

## 2.2 THERMISCHE AUSDEHNUNG II

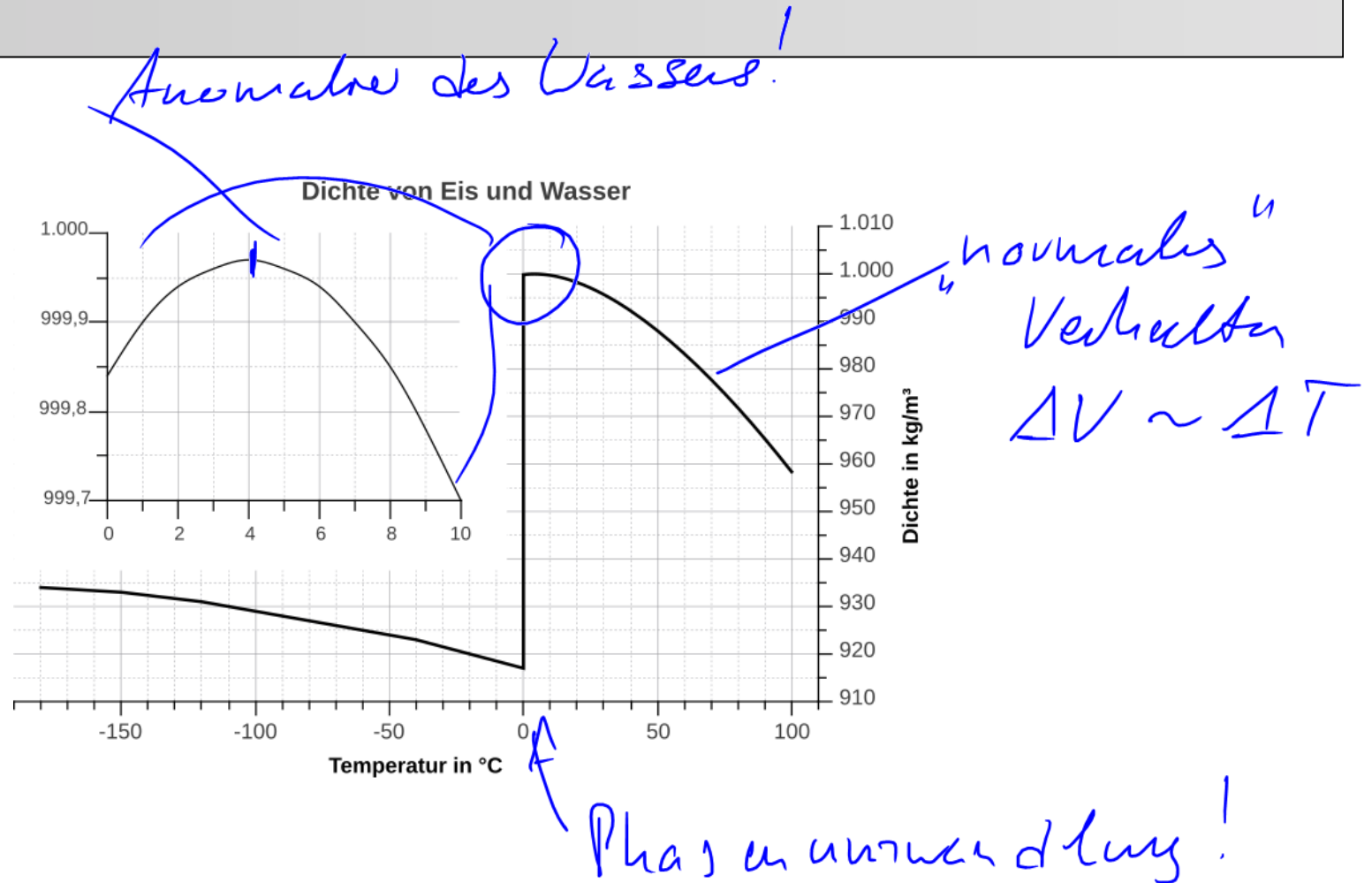


Bild: Wikipedia

## 2.2 THERMISCHE AUSDEHNUNG III

Gas

Analog zu FL/Flüssigkeiten:  $\frac{\Delta V}{V} = \gamma \cdot \Delta T$  bei  $p = \text{const.}$   
mit  $[T]$  in  $^{\circ}\text{C}$   $V_0 = V(T = 0^{\circ}\text{C})$   $V = V_0 (1 + \gamma T_c)$

Wann wird  $V = 0$ ?

