

Masterarbeit

ERZEUGUNG UND UNTERSUCHUNG VON ULTRAKALTEN, ZWEIDIMENSIONALEN FERMI-GASEN

Klaus Hueck

Erstgutachter: Prof. Dr. Henning Moritz
Zweitgutachter: Prof. Dr. Klaus Sengstock

INSTITUT FÜR LASERPHYSIK
UNIVERSITÄT HAMBURG
OKTOBER 2013

Zusammenfassung In dieser Arbeit wird die Planung und die Realisierung eines Aufbaus zur Erzeugung und Untersuchung, von ultrakalten, zweidimensionalen Fermi-Gasen beschrieben. Dieser Aufbau besteht im Kern aus einer stark elliptischen, rot verstimmtten Dipolfalle und einem blau verstimmtten Gitter. Diese erzeugen in Kombination den zweidimensionalen Einschluss. Zusätzlich wurde die Optik zur Umsetzung eines weiteren Gitters aufgebaut. Diese ist für drei Wellenlängen (670 nm, 780 nm und 1064 nm) und hohe Leistungen optimiert. Die gesamte Optik wurde in das bestehende Experiment eingebaut und erfolgreich in Betrieb genommen. So konnte durch Kapitza-Dirac-Streuung der Effekt des Gitters auf ein ultrakaltes Gas untersucht werden. Neueste Messungen zeigen, dass mit dem Aufbau erfolgreich zweidimensionale Gase erzeugt werden können. In einem weiteren Teil der Arbeit wurde, mit den an dem Experiment arbeitenden Doktoranden, die kritische Geschwindigkeit im BEC-BCS-Übergangsbereich zunächst für ein 3D Gas gemessen. Die zur Beschreibung der Daten notwendige Theorie wird dargestellt. Der Vergleich der Theorie zu den Messdaten sowie der Vergleich zu vorangegangenen Messungen zeigt eine quantitativ sehr gute Übereinstimmung. Ein weiterer Teil der Arbeit beschreibt einen RF-Aufbau zur Spin-Manipulation.

Abstract This thesis describes the process of planning and implementing a setup, which is used to produce and explore ultra-cold two-dimensional Fermi gases. An highly elliptic, red detuned dipole trap and a blue detuned lattice are the key elements of this setup. The combination of both makes it possible to generate a two-dimensional confinement. Furthermore, the optics to implement an additional lattice has been set up. It is optimized for the wavelengths 670 nm, 780 nm and 1064 nm and suited for usage with high laser power. The optics were integrated in the existent experiment and successfully put into operation. Utilizing the effects of the Kapitza-Dirac scattering, the lattice's effect on an ultra-cold gas could be examined. Recent results show that two-dimensional Fermi-gases can now be successfully realized with the setup. In the second part of this work the critical velocity of an ultra-cold, as yet three-dimensional, Fermi gas has been characterized along the BEC-BCS crossover. These measurements were performed in cooperation with doctoral candidates working on the experiment. The underlying theory will be presented. Comparison between the experimental results and the calculated values for the critical velocity along the BEC-BCS crossover exhibit a very good agreement.

Inhaltsverzeichnis

1	Ein Leben in zwei Dimensionen	1
2	Überblick	3
2.1	Lithium als fermionisches Atom	3
2.1.1	Fermi–Dirac Statistik, Fermi–Energie und die Thomas–Fermi–Näherung..	4
2.1.2	Die Masse als Entscheidungskriterium.....	5
2.1.3	Hyperfeinstruktur und Pauli–Blockade	5
2.1.4	Feshbach–Resonanzen und Streuung.....	6
2.2	Der BEC–BCS–Übergang	7
2.3	Physik in zwei Dimensionen	8
2.4	Stand der Dinge	11
3	Aufbau zur Erzeugung von 2D Potentialen	13
3.1	Zigarre, Pfannkuchen und Oblate: die Vorgehensweise	14
3.1.1	Zweistufiges Protokoll zur Erzeugung eines ultrakalten 2D Fermi–Gases .	15
3.2	2D und dann?	19
3.2.1	Das Pinning–Gitter	20
3.2.2	Raman Seitenbandkühlen.....	20
3.3	Die Experimentelle Umsetzung	21
3.3.1	Rahmenbedingungen	21
3.3.2	Optik für die Squeeze–Falle.....	22
3.3.3	Optik für das blau verstimme Gitter.....	26
3.3.4	Optik für das Pinning–Gitter	29
3.3.5	Optik für das Raman–Seitenbandkühlen	33
3.3.6	Abbildung in vier Achsen	34
3.3.7	Einbau und Inbetriebnahme	35
3.4	RF–Aufbau zur Manipulation von Spinzuständen.....	36
3.4.1	Dipol–Übergänge und Rabi–Oszillationen	37
3.4.2	Landau–Zener Übergänge	37
3.4.3	Experimentelle Umsetzung	38
4	Charakterisierungsmessungen des Aufbaus	43
4.1	Pfannkuchen zählen.....	43
4.1.1	Kapitza–Dirac Streuung	43

