnet werden und sind im Anhang A4 aufgelistet. Die Berechnung der Raten erfolgt dann analog zu der Beispielrechnung.

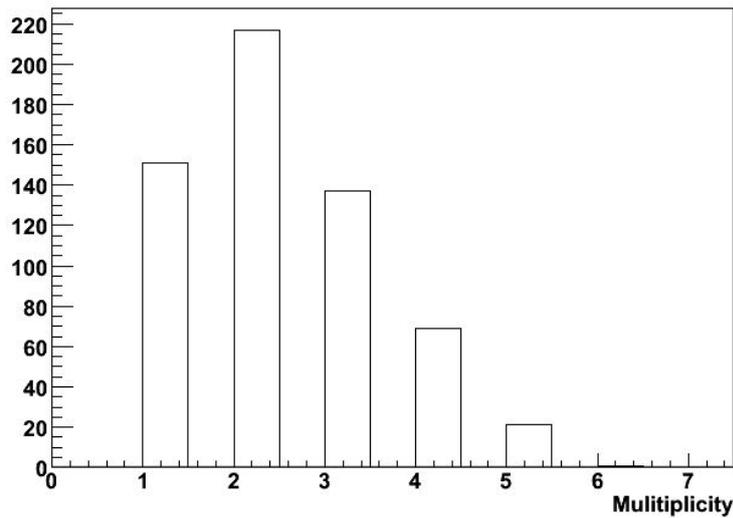


Abbildung 34: Verteilung der unterschiedlichen Multiplizitäten der detektierten Ereignisse für die Simulation der ^{232}Th -Zerfallsreihe in Schicht 1 von Abschirmung 1 (5 cm Blei) für einen Energiebereich von 2,0 bis 3,0 MeV

In den Tabellen 1 bis 8 sind die Raten $R_{M=1}$ für die ^{232}Th - und die ^{238}U -Zerfallsreihe in allen passiven Schichten von Abschirmung 1 bis 4 zusammengefasst. In Tabelle 1 bis 4 befinden sich die Ergebnisse für die große ROI (2,0 bis 3,0 MeV), in den Tabellen 5 bis 8 die Ergebnisse für die kleine ROI (2,7 bis 2,9 MeV).

¹⁹engl. *Root* = Wurzel, gemeint ist eine am CERN entwickelte Software zur Analyse von Daten

Ergebnisse für die ROI von 2,0 bis 3,0 MeV

Für die große ROI ergeben sich mit den angenommenen Aktivitäten Gesamtraten in der Größenordnung 10^{-2} bis $10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$. Dabei gehen in die Gesamtrate jeweils nur die Raten ein, die konkret berechnet werden konnten, nicht die oberen Grenzwerte. Würde man diese berücksichtigen, so würde das Endergebnis stark überschätzt werden. Indem man sie nicht berücksichtigt, wird das Endergebnis hingegen leicht unterschätzt. Die Obergrenzen sind der Vollständigkeit halber aber mitangegeben.

Die niedrigste Gesamtrate wird mit Abschirmung 2 erreicht. Insgesamt liegen aber alle Gesamtraten recht nah beieinander, sodass keine Abschirmung eindeutig als die effektivste hervorgehoben werden kann.

Tabelle 1: Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 1

Material	Dicke	$R_{M=1} [(a \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Blei	5 cm	$(9,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$	$< 14,7 \cdot 10^{-3}$	$(9,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$
PolyLi	8 cm	$(7,9 \pm 1,7) \cdot 10^{-3}$	$< 1,6 \cdot 10^{-3}$	$(7,9 \pm 1,7) \cdot 10^{-3}$
Kupfer	10 cm	$< 0,2 \cdot 10^{-3}$	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$	$< 0,7 \cdot 10^{-3}$
Blei	40 cm	$< 9,9 \cdot 10^{-3}$	$< 84,1 \cdot 10^{-3}$	$< 94,0 \cdot 10^{-3}$
			Gesamtrate:	$(33,7 \pm 3,5) \cdot 10^{-3}$

Tabelle 2: Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 2

Material	Dicke	$R_{M=1} [(a \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Blei	5 cm	$(6,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$	$< 2,3 \cdot 10^{-3}$	$(6,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$
PolyLi	13 cm	$< 11,5 \cdot 10^{-3}$	$< 3,1 \cdot 10^{-3}$	$< 14,6 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	40 cm	$< 0,9 \cdot 10^{-3}$	$< 4,7 \cdot 10^{-3}$	$< 5,6 \cdot 10^{-3}$
			Gesamtrate:	$(6,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$

Tabelle 3: Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 3

Material	Dicke	$R_{M=1} [(a \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Kupfer	5 cm	$(1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(1,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$	$(2,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$
PolyLi	8 cm	$(13,7 \pm 2,2) \cdot 10^{-3}$	$< 8,3 \cdot 10^{-3}$	$(13,7 \pm 2,2) \cdot 10^{-3}$
Kupfer	10 cm	$< 0,2 \cdot 10^{-3}$	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$	$< 0,7 \cdot 10^{-3}$
Blei	40 cm	$< 9,9 \cdot 10^{-3}$	$< 0,8 \cdot 10^{-3}$	$< 0,9 \cdot 10^{-3}$
			Gesamtrate:	$(16,0 \pm 3,2) \cdot 10^{-3}$

Tabelle 4: Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 4

Material	Dicke	$R_{M=1} [(a \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Kupfer	5 cm	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$< 1,1 \cdot 10^{-3}$	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$
PolyLi	13 cm	$(17,4 \pm 3,5) \cdot 10^{-3}$	$< 5,6 \cdot 10^{-3}$	$(17,4 \pm 3,5) \cdot 10^{-3}$
Blei	40 cm	$< 16,1 \cdot 10^{-3}$	$< 56,6 \cdot 10^{-3}$	$< 72,7 \cdot 10^{-3}$
			Gesamtrate:	$(18,4 \pm 3,5) \cdot 10^{-3}$

Ergebnisse für die ROI von 2,7 bis 2,9 MeV

Für die kleine ROI konnten Maximalraten in der Größenordnung 10^{-1} bis $10^{-2} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$ berechnet werden. Der kleinste Wert ergibt sich auch hier für Abschirmung 2.

Tabelle 5: Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 1

Material	Dicke	$R_{M=1} [(\text{a} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Blei	5 cm	$< 0,8 \cdot 10^{-3}$	$< 6,5 \cdot 10^{-3}$	$< 7,3 \cdot 10^{-3}$
PolyLi	8 cm	$< 4,4 \cdot 10^{-3}$	$< 8,1 \cdot 10^{-3}$	$< 12,5 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	10 cm	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$	$< 2,5 \cdot 10^{-3}$	$< 2,9 \cdot 10^{-3}$
Blei	40 cm	$< 49,4 \cdot 10^{-3}$	$< 420,4 \cdot 10^{-3}$	$< 469,9 \cdot 10^{-3}$
Gesamtrate:				$< 492,5 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 6: Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 2

Material	Dicke	$R_{M=1} [(\text{a} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Blei	5 cm	$< 0,8 \cdot 10^{-3}$	$< 6,5 \cdot 10^{-3}$	$< 7,3 \cdot 10^{-3}$
PolyLi	13 cm	$< 8,5 \cdot 10^{-3}$	$< 15,7 \cdot 10^{-3}$	$< 24,1 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	40 cm	$< 4,4 \cdot 10^{-3}$	$< 23,6 \cdot 10^{-3}$	$< 28,0 \cdot 10^{-3}$
Gesamtrate:				$< 59,4 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 7: Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 3

