

# Übungen zur Quantenmechanik I

– Blatt 1 –

Prof. Dr. Alexander Lichtenstein

zum 16.04.2013

## Aufgabe 1) Operatoren (2 Punkte)

Betrachten Sie folgende Operatoren ( $-\infty < x < \infty$ ):

- 1) Inversion  $\hat{I} : \hat{I}\Psi(x) \equiv \Psi(-x)$ ;
- 2) Translation  $\hat{T}_a : \hat{T}_a\Psi(x) \equiv \Psi(x+a)$ ;
- 3) Skalierung  $\hat{M}_c : \hat{M}_c\Psi(x) \equiv \sqrt{c}\Psi(cx)$ ;
- 4) Komplexe Konjugation  $\hat{K} : \hat{K}\Psi(x) \equiv \Psi^*(x)$ ;
- 5) Permutation  $\hat{P}_{12} : \hat{P}_{12}\Psi(x_1, x_2) \equiv \Psi(x_2, x_1)$ .

Sind diese Operatoren linear?

Finden Sie die Operatoren, die zu den obengenannten a) adjungiert, b) invers sind.

## Aufgabe 2) Adjungierte Operatoren (2 Punkte)

Zeigen Sie für zwei Operatoren  $A$  und  $B$ , dass  $(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger$  gilt.

## Aufgabe 3) Hermitesche Operatoren (2 Punkte)

Die beiden Operatoren  $A$  und  $B$  seien hermitesch,  $L$  sei ein beliebiger linearer Operator.

Zeigen Sie, dass folgende Operatoren hermitisch sind:

- 1)  $L^\dagger L$  und  $LL^\dagger$ ;
- 2)  $L + L^\dagger$ ;
- 3)  $i(L - L^\dagger)$ ;
- 4)  $LAL^\dagger$ ;
- 5)  $AB + BA$ ;
- 6)  $i(AB - BA)$ .

## Aufgabe 4) Kommutatoren (2 Punkte)

$A, B, C$  seien lineare Operatoren.

Drücken Sie die Kommutatoren  $[A, BC]$  und  $[AB, C]$  durch  $[A, B]$ ,  $[A, C]$  und  $[B, C]$  aus.

## Aufgabe 5) Taylor Entwicklung (2 Punkte)

Es sei  $\lambda$  ein kleiner Parameter,  $A$  und  $B$  - lineare Operatoren.

Finden Sie die Entwicklung des Operators  $(A - \lambda B)^{-1}$  in  $\lambda$ -Potenzen.