2.4 MAXWELL'SCHE VERTEILUNG 1 ~ 1860

Welche Geschwindigkeitsverteilung haben Atome im idealen Gas?

Höhenformel: $\rho(h) = \rho(h_0)\exp\left(-\frac{mg\Delta h}{kT}\right) = \rho(h_0)\exp\left(-\frac{E_{pot,h}-E_{pot,h_0}}{kT}\right)$

mit $\rho \sim$ Teilchenzahl N: Verallgemeinerung.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1}\exp\left(-\frac{E_2-E_1}{k_B T}\right)$$

g_i: stat. Gewichtungsfaktoren, die Anzahl möglicher Zustände angeben.

Bezogen auf Ideales Gas: $E_1=0$, $E_2=E_{kin}=\frac{1}{2}mv^2$

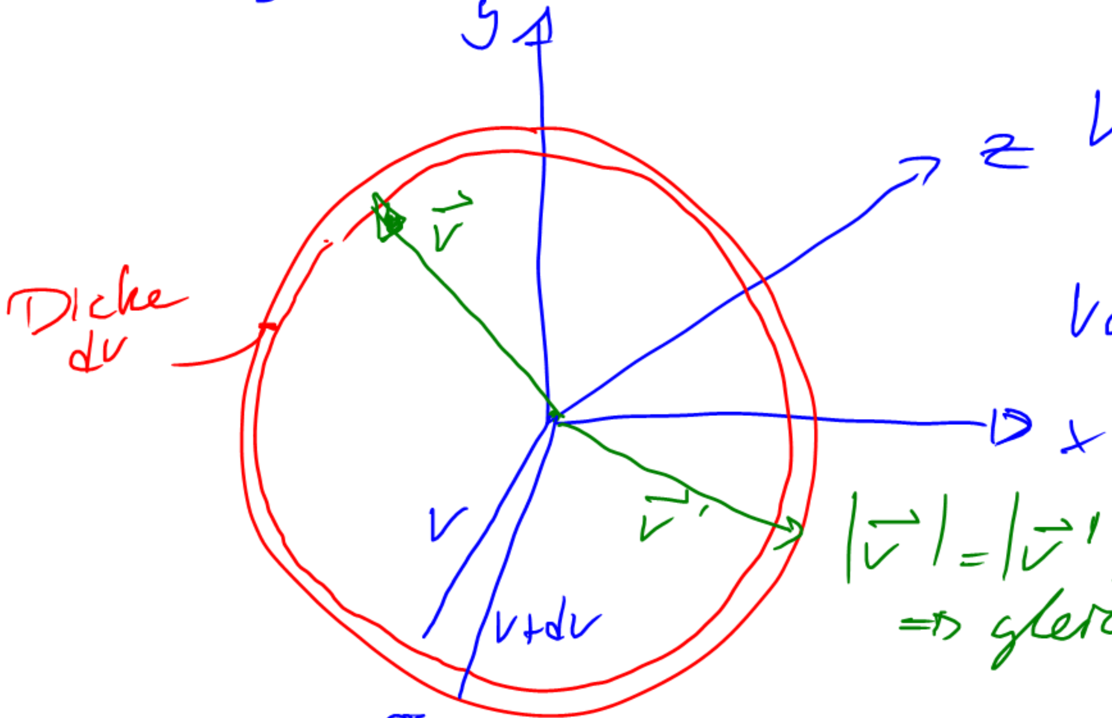
Wahrscheinlichkeit, Teilchen mit Geschwindigkeit im Intervall $[v_x; v_x+dv_x]$ zu finden

$$f(v_x)\,dv_x = \underbrace{C}_{\text{Normierung}} \cdot \underbrace{g_{v_x}}_{\text{stat. Gewicht}} \cdot e^{-\frac{\frac{1}{2}mv_x^2}{k_B T}}$$

3D: $f(\vec{v})\,dv_x\,dv_y\,dv_z = C \cdot g_v \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_BT}\right)$

2.4 MAXWELL'SCHE VERTEILUNG 2

$g_v = ?$ Wieviele mögliche Zustände („Platz") gibt es für ein gegebenes $|\vec{v}|$?



