

1.2 STRÖMUNGEN UND REIBUNG I

Hintergrund von Bernoulli: Newtonsche Bewegungsgleichung eines Volumenelements ΔV

$$\vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_R = \Delta m \vec{v} = \rho \Delta V \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \vec{v}: \text{Vektorfeld}$$

stationäre Strömung: $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r})$ aber wicht $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$

Stromlinie: Ortskurve $\vec{r}(t)$ von ΔV

ideale/zähe Flüssigkeit: Viskosität η

Laminare Strömung: große Reibungskräfte; Stromlinien liegen nebeneinander

Turbulente Strömung entsteht durch Reibung zwischen Fluid und Wand / Hinderniss

→ Ausbildung von Wirbeln.

Charakteristisch: Reynolds-Zahl: $Re := \frac{\rho v r}{\eta}$ turbulent: $Re > 10^3$

Beispiele: Mensch / Mikrobe in Wasser ($\rho(\text{H}_2\text{O})=1 \text{ gcm}^{-3}$; $\eta(\text{H}_2\text{O}, 20^\circ\text{C})=0.001 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$)

Mensch: $v = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $r = 1 \text{ m}$ $Re \sim 10^6 \rightarrow$ turbulente

Mikrobe: $v = 10 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$, $r = 1 \mu\text{m}$ $Re \sim 10^{-5} \rightarrow$ laminare

Radfahrer. $Re \sim 100 - 1000$

1.2 STRÖMUNGEN UND REIBUNG II

Reibung: zwischen Fluid + Wand, zwischen verschiedenen Schichten.
 Folge: Druckabfall; Arbeit gegen Reibung!

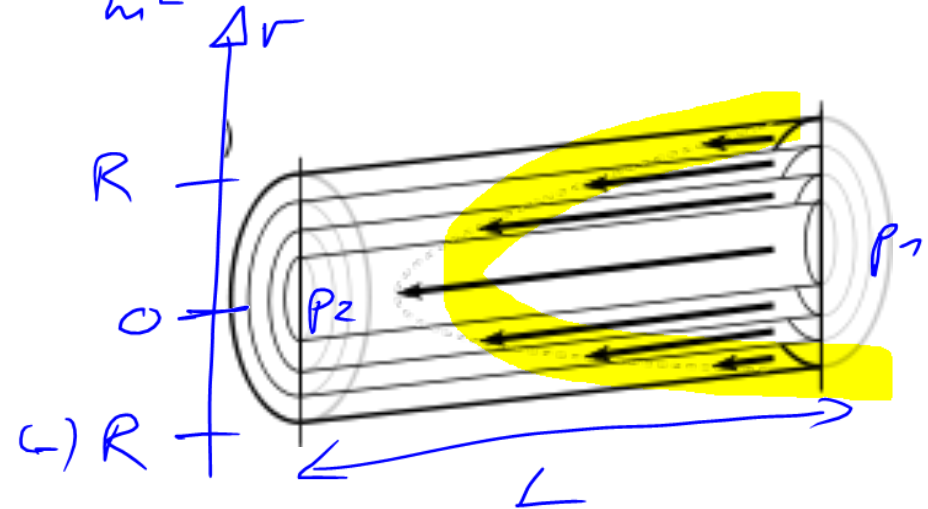
Viskosität η $[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$

Hagen-Poiseuille-Gesetz

- P für gegebenen Querschnitt konstant
- v am Rand des Rohrs = 0

$$v(r) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

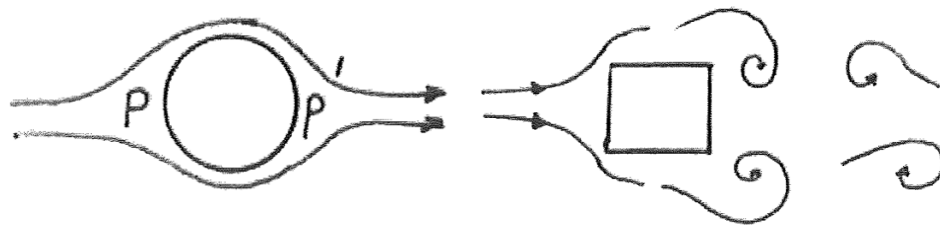
- Volumenfluss: $\dot{V} = \frac{\pi}{8\eta L} (P_1 - P_2) R^4$



Stokes-Gesetz: Reibungskraft einer viskosen Flüssigkeit bei laminarer Umströmung einer (sehr kleinen) Kugel: $F_R = 6\pi\eta r v \left(1 + \frac{3\mu r v}{8\eta} \right)$

1.2 STRÖMUNGEN UND REIBUNG III

Turbulente Strömung: $Re \gg 1$
 \Rightarrow Wirbel hinter Hindernis, Durchmischung von Stromlinien!