Material	Dicke	$R_{M=1} [(a \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Kupfer	5 cm	$< 0,1 \cdot 10^{-3}$	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$	$< 0,6 \cdot 10^{-3}$
PolyLi	8 cm	$< 4,4 \cdot 10^{-3}$	$< 8,1 \cdot 10^{-3}$	$< 12,5 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	10 cm	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$	$< 2,5 \cdot 10^{-3}$	$< 2,9 \cdot 10^{-3}$
Blei	40 cm	$< 49,4 \cdot 10^{-3}$	$< 420,4 \cdot 10^{-3}$	$< 469,9 \cdot 10^{-3}$
			Gesamtrate:	$< 485,9 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 8: Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 4

Material	Dicke	$R_{M=1} [(a \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$		
		für ^{232}Th	für ^{238}U	gesamt
Kupfer	5 cm	$< 0,1 \cdot 10^{-3}$	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$	$< 0,6 \cdot 10^{-3}$
PolyLi	13 cm	$< 8,5 \cdot 10^{-3}$	$< 15,7 \cdot 10^{-3}$	$< 24,1 \cdot 10^{-3}$
Blei	40 cm	$< 33,3 \cdot 10^{-3}$	$< 283,0 \cdot 10^{-3}$	$< 316,2 \cdot 10^{-3}$
			Gesamtrate:	$< 341,0 \cdot 10^{-3}$

6.3 Berechnung der Aktivität bei gewünschter Untergrundrate

Die Frage wie groß die ^{232}Th - und ^{238}U -Aktivitäten maximal sein dürfen, damit eine bestimmte Untergrundrate nicht überschritten wird, ist für die bisher betrachteten mehrschichtigen Abschirmungen schwierig, weil es sehr viele Kombinationsmöglichkeiten gibt. Darum werden im Folgenden Einzelschichten aus Kupfer, Blei und mit Lithium dotierten Polyethylen betrachtet. Sie wurden mit 5, 10 und 15 cm Dicke simuliert, dabei wurde die Anzahl der simulierten Teilchen konstant gehalten.

Es konnte keine eindeutige Abhängigkeit der Rate von der Schichtdicke festgestellt werden, tendenziell nimmt sie jedoch zu. Die Anzahl der detektierten Teilchen nimmt zwar mit der Schichtdicke ab, allerdings bewirkt die größere Masse der Schicht gleichzeitig eine größere Gesamtaktivität, wodurch die Rate größer wird. Tabelle 9 zeigt die Raten, die sich für die große ROI ergeben. In Tabelle 10 befinden sich die Ergebnisse für die kleine ROI, in der auch bei diesen Simulationen keine Signale detektiert wurden. Hier sieht man eindeutig einen Anstieg der Raten mit der Schichtdicke, da alle Raten gemäß der Feldman-Cousins-Methode mit $N_{M=1} (90\% \text{ C.L.}) = 2,44$ berechnet wurden. Man sieht damit lediglich den Anstieg der Gesamtaktivität.

Tabelle 9: Untergrundraten in Abhängigkeit von der Materialdicke für Energien zwischen 2,0 und 3,0 MeV

Material	Dicke	$\mathbf{R}_{M=1} [(\mathbf{a} \cdot \mathbf{kg} \cdot \mathbf{keV})^{-1}]$	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$(0,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(0,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$
	10 cm	$(1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$< 1,2 \cdot 10^{-3}$
	15 cm	$(1,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$	$< 3,1 \cdot 10^{-3}$
Blei	5 cm	$(8,2 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$	$(11,2 \pm 2,5) \cdot 10^{-3}$
	10 cm	$(9,4 \pm 1,2) \cdot 10^{-3}$	$< 22,0 \cdot 10^{-3}$
	15 cm	$< 7,5 \cdot 10^{-3}$	$< 6,0 \cdot 10^{-3}$
PolyLithium	5 cm	$(25,3 \pm 1,9) \cdot 10^{-3}$	$(8,7 \pm 1,5) \cdot 10^{-3}$
	10 cm	$(23,9 \pm 2,8) \cdot 10^{-3}$	$(13,7 \pm 2,9) \cdot 10^{-3}$
	15 cm	$(47,5 \pm 5,4) \cdot 10^{-3}$	$< 17,1 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 10: Untergrundraten in Abhängigkeit von der Materialdicke für Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV

Material	Dicke	$R_{M=1} [(a \cdot \text{kg} \cdot \text{keV})^{-1}]$	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$< 0,1 \cdot 10^{-3}$	$< 0,4 \cdot 10^{-3}$
	10 cm	$< 0,2 \cdot 10^{-3}$	$< 1,1 \cdot 10^{-3}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-3}$	$< 2,0 \cdot 10^{-3}$
Blei	5 cm	$< 0,8 \cdot 10^{-3}$	$< 6,5 \cdot 10^{-3}$
	10 cm	$< 1,9 \cdot 10^{-3}$	$< 16,2 \cdot 10^{-3}$
	15 cm	$< 3,5 \cdot 10^{-3}$	$< 29,8 \cdot 10^{-3}$
PolyLithium	5 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-3}$	$< 3,0 \cdot 10^{-3}$
	10 cm	$< 4,1 \cdot 10^{-3}$	$< 7,6 \cdot 10^{-3}$
	15 cm	$< 7,5 \cdot 10^{-3}$	$< 13,9 \cdot 10^{-3}$

Beispielrechnung

Anhand der Einzelschichten soll abgeschätzt werden, welche Aktivität pro Masse ein Material haben darf, damit eine bestimmte Rate erreicht wird. Die Beispielrechnung bezieht sich wieder auf ^{232}Th und den Energiebereich von 2,0 bis 3,0 MeV. Es gilt:

$$t = \frac{N_{sim}}{10 \cdot A} = \frac{N_{sim}}{10 \cdot A_m \cdot m} \quad \text{und} \quad R_{M=1} = \frac{N_{M=1}}{t \cdot 420 \text{ kg} \cdot 1000 \text{ keV}} \quad (19)$$

Daraus ergibt sich für die gesuchte Aktivität A_m :

$$A_m = \frac{R_{M=1} \cdot N_{sim} \cdot 420 \text{ kg} \cdot 1000 \text{ keV}}{10 \cdot N_{M=1} \cdot m} \quad (20)$$

Eine 5 cm dicke Kupferschicht beispielsweise hat eine Masse m von 546,56 kg. Eine Simulation mit $1,01 \cdot 10^6$ Teilchen und eine gewünschte Rate von $10^{-5} \frac{\text{Ereignissen}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$ führen zu:

$$A_m = (0,21 \pm 0,02) \frac{\mu\text{Bq}}{\text{kg}} \quad (21)$$

Für die Mehrschichtsysteme stellen die auf diese Weise berechneten Aktivitäten natürlich eine Überschätzung dar, weil der Einfluss der äußeren Schichten vernachlässigt wurde.

Ergebnisse

Die Ergebnisse für die restlichen Schichtdicken und Materialien sind in den Tabellen 11 bis 19 für gewünschte Raten von 10^{-3} bis $10^{-6} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$ aufgeführt.