= Kugelschale mit Dicke dv

Volumen: $\boxed{4\pi v^2 dv} \neq g_v$

$|\vec{v}| = |\vec{v}'|$ ⇒ gleiches E_{kin}?

$C = ?$ Normierung! $\int_0^\infty f(\vec{v})\, d\vec{v} \stackrel{!}{=} 1$ ⇒ Integral lösen!

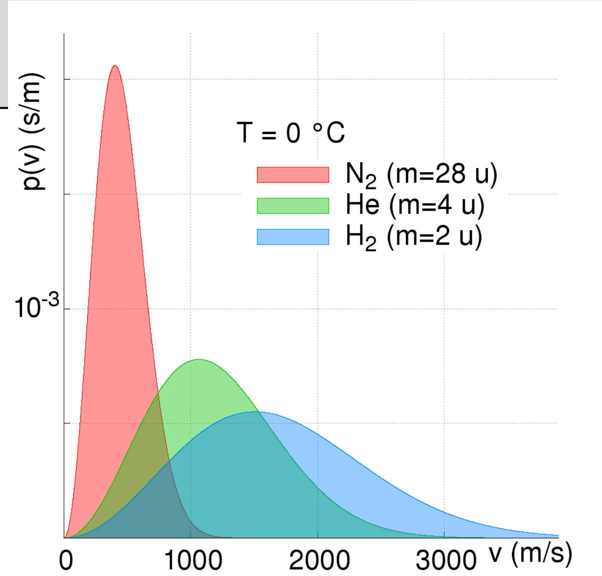
$$f(v)\,dv = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-mv^2}{2k_B T}\right) dv$$

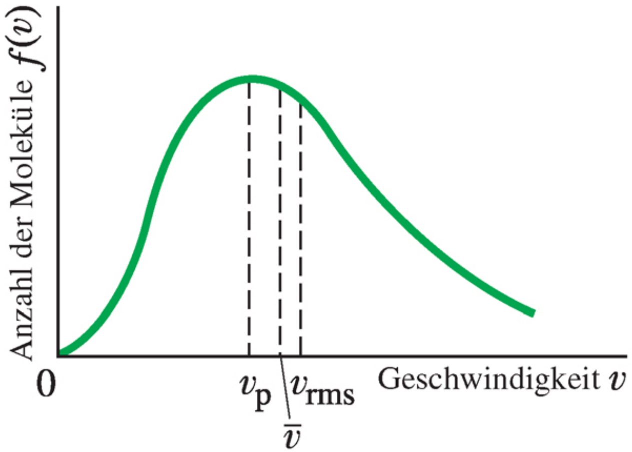
2.4 MAXWELL'SCHE VERTEILUNG 3

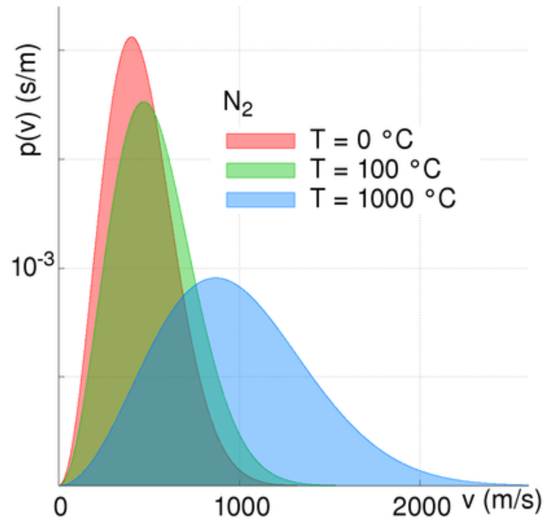
$$\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 f(v)\,dv = \frac{3k_BT}{m}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$$ wahrscheinlichste Geschwindigkeit

