

Übungen zur Quantenmechanik

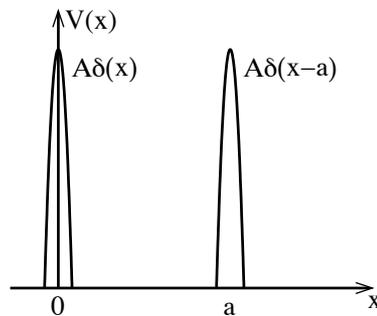
– Blatt 8 –

Prof. Dr. Alexander Lichtenstein

zum 18.06.2013

Aufgabe 1) Transmissionsresonanzen (3 Punkte)

Gegeben sei eine Potentialbarriere der Form $V(x) = A[\delta(x) + \delta(x - a)]$. Finden Sie für Teilchen der Masse m die Energieeigenwerte, bei denen es keine Reflexion gibt.



Aufgabe 2) Resonanzen und quasigebundene Zustände (4 Punkte)

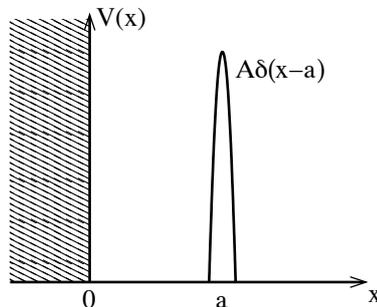
Betrachten Sie das Potential

$$V(x) = \begin{cases} +\infty, & x < 0 \\ A\delta(x - a), & x > 0. \end{cases}$$

Von rechts laufe eine Welle ein und werde am Potential $V(x)$ reflektiert. Betrachten Sie Eigenzustände der Form

$$\Psi(x) = \begin{cases} C \sin(kx), & 0 < x < a \\ e^{-ik(x-a)} + e^{-2i\phi} e^{ik(x-a)}, & x \geq a. \end{cases}$$

Untersuchen Sie die Resonanzen der Amplitude C in Abhängigkeit von der Wellenzahl k . Finden Sie resonante Wellenzahlen, k_i , und die Breite der zugehörigen Resonanzen, Γ_i , unter der Voraussetzung, dass $ka \gg \pi$ und $k/\Omega \ll 1$ mit $\Omega = A \frac{m}{\hbar^2}$.



Aufgabe 3) Tight-binding Modell (3 Punkte)

Zeigen Sie für den Tight-binding Hamiltonoperator mit N Zuständen pro Gitterplatz l

$$H = \sum_{\mu=1}^N \sum_l \varepsilon_\mu |\mu, l\rangle \langle \mu, l| + \sum_{\mu, \mu'=1}^N \sum_{l, \delta=\pm 1} V_{\mu\mu'} |\mu, l\rangle \langle \mu', l + \delta|$$

dass die Annahme $V_{\mu\mu'} = V_\mu \delta_{\mu\mu'}$ zu der Bandstruktur $E_\mu(k) = \varepsilon_\mu + 2V_\mu \cos ka$ mit Gitterkonstante a führt. Hinweis: Gehen Sie mit Hilfe einer Fouriertransformation zu einer anderen Basis über.