Für kleine $N_{M=1}$ werden wieder Grenzwerte nach Feldman und Cousins angegeben.

Ergebnisse für die große ROI von 2,0 bis 3,0 MeV

Die berechneten Aktivitäten A_m liegen im Bereich 10^{-5} bis 10^{-8} Bq/kg. Analog zur Untergrundrate in Tabelle 9 ist die Abhängigkeit der Aktivität pro Masse von der Schichtdicke für die große ROI (2,0 bis 3,0 MeV) nicht ganz eindeutig, tendenziell nimmt die berechnete Aktivität pro Masse jedoch mit der Schichtdicke ab. Die Abhängigkeit von der Untergrundrate ist direkt proportional: Wird die gewünschte Rate um den Faktor 10 kleiner, so muss auch die Aktivität um den Faktor 10 kleiner sein.

Tabelle 11: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$ in der großen ROI (2,0 bis 3,0 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$(2,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$(10,3 \pm 2,5) \cdot 10^{-5}$
	10 cm	$(1,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$< 5,0 \cdot 10^{-5}$
	15 cm	$(1,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$< 2,0 \cdot 10^{-5}$
Blei	5 cm	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-5}$	$(6,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-5}$
	10 cm	$(1,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$< 3,4 \cdot 10^{-5}$
	15 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-5}$	$< 12,4 \cdot 10^{-5}$
PolyLithium	5 cm	$(11,1 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$	$(42,5 \pm 7,2) \cdot 10^{-5}$
	10 cm	$(11,8 \pm 1,4) \cdot 10^{-5}$	$(27,1 \pm 5,8) \cdot 10^{-5}$
	15 cm	$(5,9 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}$	$< 21,7 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 12: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-4} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ in der großen ROI (2,0 bis 3,0 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$(2,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$	$(10,3 \pm 2,5) \cdot 10^{-6}$
	10 cm	$(1,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$	$< 5,0 \cdot 10^{-6}$
	15 cm	$(1,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$	$< 2,0 \cdot 10^{-6}$
Blei	5 cm	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(6,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
	10 cm	$(1,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$	$< 3,4 \cdot 10^{-6}$
	15 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-6}$	$< 12,4 \cdot 10^{-6}$
PolyLithium	5 cm	$(11,1 \pm 0,8) \cdot 10^{-6}$	$(42,5 \pm 7,2) \cdot 10^{-6}$
	10 cm	$(11,8 \pm 1,4) \cdot 10^{-6}$	$(27,1 \pm 5,8) \cdot 10^{-6}$
	15 cm	$(5,9 \pm 0,7) \cdot 10^{-6}$	$< 21,7 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 13: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-5} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ in der großen ROI (2,0 bis 3,0 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$(2,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-7}$	$(10,3 \pm 2,5) \cdot 10^{-7}$
	10 cm	$(1,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-7}$	$< 5,0 \cdot 10^{-7}$
	15 cm	$(1,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-7}$	$< 2,0 \cdot 10^{-7}$
Blei	5 cm	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-7}$	$(6,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-7}$
	10 cm	$(1,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-7}$	$< 3,4 \cdot 10^{-7}$
	15 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-7}$	$< 12,4 \cdot 10^{-7}$
PolyLithium	5 cm	$(11,1 \pm 0,8) \cdot 10^{-7}$	$(42,5 \pm 7,2) \cdot 10^{-7}$
	10 cm	$(11,8 \pm 1,4) \cdot 10^{-7}$	$(27,1 \pm 5,8) \cdot 10^{-7}$
	15 cm	$(5,9 \pm 0,7) \cdot 10^{-7}$	$< 21,7 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 14: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-6} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$ in der großen ROI (2,0 bis 3,0 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$(2,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-8}$	$(10,3 \pm 2,5) \cdot 10^{-8}$
	10 cm	$(1,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-8}$	$< 5,0 \cdot 10^{-8}$
	15 cm	$(1,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-8}$	$< 2,0 \cdot 10^{-8}$
Blei	5 cm	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-8}$	$(6,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-8}$
	10 cm	$(1,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-8}$	$< 3,4 \cdot 10^{-8}$
	15 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-8}$	$< 12,4 \cdot 10^{-8}$
PolyLithium	5 cm	$(11,1 \pm 0,8) \cdot 10^{-8}$	$(42,5 \pm 7,2) \cdot 10^{-8}$
	10 cm	$(11,8 \pm 1,4) \cdot 10^{-8}$	$(27,1 \pm 5,8) \cdot 10^{-8}$
	15 cm	$(5,9 \pm 0,7) \cdot 10^{-8}$	$< 21,7 \cdot 10^{-8}$

Ergebnisse für die kleine ROI von 2,7 bis 2,9 MeV

Die berechneten Aktivitäten A_m liegen im Bereich 10^{-4} bis 10^{-7} Bq/kg, also eine Größenordnung größer als in der großen ROI. Analog zur Untergrundrate in Tabelle 10 ist die Abhängigkeit der Aktivität pro Masse von der Schichtdicke für die kleine ROI (2,7 bis 2,9 MeV) eindeutig: Die Aktivität pro Masse nimmt mit der Schichtdicke ab, denn mit Schichtdicke wird die Masse der Schicht und damit die Gesamtaktivität größer. In Bezug auf die angestrebte Untergrundrate gilt auch hier: Wird die gewünschte Rate um den Faktor 10 kleiner, so muss auch die Aktivität um den Faktor 10 kleiner sein.

Tabelle 15: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ in der kleinen ROI (2,7 bis 2,9 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$< 2,0 \cdot 10^{-4}$	$< 1,4 \cdot 10^{-4}$
	10 cm	$< 0,8 \cdot 10^{-4}$	$< 0,6 \cdot 10^{-4}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-4}$	$< 0,3 \cdot 10^{-4}$
Blei	5 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-4}$	$< 1,1 \cdot 10^{-4}$
	10 cm	$< 0,6 \cdot 10^{-4}$	$< 0,5 \cdot 10^{-4}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-4}$	$< 0,3 \cdot 10^{-4}$
PolyLithium	5 cm	$< 17,1 \cdot 10^{-4}$	$< 12,2 \cdot 10^{-4}$
	10 cm	$< 6,8 \cdot 10^{-4}$	$< 4,9 \cdot 10^{-4}$
	15 cm	$< 3,7 \cdot 10^{-4}$	$< 2,7 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 16: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-4} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ in der kleinen ROI (2,7 bis 2,9 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$< 2,0 \cdot 10^{-5}$	$< 1,4 \cdot 10^{-5}$
	10 cm	$< 0,8 \cdot 10^{-5}$	$< 0,6 \cdot 10^{-5}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-5}$	$< 0,3 \cdot 10^{-5}$
Blei	5 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-5}$	$< 1,1 \cdot 10^{-5}$
	10 cm	$< 0,6 \cdot 10^{-5}$	$< 0,5 \cdot 10^{-5}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-5}$	$< 0,3 \cdot 10^{-5}$
PolyLithium	5 cm	$< 17,1 \cdot 10^{-5}$	$< 12,2 \cdot 10^{-5}$
	10 cm	$< 6,8 \cdot 10^{-5}$	$< 4,9 \cdot 10^{-5}$
	15 cm	$< 3,7 \cdot 10^{-5}$	$< 2,7 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 17: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-5} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ in der kleinen ROI (2,7 bis 2,9 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$< 2,0 \cdot 10^{-6}$	$< 1,4 \cdot 10^{-6}$
	10 cm	$< 0,8 \cdot 10^{-6}$	$< 0,6 \cdot 10^{-6}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-6}$	$< 0,3 \cdot 10^{-6}$
Blei	5 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-6}$	$< 1,1 \cdot 10^{-6}$
	10 cm	$< 0,6 \cdot 10^{-6}$	$< 0,5 \cdot 10^{-6}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-6}$	$< 0,3 \cdot 10^{-6}$
PolyLithium	5 cm	$< 17,1 \cdot 10^{-6}$	$< 12,2 \cdot 10^{-6}$
	10 cm	$< 6,8 \cdot 10^{-6}$	$< 4,9 \cdot 10^{-6}$
	15 cm	$< 3,7 \cdot 10^{-6}$	$< 2,7 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 18: A_m in Abhängigkeit von Material und Schichtdicke für eine gewünschte Untergrundrate von $R_{M=1} = 10^{-6} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$ in der kleinen ROI (2,7 bis 2,9 MeV)