4.2	Verluste und Lebensdauer	46
4.2.1	Stöße mit dem Hintergrundgas	46
4.2.2	Gemessene Lebensdauer τ_x	47
4.2.3	$^6\text{Li-H}$ Streuquerschnitt	47
4.2.4	Druckbestimmung in der Metallzelle	48
4.3	RF-Manipulation von Spinzuständen	49
4.3.1	Spin-Balancing durch nicht perfekten Populationstransfer.....	49
4.3.2	Landau-Zener Übergang zur Erzeugung spinpolarisierter Gase	50
5	Kritische Geschwindigkeit und Suprafluidität	52
5.1	Das Landau-Kriterium.....	52
5.1.1	Kritische Geschwindigkeit im BEC.....	54
5.2	Zwischen zwei Theorien: Der BEC-BCS-Übergang.....	57
5.2.1	Das BEC-Limit $1/k_a \gg 1$	58
5.2.2	Das BCS-Limit $1/k_F a \ll 1$	58
5.2.3	Das unitäre Regime $1/k_F a = 0$	60
5.2.4	Der Bereich dazwischen — rechte Seite $0 > 1/k_F a > -1$	61
5.2.5	Der Bereich dazwischen — linke Seite $1 > 1/k_F a > 0$	64
5.2.6	Energielücke und chemisches Potential im BEC-BCS-Übergang	65
5.2.7	Kritische Geschwindigkeit vom BEC- bis in den BCS-Bereich.....	66
5.2.8	Kritische Geschwindigkeit in inhomogenen Systeme.....	67
5.2.9	Generalisierte Ausheillänge	67
5.3	Messung der kritischen Geschwindigkeit	69
5.3.1	Charakteristische Merkmale der Rührvorrichtung	69
5.3.2	Ablauf einer Messung	72
5.3.3	Vergleich der gemessenen Daten mit der Theorie	74
5.3.4	Kritische Geschwindigkeit: Der Übergang zu 2D	77
6	Ausblick	78

1 Ein Leben in zwei Dimensionen

Wie sähe ein Leben in einer zweidimensionalen Welt aus? Die Konsequenzen, die die Dimensionalität auf die physikalischen Eigenschaften eines Systems hat, sind nicht nur auf makroskopischer Ebene drastisch und erstaunlich. Auch auf einer mikroskopischen Skala treten neue Eigenschaften zutage, wenn die zugänglichen Dimensionen eingeschränkt werden. So führt in zwei Dimensionen — anders als in drei — schon eine beliebig schwache Wechselwirkung zu einem gebundenen Zustand. Obwohl keine langreichweitige Ordnung möglich ist, kann es durch den Effekt des BKT-Übergangs trotzdem zur makroskopischen Besetzung eines Zustandes kommen. Und ist das System zusätzlich noch stark wechselwirkend, können unerwartete Effekte wie die Hochtemperatur-Supraleitung auftreten. Die exakte theoretische Beschreibung einiger dieser neu auftretenden Effekte — wie zum Beispiel der Hochtemperatur-Supraleitung — ist bis heute schwierig bis unmöglich. Denn überall dort, wo Vielteilchen-Systeme starker Wechselwirkung unterworfen sind, ist die Beschreibung mittels der bekannten Mean-Field Ansätze problematisch und auch andere Verfahren scheitern an der schieren Größe und Komplexität der Systeme. Erschwerend kommt in zweidimensionalen Systemen hinzu, dass sich die Streuphysik ändert und z.B. logarithmische Divergenzen auftreten. Solcherlei Probleme wurden schon durch Richard Feynman erkannt, woraufhin er die analoge Quanten-Simulation vorschlug: Also die Untersuchung eines Modellsystems, welches experimentell gut kontrollierbar ist, und dessen Hamilton-Operator sich auf das zu simulierende System abbilden lässt. Durch diese Methode können heutzutage Probleme analog simuliert werden, die für die Simulation mit aktuellen Computern bei weitem zu komplex wären. Auf den Punkt gebracht: Die Untersuchung von stark wechselwirkenden Modellsystemen in zwei Dimensionen ist aus theoretischer Sicht interessant, aus experimenteller Perspektive eine Herausforderung und ein noch weitgehend unerschlossenes Gebiet.

In der vorliegenden Arbeit wird das Design und die Realisierung eines Aufbaus zur Erzeugung und Untersuchung von zweidimensionalen, ultrakalten Quantengasen beschrieben. Mit diesem Aufbau wurde — durch die gemessene Existenz einer kritischen Geschwindigkeit — Suprafluidität in einem stark wechselwirkenden, zunächst dreidimensionalen Fermi Gas nachgewiesen. Trotz des ultrakalten Gases mit einer Temperatur von nur einigen 100 nK liegt die kritische Temperatur für die suprafluide Phase im Verhältnis zur Fermi-Temperatur extrem hoch. Skaliert auf die Dichte von Helium oder von Elektronen in einem Festkörper, würde diese Art der Suprafluidität schon weit über Raumtemperatur einsetzen.

Doch nicht immer ist die Analogie zur Festkörperphysik angebracht. Denn aus der Sicht eines Atomphysikers bietet das fermionische Atom ${}^6\text{Li}$ Möglichkeiten, die weit über seinen fermionischen Charakter hinausgehen. Durch eine breite Feshbach-Resonanz kann nicht nur die Wechselwirkungsstärke kontinuierlich zwischen beliebigen Werten variiert werden, es kann auch das Vorzeichen der Wechselwirkung verändert werden. Dadurch lassen sich bosonische ${}^6\text{Li}_2$ Moleküle erzeugen und das gesamte Spektrum der BEC Physik wird zugänglich. Vom in-

teratomaren Abstand über das Mischungsverhältnis der Spinzustände und die Temperatur des Gases bis hin zur Wechselwirkung kann somit auf einen großen Parameterraum zurückgegriffen werden, um das zum jeweiligen Problem passende Modellsystem zu realisieren. Als besonderes Highlight bietet die in den letzten Jahren von Doktoranden und Master-Studenten aufgebaute Apparatur zur Untersuchung von ultrakalten Fermi-Gasen sehr guten optischen Zugang. Dieser wird unter anderem dazu genutzt, die atomare Wolke mittels eines hochauflösenden Mikroskops mit einer Auflösung von etwa 670 nm lokal abzubilden. Die Auflösung liegt damit auf der Größenordnung der Fermi-Wellenlänge. Neben der flexiblen Wahl der gewünschten experimentellen Parameter lässt sich das Ergebnis des Experiments somit auch hochauflösend auslesen; In einer weiteren Ausbaustufe des Aufbaus sogar mit der Option der Einzelatomdetektion.

