

Condensed-Matter Theory - Special Topics

Problem 9 — Ω als Funktional von G_0^{-1}

Fassen Sie das großkanonische Potenzial eines wechselwirkenden Fermi-Systems als ein Funktional des freien Propagators $G_0(i\omega)$ auf, indem Sie $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega = T \sum_{\omega} e^{i\omega 0^+} \text{Sp} \ln G_0 + \Delta\Omega$ ansetzen und $\Delta\Omega = \Delta\Omega[G_0]$ als durch die diagrammatische Störreihe gegeben betrachten. Damit kann Ω auch als Funktional von G_0^{-1} aufgefasst werden.

Berechnen Sie jetzt

$$\frac{\delta\Omega[G_0^{-1}]}{\delta G_{0;\alpha\beta}^{-1}(i\omega)} \quad !$$

Problem 10 — Großkanonisches Potenzial als Funktional der Selbstenergie

Zeigen Sie auf eine im Vergleich zur Vorlesung alternative Weise, dass sich das großkanonische Potenzial als

$$\Omega = \Phi + \text{Tr} \ln \frac{1}{G_0^{-1} - \Sigma} - \text{Tr}(\Sigma G)$$

schreiben lässt!

Differenzieren Sie dazu die rechte Seite der Gleichung nach μ , und zeigen Sie, dass dies der μ -Ableitung der linken Seite entspricht! Lösen Sie dann die entstehende Differenzialgleichung durch Integration über μ , und wählen Sie dafür eine geeignete (einfache) Anfangsbedingung!

Sie können für die Rechnung ausnutzen, dass

$$\frac{\delta\Phi}{\delta G_{\alpha\beta}(i\omega)} = \frac{-\varepsilon}{\beta} \Sigma_{\beta\alpha}(i\omega)$$

gilt!