Material	Dicke	A_m [Bq/kg]	
		für ^{232}Th	für ^{238}U
Kupfer	5 cm	$< 2,0 \cdot 10^{-7}$	$< 1,4 \cdot 10^{-7}$
	10 cm	$< 0,8 \cdot 10^{-7}$	$< 0,6 \cdot 10^{-7}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-7}$	$< 0,3 \cdot 10^{-7}$
Blei	5 cm	$< 1,6 \cdot 10^{-7}$	$< 1,1 \cdot 10^{-7}$
	10 cm	$< 0,6 \cdot 10^{-7}$	$< 0,5 \cdot 10^{-7}$
	15 cm	$< 0,4 \cdot 10^{-7}$	$< 0,3 \cdot 10^{-7}$
PolyLithium	5 cm	$< 17,1 \cdot 10^{-7}$	$< 12,2 \cdot 10^{-7}$
	10 cm	$< 6,8 \cdot 10^{-7}$	$< 4,9 \cdot 10^{-7}$
	15 cm	$< 3,7 \cdot 10^{-7}$	$< 2,7 \cdot 10^{-7}$

6.4 Berechnung der Untergrundraten für die inneren Detektorbestandteile

Als letztes sollen nun die Raten, die aus einer Kontamination der inneren Detektorkomponenten resultieren, abgeschätzt werden. Werte für die Aktivität pro Masse sind nicht genau bekannt und werden für alle Materialien und beide Zerfallsreihen zunächst zu $10^{-6} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ und dann zu $10^{-10} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ angenommen. Sie liegen damit eine bzw. fünf Größenordnungen unter der zuvor gewählten Aktivität pro Masse für Kupfer. Damit soll gezeigt werden, wie klein die Aktivitäten sein müssen, um sie als vernachlässigbar bezeichnen zu können. Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, dass die Werte sogar im Bereich $\frac{\text{mBq}}{\text{kg}}$ liegen, siehe dazu [Re09]. Zunächst müssen noch die Massen der jeweiligen Detektorbestandteile abgeschätzt werden, damit die Gesamtaktivitäten berechnet werden können:

- Die Gesamtmasse der Kristalle wird zu 420 kg angenommen (Vgl. Kapitel 5.2).
- Die Ausmaße eines Delrinhalters betragen in etwa $7,0 \text{ cm} \times 7,8 \text{ cm} \times 1,1 \text{ cm} = 60,06 \text{ cm}^3$. Es befinden sich $4 \times 4 = 16$ Kristalle in jedem Halter. Ihr Volumen muss wieder abgezogen werden, wodurch sich ein Volumen von $44,06 \text{ cm}^3$ pro Halter ergibt. Weil der Aufbau aus $10 \times 10 \times 40$ Haltern besteht, beträgt das Gesamtvolumen 176.240 cm^3 . Mit einer Dichte von $1,41 \text{ g/cm}^3$ ergibt sich die Masse dann zu 248,5 kg.
- Laut Venom schließen die Delrinhalter in der $x-y$ -Ebene direkt aneinander an, in z -Richtung haben sie einen Abstand von 1 cm. Das Zwischenraumvolumen beträgt somit grob geschätzt: $39 \times 1 \text{ cm} \times 10 \times 7 \text{ cm} \times 10 \times 7,8 \text{ cm} = 212.940 \text{ cm}^3$. Dieses Volumen wird mit Stickstoff²⁰ geflutet. Mit einer Dichte von $1,25 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ergibt sich die Masse zu 0,27 kg.
- Für das Volumen des inneren Myon-Vetos, das eine Dicke von 1 cm hat, wird analog zur Berechnung der Volumina in Kapitel 6.2 angesetzt:
 $(40+2)^3 \text{ cm}^3 - 40^3 \text{ cm}^3 = 10.088 \text{ cm}^3$.
Die Dichte des Plastiksintillators wird zu $1,03 \text{ g/cm}^3$ angenommen, was zu einer Masse von 10,39 kg führt.

²⁰Da ²³²Th und ²³⁸U unter Normalbedingungen nicht gasförmig sind, ist es unwahrscheinlich, dass der Stickstoff Spuren dieser Elemente enthält. Realistischer ist eine Kontamination mit dem Edelgas Radon (und seinen Folgeprodukten), das in beiden Zerfallsreihen enthalten ist.

Die Rechnung erfolgt analog zur Beispielrechnung in Kapitel 6.2. Für die kleine ROI von 2,7 bis 2,9 MeV ergeben sich die in Tabelle 19 und 20 dargestellten Raten. Es wird deutlich, dass besonders die Kristalle und die Delrinhalter möglichst rein sein sollten, während eine Kontamination des Stickstoffs und des Myon-Vetos weniger problematisch ist. Eine Aktivität pro Masse von $10^{-6} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ wäre für die Kristalle und die Delrinhalter ungünstig, ab einer Aktivität pro Masse von höchstens $10^{-10} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ kann die Untergrundrate (Größenordnung 10^{-8}) als vernachlässigbar im Vergleich zum restlichen Untergrund bezeichnet werden.

Tabelle 19: Untergrundraten für die inneren Detektorbestandteile für Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV bei einer Aktivität von $10^{-6} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$

	$\mathbf{R_{M=1}} [(\mathbf{a} \cdot \mathbf{kg} \cdot \mathbf{keV})^{-1}]$		
	für ^{232}Th	für ^{238}U	Gesamtrate
Kristalle	$(4,6 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$	$(6,5 \pm 1,2) \cdot 10^{-4}$	$(11,1 \pm 1,5) \cdot 10^{-4}$
Delrinhalter	$(0,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$	$(1,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$	$(1,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$
Stickstoff	$(211,2 \pm 4,8) \cdot 10^{-8}$	$(96,4 \pm 3,8) \cdot 10^{-8}$	$(307,6 \pm 6,2) \cdot 10^{-8}$
Myon-Veto	$< 9,4 \cdot 10^{-8}$	$< 32,0 \cdot 10^{-8}$	$< 41,4 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 20: Untergrundraten für die inneren Detektorbestandteile für Energien zwischen 2,7 und 2,9 MeV bei einer Aktivität von $10^{-10} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$

