Übungen zur

Quantenmechanik

– Blatt 6 –

Prof. Dr. Alexander Lichtenstein

zum 4.06.2013

Aufgabe 1) Transmissions- und Reflexionskoeffiziente (4 Punkte)
Lösen sie die 1–dimensionale Schrödingergleichung $(p^2/2m + V(x))\psi(x) = E\psi(x)$

a) mit Potentialstufe $V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{für } 0 < x < \infty \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$, $V_0 > 0$. Berechnen die die Stromdichte, den Transmissions- und den Reflektionskoeffizienten für die einlaufende Welle der Form $\psi(x) = e^{ikx} + Re^{-ikx}$, für $x < 0$ und $\psi(x) = Te^{iqx}$, für $x > 0$.

b) mit Tunnelbarriere $Vx) = \begin{cases} V_0 & \text{für } -L/2 < x < L/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$, $V_0 > 0$.

Berechnen die die Stromdichte, den Transmissions- und den Reflektionskoeffizienten (bei einfallender Welle $\psi(x) = e^{ikx} + Re^{-ikx}, \quad x < -L/2)$.

Aufgabe 2) Unendlich hoher Potenzialtopf (3 Punkte)
Ein eindimensionaler, rechteckiger Potentialtopf der Breite a sei beschrieben durch das Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } |x| < a/2 \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Stellen Sie die stationäre Schröringer-Gleichung für ein Teilchen der Masse m auf und formulieren Sie sinnvolle Randbedingungen.

b) Berechnen Sie die Energieeigenwerte und die Eigenfunktionen. Diskutieren Sie die Paritätseigenschaften der Eigenzustände.

c) Finden Sie den Anteil der verschiedenen Eigenzustände des Teilchens im Zustand, der durch die Wellenfunktion $\Psi = A(x - a/2)(x + a/2)$ beschrieben ist. Berechnen Sie den Erwartungswert der Energie.

Aufgabe 3) Gebundene Zustände in 1D (3 Punkte)
Zeigen Sie, dass in *beliebiges eindimensionales* Potenzial $U(x)$, das die Bedienungen $U(x) \to 0$ bei $x \to \pm\infty$ und $\int U(x)\,dx < 0$ erfüllt, gibt es immer mindestens einen gebundenen Zustand mit Energie $E_0 < 0$
Hinweis: Schẗzen Sie den Erwartungwert der Energie $E(\alpha)$ im Zustand $\Psi(x, \alpha) = \sqrt{\alpha}\exp(-\alpha|x|)$, $\alpha > 0$ für kleine α ab.