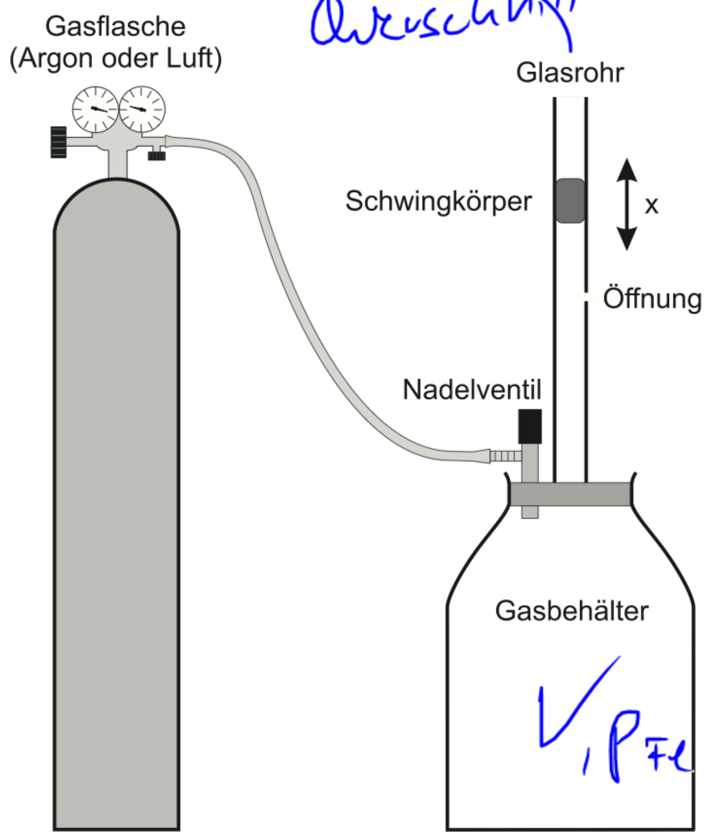
2.6 BESTIMMUNG VON κ: RÜCHARDT

Periodische adiabatische Kompression

Radius r

Querschnitt A

$$pV^{\kappa} = \text{const} \qquad p = \text{const} \cdot V^{-\kappa}$$



GW: $p_{Fe} = p_{Luft} + \frac{mg}{A}$

Newton: $m\ddot{x} = A \cdot dp$ (1)

$$\frac{dp}{dV} = -\kappa \frac{p}{V} \Rightarrow m\ddot{x} = -A\kappa \frac{p}{V} dV$$

$$dV = Ax = \pi r^2 x \Rightarrow m\ddot{x} = -\pi^2 r^4 \kappa \frac{p}{V} x$$

harmonischer Oszillator: $\ddot{x} + \frac{\pi^2 r^4 \kappa p}{mV} x = 0$

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi^2 r^4 \kappa p}{mV}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\kappa = \frac{4mV}{r^4 T^2 p}}$$

