

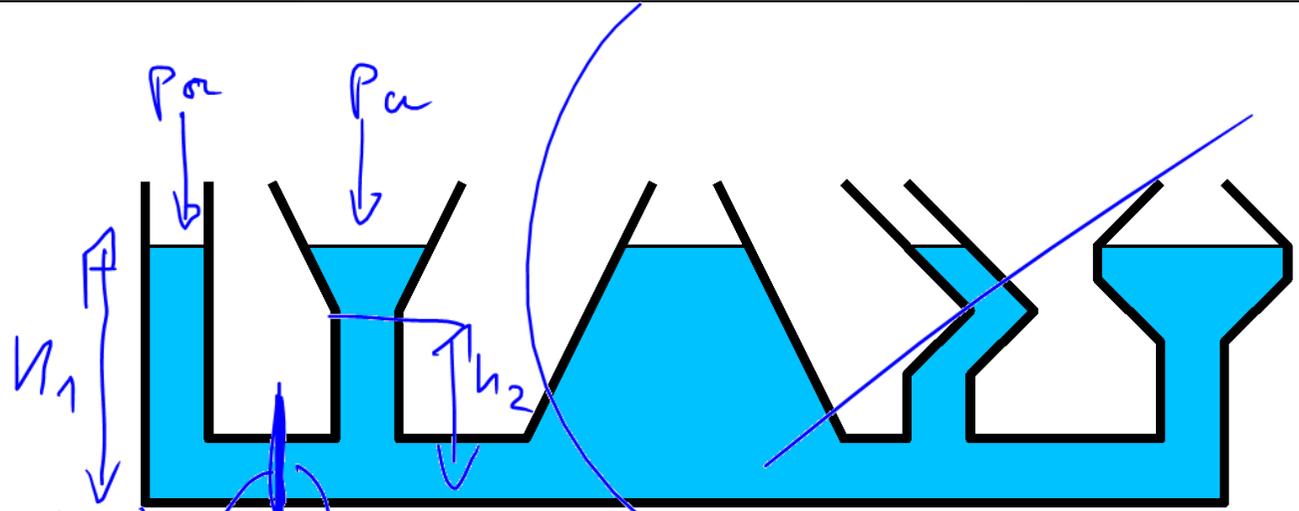
1.2 KOMMUNIZIERENDE RÖHREN

per definitionem: $p_1 = p_2$

$$p_a + \rho g h_1 = p_a + \rho g h_2$$

$$h_1 = h_2$$

⇒ in kommunizierenden Röhren ist der Pegelstand gleich!



Jetzt Druck p_2 auf rechte Röhre?

$$p_2 + \rho g h_1 = p_a + \rho g h_1 + \rho g \Delta h$$

$$p_2 - p_a = \rho g \Delta h$$

Kalibration ⇒ Druckmessung.

