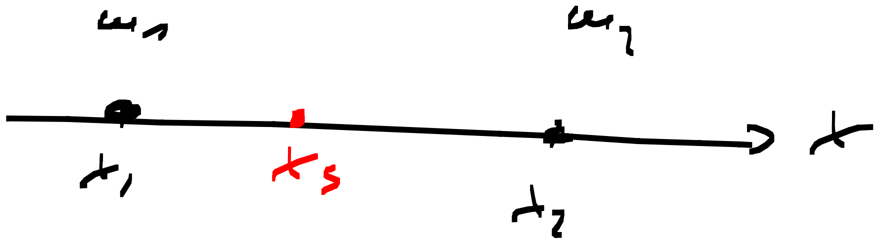
$\boxed{\text{Impuls}}$

→ Impuls = Masse × Geschw. = $m \cdot v$

→ Massenmittelpunkt = Schwerpunkt

↳ Bsp: 2 Punktteilchen



Schwerpunkt: $m x_s = m_1 x_1 + m_2 x_2$

$m \equiv m_1 + m_2$ = Gesamt-masse

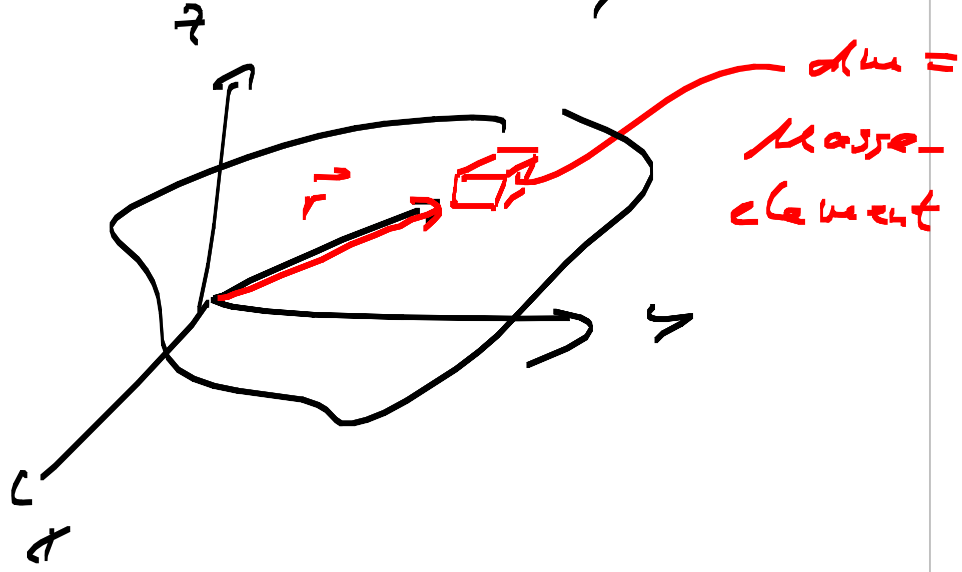
Vielteilchensystem

$$m x_s = \sum_{i=1}^{N} m_i x_i$$

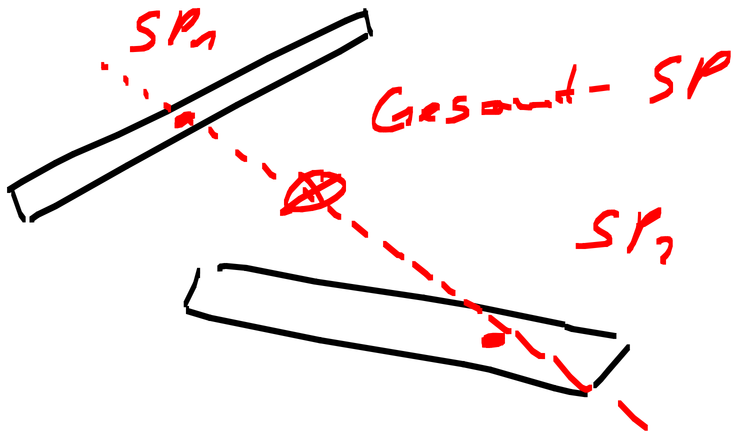
$$m = \sum m_i$$

in 2D / 3D $\quad m \vec{r_s} = \sum m_i \vec{r_i}$

kontinuierliche Körper: $\quad m \vec{r_s} = \int \vec{r}\, dm$



Bsp: 2 Stäbe



→ Wurf eines rotierenden Stabes

aus $m\vec{r}_s = \sum m_i \vec{r}_i \quad \Big| \cdot \frac{d}{dt}$

$$m \underbrace{\frac{d}{dt}\vec{r}_s}_{=\vec{v}_s} = \sum m_i \cdot \underbrace{\frac{d}{dt}\vec{r}_i}_{=\vec{v}_i}$$