Bild: Uni Heidelberg

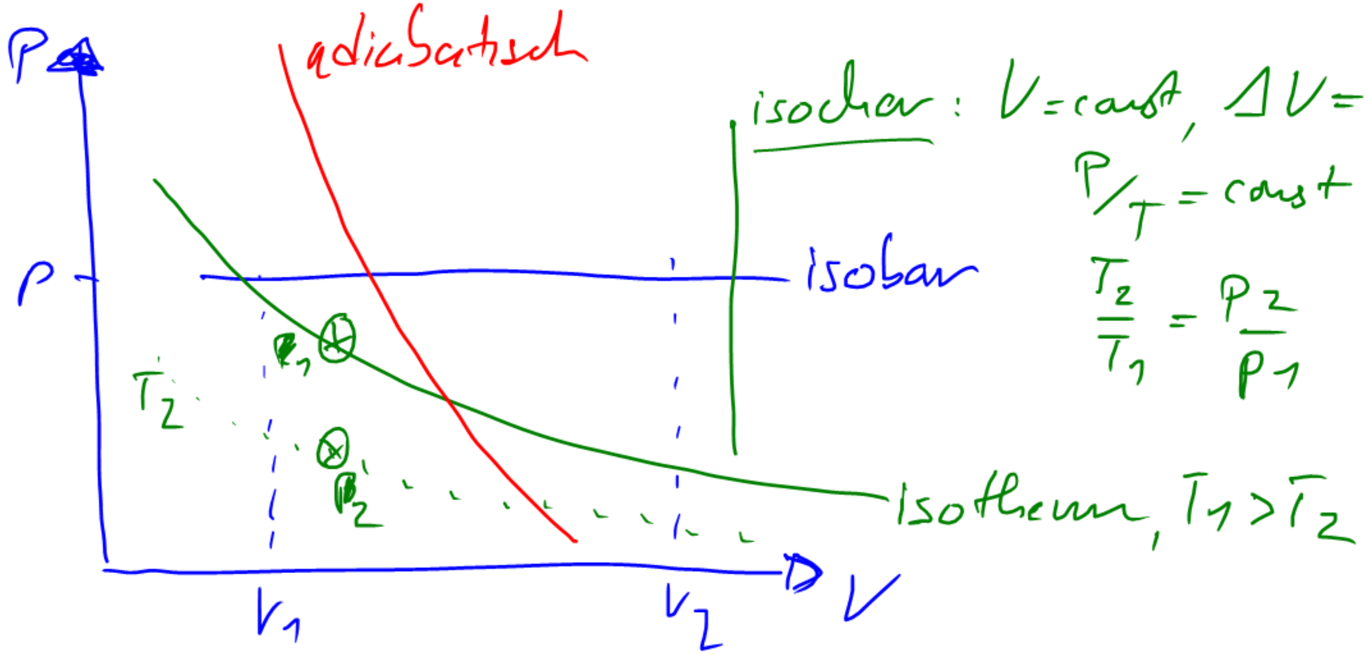
2.6 ZUSAMMENFASSUNG: ZUSTANDSÄNDERUNGEN

isobar: $p = \text{const}$

$\frac{T}{V} = \text{const}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$

$|W_{1\to 2}| = p(V_2 - V_1)$



isochor: $V = \text{const}$, $\Delta V = 0$, $dW = 0$

$p/T = \text{const}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$

isotherm: $T = \text{const}$, $\Delta T = 0$, $dU = 0$

$p \cdot V = \text{const}$

$|W_{1\to 2}| = n \cdot R \cdot T \ln \frac{V_2}{V_1}$

$$\boxed{W = -\int p\, dV}$$

adiabatisch: $dQ = 0$

$$\left.\begin{array}{l} T V^{\kappa - 1} = \text{const} \\ p V^{\kappa} = \text{const} \end{array}\right\} \text{Poisson-Gl.}$$

$|W_{1\to 2}| = n \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1)$

2.7 KREISPROZESSE

Kreisprozess: Folge von Zustandsänderungen eines Fluids, die periodisch abläuft, wobei immer wieder der Ausgangszustand erreicht wird. (Oft Maschinen, die Wärme in mech. Energie umwandeln, und v.v.)

Reversibler Prozess: eine TD Zustandsänderung von Körpern, die jederzeit wieder umgekehrt ablaufen könnte, ohne dass die Körper oder deren Umgebung dabei bleibende Veränderungen erfahren.