1 Torr = 1 mm Hg-Säule

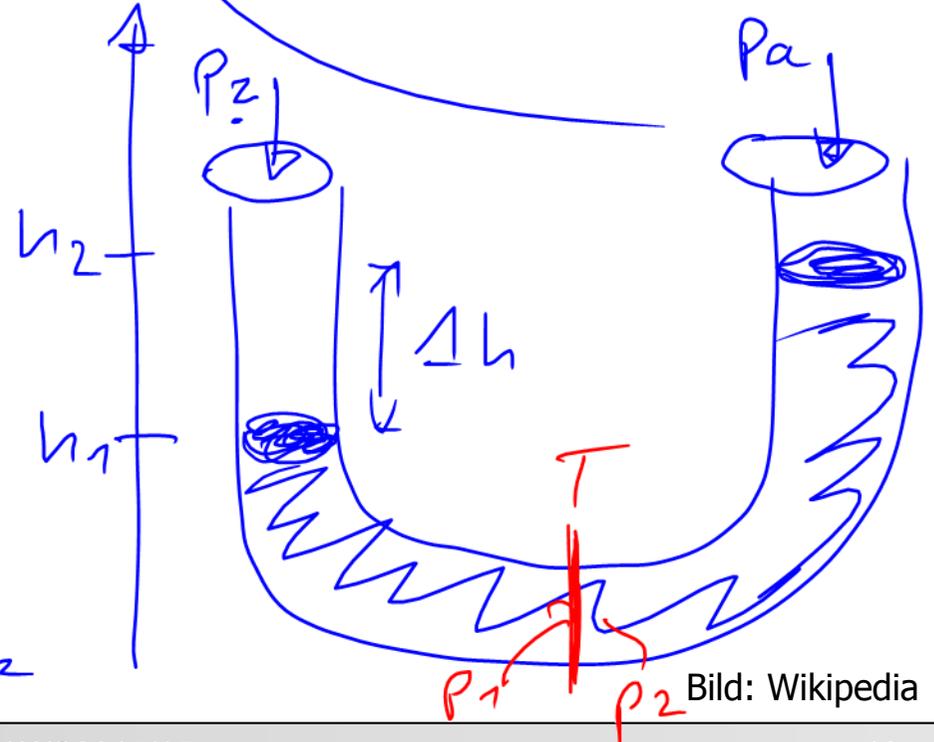


Bild: Wikipedia

1.2 AUFTRIEB

Körper in Flüssigkeit: Kräfte?

i) $\bar{F}_L = \bar{F}_R$ weil Druck bei gleicher Höhe konstant

ii) senkrecht Kräfte:

$$\bar{F}_{res} = \bar{F}_g + \bar{F}_1 - \bar{F}_2 \quad \bar{F} = \rho \cdot A = \rho g h \cdot A$$

$$= m g + \rho_{FK} g A h_1 - \rho_{FL} g A h_2$$

$$= \rho_{FK} \cdot V \cdot g - \rho_{FL} g \cdot \boxed{A (h_2 - h_1)} \quad \checkmark$$

$$= (\rho_{FK} - \rho_{FL}) g \cdot V$$

$$F_{\text{Auftrieb}} = \rho_{FL} \cdot g \cdot V$$

= Gewicht d. verdrängten Flüssigkeitsmenge.

a) $\rho_{FK} > \rho_{FL} \Rightarrow$ sinkt; "Gewicht reduziert um F_{Auftrieb} "

b) $\rho_{FK} = \rho_{FL} \Rightarrow$ Körper schwebt

c) $\rho_{FK} < \rho_{FL} \Rightarrow$ schwimmen $\left\{ \begin{array}{l} F_A \text{ drückt Körper aus Wasser, bis } \bar{F}_{res} = 0 \\ F_A = \bar{F}_A (V') \end{array} \right.$

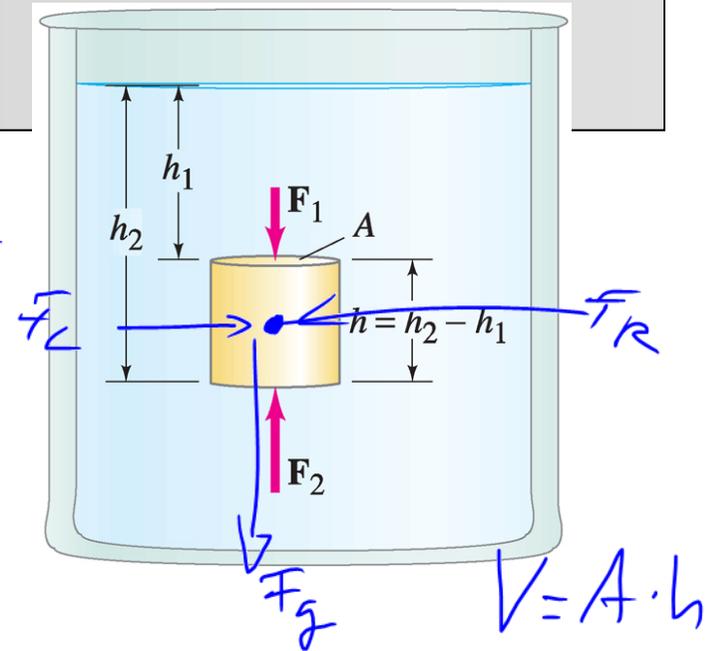
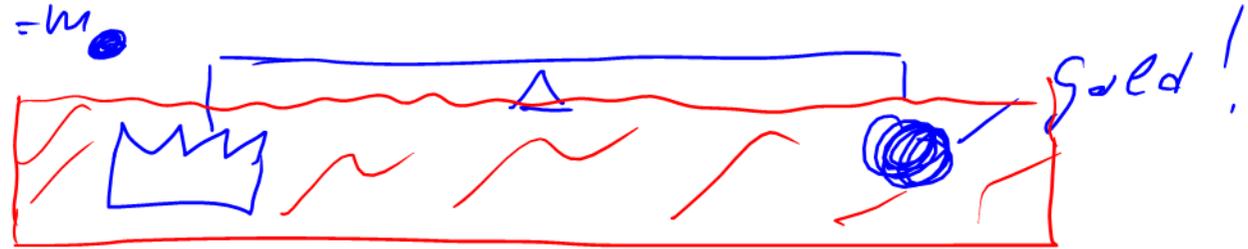