Aus der Perspektive der Festkörperphysik betrachtet ist die Analogie hingegen aus anderen Gründen nicht gerechtfertigt. Neben dem immer intrinsisch vorhandenen harmonischen Einschluss der Atome und den vergleichsweise kleinen Ensembles, gilt die hohe relative Temperatur von $T/T_F \approx 0.05$ größter Kritikpunkt. So sind Festkörperphysiker in der Lage, Legierungen mit Kritischen Temperaturen im Bereich von $T/T_F \approx 2 \cdot 10^{-6}$ zu erzeugen.

Im ersten Teil der Arbeit wird der Aufbau der Optik für den zweidimensionalen Einschluss von ultrakalten ${}^6\text{Li}$ Atomen und die Charakterisierung des Aufbaus beschrieben. Im zweiten Teil wird die Existenz der Feshbach-Resonanz in ${}^6\text{Li}$ genutzt um ein ultrakaltes Quantengas in verschiedenen Bereichen zu untersuchen. Von der bosonischen Seite der Resonanz, auf der das System gut durch die Bogoliubov-Theorie beschrieben wird, bis hin zur rein fermionischen Seite, wurde Suprafluidität in einem zunächst dreidimensionalen System nachgewiesen. Die hier beschriebenen Messungen liefern die Grundlage für den nächsten Schritt, in welchem dieses Experiment zukünftig für ein echt zweidimensionales System wiederholt werden soll.

2 Überblick

Als 1995 die ersten Bose–Einstein–Kondensate [1, 2] erzeugt wurden, konnte noch nicht vorhergesehen werden, was für ein reichhaltiges Feld der Physik damit erschlossen wurde. Während die Erzeugung stark wechselwirkender Bose Gase anfangs an den durch die hohen Dichten induzierten Dreikörperverlusten scheiterten [3], eröffnete sich ein zweites Forschungsgebiet: Das Feld der ultrakalten Fermi–Gase. Ein Gebiet, welches weit über die Beschreibung mit Mean–Field Theorien hinaus geht. Keine effektive Einteilchenbeschreibung ist dazu geeignet, die Physik eines stark wechselwirkenden Vielteilchensystems zu beschreiben. Genau hier liegt die Stärke ultrakalter Fermi–Gase. Während die theoretische Beschreibung von Vielteilchensystemen enorme Schwierigkeiten mit sich bringt, konnte in der experimentellen Umsetzung auf einen großen Erfahrungsschatz aus der BEC–Physik zurückgegriffen werden. Dieser umfasst effektive Kühlmechanismen, präzise Abbildungsmethoden und Kenntnis über die mögliche Manipulation der Gase.

Auf dieser Grundlage entwickelte sich der Bereich der ultrakalten Fermi–Gase in einem rasanten Tempo. Schon wenige Jahre nach der Erzeugung des ersten entarteten Fermi–Gases im Jahr 1999 durch DeMarco et al. [4] wurden erste Untersuchungen in niedrigeren Dimensionen durchgeführt (vgl. z.B. [5, 6]). Der Übergang von drei zu zwei Dimensionen hat dabei einen massiven Einfluss auf das physikalische Verhalten des kalten Gases. Während in drei und mehr Dimensionen Fluktuationen meist noch gut durch Mean–Field Beschreibungen abgedeckt werden können, scheitert dieser Ansatz in 2D. In 1D wiederum tragen Symmetrien zur Vereinfachung des Problems bei. Es kann daher mit Fug und Recht gesagt werden, dass Systeme in zwei Dimensionen eine besondere Stellung in der Vielteilchen–Physik einnehmen. Um dies zu untersuchen, wurde in den letzten vier Jahren von Doktoranden und Master–Studenten ein neues Experiment zur Untersuchung zweidimensionaler, ultrakalter ${}^6\text{Li}$ Gase aufgebaut. In den nächsten Abschnitten wird dieses Experiment beschrieben.

2.1 Lithium als fermionisches Atom

Bei der Auswahl des zu kühlenden Atoms stand das folgende Kriterium im Vordergrund: Es sollte ein Fermion sein, welches bereits erfolgreich bis zur Entartung gekühlt wurde. Damit bleiben Lithium und Kalium übrig. Es existieren zwei stabile Lithium Isotope. Dabei handelt es sich um das fermionische ${}^6\text{Li}$ und das bosonische ${}^7\text{Li}$. Die Wahl fiel also auf ${}^6\text{Li}$. Zuerst werden, als Grundlage für die gesamte weitere Arbeit, einige Begriffe der Fermi–Dirac–Statistik und der Physik ultrakalter Fermionen definiert. Darauf folgend werden weitere Gesichtspunkte zur Wahl von ${}^6\text{Li}$ als zu untersuchendes Element dargestellt.