Beispiel: Carnot-Prozess (ideales Gas)

a) isotherme Expansion, T_1 $(V_1, p_1) \to (V_2, p_2)$

b) adiabat. Expansion: $T_1 \to T_2$ $(V_2, p_2) \to (V_3, p_3)$

c) isotherme Kompression, T_2 $(V_3, p_3) \to (V_4, p_4)$

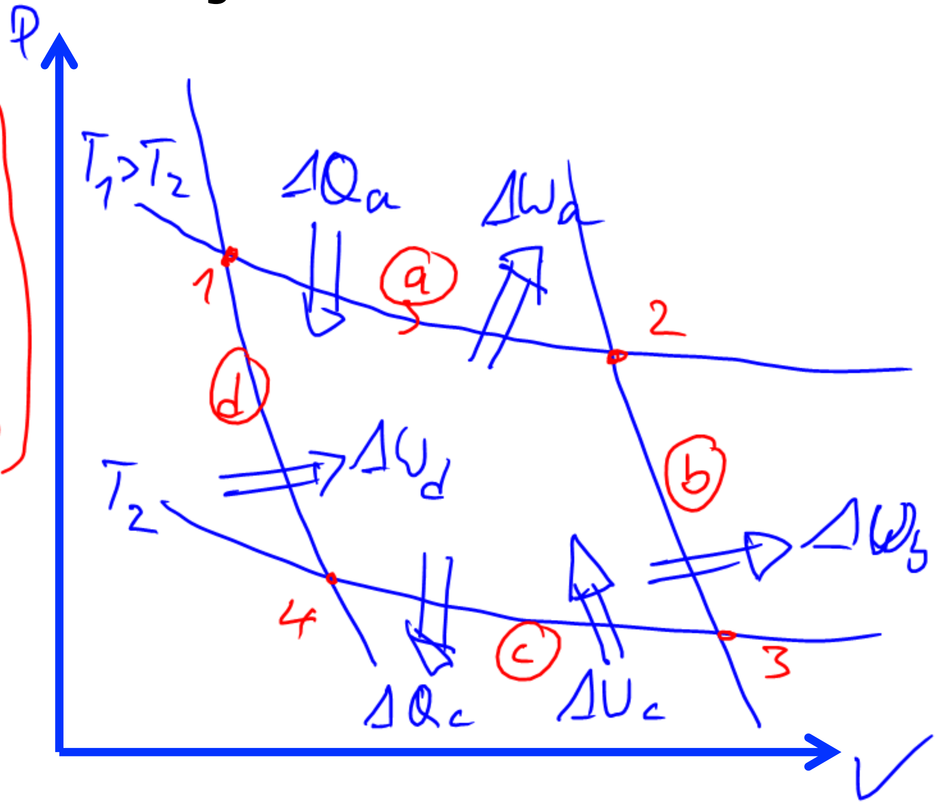
d) adiab. Kompression: $T_2 \to T_1$ $(V_4, p_4) \to (V_1, p_1)$

wie bisher: isotherm: $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$

$\Delta Q \Leftrightarrow \Delta W$

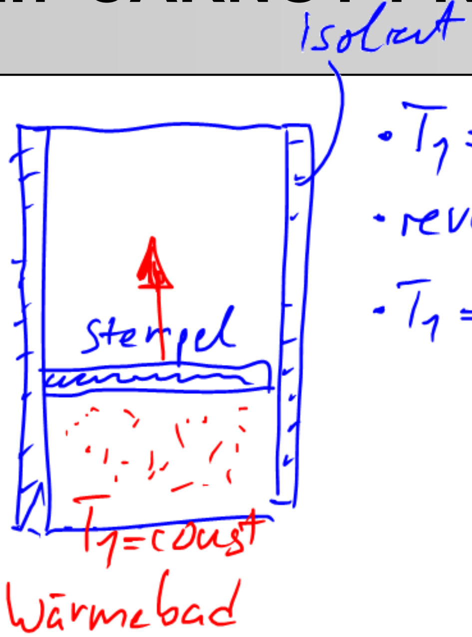
adiabatisch: $\Delta Q = 0$

$\Delta W \Leftrightarrow \Delta U$



2.7 CARNOT-PROZESS

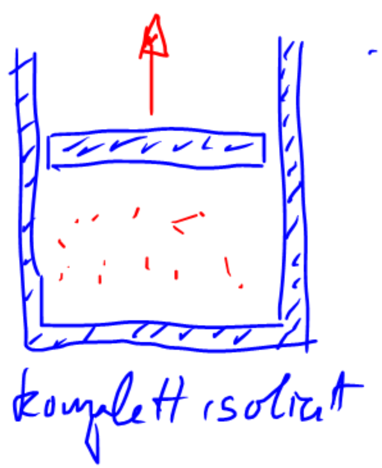
a)



