

I. PHOTOEFFEKT (2 PUNKTE)

Ein Photon setzt aus einem Metall, dessen Austrittsarbeit 2 eV beträgt, ein Photoelektron der Energie 2 eV frei.

1. Wie groß muss die Energie dieses Photons in eV mindestens sein? Begründung? (1 Punkt)
2. Geben Sie die Formel für die zugehörige Grenzwellenlänge an. (1 Punkt)

II. COMPTON-EFFEKT (5 PUNKTE)

Im folgenden sollen Sie sich überlegen, ob es möglich ist, den Compton-Effekt bei Lichtstreuung an einem Proton anstelle eines Elektrons zu sehen.

1. Berechnen Sie dazu den maximalen Frequenzunterschied $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ für ein einfallendes Photon, das an einem ruhenden Proton gestreut wird. Der Zahlenwert muss nur auf einen Faktor 2 genau sein. Sie dürfen das bekannte Compton-Ergebnis für die Streuung am Elektron weiterbenutzen. Bitte begründen Sie, warum Sie diese Formel in modifizierter Form benutzen dürfen und aus welchen Annahmen sie hergeleitet wurde. (3 Punkte)
2. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis für den traditionellen Compton-Effekt. (1 Punkt)
3. Ist der Compton-Effekt bei Streuung am Proton einfacher oder schwieriger nachzuweisen als bei Streuung am Elektron? (1 Punkt)

III. RUTHERFORD EXPERIMENT (2 PUNKTE)

Erklären Sie in zwei Sätzen: Was ist die wesentliche Beobachtung des Rutherford Experimentes und was kann man aus dieser Beobachtung für die Atomstruktur folgern?

IV. WASSERSTOFFATOM (15 PUNKTE)

1. Leiten Sie die Formel für den Radius der Elektronenbahnen im Bohrschen Atommodell $r_n = \frac{n^2}{Z} \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$ und für die Geschwindigkeit der Elektronen auf diesen Bahnen $v_n = \frac{Z}{n} \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar}$ aus der Bohrschen Quantisierungsbedingung her. Sie können in der ganzen Aufgabe annehmen, dass die reduzierte Masse μ gleich der Elektronenmasse m_e ist. (7 Punkte)
2. Leiten Sie die Formel für die Energieniveaus $E_n = -\frac{Z^2}{n^2} \frac{m e^4}{8 \hbar^2 \epsilon_0^2}$ des Bohr'schen Atommodells aus den Ergebnissen der vorherigen Aufgabe her. (4 Punkte)
3. Bestimmen Sie den Rückstoßimpuls und die Rückstoßenergie eines Wasserstoffatoms bei einem Übergang vom Zustand $n = 4$ zum Zustand $n = 1$ unter Emission eines Photons in Einheiten der Rydbergkonstante $Ry^* = \frac{m e^4}{8 \hbar^2 \epsilon_0^2}$ (also kein Zahlenwert!). (4 Punkte)

weiterer Platz für Lösung

V. WELLENFUNKTION SKIZZIEREN (4 PUNKTE)

Ein Teilchen bewegt sich in dem Potential, das in der Abbildung dargestellt wird. Die Energie E_4 des viert-untersten stationären Eigenzustandes ist durch die gestrichelte Linie angegeben. (Nomenklatur: Der Grundzustand hätte Energie E_1). Skizzieren sie die korrespondierende Wellenfunktion.

Abbildung 1: Diese Abbildung ist nur zum Üben und wird nicht bewertet! Bitte zeichnen Sie Ihr definitives Ergebnis in die nächste Abbildung ein.