	$\mathbf{R_{M=1}} [(\mathbf{a} \cdot \mathbf{kg} \cdot \mathbf{keV})^{-1}]$		
	für ^{232}Th	für ^{238}U	Gesamtrate
Kristalle	$(4,6 \pm 0,9) \cdot 10^{-8}$	$(6,5 \pm 1,2) \cdot 10^{-8}$	$(11,1 \pm 1,5) \cdot 10^{-8}$
Delrinhalter	$(0,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-8}$	$(1,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-8}$	$(1,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-8}$
Stickstoff	$(211,2 \pm 4,8) \cdot 10^{-12}$	$(96,4 \pm 3,8) \cdot 10^{-12}$	$(307,6 \pm 6,2) \cdot 10^{-12}$
Myon-Veto	$< 9,4 \cdot 10^{-12}$	$< 32,0 \cdot 10^{-12}$	$< 41,4 \cdot 10^{-12}$

7 Diskussion und Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden ^{137}Cs und ^{40}K sowie die natürlichen Zerfallsreihen von ^{232}Th und ^{238}U in den verschiedenen Detektorkomponenten simuliert, wobei vier verschiedenen passive Abschirmungen betrachtet wurden. In Kapitel 6.1 wurden zunächst die Spektren, die durch die Deposition der beim Zerfall dieser Isotope/Zerfallsreihen freiwerdenden Energie in den Kristallen zustande kommen, betrachtet. Dies diente hauptsächlich der Überprüfung der Konsistenz von Simulation und Realität. Es konnten viele Charakteristika erkannt und mit bestimmten radioaktiven Zerfällen identifiziert werden.

Da bei der Simulation von ^{137}Cs und ^{40}K lediglich Ereignisse mit Energien unterhalb von 2 MeV registriert wurden, wurden diese Isotope als für das Experiment ungefährlich eingestuft. Die in Kapitel 6.2 bis 6.4 berechneten Untergrundraten beziehen sich aus diesem Grund ausschließlich auf die ^{232}Th – und die ^{238}U – Zerfallsreihe.

Die Untergrundraten, die sich aus einer Kontamination der passiven Schichten mit den in Anhang A2 aufgelisteten Aktivitäten pro Masse ergeben, wurden in Kapitel 6.2 präsentiert. Der niedrigste Wert ergab sich für Abschirmung 2, sowohl für die große ROI (2,0 bis 3,0 MeV, $R_{M=1} = (6,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$) als auch für die kleine ROI (2,7 bis 2,9 MeV, $R_{M=1} < 59,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$). Der Unterschied zu den anderen Abschirmungen ist jedoch nicht groß, sodass Abschirmung 2 nicht eindeutig als die geeignetste Abschirmung bezeichnet werden kann.

Alle Gesamtraten in der großen ROI liegen in der Größenordnung 10^{-2} bis $10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr} \cdot \text{kg} \cdot \text{keV}}$. Der Vergleich der Abschirmungen 1 und 2 mit den Abschirmungen 3 und 4 zeigt, dass die Wahl von Blei als innere Schicht in einer geringfügig höheren Rate aus dieser Schicht resultiert als die Wahl von Kupfer (Faktor ~ 7). Allerdings wurde für Blei auch eine höhere Aktivität pro Masse angenommen als für Kupfer, was prinzipiell der Realität entspricht, weil Kupfer sehr viel reiner produziert werden kann als Blei.

Weiterhin sieht man, dass bei (fast) allen Abschirmungen die Rate aus der zweiten Schicht (8 bzw. 13 cm mit Lithium dotiertes Polyethylen) höher ist als die aus der ersten Schicht. Das liegt wiederum daran, dass die angenommene Aktivität pro Masse für Polyethylen höher ist als die für Kupfer und Blei. Dies ist eine vernünftige Annahme, weil Polyethylen in der Regel ein eher unreines Material ist. Aus diesem Grund wurde es nicht als innere

Schicht gewählt.

Das gleiche Verhalten zeigt sich bei den nach der Feldman – Cousins – Methode abgeschätzten Obergrenzen für die Untergrundraten in der kleinen ROI. Sie befinden sich im Bereich 10^{-1} bis $10^{-2} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$. Sie liegen damit noch weit über der angestrebten Untergrundrate von $10^{-4} \frac{\text{Ereignissen}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$. Es wurden noch nicht genügend Teilchen simuliert, um die Frage, ob eine Kontamination der Abschirmung mit der ^{232}Th – und der ^{238}U – Zerfallsreihe problematisch für das Experiment ist, endgültig zu klären. Dazu blieb im Rahmen dieser Bachelorarbeit keine Zeit mehr. Um die Aussagekraft der Ergebnisse zu verbessern, sollte die Statistik im nächsten Schritt erhöht werden. Im Idealfall sollten die Simulationen fortgesetzt werden, bis jeweils mindestens ein Ereignis detektiert wird.

In Kapitel 6.3 wurden Einzelschichtsysteme betrachtet, um die Abhängigkeit der Untergrundrate von der Schichtdicke festzustellen. Dazu wurden Kupfer, Blei und mit Lithium dotiertes Polyethylen jeweils mit 5, 10 und 15 cm Dicke simuliert. In der großen ROI konnte keine eindeutige Abhängigkeit von der Schichtdicke festgestellt werden, da einerseits die Zahl der detektierten Ereignisse pro simuliertem Teilchen mit der Schichtdicke abnimmt, andererseits die Gesamtaktivität ansteigt. Bei den Simulationen für die kleine ROI hingegen konnte man einen Anstieg der Untergrundraten sehen, denn hier wurde die Zahl der detektierten Ereignisse in der Rechnung (gemäß der Feldman – Cousins – Methode zur Bestimmung von 90 % – Konfidenzintervallen) konstant gehalten.

Als nächstes wurden die Aktivitäten pro Masse für feste Untergrundraten von 10^{-3} bis $10^{-6} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ berechnet. Wie erwartet zeigte sich hier eine direkte Proportionalität zwischen den beiden Größen. Es ergaben sich Aktivitäten zwischen 10^{-4} und $10^{-8} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$. Die Abhängigkeit von der Schichtdicke blieb erhalten.

In Kapitel 6.4 wurde abgeschätzt, welche Auswirkung eine Kontamination der inneren Detektorbestandteile hat. Es wurde deutlich, dass besonders die Kristalle und die Delrinhalter möglichst rein sein sollten. Um beispielsweise durch eine Kontamination der Kristalle eine Gesamtrate in der Größenordnung $10^{-7} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ für die kleine ROI zu erhalten, darf die Aktivität pro Masse für ^{232}Th und ^{238}U jeweils nur etwa $10^{-10} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ betragen.

Insgesamt stimmten die beobachteten Zusammenhänge der untersuchten Größen entweder mit den Erwartungen überein oder konnten zufriedenstellend erklärt werden. Um die Genauigkeit der Ergebnisse und die Abschätzung des radioaktiven Untergrundes allgemein erhöhen zu können, müssten folgende Aspekte zusätzlich berücksichtigt werden:

Zum einen stellt die Wahl der zur Berechnung der Untergrundraten benötigten Aktivitäten pro Masse ein Problem dar (siehe Anhang A2). Entsprechende Herstellerangaben in Bezug auf einzelne Isotope sind nicht erhältlich, weil in der Regel nur Gesamtaktivitäten angegeben werden.