Charles et al:  
für ideale Gase:  $\gamma \approx 3,66 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

$$\begin{aligned} V - V_0 &= V_0 \gamma T_c \\ -V_0 &= V_0 \gamma T_c^{(0)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T_c^{(0)} = -\frac{1}{\gamma} = -273,15^{\circ}\text{C}$$

- i.)  $V < 0$  sinnlos!  $T_c^{(0)}$  ist absoluter Nullpunkt!  $\Rightarrow$  Kelvin-Skala.
- ii.)  $V = 0$  real unmöglich - Ausdehnung Atome etc.
- iii.) alle Gase „ideal“ für genügend kleine Dichte
- iv.) Gay-Lussac:  $p = p_0 (1 + \gamma T_c)$  für  $V = \text{const}$

$$p \cdot V \sim T$$

Bild: Wikipedia

# EINSCHUB: HOMOSPHERE UND HETEROSPHERE

$$p(h) = p(h_0) \exp\left(-\frac{mg(h-h_0)}{kT}\right) \quad T = \text{const!}$$

$$\text{Skalenhöhe } H_s = \frac{kT}{mg} \quad g(h) = g(h_0) \exp\left(-\frac{\Delta h}{H_s}\right)$$

Problem:  $m(\text{H}_2) \neq m(\text{Ar}) \neq m(\text{N}_2)$

$$H_s^{\text{N}_2} = 5980 \text{ m} \quad H_s^{\text{O}_2} = 7480 \text{ m}$$

$\Rightarrow$  Mischung?

Molare Masse:  $M_{\text{mol}} = N_A \cdot m$

$$M_{\text{mol}} = \sum_i R_i m_i N_A \quad \sum R_i = 1$$

Befund: bis  $\sim 100$  km Mischung konstant!