Wirbel verwandeln kin. Energie in Wärme

Ansatz: $F_R = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2$

Widerstandsbeiwert



\hookrightarrow Geschwindigkeit
 \hookrightarrow effektive Fläche

Auto: 0,28

Radfahrer: 0,65 - 0,85

Profil	c_w -Wert
Stromlinienprofil	0,06
Tragfläche mit gewölbter Unterseite	0,1
Tragfläche mit geradflacher Unterseite	0,2
hohle Halbkugel	0,3-0,4
Kugel	0,4
Halbkugel	0,8
Scheibe	1,2
hohle Halbkugel	1,4

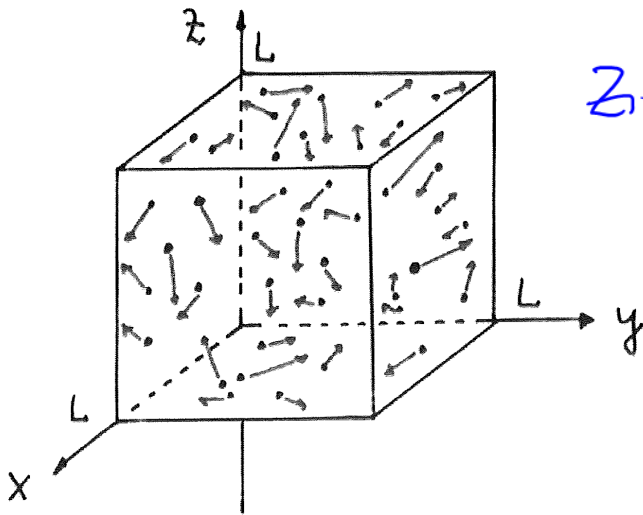
1.3 GASE

Atom / Moleköl
→

Modell des ideal fases: - Massenpunkte mit verschiedenen Geschwindigkeiten
- ohne Ausdehnung
- keine WW außer elastische Stöße

reale fase: - Atome haben Eigenvolumen
- anziehende WW

Charakterisierung: Druck P , Volumen V , Temperatur T , Teilchenzahl N
„makroskopische Zustandsgrößen“



Ziel: Herleitung des Systemzustands aus mikroskopischen Größen!

Definition: 1 Mol Teilchen = $6,02 \cdot 10^{23}$ Teilchen

N_A , Avogadro-Konstante
Loschmidt'sche Zahl

Bild: Prof. Merkt

1.3 GESETZE VON BOYLE-MARIOTTE / GAY-LUSSAC

Boyle-Mariotte: $p \cdot V = \text{const} (T)$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Gay-Lussac: $p \sim T$ bei $V = \text{const}$

es zeigt sich:
ideales Gas!

$$p \cdot V = n R T = \frac{N}{N_A} R T = N k_B T$$

Zustandsgleichung des idealen Gases

N : Teilchenzahl
 n : Teilchenzahl
 R : allgemeine Gaskonstante ^{1 Mol}
 $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$

Kompressibilität: $\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$

ideales Gas: $pV = \text{const} \rightarrow V = \frac{\text{const}}{p}$

$$\left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T = \frac{-\text{const}}{p^2} = -\frac{pV}{p^2} = -\frac{V}{p}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T = \frac{1}{p} = \kappa_{\text{ideal}}$$

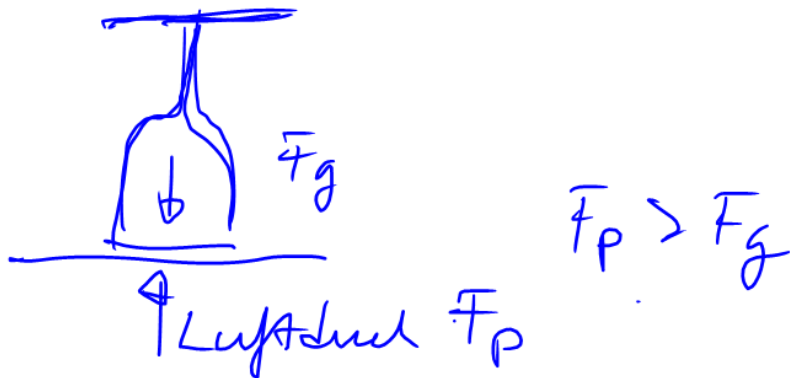
1.3 LUFTDRUCK

Analogie: hydrostatischer Schweredruck!
Gewicht der Luftsäule über uns!