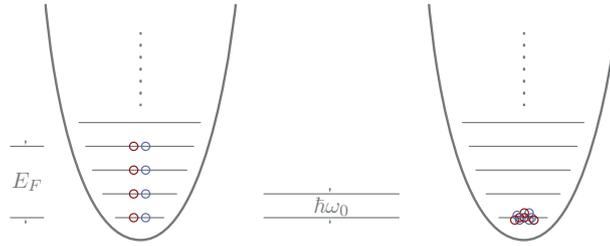


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Fermi- und der Bose-Verteilung in einer harmonischen Falle bei $T = 0$. Die beiden Spinzustände $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ sind in rot und blau dargestellt.

2.1.1 Fermi-Dirac Statistik, Fermi-Energie und die Thomas-Fermi-Näherung

Das Pauli-Prinzip verbietet die Anwesenheit von zwei identischen Fermionen an einem Ort. Dies hat weitreichende Konsequenzen. So besetzen N Fermionen in einem dreidimensionalen, harmonischen Potential alle Zustände $\hbar\omega_0$ des harmonischen Oszillators bis hinauf zur Fermi-Energie $E_F = \hbar\omega_0(3N)^{1/3}$. Der Grundzustand eines fermionischen Systems liegt daher energetisch deutlich über dem eines bosonischen Systems, da sich dort alle Teilchen auf dem niedrigsten Energieniveau befinden dürfen. Dieser Unterschied zwischen Fermionen und Bosonen ist in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt, und eine direkte Folge der Verteilungsstatistik der jeweiligen Teilchen. In einer homogenen Umgebung ist die Fermi-Energie als kinetische Energie definiert, die dem Fermi-Impuls \vec{k}_F entspricht: $E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$. Der Fermi-Impuls $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$ wiederum stellt — bei $T = 0$ — den höchsten Impuls im System dar. Das chemische Potential μ ist durch die Energie definiert, die notwendig ist, um dem Ensemble ein Teilchen hinzuzufügen. Es entspricht am Temperaturnullpunkt der Fermi-Energie. Eine letzte charakteristische Größe für ein Fermi-Gas ist seine Fermi-Temperatur $T_F = E_F / k_B$. Diese ist in sofern eine interessante Größe, als dass für Temperaturen $T < T_F$ der quantenmechanische Charakter zutage zu treten beginnt.

Die Geometrie eines ultrakalten Gases in einer harmonischen Falle $V(\vec{r})$ lässt sich — für den bosonischen Fall — aus der Thomas-Fermi-Näherung abschätzen. In dieser Näherung ergibt sich die Dichteverteilung eines schwach wechselwirkenden Gases zu $n_c(\vec{r}) = |\Psi(\vec{r})|^2 = \max[(\mu - V(\vec{r}))/g, 0]$. Diese Dichteverteilung folgt, mit dem Mean-Field Wechselwirkungs-Parameter g , aus der Bogoliubov Theorie, dargestellt z.B. in [7]. Der Thomas-Fermi-Radius wird als der Radius r bezeichnet, bei dem die Dichte gerade auf Null abgefallen ist und ergibt sich in Richtung $i = x, y, z$ zu

$$R_{\text{TF},i} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{1}{2}\hbar\bar{\omega} \left(\frac{15Na}{\bar{a}_{\text{ho}}} \right)^{1/5} \quad (2.1)$$

$\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ ist die mittlere Fallenfrequenz (siehe Kapitel 3.1.1) und $\bar{a}_{\text{ho}} = (a_{\text{ho},x} a_{\text{ho},y} a_{\text{ho},z})^{1/3}$ die mittlere harmonische Oszillatorlänge mit $a_{\text{ho},i} = \sqrt{\hbar/m\omega_i}$. Der Ausdruck für den Thomas-Fermi-Radius ist dabei sowohl für Bosonen als auch für Fermionen gültig.

2.1.2 Die Masse als Entscheidungskriterium

Wie bei der Präparation eines BEC aus ^{87}Rb Atomen gibt es auch auf der fermionischen Seite einige Spezies, die sich besonders gut für die Erzeugung eines ultrakalten Gases eignen. ^6Li gehört dabei zu einem der erfolgversprechendsten Kandidaten. Mit seinem wasserstoffähnlichen Spektrum ist das Termschema vollständig bekannt und das natürliche Vorkommen ist hoch genug, als dass ^6Li als gut erhältlich eingestuft werden kann. Die geringe Masse von ca. 6 u hat in Bezug auf den experimentellen Umgang mit dem Element sowohl Vor- als auch Nachteile. Ein klarer Vorteil bietet sich in Hinblick auf zukünftige Experimente: Zur Modellierung von Festkörpersystemen soll ein optisches Gitter verwendet werden. Die Gitterperiode wird dabei möglichst groß gewählt, um einzelne Gitterplätze optisch auflösen zu können. Um interessante Effekte, wie den Mott-Isolator Übergang untersuchen zu können, muss jedoch die Tunnelrate J zwischen den einzelnen Gitterplätzen möglichst hoch sein. Diese skaliert mit stark mit der Masse m und eine kleine Masse ist unter Gesichtspunkt somit erstrebenswert.

Als Nachteile der geringen Masse muss zum Beispiel die Schwierigkeit bei der Abbildung der Atome genannt werden. Lithium hat durch seine geringe Masse eine hohe Rückstoßenergie $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m$. Dies ist die Energie, die ein an einem Atom mit Masse m gestreutes Photon mit Impuls $\hbar k$ auf das Atom überträgt. Jedes an den Atomen gestreute Photon heizt das kalte Gas somit auf und verschmiert somit die Abbildung. Dieses Problem kann entweder durch sehr kurze Belichtungszeiten, oder das in Abschnitt 3.3.4 dargestellte Pinning-Gitter umgangen werden.