Durchmischung durch Turbulenzen; Konvektion

$\Rightarrow T \neq \text{const!}$

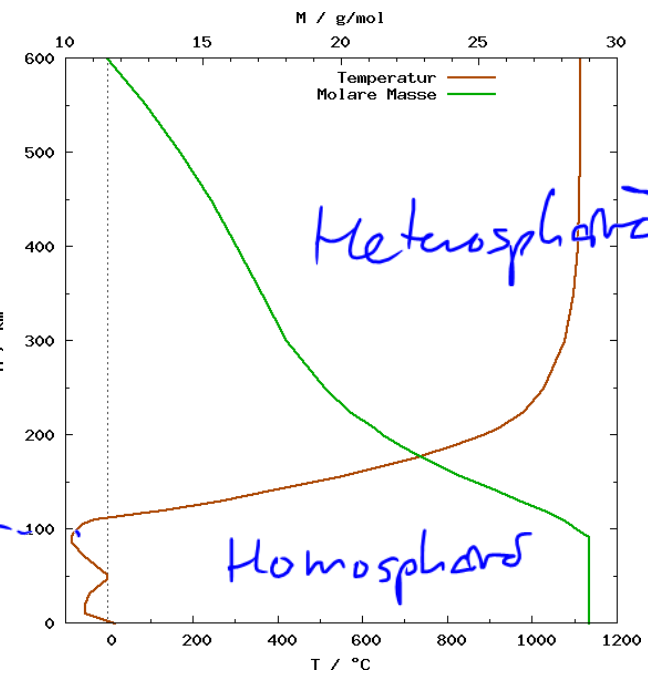
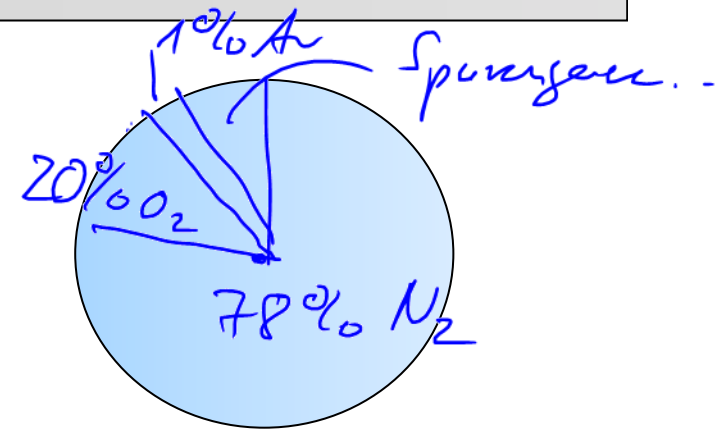
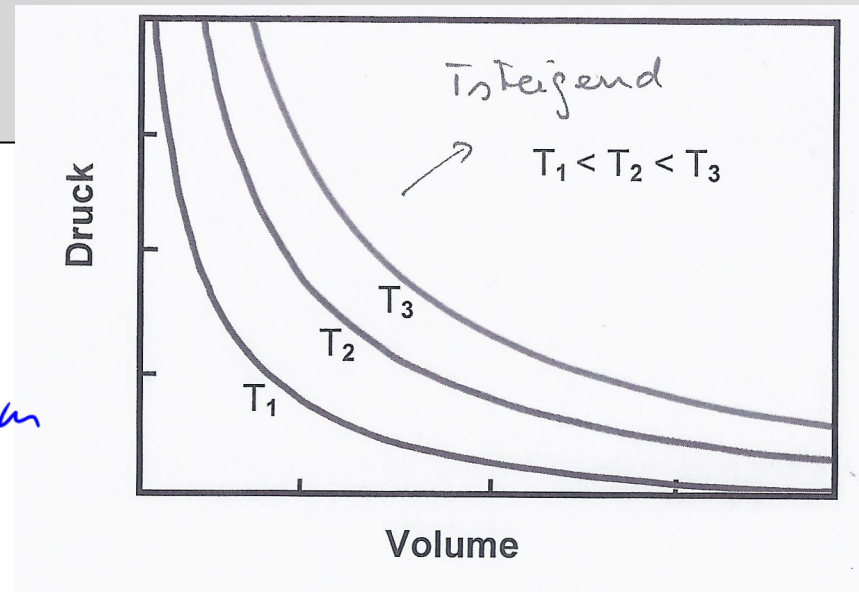


Bild: Wikipedia

## 2.3 IDEALES GAS

$$p \cdot V \sim T \quad [T] \text{ in } K$$

Kurven konstanter Temperatur im  $p$ - $V$ -Diagramm sind Hyperbeln.



$$p \cdot V = N \cdot k_B T = n \cdot R \cdot T$$

1)  $p \cdot V \sim \text{Energie}$

2)  $\text{Energie} \sim T$

3) bei  $T = 0 K$  ist der Grenzdruck  $= 0!$

Bild: Prof. Oepen

## 2.3 MOL, MOLVOLUMEN

Ein Mol = Menge eines Stoffes (Anzahl Teilchen!), deren Masse in Gramm gleich der Atommasse / Molekülmasse des Stoffes in atomaren Masseneinheiten  $u$  ist ( $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ).

Molvolumen: Volumen eines Mols eines Gases bei  $T=0^\circ\text{C}$ ,  $p=1\text{bar}$ .  
ideales Gas:  $V_{\text{Mol}} = 22,4 \text{ l}$

Tride:  $1u \equiv \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) \approx m_p \approx m_n$  Helium: 4g

$\Rightarrow 12 \text{ g } ^{12}\text{C}$  sind genau ein Mol!  $\text{H}_2$ : 2g

$\Rightarrow$  Zahlenwert d. Atommasse  $\approx$  #Protonen + Neutronen  $\text{N}_2$ : 28g