$$\overline{v} = \int_0^\infty v\,f(v)\,dv = \frac{2v_p}{\sqrt{\pi}}$$



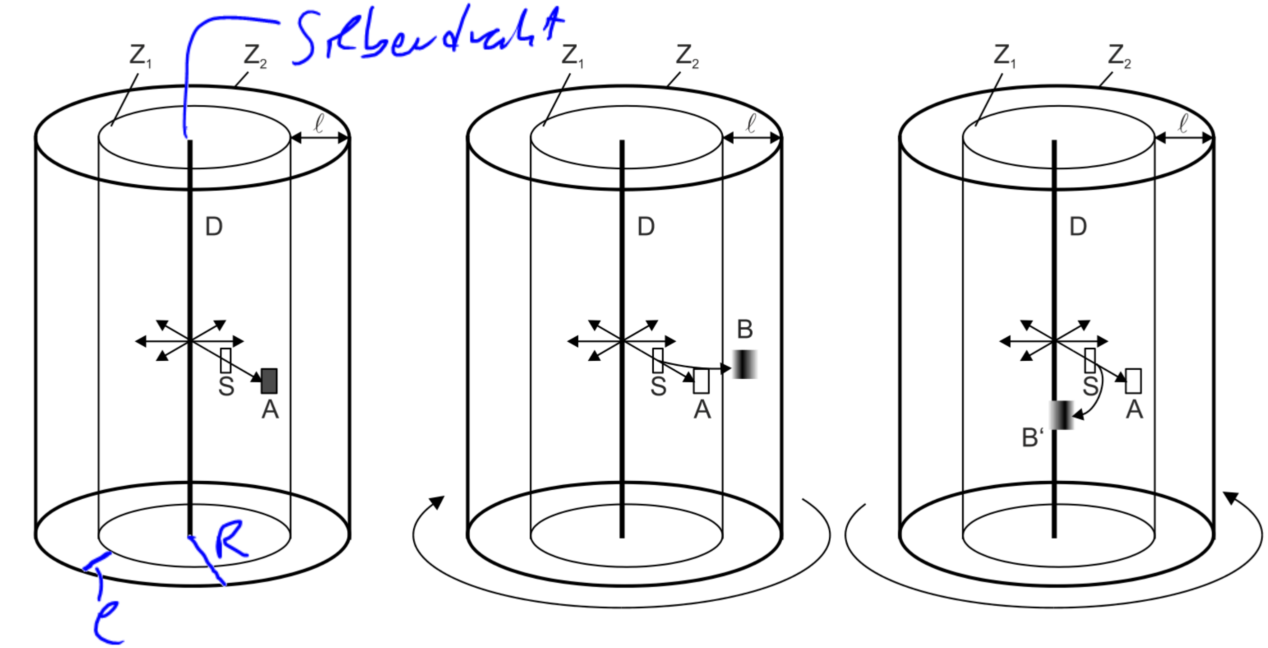


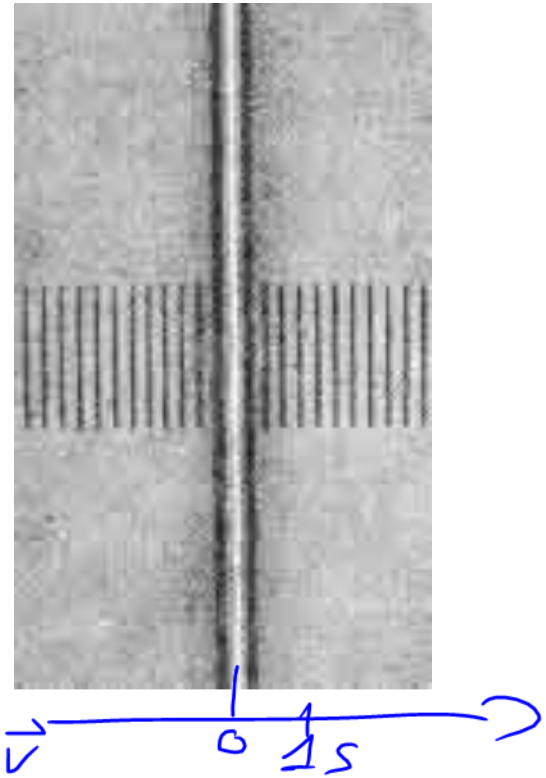


Bilder: Giancoli, Wikipedia

2.4 MAXWELL'SCHE VERTEILUNG 4 O. Stern (1920)

Molekularstrahlmethode





Ablenkung Δs bei rotierendem Zylinder: Maß für $\vec{v}$

$$\Delta s = 2\pi R \cdot f \cdot \Delta t = 2\pi R \cdot f \cdot \frac{\ell}{v} \Rightarrow v = \frac{1}{\Delta s} 2\pi R \ell \cdot f$$

<u>Stern</u>: $f = 45\,\mathrm{Hz}$ $\langle v \rangle = 675\,\mathrm{m/s}$ $\Rightarrow$ passt zu $T = 200\,^\circ\mathrm{C}$.

Bilder: http://www.m-heinitz.de, http://www.leifiphysik.de

2.5 AUF ZUM 1. HAUPTSATZ... der Wärmelehre

ideales Gas: $\frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \overline{E_{kin}}$

Isotropie: $\overline{E_{kin}} = 3 \times \frac{1}{2} k_B T$

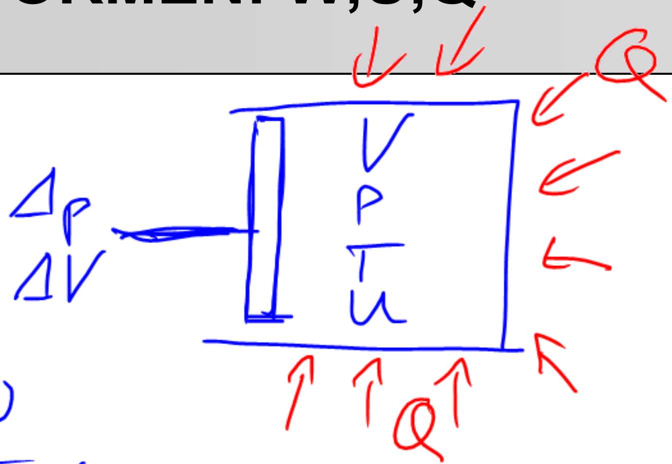
allgemein: $\overline{E_{Teilchen}} = f \cdot \frac{1}{2} k_B T$ f: Zahl d. Freiheitsgrade

$\overline{E_{Mol}} = f \cdot \frac{1}{2} R \cdot T$