Bild: Giancoli

1.2 ARCHIMEDES UND KONSORTEN

Archimedes (287 - 212 v. Chr.)
 Aufgabe: Finde heraus, ob Krone aus Gold!
 Benutze Auftrieb: $F_A = \rho_{Fe} \cdot g \cdot V$

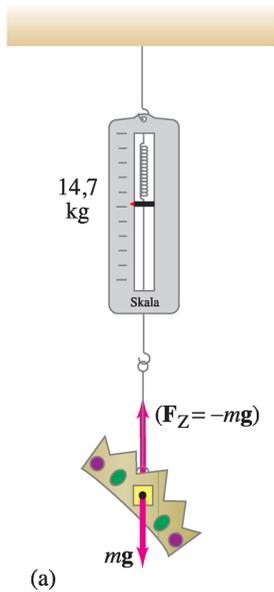
1) $m_{\text{Krone}} = m_{\text{Gold}}$



2) Annahme: Krone aus Gold: $\Rightarrow F_{A, \text{Krone}} = F_{A, \text{Gold}} \Rightarrow \text{Gleichgewicht}$
 Krone fälschlich: $F_{A, \text{Krone}} > F_{A, \text{Gold}} \Rightarrow \text{Krone}$

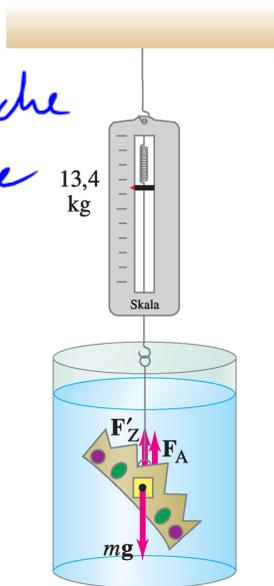
Gibson: $\frac{\rho_{Eis}}{\rho_{Fe}} = \frac{V_{Fe}}{V_{Eis}} = 0,917$

\Rightarrow 90% unter Wasser!



(a)

Moov'sche Waage



(b)

Bild: Giancoli

1.2 STRÖMENDE FLÜSSIGKEITEN I

- stationär, inkompressibel
- laminar
- keine innere Reibung!

Rohr mit strömender Flüssigkeit und variablem Querschnitt

- Einsicht:
- $\rho = \text{const}$
 - Flüssigkeitsstrom durch A_1 und A_2 ist identisch.

Fluss durch A_1 in Δt : Δm

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t} \Rightarrow \rho \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V_2}{\Delta t} \Rightarrow A_1 \underbrace{\frac{\Delta l_1}{\Delta t}}_{v_1} = A_2 \cdot \underbrace{\frac{\Delta l_2}{\Delta t}}_{v_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2}$$

Kontinuitätsgleichung!
für inkompressible Flüssigkeiten!