Zum anderen sei darauf hingewiesen, dass es noch weitere Fremd- und insbesondere Eigenisotope gibt, die zum radioaktiven Untergrund beitragen können. In der Zusammensetzung der Materialien²¹ werden die radioaktiven Eigenisotope zwar gemäß ihrer natürlichen Häufigkeiten berücksichtigt, jedoch tragen sie nicht direkt zum Signal bei, sofern die entsprechenden Zerfälle nicht explizit simuliert werden.

Die in dieser Arbeit vorgelegten Ergebnisse dienen als erste Abschätzung des radioaktiven Untergrundes für das COBRA-Experiment. Durch eine Erhöhung der Statistik und die Berücksichtigung der anderen genannten Punkte kann und sollte die Genauigkeit noch verbessert werden.

²¹Die von Venom angenommenen Materialzusammensetzungen sind dem Anhang A3 zu entnehmen.

8 Anhang

Anhang A1

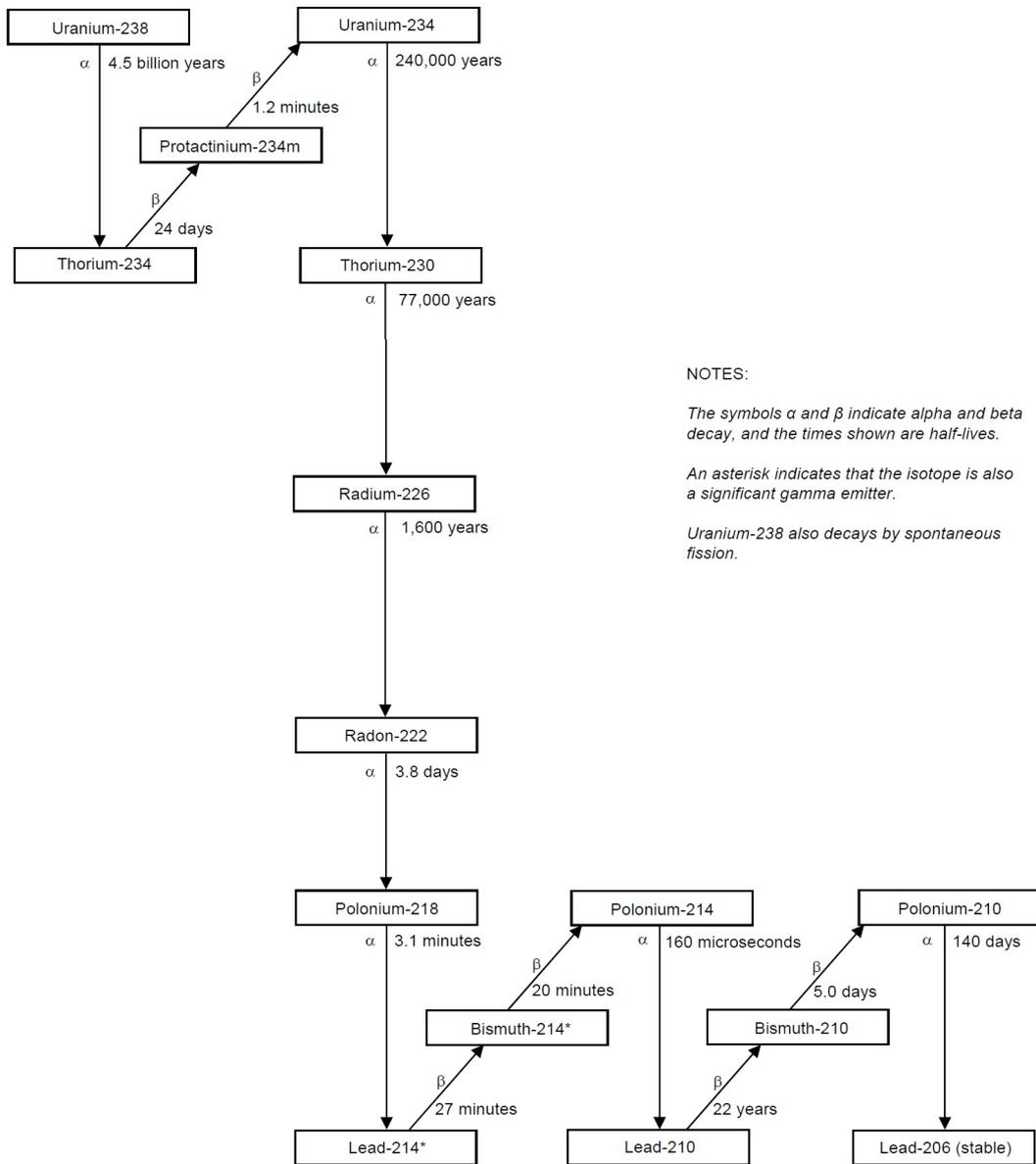


Abbildung 35: Vollständige Zerfallsreihe für ^{238}U , aus [Ar05]

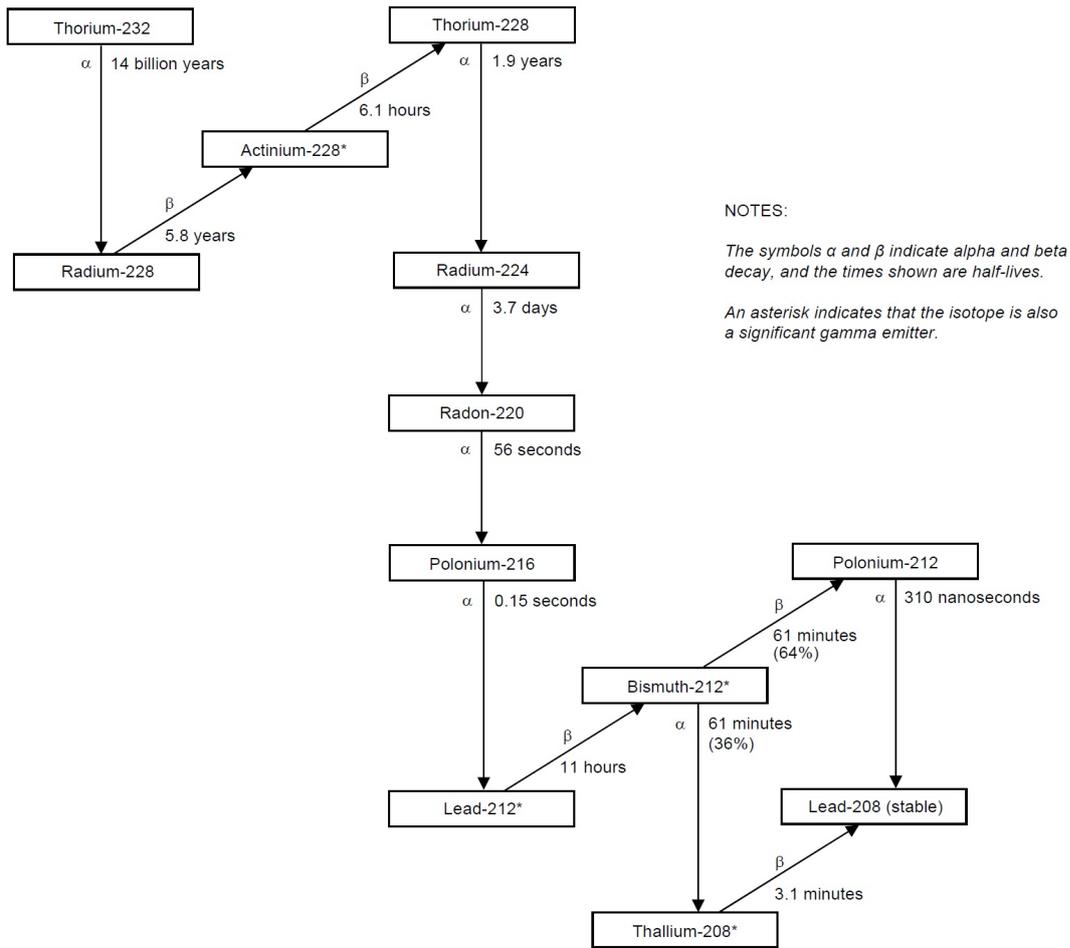


Abbildung 36: Vollständige Zerfallsreihe für ^{232}Th , aus [Ar05]