$$\Rightarrow \underbrace{m\vec{v}_s}_{\text{Gesamtimpuls}} = \sum \underbrace{m_i \vec{v}_i}_{\text{Einzelimpulse}} \quad \Big| \cdot \frac{d}{dt}$$

$$m\,\vec{a}_s = \sum \underbrace{m_i \vec{a}_i}_{\vec{F}_i \text{ (Newton 2)}} = \sum \vec{F}_{i,\text{intern}} + \sum \vec{F}_{i,\text{extern}}$$

wg. Newton 3 : $\sum \vec{F}_{i,\text{intern}} = 0$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m\,\vec{a}_s = \sum \vec{F}_{i,\text{extern}}}$$

$\Rightarrow$ der Massenmittelpunkt eines Systems von Teilchen bewegt sich wie ein <u>einzelnes</u> <u>Punkt</u>teilchen der Masse $m = \sum m_i$ unter dem Einfluss d. resultierenden äußeren Kräfte

→ Impulserhaltung

$$\vec{p} = m\vec{v}$$ = linearer Teilchen-impuls (später Dreh-impuls)

↳ mit Newton 2

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \Big/ \cdot \frac{d}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \underbrace{\vec{v}\cdot\frac{dm}{dt}}_{\equiv 0,\ \text{wenn keine Massenänderung}} =$$

$$= m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

= Newton's ursprüngliche Fassung

Kraft = Impuls-änderung

$\rightarrow$ Gesamtimpuls $= \vec{p} = \underbrace{\sum m_i \vec{v}_i}_{= m \vec{v}_s} = \sum \vec{p}_i$

$= \vec{p}_s$

$\rightarrow \vec{p}_s = m \vec{v}_s \quad \Big| \cdot \frac{d}{dt}$

$$\frac{d\vec{p}_s}{dt} \overset{\dot{m}=0}{=} m \frac{d\vec{v}_s}{dt} = m \vec{a}_s = \vec{F}_{ext}$$

$\Rightarrow \vec{p}_s =$ const, wenn $\vec{F}_{ext} = 0$

$=$ Gesetz d. Impulserhaltung

↳ rotierendes Teilchensystem

$$E_{kin} = \sum_i E_{kin,i} = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 =$$

$$= \sum \frac{1}{2} m_i \left(\vec{v}_i \circ \vec{v}_i \right)$$

für jedes Teilchen gilt: $\vec{v}_i = \vec{v}_S + \vec{v}_i^{(S)}$

$$\Rightarrow E_{kin} = \sum \frac{1}{2} m_i \left(\vec{v}_i \circ \vec{v}_i \right) =$$

$$= \sum \frac{1}{2} m_i \left(\vec{v}_S + \vec{v}_i^{(S)} \right) \circ \left(\vec{v}_S + \vec{v}_i^{(S)} \right) =$$

$$= \sum \frac{1}{2} m_i \left[v_S^2 + 2 \vec{v}_S \circ \vec{v}_i^{(S)} + \left(\vec{v}_i^{(S)} \right)^2 \right] =$$

$$= \sum \frac{1}{2} m_i v_S^2 + \vec{v}_S \circ \sum m_i \vec{v}_i^{(S)} + \sum \frac{1}{2} m_i v_i^{2(S)}$$

$\rightarrow \sum m_i v_i^{(s)}$ = Gesamtimpuls des Systems bezogen auf SP =

$= m \underbrace{\vec{v}_s^{(s)}}_{=0} = 0$

$\Rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2} m v_s^2 + \underbrace{E_{kin,\underline{rel}}}_{= \text{Rotationsenergie}}$