- $T_1 = const$ durch Kontakt mit Wärmebad
- reversible Prozessführung
- $T_1 = const \Rightarrow U = const \Rightarrow \Delta Q_a = -\Delta W_a$

siehe oben: $|\Delta W_a| = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

b)



- reversibel; Arbeit wird verrichtet $\Rightarrow \Delta W_b < 0$

$\Delta U = \Delta W$ T sinkt: $T_1 \to T_2$

c), d) analog zu a), b)

2.7 CARNOT-PROZESS 2

- $\Delta W_b = \Delta U_b = n \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) = -n \cdot C_V (T_1 - T_2) = -\Delta U_d = -\Delta W_d$
- $|\Delta W_a| = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ $\quad |\Delta W_c| = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}$ $\quad \frac{V_2}{V_1} \overset{>}{\underset{<}{=}} \frac{V_3}{V_4}$?

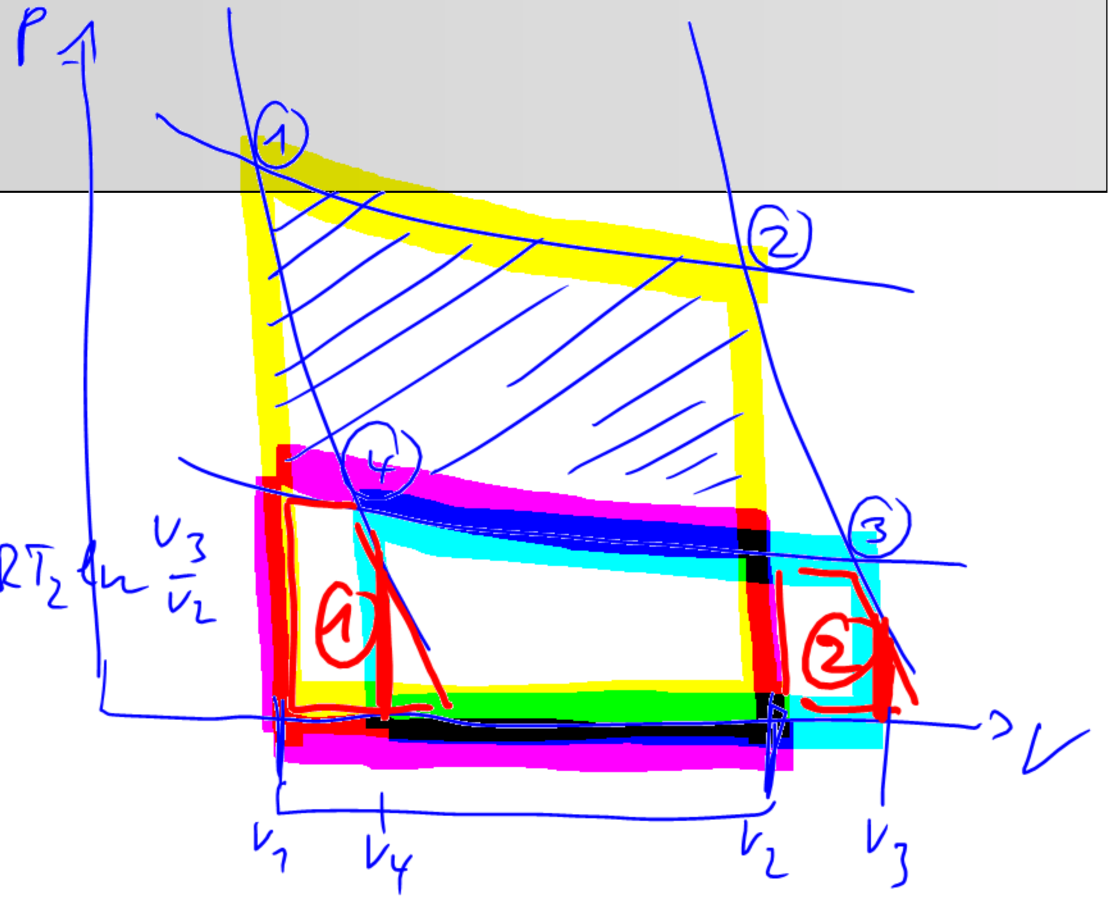
$\checkmark$

Poisson: $TV^{\kappa-1} = \text{const}$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(b)}\ T_1 \cdot V_2^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_3^{\kappa-1} & \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} \\ \text{(d)}\ T_2 V_4^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1} & \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\kappa-1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\Rightarrow