Anhang A2

Die *ILIAS Database on Radiopurity of Materials* gibt Zugang zu radionuklidischen Konzentrationen in Materialien, die üblicherweise in Niedrigratenexperimenten benutzt werden. Folgende Aktivitäten wurden für die Berechnungen in Kapitel 6.2 und 6.3 verwendet:

Tabelle 21: Kleinste Aktivitäten (umgerechnet von ppb¹ in Bq/kg) aus der *ILIAS Database on Radiopurity of Materials*

Material	Fremdisotop	A [Bq/kg]	Messmethode	gemessen von
Kupfer	²³² Th	$1,62 \cdot 10^{-5}$	GDMS ⁴	Charles Evans/Cascade Scientific
Kupfer	²³⁸ U	$6,17 \cdot 10^{-5}$	GDMS ⁴	Charles Evans/Cascade Scientific
Blei ²	²³² Th	$1,22 \cdot 10^{-4}$	GDMS ⁴	Charles Evans/Cascade Scientific
Blei ²	²³⁸ U	$7,41 \cdot 10^{-4}$	GDMS ⁴	Charles Evans/Cascade Scientific
Polyethylen ³	²³² Th	$2,80 \cdot 10^{-3}$	NAA ⁵	ICI Tracerco
Polyethylen ³	²³⁸ U	$3,70 \cdot 10^{-3}$	NAA ⁵	ICI Tracerco

¹ ppb = parts per billion

² Salisbury Cathedral

³ Weaver Aircraft Company of Ohio

⁴ GDMS: Glow Discharge Mass Spectroscopy

⁵ NAA: Neutron Activation Analysis

Anhang A3

Tabelle 22: Von Venom angenommene Materialzusammensetzung der passiven Schichten

Material	Dichte	Zusammensetzung	
Blei	$11,35 \frac{g}{cm^3}$	1,4 % ^{204}Pb 24,1 % ^{206}Pb 22,1 % ^{207}Pb 52,4 % ^{208}Pb	
Kupfer	$8,96 \frac{g}{cm^3}$	69,2 % ^{63}Cu 30,8 % ^{65}Cu	
PolyLithium	$1,06 \frac{g}{cm^3}$	30,8 % C 60,7 % H 7,5 % Li	100 % ^{12}C 99,9885 % ^1H 0,0115 % D 7,6 % ^6Li 92,4 % ^7Li

Anhang A4

Tabelle 23: Nach der Feldman–Cousins–Methode berechnete Obergrenzen des 90%–Konfidenzintervalls für $N_{M=1} = 0 \dots 19$

$N_{M=1}$	obere Grenze	$N_{M=1}$	obere Grenze
0	2,440	10	16,505
1	4,360	11	17,815
2	5,915	12	19,005
3	7,425	13	20,055
4	8,600	14	21,505
5	9,990	15	22,525
6	11,470	16	23,995
7	12,535	17	25,020
8	13,995	18	26,160
9	15,300	19	27,510

9 Literaturverzeichnis

- [Ar05] Argonne National Laboratory, *Natural Decay Series: Uranium, Radium, and Thorium*. Human Health Fact Sheet (2005)
- [Co07] COBRA Collaboration, *The Venom Simulation Framework for COBRA*. (2007)
- [Co56] C.L. Cowan, F. Reines et al, *Detection of the Free Neutrino: a Confirmation*. Science **124** (1956) S. 103 ff
- [Cr03] O. Cremonesi, *Neutrinoless double beta decay: Present and future*. Nuclear Physics B - Proceedings Supplements **118** (2003) S. 287 ff, Proceedings of the XXth International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics.
- [Dav55] R. Davis, *Attempt to Detect the Antineutrinos from a Nuclear Reactor by the $Cl^{37}(\bar{\nu}, e^-)A^{37}$ Reaction*. Physical Review **97** (1955) S. 766 ff
- [Dav94] R. Davis, *A review of the homestake solar neutrino experiment*. Progress in Particle and Nuclear Physics **32** (1994) S. 13 ff
- [Fe98] G. Feldman, R. Cousins, *Unified approach to the classical statistical analysis of small signals*. Physical Review D **57** (1998) S. 3873 ff
- [Go48] M. Goldhaber, G. Scharff-Goldhaber, *Identification of Beta-Rays with Atomic Electrons*. Physical Review **73** (1948) S. 1472 ff
- [Go58] M. Goldhaber et al, *Helicity of Neutrinos*. Physical Review **109** (1958) S. 1015 ff
- [Go06] Goobar, Hannestad, Mörtzell, Tu, *The neutrino mass bound from WMAP 3 year data, the baryon acoustic peak, the SNLS supernovae and the Lyman- α forest*. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (2006) S. 19 ff
- [Hd10] Nadine Heidrich, *Monte-Carlo basierte Entwicklung einer Neutronenabschirmung für das COBRA-Experiment*. Universität Hamburg, Diplomarbeit (2010)

- [Kr09] M. Krammer, *Detektoren*. Skript zur Vorlesung (2009) <http://www.hephy.at/project/halbleiter/VOSkriptum/V0-2-Wechselwirkungen.pdf>
- [Ma01] J. Bonn et al, *The Mainz neutrino mass experiment*.
Nuclear Physics B **91** (2001) S. 273 ff
- [Nu11] NuDat database, <http://nucleardata.nuclear.lu.se/database/nudat/>,
Stand vom 12.07.2011
- [Pau61] Wolfgang Pauli, *Aufsätze und Vorträge über Physik und Erkenntnistheorie*.
Hrsg. W. Westphal, Vieweg & Sohn, Braunschweig (1961)
- [PDG] K. Nakamura et al (Particle Data Group), *Particle Physics Booklet* (July 2010)
- [Rad11] ILIAS database on radiopurity of materials, <http://radiopurity.in2p3.fr/>,
Stand vom 12.07.2011
- [Re09] C. Reeve, *Data Analysis and Background Studies for the COBRA Neutrinoless Double-Beta Decay Experiment*. University of Sussex, Diplomarbeit (2009)
- [Rm11] Rahaman et al, *Double-beta decay Q values of ^{116}Cd and ^{130}Te* .
Physics Letters B, Artikel z.Z. im Druck, online verfügbar seit 5. August 2011
- [Sch82] J. Schechter, J. W. F. Valle, *Neutrinoless double- β decay in $SU(2) \times U(1)$ theories*. Physical Review D **25** (1982) S. 2951 ff
- [Sm97] Norbert Schmitz, *Neutrino Physik*. B.G. Teubner Verlag, Stuttgart (1997)
- [Tr01] V. M. Lobashev et al, *Direct search for neutrino mass and anomaly in the tritium beta-spectrum: Status of „Troitsk neutrino mass“ experiment*.
Nuclear Physics B **91** (2001) S. 280 ff
- [Zu01] Kai Zuber, *COBRA – double beta decay searches using CdTe detectors*.
Physics Letters B **519** (2001) S. 1 ff
- [Zu03] Kai Zuber, *Neutrino Physics (Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation)*. Taylor & Francis, 1. Edition (2003)