Neben dem Aspekt der Masse sind noch mindestens zwei weitere physikalische Eigenschaften entscheidend. Zum einen spielt das Vorhandensein mehrerer gut zugänglicher Hyperfeinzustände eine große Rolle bei der Kühlung. Zum anderen sollte die Wechselwirkung zwischen den Atomen sowohl gut beschreibbar, als auch gut kontrollierbar sein. Wie im Folgenden kurz dargestellt, ist dies bei ^6Li der Fall.

2.1.3 Hyperfeinstruktur und Pauli-Blockade

In einem fermionischen Gas sind Stoßprozesse auf Grund der Pauli-Blockade stark unterdrückt. Die evaporative Kühlung beruht jedoch gerade auf dem Prinzip der Thermalisierung, welche wiederum nur möglich ist, wenn Stoßprozesse erlaubt sind. Die jeweils heißesten Anteile werden dabei aus dem Ensemble entfernt und durch Thermalisierung sinkt die Temperatur der gesamten Wolke. Es ist also ein Stoßpartner für die heißen Fermionen notwendig. Hier kommt die Hyperfeinstruktur von ^6Li in Spiel: Durch Kopplung des Elektronenspins $S = 1/2$ an den Kernspin $I = 1$, spaltet der elektronische Grundzustand $2^2S_{1/2}$ in zwei Zustände mit $F = 1/2$ und $F = 3/2$ auf. $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ ist dabei der Gesamtdrehimpuls des Atoms, während $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ die Spin-Bahn-Kopplung beschreibt die zur Feinstruktur führt. In einem externen Magnetfeld wird die Entartung in der magnetischen Quantenzahlen $m_F = -F, \dots, F$ aufgehoben und das in Abbildung 2.2 dargestellte Energieniveau-Schema gilt. Für typische Magnetfelder von über 30 G sind die untersten drei Zustände $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$ stabil gegenüber spinverändernden Stößen. Hier sind also drei experimentell einfach präparierbare Zustände gegeben (siehe Abschnitt 3.4), die — gemessen an der Länge eines Experimentzyklus — eine lange Lebensdauer haben. Durch unterschiedlichen magnetischen Quantenzahlen können diese drei Zustände trotz des Pauli-

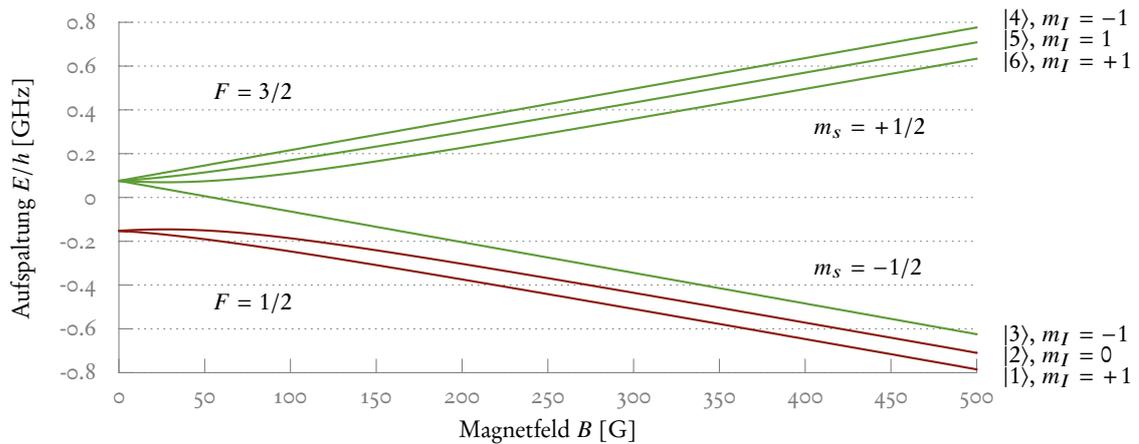


Abbildung 2.2: Energie-Aufspaltung der Hyperfein-Niveaus in Abhängigkeit vom externen Magnetfeld. Im linken Bereich, für $B < 30$ G überwiegt die Hyperfein-Wechselwirkung und F ist eine gute Quantenzahl. Bei höheren Feldern entkoppeln sich Elektronenspin und Kernspin und die sechs Zustände spalten sich in zwei Dreiergruppen auf. Die unteren drei Zustände sind stabil gegen spinverändernde Stöße und werden im Experiment verwendet. Weitere Details zu den Eigenschaften von ${}^6\text{Li}$ können in [8] nachgelesen werden.

Verbots miteinander Stoßen. Somit können die Zustände wechselwirken und damit auch thermalisieren. Die Grundvoraussetzung für evaporatives Kühlen ist erfüllt. Im nächsten Abschnitt wird dargestellt, wie die für ${}^6\text{Li}$ eher kurze Hintergrundstreuränge künstlich überhöht werden kann, um die Thermalisierungsrate zu erhöhen und damit die Evaporation effizienter zu gestalten.

