# Übungen zur Computational Physics

**Aufgabe 11 — Wärmekapazität eines idealen Paramagneten**
Berechnen Sie die Wärmekapazität eines idealen Paramagneten (Ising-Modell für $J_{ij} = 0$)!

Berechnen Sie die relative Energieschwankung $\sqrt{\Delta E}/\langle E\rangle$ für den idealen Paramagneten, und zeigen Sie, dass diese Größe im Limes $L \to \infty$ verschwindet!

**Aufgabe 12 — Stoachstische und ergodische Matrizen**
Eine "stochastische Matrix" ist eine quadratische Matrix, deren Zeilen- oder Spaltensummen Eins betragen und deren Elemente zwischen Null und Eins liegen.

Eine stochastische Matrix $\boldsymbol{T}$ heißt "ergodisch", falls ein $n_0$ existiert, so dass $T^n_{ij} \neq 0$ für alle $i, j$.

Gegeben ist jetzt eine reelle $2 \times 2$-Matrix:

$$\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} .$$

Welche Bedingungen müssen an $a, b, c, d$ gestellt werden, damit $\boldsymbol{T}$ stochastisch ist?

Welche weiteren Bedingungen müssen an $a, b, c, d$ gestellt werden, damit $\boldsymbol{T}$ ergodisch ist?

Ist das Perron-Frobenius-Theorem erfüllt?

Berechnen Sie (unter der Annahme. dass die Bedingungen erfüllt sind) $\boldsymbol{T}^\infty$!

Für den durch $\boldsymbol{T}$ beschriebenen Markov-Prozess: Welche Endkonfigurationen liegen mit welchen Wahrscheinlichkeiten vor, falls anfangs Konfiguration "1" mit Wahrscheinlichkeit $p$ und Konfiguration "2" mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ vorliegt?

Was passiert, falls $\boldsymbol{T}$ nicht ergodisch ist?

**Aufgabe 13 — Monte-Carlo-Methode**
Benutzen Sie das Java-Applet

http://www.physik.uni-wuerzburg.de/en/facilities/
department_of_theoretical_physics_and_astrophysics/theoretische_physik_iii/tp_iii/code/ising_ferromagnet/

um die spontane Magnetisierung des zweidimensionalen Ising-Modells für $T/T_c = 0.9$ zu messen!

Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem analytischen Resultat aus:

"Two-Dimensional Ising Model as a Soluble Problem of Many Fermions",
T. D. Schultz and D. C. Mattis and E. H. Lieb,
Rev. Mod. Phys. 36, 856871 (1964)