Luftdruck: Unterschied zur Wassersäule?
→ Luft ist kompressibel! $\Rightarrow \rho \neq \text{const}$

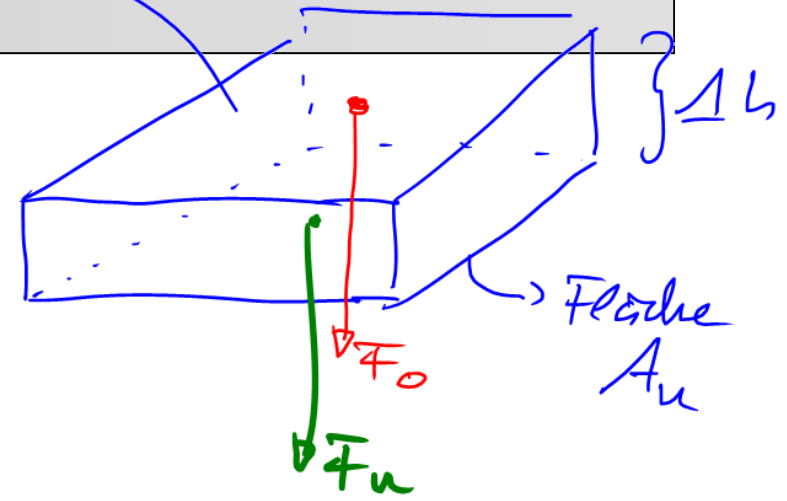
Erdoberfläche: • $\sim 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 1000 \text{ hPa}$
• Nähe Erdoberfläche: $\Delta h = 8 \text{ m} \Rightarrow \Delta p = 100 \text{ Pa}$

Luft inkompressibel: → ~~8000 m ist Ende der Atmosphäre~~



1.3 BAROMETRISCHE HÖHENFORMEL

Volumen $\Delta V = A \cdot \Delta h$
 Fläche A_0



Druckunterschied zwischen A_0 und A_u

$$\Delta F = \bar{F}_0 - \bar{F}_u = -Mg = -\rho A \cdot \Delta h g$$

$$\Delta p = \frac{\Delta F}{A} = -\rho g \Delta h \quad \text{für } T = \text{const}$$

Dann ideales Gasgesetz: $\rho = \frac{M}{\Delta V} = \frac{M}{N k_B T} \rho = \frac{N \cdot m}{N k_B T} \rho$

$$\Delta p = - \frac{m g \Delta h}{k_B T} \rho$$

$$\frac{dp}{p} = - \frac{m g}{k_B T} dh \quad \text{Integrieren! } p_0 - p(h)$$

$$\Rightarrow p(h) = p_0 e^{-\left(\frac{m g h}{k_B T}\right)}$$

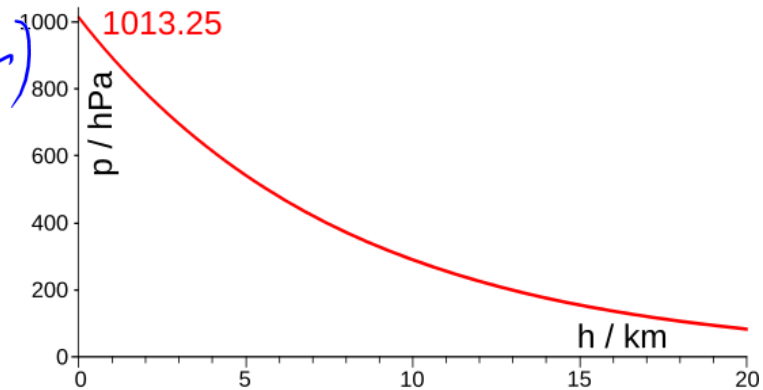


Bild: Wikipedia

2 WÄRMELEHRE

• Wichtig!

• Beschreibung von Weltteilchengestalten

⇒ Charakterisierung durch:

$$T, p, V, Q, S$$

• Zustandsgleichungen: Beschreibung von Systemen im p, V .

2.1 TEMPERATUR

Erfahrungstatsache: heiß - kalt.

Quantifizierung: Temperaturskalen! entwickelt um Fixpunkte!

- Celsius: Gefrierpunkt ($T = 0^\circ\text{C}$), Siedepunkt ($T = 100^\circ\text{C}$)
- Fahrenheit: bestimmter Schmelzpunkt, $T = 0^\circ\text{F}$
~ Körpertemperatur: $T = 100^\circ\text{F}$

• absolute/thermodynamische Skala

Nullpunkt $T = -273,15^\circ\text{C}$

Gradenteilung: $T_{\text{hoch}} - T_{\text{gering}} = 100\text{ K}$

$$[T] = \text{K}$$

$$T = T_C + 273,15$$

• Messung: Auswirkung auf Größen wie Länge, Volumen, Spannung, ...

2.2 THERMISCHE AUSDEHNUNG I

man findet: Längenänderung: $\Delta L \sim L$
 $\Delta L \sim \Delta T$ $\rho \alpha_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

$$\Rightarrow \Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta T \quad \alpha: \text{lineare Ausdehnungs-} \\ \text{koeffizient}$$

[oft nicht-lineare Beiträge: $\frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T + \beta \Delta T^2 \dots]$

isotrope Körper: $\frac{\Delta V}{V} = \gamma \Delta T$ $[\gamma] = K^{-1}$

es läßt sich zeigen: $\gamma = 3\alpha$

$$V(T) = V(T_0) (1 + \gamma \Delta T) \\ \Delta T = T - T_0$$

anisotrope Körper: $\gamma = 3\bar{\alpha}$ $\bar{\alpha} = \frac{1}{3} (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)$