2.1.4 Feshbach-Resonanzen und Streuung

In einem kalten Gas mit geringer Dichte kann die Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen vollständig durch einen einzigen Parameter beschrieben werden: die Streulänge a . Diese wiederum kann, bei Vorhandensein einer magnetischen Streuresonanz, einer sogenannten Feshbach-Resonanz, bei B_0 , durch Variation des externen magnetisches Feldes manipuliert werden:

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta B}{B - B_0} \right). \quad (2.2)$$

a_{bg} ist die Hintergrundstreuränge und ΔB die breite der Feshbach-Resonanz. Das Prinzip der Feshbach-Resonanz basiert auf der Kopplung eines freien atomaren Zustands mit einem gebundenen Molekülzustand. Wenn die kinetische Energie der einlaufenden freien Teilchen nah an der Energie des gebundenen Molekülzustands liegt, kommt es zur resonanten Überhöhung der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit. Dieser Effekt kann durch ein externes Magnetfeld beeinflusst werden, da sich die magnetischen Momente des freien und des gebundenen Zustands unterscheiden. Über den Zeemann-Effekt können diese somit relativ zueinander verschoben werden.

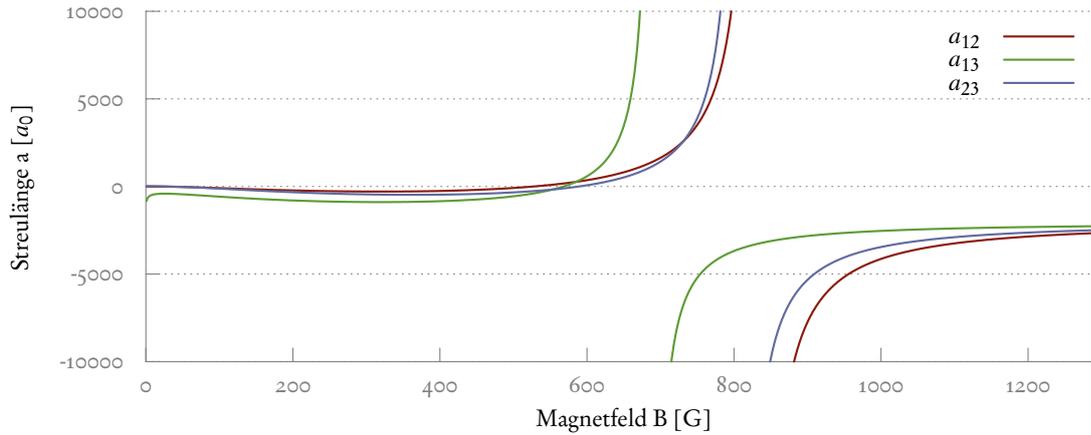


Abbildung 2.3: Streulängen für die Wechselwirkung zwischen den drei untersten Hyperfein-Zuständen in Einheiten des Bohr-Radius a_0 im Bereich der Feshbach-Resonanz.

Aus der Streulänge lässt sich in 3D der Wechselwirkungsparameter $g_{3D} = 4\pi\hbar^2 a/m$ und für niedrige Streuenergien der Streuquerschnitt $\sigma = 4\pi a^2$ errechnen. In Abbildung 2.3 sind die Streulängen, für Wechselwirkung zwischen den drei untersten Hyperfeinzuständen in Lithium, in der Nähe der jeweiligen Resonanzen dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, dass in dem experimentell zugänglichen Magnetfeldbereich von 0 G bis 1200 G nicht nur die Größe, sondern auch das Vorzeichen der Streulänge beeinflusst werden kann. Die Feshbach-Resonanzen in ${}^6\text{Li}$ wurden kürzlich hoch präzise in [9] vermessen. In Tabelle 2.1 sind die zur Berechnung der Streulänge a benötigten Daten dargestellt. Ein ausführlicher Überblick zum Thema Feshbach-Resonanzen ist in [10] dargestellt.

Wechselwirkende Zustände	B_0 [G]	ΔB [G]	a_{bg} [a_0]
$ 1\rangle - 2\rangle$	$832,18 \pm 8,00$	$-262,3 \pm 3,0$	-1582 ± 1
$ 1\rangle - 3\rangle$	$689,68 \pm 8,00$	$-166,6 \pm 3,0$	-1770 ± 5
$ 2\rangle - 3\rangle$	$809,76 \pm 5,00$	$-200,2 \pm 5,0$	-1642 ± 5

Tabelle 2.1: Eigenschaften der ${}^6\text{Li}$ s-Wellen Feshbach-Resonanz aus [9].

2.2 Der BEC-BCS-Übergang

Die soeben beschriebene Feshbach-Resonanz kann dazu genutzt werden, den vielfach beschriebenen BEC-BCS-Übergang zu untersuchen. Auf der linken Seite der Feshbach-Resonanz, bei positiven Streulängen, gibt es einen gebundenen Zweiteilchen-Zustand. Zwei Fermionen können ein bosonisches Dimer mit der Bindungsenergie $E_B = \hbar^2/ma^2$ bilden. Auf der rechten Seite der Resonanz hingegen, bei negativer Streulänge, verhalten sich die ${}^6\text{Li}$ -Atome rein fermio-