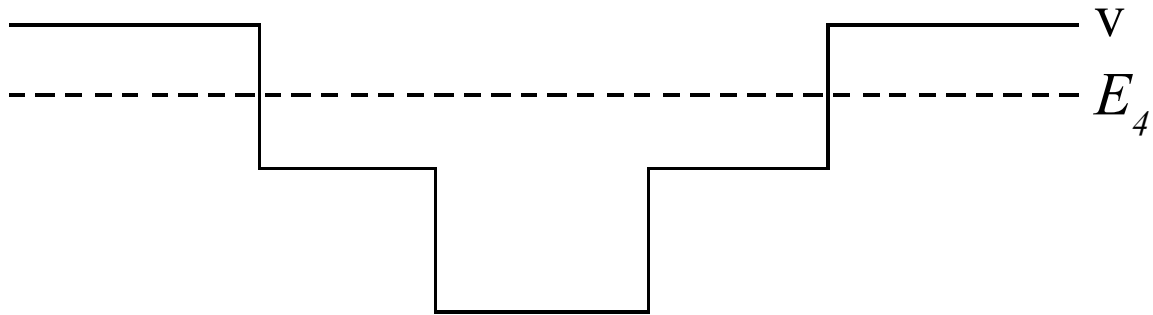
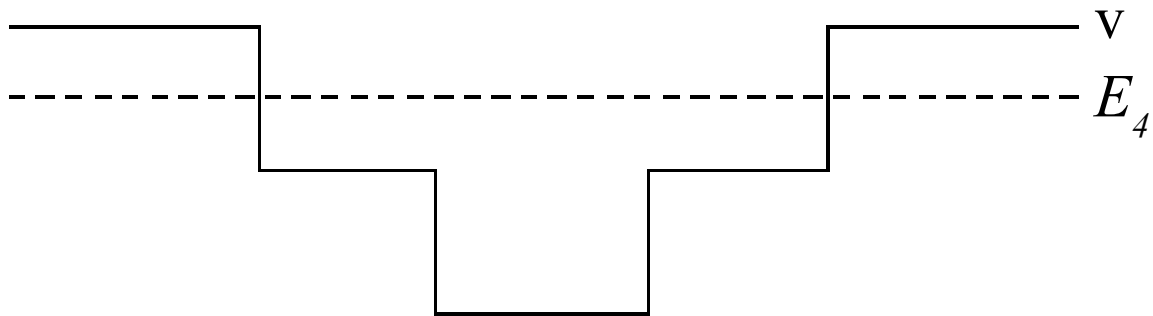


Abbildung 2: Bitte zeichnen Sie hier Ihr Ergebnis ein



VI. HARMONISCHER OSZILLATOR (6 PUNKTE)

Die Eigenzustände des quantenmechanischen harmonischen Oszillators mit der Frequenz ω sind die Zustände $|\Psi_n\rangle$ mit den Eigenwerten $E_n = (n+1/2)\hbar\omega$. Diese Eigenzustände sind normiert und zueinander orthogonal, also $\langle\Psi_n|\Psi_m\rangle = \delta_{nm}$. Zur Zeit $t = 0$ befinde sich das System im Zustand $|\Psi(t=0)\rangle = (|\Psi_0\rangle + |\Psi_1\rangle)/\sqrt{2}$.

1. Geben Sie die Zeitentwicklung $|\Psi(t)\rangle$ dieses Zustandes an. (2 Punkte)
2. Berechnen Sie die Zeit Δt , nach welcher der zeitentwickelte Zustand zum ersten Mal orthogonal zum Ausgangszustand ist. (4 Punkte)

VII. RECHTECKIGE WELLENFUNKTION (11 PUNKTE)

Der Zustand eines freien Teilchens sei durch die folgenden Wellenfunktion beschrieben:

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & \forall x < 0 \\ N & \forall 0 \leq x \leq a \\ 0 & \forall x > a \end{cases}$$

1. Finden Sie ein reelles N aus der Normalisierungsbedingung. Zeigen Sie den Rechenweg. (1 Punkt)
2. Was ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall $[\frac{a}{10}, a]$ zu finden? Zeigen Sie den Rechenweg. (1 Punkt)
3. Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ für diesen Zustand. (2 Punkte)
4. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\tilde{\psi}(k)|^2$ im Impulsraum an. (7 Punkte)

weiterer Platz für Lösung