Konstanz d. Volumenstroms $J = A \cdot v$

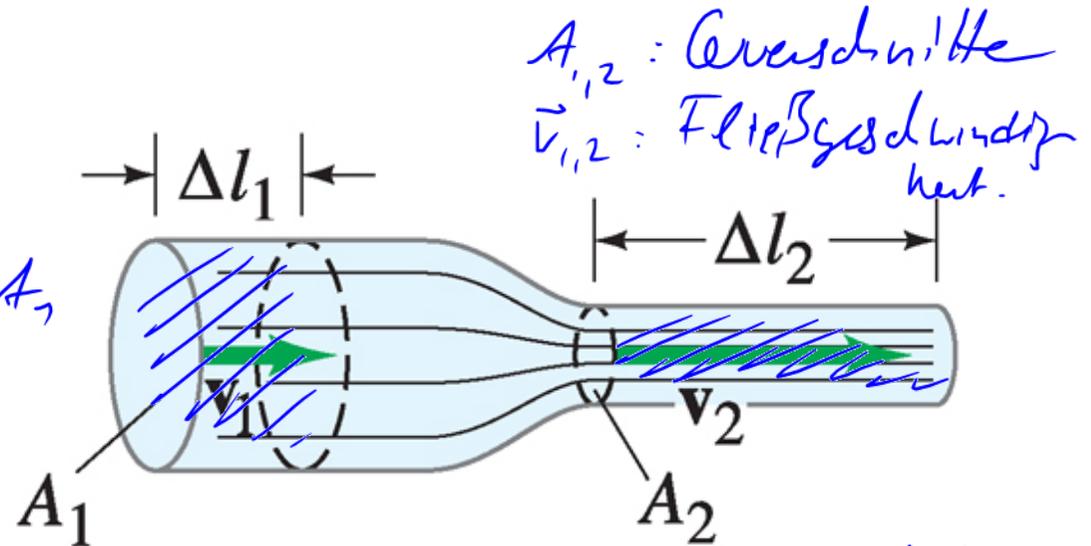


Bild: Giancoli

1.2 STRÖMENDE FLÜSSIGKEITEN IIa

Energiebilanz

in Δt : links nach rechts
rechts nach links

$$\Delta E_{\text{pot}} \Big|_{\Delta t} = \Delta m_2 \cdot g \cdot h_2 - \Delta m_1 \cdot g \cdot h_1$$

$$= \rho \cdot \Delta V g (h_2 - h_1)$$

$$\Delta E_{\text{kin}} \Big|_{\Delta t} = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

Dazu wird Arbeit geleistet, um die Flüssigkeitssäule zu verschieben!

