Übungen zur

Quantenmechanik II

– Blatt 12 –

Prof. Dr. Alexander Lichtenstein

zum 21.01.2014

Aufgabe 1) C-invarianz

Zeigen Sie, dass die Klein-Gordon Gleichung für ein freies Teilchen invariant bezüglich der antilinearen Transformation der Wellenfunktion ist:

$$\Psi \longrightarrow \Psi_c(r,t) = \hat{C}\Psi(r,t) \equiv \Psi^*(r,t).$$

Die Transformation $\hat{C}$ beschreibt die Ladungskonjugation. Sie erlaubt es zu Ψ^- (der Lösung der Klein-Gordon Gleichung mit negativer Energie, die formal keinen physikalischen Sinn hat) eine Funktion $\Psi_c^+ = \hat{C}\Psi^-$ zu definieren, welche einer positiven Energie entspricht und sich als Wellenfunktion der Anti-Teilchen interpretieren lässt.

Überprüfen Sie, dass für jede Eigenfunktion Ψ der Operatoren $\hat{\epsilon} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$, $\hat{\mathbf{p}}$, $\hat{l}_z$, $\hat{\mathbf{l}}^2$, die entsprechende Ladungskonjugierte Ψ_c ebenfalls eine Eigenfunktion dieser Operatoren ist. Wie sind die Eigenwerte in diesem Fall verbunden?

Aufgabe 2) Bewegungintegrale

Welche dieser Operatoren kommutieren mit dem Hamiltonian der freien relativistichen Teilchen mit Spin 1/2?

1) $\hat{\mathbf{p}}$, 2) $\hat{\mathbf{l}}^2$, 3) $\hat{\Lambda} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{\Sigma}$

Aufgabe 3) 4-Stromdichte

Finden Sie die Komponenten des 4-Vektors der Stromdichte von freien Dirac-Teilchen mit bestimmten Impuls. Vergleichen Sie das Resultat mit den entsprechenden Grössen der nichtrelativistichen Theorie.