n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = |\Delta W_a| > |\Delta W_c| = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2.7 CARNOT-PROZESS 3



$= \Delta W_a$ $= \Delta W_c$

falls ① = ②, dann ΔW_c

$① = \int_{V_1}^{V_4} p\,dV = \int_{V_1}^{V_4} \frac{nRT_2}{V}\,dV = nRT_2 \ln\frac{V_4}{V_1} = nRT_2 \ln\frac{V_3}{V_2}$

$② = \int_{V_2}^{V_3} \frac{nRT_2}{V}\,dV = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln\frac{V_3}{V_2}$

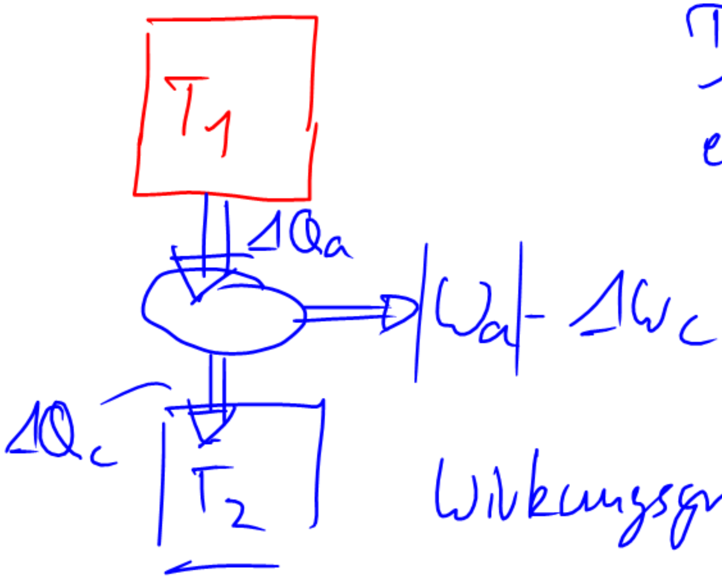
$\Rightarrow$ =

nutzbare Arbeit: $|\Delta W_a| - \Delta W_c$ = − =

zuzuführende: ΔQ_a

$\Delta Q_c = |\Delta W_c|$: Verlustwärme

2.7 WIRKUNGSGRAD



Dem warmen Reservoir (T_1) wird Wärme entzogen und teilweise in Arbeit umgewandelt.

Wie effizient geht das?

Wirkungsgrad $\eta = \dfrac{|\text{nach außen geleistete Arbeit}|}{\text{von außen zugeführte Wärme}}$

$$\overset{\text{Carnot}}{=} \frac{|\Delta W_a| - \Delta W_c}{\Delta Q_a}$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{Carnot}} = \frac{n \cdot R \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln V_2/V_1}$$

$$= \frac{T_1 - T_2}{T_1} > 0 \quad \text{weil } T_1 > T_2$$