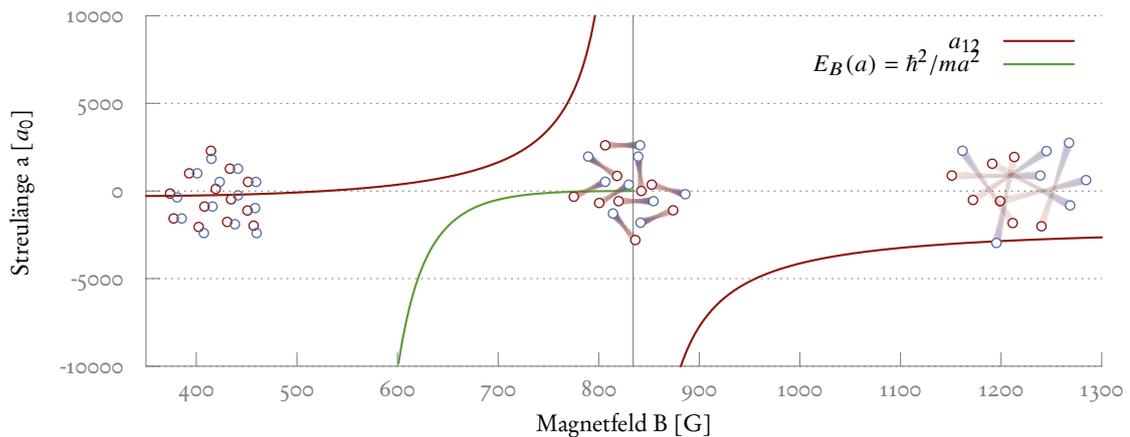


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des BEC-BCS Übergangs. Auf der linken Seite der Resonanz, im BEC-Regime, bilden sich stark gebundene Paare. Deren Größe ist ungefähr gleich der Streulänge a . Die Bindungsenergie E_B ist in grün eingezeichnet. Auf der BCS-Seite (rechts) sind Cooper-Paare zu finden, deren Größe den mittleren Teilchenabstand bei weitem übersteigt. In der Mitte bilden sich Paare von der Größe des interatomaren Abstands. Dieser stark wechselwirkende Bereich ist durch sein universelles Verhalten besonders interessant. Atome unterschiedlichen Spins sind mittels der roten und blauen Kreise dargestellt.

nisch. Dieser Bereich wird als BCS¹-Regime bezeichnet. Hier bilden sich — bei entsprechend tiefer Temperatur — Cooper-Paare im Impulsraum. Auch diese weisen bosonischen Charakter auf, und können kondensieren. Schon im Jahr 1980 konnte Leggett [12] in einem einfachen theoretischen Ansatz zeigen, dass der Übergang zwischen den beiden Bereichen kontinuierlich verläuft. Genau in diesem Übergangsbereich jedoch tritt ein interessanter Effekt auf: Das atomare Gas mit geringer Dichte wird trotzdem — durch die divergierende Streulänge bei B_0 — stark wechselwirkend. Gerade auf Grund der starken Wechselwirkung gestaltet sich die theoretische Beschreibung schwierig und experimentelle Befunde sind notwendig, um zu einem Verständnis beizutragen. In Abbildung 2.4 ist das soeben beschriebene Verhalten schematisch dargestellt. Auf Effekte wie z.B. Suprafluidität im gesamten Übergangsbereich und das universelle Verhalten des Gases auf der Resonanz wird in Kapitel 5 der vorliegenden Arbeit genauer eingegangen.

2.3 Physik in zwei Dimensionen

Während in physikalischen Lehrbüchern Beispiele in niedrigen Dimensionen als einfache Veranschaulichung von komplexen Sachverhalten dienen, sieht die Realität teils anders aus. Die Physik in Systemen niedriger Dimension ist komplex und unerwartete Effekte treten auf. Dies gilt vor allem in zwei Dimensionen. Diese Aussage lässt sich mit verschiedenen Betrachtungen

¹BCS: Bardeen, Cooper und Schrieffer, die im Jahr 1957 eine erste geschlossene Theorie zur Beschreibung der Supraleitung liefern konnten [11].

belegen. Je höher die Dimension ist, in der sich eine Wolke aus Atomen bewegen kann, desto mehr nächste Nachbarn hat ein einzelnes Atom in der Wolke. Genau dies spielt der erfolgreichen Beschreibung durch Mean-Field Theorien in die Hände. Denn Fluktuationen spielen eine immer geringere Rolle und langreichweitige Ordnung ist möglich. Diese ist zum Beispiel eine notwendige Voraussetzung für das Auftreten von Bose-Einstein-Kondensation. Auf der anderen Seite, im Extremfall des eindimensionalen Systems, kann auf eine große Zahl von Symmetrien zurückgegriffen werden. Diese vereinfachen das Verhalten und die Beschreibung des Systems stark. Was passiert nun in zwei Dimensionen? Nach Mermin, Wagner und Hohenberg [13, 14] ist langreichweitige Ordnung in ein- und zweidimensionalen Systemen im thermodynamischen Limes nicht möglich. Somit wäre — bei Temperaturen ungleich Null — kein kondensierter Zustand realisierbar. Dies widerspricht jedoch der Beobachtung von zweidimensionalen, kondensierten Zuständen im Labor. Unter anderem liegt dies daran, dass der thermodynamische Limes — der Grenzfall eines unendlich großen Systems mit unendlich vielen Teilchen — im Labor nie erreicht wird. Trotzdem spielt die Abwesenheit von langreichweitiger Ordnung eine Rolle bei der Beschreibung und Untersuchung von ultrakalten, zweidimensionalen Gasen. Denn die Realisierung eines echten, phasenstabilen BECs in zwei Dimensionen ist nicht möglich. Ein Blick auf die Zustandsdichte eines homogenen Systems liefert einen Hinweis darauf, was in zwei Dimensionen eine Kondensation verhindert: Die Zustandsdichte $\rho_D(E)$ ist proportional zu $E^{(D/2-1)}$. D ist dabei die Dimension des Systems. Für ein dreidimensionales Gas gilt also $\rho_{3D}(E) \sim \sqrt{E}$. Bei niedrigen Temperaturen wird es also unmöglich die energetisch niedrig liegenden Zustände zu besetzen und dabei trotzdem das chemische Potential, bzw. die Dichte konstant zu halten. Daraus resultierend wird der Grundzustand makroskopisch besetzt. Für $D < 3$ hingegen sinkt die Zustandsdichte nicht mit der Energie. Sie ist vielmehr konstant. Eine makroskopische Besetzung des Grundzustandes bleibt also aus. Wie jedoch ist die Beobachtung eines kondensierten Zustandes in 2D trotzdem erklärbar?