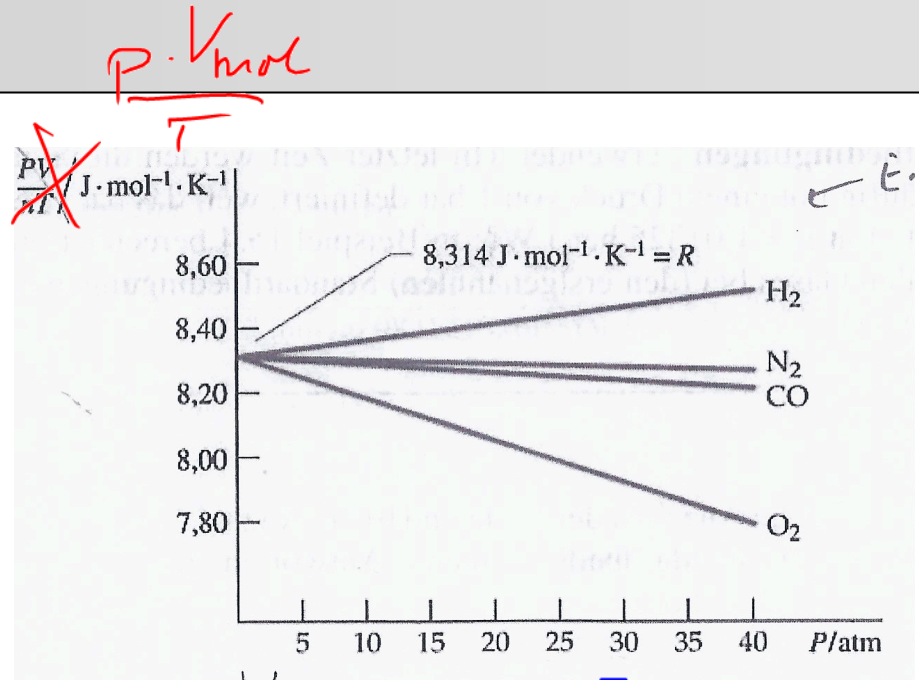
$e^-$ : vernachlässigbar:  $\frac{m_e}{m_p} = \frac{1}{1836}$

## 2.3 IDEALE GASKONSTANTE

ideales Gas:  $p \cdot V = \text{const} \cdot T$

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{const}$$

$$\frac{p \cdot V_{\text{mol}}}{T} = \text{const} \equiv R$$



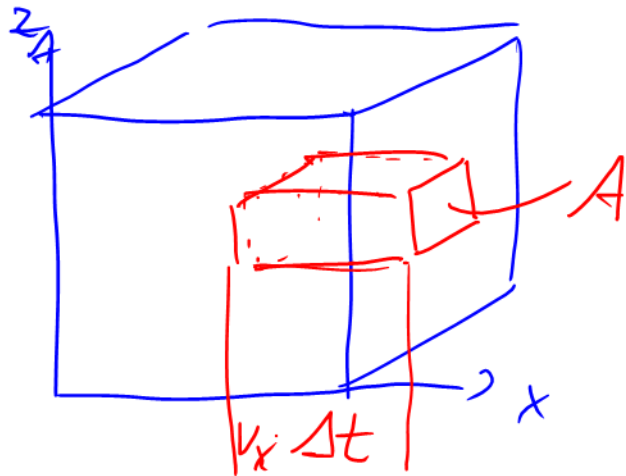
↳ ideale Gaskonstante:  $8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$N \cdot k_B = n R = \frac{N}{N_A} \cdot R \Rightarrow \boxed{N_A \cdot k_B = R}$$

Bild: Tipler

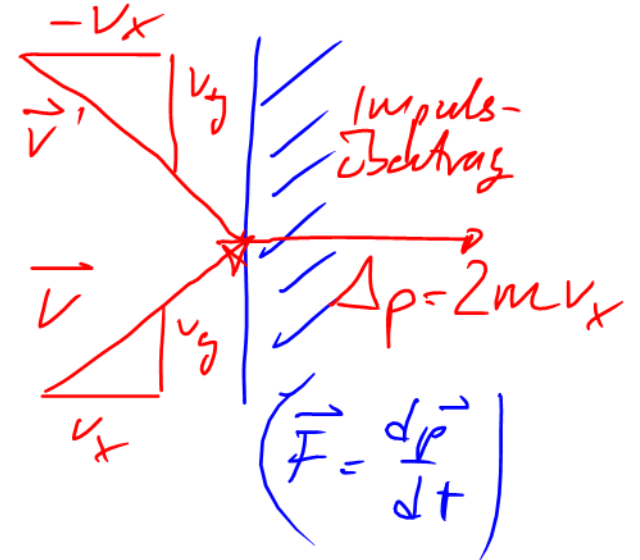
## 2.4 KINETISCHE GASTHEORIE - Was ist Druck?

