

Übungen zur Quantenmechanik

– Blatt 9 –

Prof. Dr. Alexander Lichtenstein
zum 25.06.2013

Aufgabe 1) Wiederholung (2 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe der Baker-Hausdorff-Formel

$$e^{\alpha a} e^{\beta a^\dagger}, \quad e^x e^{p_y}, \quad e^x e^{p_x}$$

Aufgabe 2) Kronig-Penney Model (4 Punkte)

Finden Sie das System der unabhängigen Lösungen der Schrödinger Gleichung für beliebige $E > 0$ im Potential

$$U(x) = \alpha \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - an)$$

Aufgabe 3) Doppelte Tunnelbarriere (4 Punkte)

Betrachten Sie eine Doppeltunnelbarriere in einer Dimension, die durch das Potential

$$V(x) = V_0 [\Theta(a - |x|) + \Theta(a - |x - 4a|)], \quad V_0, a > 0$$

gegeben ist ($\Theta(x)$ sei die Stufenfunktion). Benutzen Sie den Ansatz

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < -a \\ Ce^{ik'x} + De^{-ik'x} & -a < x < a \\ Ee^{ikx} + Fe^{-ikx} & a < x < 3a \\ Ge^{ik'x} + He^{-ik'x} & 3a < x < 5a \\ Ie^{ikx} + Je^{-ikx} & x > 5a \end{cases}$$

und die in der Vorlesung angegebene Transfermatrix für eine Einzelbarriere, um die Transmissionsamplitude $S(E) := I/A$ eines von links mit der Energie E einlaufenden Teilchens zu bestimmen. Diskutieren Sie den Durchlässigkeitskoeffizienten $|S(E)|^2$ der Doppelbarriere in Abhängigkeit der Energie E .