Übungen zur Theoretischen Physik A

Aufgabe 1 — Komplexe Zahlen
a) Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen z,

$$(-i)^3,\ i^{23},\ \sqrt{-10},\ (1+i)(1-i),\ (3+2i)(-1-i),\ \frac{2i}{1-i},\ e^{i\pi}$$

in der Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ sowie in Polardarstellung $z = re^{i\varphi}$ mit $r, \varphi \in \mathbb{R}$ dar!

b) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von $1/z^2$ für $z = x + iy \in \mathbb{C}$ und x, y reell!

c) Zeigen Sie ($\varphi \in \mathbb{R}$):

$$\cosh(i\varphi) = \cos\varphi\ !$$

d) Bestimmen Sie die zu

$$(2+i)(i-1)\ ,\ \frac{1}{2-i}\ ,\ e^{i\pi}\ ,\ \frac{i}{\sin(2+ie^{i\pi/3})} + 2i$$

konjugiert komplexen Zahlen!

e) Berechnen Sie:

$$\left(re^{i\varphi}\right)^n\ ,\ (1+i)^5\ ,\ \sqrt{1+i}\ !$$

f) Was ist $(i^i)^{-2/\pi} - e$?

Aufgabe 2 — Superpositionsprinzip
Beweisen Sie die folgende Aussage: Wenn $\Psi_1(x,t)$ und $\Psi_2(x,t)$ zwei Lösungen der Schrödinger-Gleichung sind, dann ist

$$\Psi(x,t) = \alpha_1\Psi_1(x,1) + \alpha_2\Psi_2(x,t)$$

ebenfalls eine Lösung der Schrödinger-Gleichung! α_1 und α_2 sind hier zwei beliebige komplexe Zahlen.

Aufgabe 3 — Wellenpaket
Betrachten Sie ein freies Teilchen, d.h. $V(x,t) = 0$, und zeigen Sie, dass

$$\Psi(x,t) = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} dk\, e^{-\frac{(k-k_0)^2}{4\sigma_k^2}}\ e^{i(kx-\omega(k)t)}$$

eine Lösung der Schrödinger-Gleichung ist! A_0 ist eine komplexe Konstante, und k_0, σ_k sind reelle Konstanten. $\omega(k)$ ist eine Funktion von k. Wie muss diese Funktion aussehen, damit $\Psi(x,t)$ eine Lösung der Schrödinger-Gleichung ist?