Gleichverteilungssatz: Für $T = const$ (im TD GW) verteilt sich die Energie gleichmäßig auf alle zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade

$T = 0\,K \Rightarrow \overline{E} = 0 \Rightarrow$ absoluter Nullpunkt!

$T \Leftrightarrow E$



Wärme Q $[Q] = J$

Um T zu ändern, muss Wärme zu/abgeführt werden.

historisch: $1\,\text{cal} = 4{,}185\,J$

mechanische Arbeit W

$$W = -\int F\,ds = -\int p\,dV$$

$$dW = -p\,dV$$

Innere Energie U

$$E = U = f\,\frac{1}{2} R T$$

2.5 ERSTER HAUPTSATZ DER WÄRMELEHRE

Verallgemeinerung des Energiesatzes d. Mechanik

Die Summe der einem System von außen zugeführten Wärme und der an ihm geleisteten Arbeit ist gleich der Zunahme der Inneren Energie!

$$\boxed{dU = dQ + dW}$$

$dQ > 0$: dem System wird Wärme zugeführt.

$dW > 0$: es wird Arbeit am System geleistet.

Helmholtz (1847): Es ist unmöglich, eine periodisch arbeitende Maschine zu bauen, die mehr Energie liefert als ihr von außen zugeführt wird

~~Perpetuum Mobile 1. Art~~