Stöße

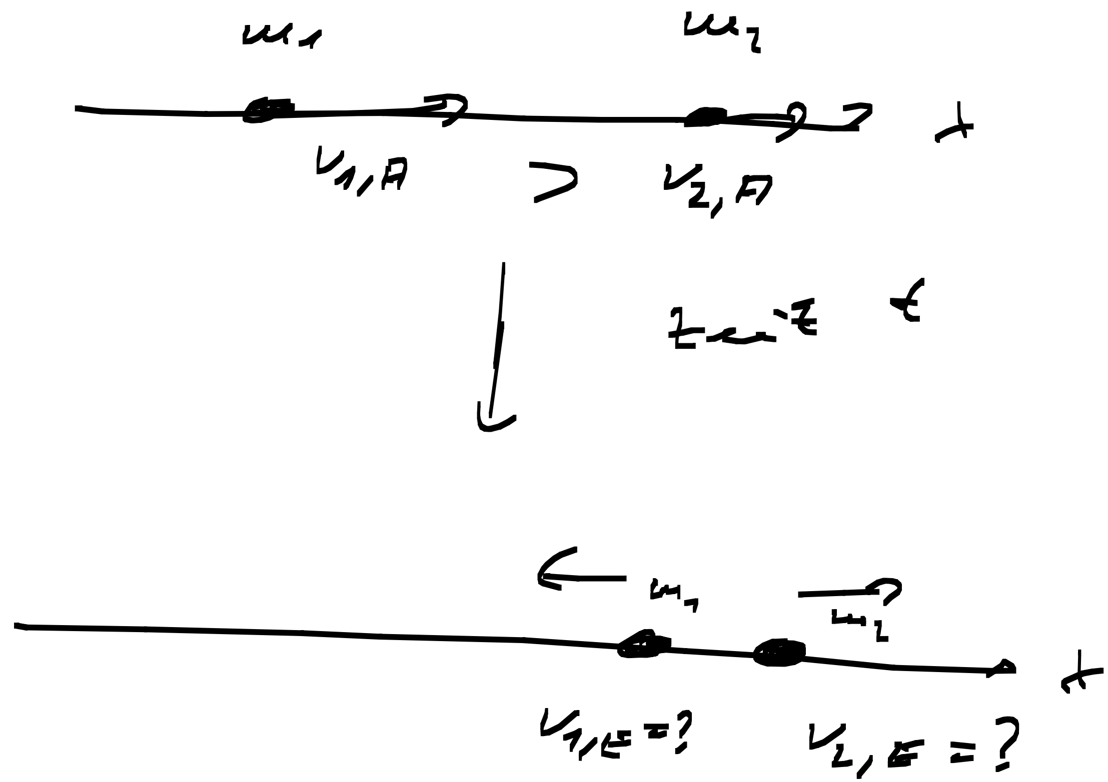
→ Stoß = Wechselwirkung zw. mindestens 2 Teilchen in sehr kurzer Zeit, während der alle äußeren Kräfte vernachlässigt werden, ebenso die konstante Bewegung

→ elastischer Stoß : $E_{kin,E} = E_{kin,A}$

inelastische " : $0 \leq E_{kin,E} < E_{kin,A}$

→ Stöße in 1D

Bsp: 2 Körper



→ Impulserhaltung:

$$m_1 v_{1,E} + m_2 v_{2,E} = m_1 v_{1,A} + m_2 v_{2,A}$$

→ 1 Gleichung für 2 Unbekannte

⇒ 2. Beziehung erforderlich

↳ Fallunterscheidung

- vollständig inelastischer Stoß,
  d.h. Stoßpartner bleiben aneinander kleben

$\Rightarrow \quad v_{1,E} = v_{2,E} = v_S$

$\Rightarrow \quad (m_1 + m_2)\, v_S = m_1 v_{1,A} + m_2 v_{2,A}$

$\Rightarrow \quad v_S = \ldots$

↳ kinet. Energie:

$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{(m v)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$

sei $v_{2,A} = 0$

$\Rightarrow \quad p = p_{1,A} = m_1 v_{1,A}$

$E_{kin,A} = \frac{p^2}{2 m_1}$

$E_{kin,E} = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} < E_{kin,A}$