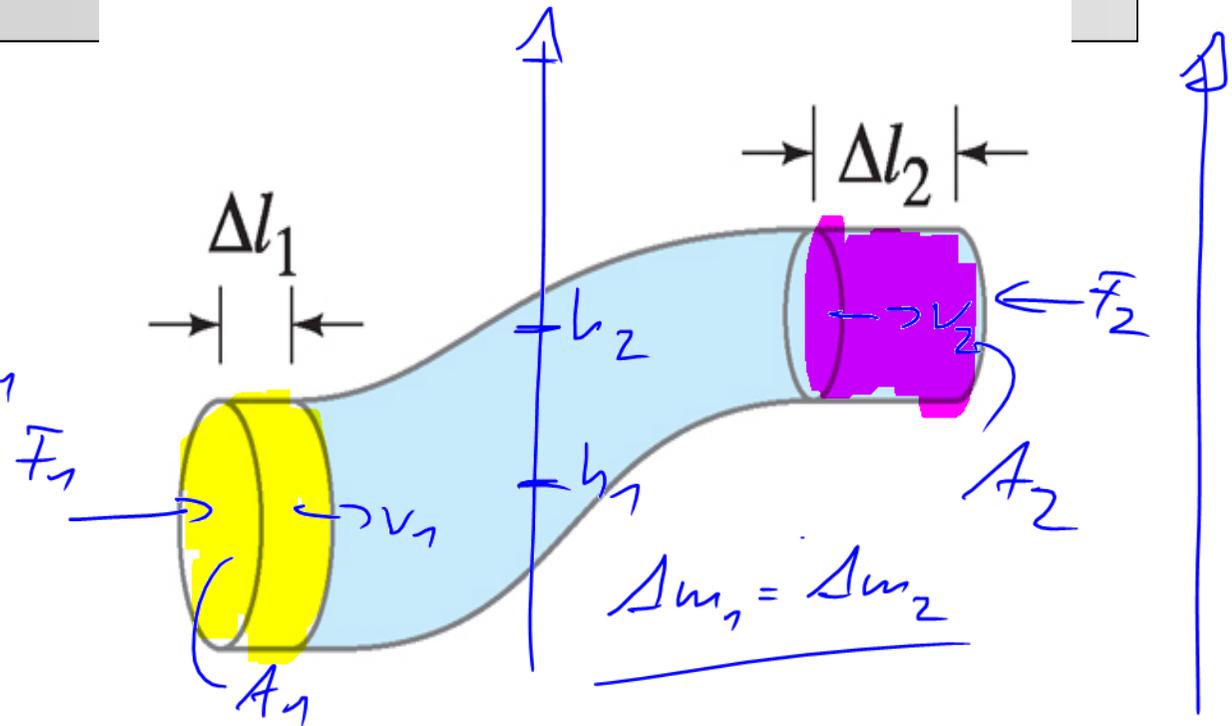


Bild: Giancoli

1.2 STRÖMENDE FLÜSSIGKEITEN IIb

$$\left. \begin{array}{l} \text{Arbeit links/rechts: } \Delta W_1 = F_1 \cdot \Delta l_1 \\ \Delta W_2 = -F_2 \cdot \Delta l_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta W_{\text{ges}} = F_1 \cdot \Delta l_1 - F_2 \cdot \Delta l_2 \\ = p_1 \underbrace{A_1 \Delta l_1} - p_2 \underbrace{A_2 \Delta l_2} \\ = (p_1 - p_2) \cdot \Delta V \end{array}$$

gelieferte Arbeit = Energieänderung d. Systems.

$$\Delta W_{\text{ges}} = \Delta E_{\text{pot}} + \Delta E_{\text{kin}} \Rightarrow (p_1 - p_2) \Delta V = \rho g (h_2 - h_1) \Delta V + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \cdot \Delta V$$

$$\Rightarrow p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \text{const!}$$