Annahme: alle Teilchen haben  $|v_x| = v_x$  in  $+x$ -Richtung.  
= constant!



$n_x \Delta t$  treffen  
 $Z = n_x \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot A$   
 auf die Fläche A

Teilchendichtedichte  $n_x$



Resultat: Kraft auf A! ( $\Rightarrow$  Druck!)

$$F = \left| Z \cdot \frac{\Delta p}{\Delta t} \right| = Z \frac{2m v_x}{\Delta t}$$

isotrop:  $n_x = n_{-x} = \frac{1}{2} n$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{n_x v_x \Delta t \cdot A}{A} \cdot \frac{2m v_x}{\Delta t} = 2n_x m v_x^2 = n \cdot m \cdot v_x^2$$

## 2.4 KINETISCHE GASTHEORIE

→ ≠ const!

bisher:  $v_x = \text{const}$ ; generell:  $\vec{v}_i = (v_{xi}, v_{yi}, v_{zi})$

Isotropie:  $v_x^2 \rightarrow \overline{v_x^2}$ ;  $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$

$$\Rightarrow \left[ P = \frac{1}{3} n \cdot m \cdot \overline{v^2} \right] = \frac{2}{3} n \cdot \left[ \frac{1}{2} m \overline{v^2} \right] = \frac{2}{3} n \cdot \overline{E_{kin,i}}$$

↳ Teilchen!  
Volumen!

Einsetzen:  
in ideale Gas-Gl.  
für 1 mol!

$$R \cdot T = P V_{mol} = \frac{1}{3} \cdot \frac{N_A}{V_{mol}} m \overline{v^2} \cdot V_{mol}$$

$$/ \frac{1}{N_A}$$

$$\frac{R}{N_A} \cdot T = \frac{1}{3} m \overline{v^2}$$

$$/ \cdot \frac{3}{2}$$

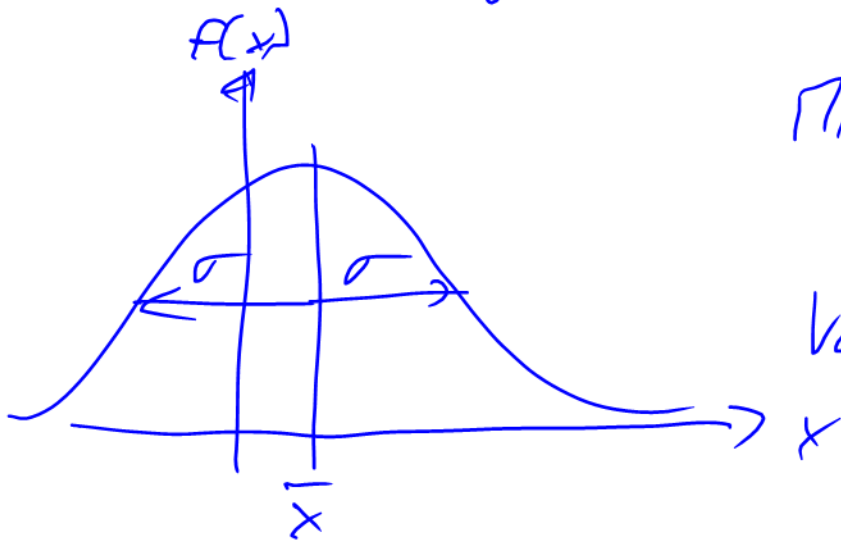
$$\frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \cdot T = \frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \overline{E_{kin}}$$



## 2.4 VERTEILUNGEN 1

generell:  $V_x = f(v_x)$  - Verteilung.

Charakterisierung durch statistische Größen.



$$\text{Mittelwert: } \bar{x} = \frac{\sum_i x_i \cdot f_i}{\sum_i f_i}$$

$$\text{Varianz: } (x - \bar{x})^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_i f_i} = \sigma^2$$

z.B. Gauss-Verteilung

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$$