Abbildungsverzeichnis

1	Massenparabeln für gg- und uu-Kerne	15
2	$2\nu\beta\beta$ - und $0\nu\beta\beta$ -Zerfall: Feynman-Diagramme	16
3	$2\nu\beta\beta$ - und $0\nu\beta\beta$ -Zerfall: Elektronenenergiespektrum	18
4	Schematischer Detektoraufbau	23
5	Simulationen für Abschirmung 1: Häufigkeit der Teilchenidentitäten	25
6	Simulationen für Abschirmung 1: ^{137}Cs in den Kristallen	27
7	Simulationen für Abschirmung 1: ^{137}Cs in den Delrinhaltern	28
8	Simulationen für Abschirmung 1: ^{137}Cs im Stickstoff	29
9	Simulationen für Abschirmung 1: ^{137}Cs im Plastiksintillator	29
10	Simulationen für Abschirmung 1: ^{137}Cs in Schicht 1	30
11	Simulationen für Abschirmung 1: ^{137}Cs in Schicht 2	30
12	Simulationen für Abschirmung 1: ^{137}Cs in Schicht 3	31
13	Simulationen für Abschirmung 1: ^{40}K in den Kristallen	32
14	Simulationen für Abschirmung 1: ^{40}K in den Delrinhaltern	33
15	Simulationen für Abschirmung 1: ^{40}K im Stickstoff	33
16	Simulationen für Abschirmung 1: ^{40}K im Plastiksintillator	34
17	Simulationen für Abschirmung 1: ^{40}K in Schicht 1	34
18	Simulationen für Abschirmung 1: ^{40}K in Schicht 2	35
19	Simulationen für Abschirmung 1: ^{40}K in Schicht 3	35
20	Simulationen für Abschirmung 1: ^{232}Th in den Kristallen	36
21	Simulationen für Abschirmung 1: ^{232}Th in den Delrinhaltern	37
22	Simulationen für Abschirmung 1: ^{232}Th im Stickstoff	38
23	Simulationen für Abschirmung 1: ^{232}Th im Plastiksintillator	38
24	Simulationen für Abschirmung 1: ^{232}Th in Schicht 1	39
25	Simulationen für Abschirmung 1: ^{232}Th in Schicht 2	40
26	Simulationen für Abschirmung 1: ^{232}Th in Schicht 3	40
27	Simulationen für Abschirmung 1: ^{238}U in den Kristallen	41
28	Simulationen für Abschirmung 1: ^{238}U in den Delrinhaltern	42
29	Simulationen für Abschirmung 1: ^{238}U im Stickstoff	42
30	Simulationen für Abschirmung 1: ^{238}U im Plastiksintillator	43
31	Simulationen für Abschirmung 1: ^{238}U in Schicht 1	43

32	Simulationen für Abschirmung 1: ^{238}U in Schicht 2	44
33	Simulationen für Abschirmung 1: ^{238}U in Schicht 3	45
34	Simulationen zu Abschirmung 1: Histogramm der Kristallmultiplizität . . .	48
35	Vollständige Uran-Zerfallsreihe	67
36	Vollständige Thorium-Zerfallsreihe	68

Tabellenverzeichnis

1	Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 1	49
2	Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 2	49
3	Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 3	50
4	Untergrundrate im Bereich 2,0 bis 3,0 MeV für Abschirmung 4	50
5	Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 1	51
6	Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 2	51
7	Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 3	52
8	Untergrundrate im Bereich 2,7 bis 2,9 MeV für Abschirmung 4	52
9	Raten in Abhängigkeit von der Materialdicke (2,0 bis 3,0 MeV)	53
10	Raten in Abhängigkeit von der Materialdicke (2,7 bis 2,9 MeV)	54
11	A_m für $R_{M=1} = 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,0 bis 3,0 MeV)	55
12	A_m für $R_{M=1} = 10^{-4} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,0 bis 3,0 MeV)	56
13	A_m für $R_{M=1} = 10^{-5} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,0 bis 3,0 MeV)	56
14	A_m für $R_{M=1} = 10^{-6} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,0 bis 3,0 MeV)	57
15	A_m für $R_{M=1} = 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,7 bis 2,9 MeV)	58
16	A_m für $R_{M=1} = 10^{-4} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,7 bis 2,9 MeV)	59
17	A_m für $R_{M=1} = 10^{-5} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,7 bis 2,9 MeV)	59
18	A_m für $R_{M=1} = 10^{-6} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{Jahr}\cdot\text{kg}\cdot\text{keV}}$ (2,7 bis 2,9 MeV)	60
19	Innere Detektorbestandteile: Raten für $A_m = 10^{-6} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ (2,7 bis 2,9 MeV) . .	62
20	Innere Detektorbestandteile: Raten für $A_m = 10^{-6} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ (2,7 bis 2,9 MeV) . .	62
21	Auszug aus der ILIAS Database on Radiopurity of Materials	69
22	Materialzusammensetzung nach Venom	70
23	Obergrenzen für $N_{M=1}$ (90% C.L.) nach Feldman & Cousins	71

Danksagung

Zunächst einmal bedanke ich mich bei Frau Professor Dr. Caren Hagner für die Übertragung dieser interessanten Arbeit, sowie bei der gesamten Forschungsgruppe Neutrinophysik für die angenehme Arbeitsatmosphäre.

Ich bedanke mich weiterhin bei allen Mitgliedern des COBRA-Teams für ihre Unterstützung: Dr. Joachim Ebert, Dr. Björn Wonsak, Nadine Heidrich, Christian Oldorf, Jan „Horsti“ Timm sowie Christian Ziemann.

Ganz besonders herzlich möchte ich Nadine Heidrich für die ausgezeichnete Betreuung in den letzten Monaten und das ständige Korrekturlesen meiner Bachelorarbeit danken! Vielen, vielen Dank! Bei Christian Oldorf und Björn Wonsak bedanke ich mich ebenfalls fürs Korrekturlesen, sowie für einige hilfreiche Tipps.

Des Weiteren bedanke ich mich bei der gesamten COBRA Collaboration für die Möglichkeit der Teilnahme am Collaboration Meeting und der freundlichen Aufnahme bei selbigem. Tobias Köttig von der TU Dortmund danke ich für die schnelle Beantwortung meiner Fragen per E-Mail.

Meiner Familie und meinen Freunden danke ich ebenfalls für ihr Verständnis und ihre Unterstützung in den vergangenen Wochen.

Vielen Dank!

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel – insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet – Quellen – benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Hamburg, 23. August 2011

Kim Susan Petersen