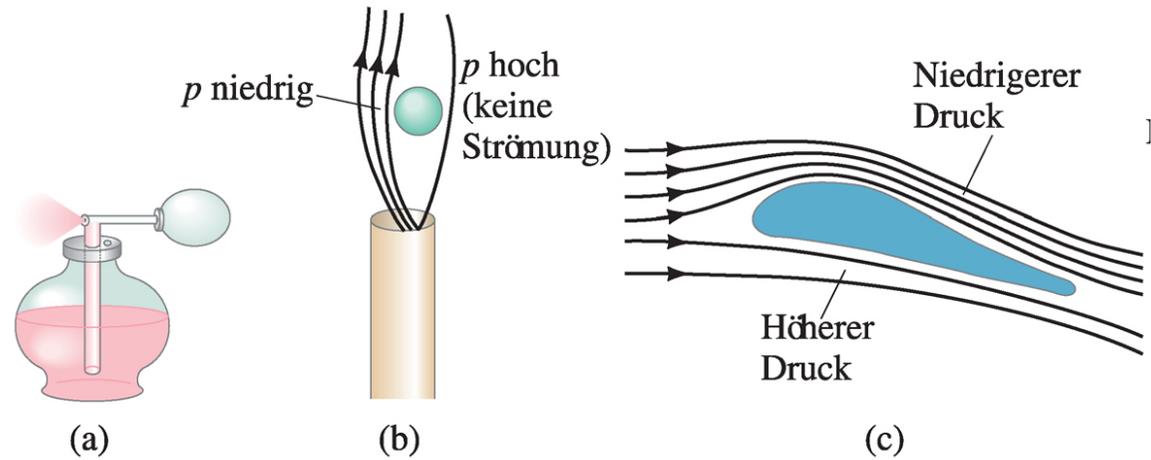
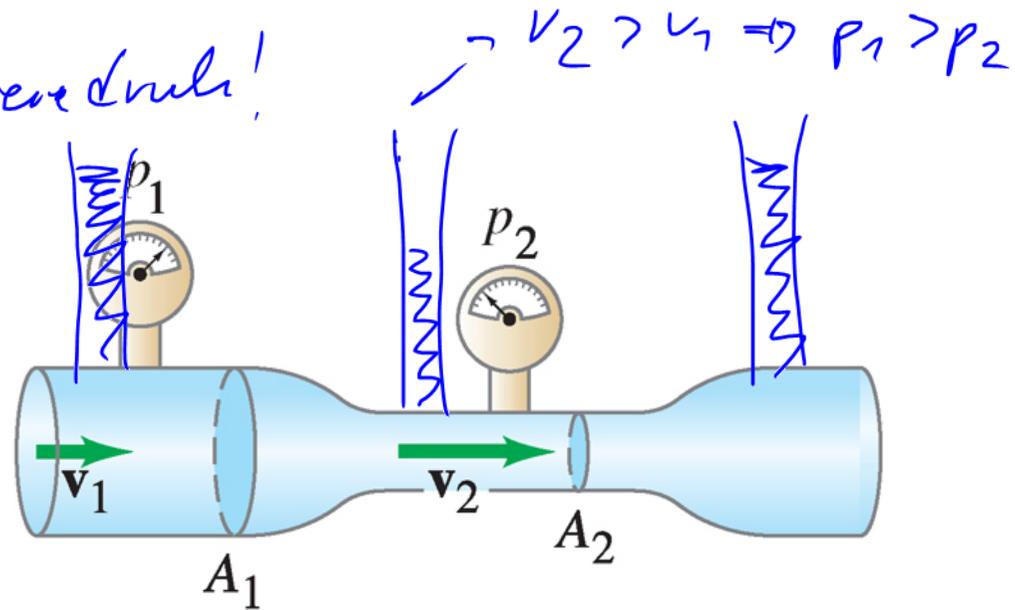
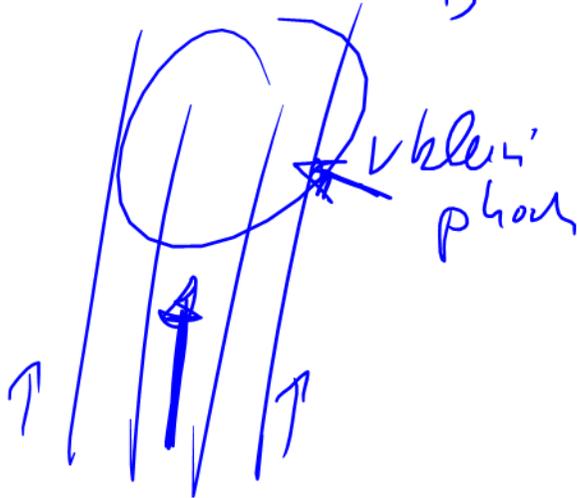
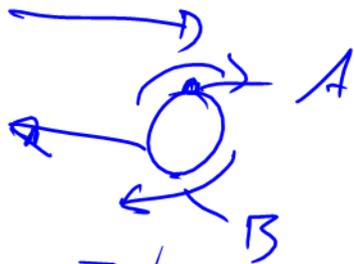
In einer strömenden, inkompressiblen Flüssigkeit gilt:

$$\boxed{p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const}} \quad \text{Bernoulli-Gl.}$$

Bild: Giancoli

1.2 ANMERKUNGEN UND VERSUCHE

- 1) Querschnitte A_i vorgegeben!
- 2) $v=0 \Rightarrow$ hydrostatischer Schweredruck!
- 3) $h=const: v \nearrow \Rightarrow p \searrow$



Bilder: Giancoli