Zum einen kann sich in einem endlich großen System ein sogenanntes Quasikondensat bilden. Dies ist ein Kondensat-Zustand dessen Phase nicht konstant ist und dessen Dichtematrix algebraisch zerfällt. Trotzdem kann es lokal als echtes BEC beschrieben werden, wenn die Phasenkohärenzlänge größer ist als die Ausheillänge [15]. Bis auf die Phasenkorrelation entspricht diese Art des Kondensats einem echten BEC.

Zum Anderen spielt die Wechselwirkung zwischen den Atomen eine entscheidende Rolle. So zeigten Berezinskii, Kosterlitz und Thouless [16, 17], dass die Wechselwirkung zur Entstehung eines Kondensats beitragen kann. Der Phasenübergang von der normalfluiden zur suprafluiden Phase ist dabei — im Gegensatz zum Phasenübergang in 3D — kontinuierlich für die meisten thermodynamischen Größen. Die Dichte stellt dabei eine Ausnahme dar. Denn für den BKT Phasenübergang ist charakteristisch, dass die suprafluide Dichte beim Phasenübergang unstetig von Null auf einen endlichen Wert springt.

Was ändert sich beim Übergang von 3D nach 2D noch? In [15] wird dargestellt, dass sich u.a. auch die Streuphysik und damit die effektive Wechselwirkung zwischen den Atomen ändert. Dabei müssen zwei Bereiche unterschieden werden.

Echt 2D In einem echt zweidimensionalen System ist die Bewegung der Atome auf eine Ebene eingeschränkt. Dies ist der Fall, wenn die charakteristischen Energien wie die Fermi-Energie,

die thermische Energie $k_B T$ und das chemische Potential deutlich kleiner sind, als die Anregungsenergie $\hbar\omega_z$ der einschließenden Falle. Außerdem muss die Wechselwirkungslänge deutlich größer sein, als die harmonische Oszillatorlänge a_z senkrecht zur Bewegungsebene der Atome. Unter diesen Bedingungen wird die Streuamplitude Energieabhängig und die auftretende Streuung kann nicht mehr komplett durch die Streulänge a beschrieben werden.

Quasi 2D Im Experiment wird der echt zweidimensionale Fall nicht erreicht. Dort liegt — in den meisten Fällen — die charakteristische Wechselwirkungslänge deutlich unter der harmonischen Oszillatorlänge $a_{\text{ho},z}$. Die Bedingung $\hbar\omega_z > k_B T, \mu, E_F$ für den kinematischen 2D-Einschluss kann jedoch erfüllt werden. In diesem Fall kann die Streuung, wie bereits oben dargestellt, komplett durch die Streulänge a beschrieben werden. Der Streuprozess bleibe auf mikroskopischer Ebene ein dreidimensionaler Prozess. Nur der Wechselwirkungsparameter g_{2D} muss an die neuen Bedingungen angepasst werden. Ein allgemeiner Ausdruck für Wechselwirkung von ultrakalten Gasen in 2D wurde in [15] bestimmt:

$$g_{2D} = \frac{2\sqrt{2\pi}\hbar^2}{m} \frac{1}{a_{\text{ho},z}/a + (1/\sqrt{2\pi}) \ln(1/\pi k_\mu^2 a_{\text{ho},z}^2)}. \quad (2.3)$$

$k_\mu(n) = \sqrt{2m|\mu(n)|/\hbar^2}$ ist dabei der Impuls, welcher der kinetischen Energie des chemischen Potentials entspricht. g_{2D} steht im Kontrast zum dreidimensionalen Fall wo $g_{3D} = 4\pi\hbar^2 a/m$ gilt. In der experimentellen Realisierung gilt meist $a_{\text{ho},z} \ll |a|$, der logarithmische Term in g_{2D} wird also unbedeutend. Dadurch fällt die Dichteabhängigkeit von g_{2D} wieder weg. Trotzdem hat in zwei Dimensionen weiterhin der harmonische Einschluss in z Richtung einen Einfluss auf die Wechselwirkungsstärke. Was ist die Folgerung aus dieser Betrachtung? Für typische experimentelle Parameter ist die Beschreibung in einem quasi-2D Ansatz gerechtfertigt. Dieser reduziert sich jedoch mit $g_{2D} = (2\sqrt{2\pi}\hbar^2/m) a/a_{\text{ho},z}$ nahezu auf die bekannte Form g_{3D} . Die Streuphysik ändert sich also — wenn auch nicht signifikant. Zusammenfassend gilt für die Wechselwirkung von ultrakalten Gasen in zwei Dimensionen folgendes: Die Streuung kann auf mikroskopischer Skala durch die 3D Streulänge a beschrieben werden, bei der Berechnung der Wechselwirkung muss jedoch der kinematische 2D-Einschluss berücksichtigt werden. Dies geschieht durch das Einführen einer neuen Kopplungskonstante g_{2D} .

Wie bereits zuvor angesprochen, ändert sich auch das Paarungsverhalten der Atome. In zwei Dimensionen ist schon bei beliebig schwacher attraktiver Wechselwirkung ein gebundener Zustand vorhanden. Dies wird in [18, S. 83 ff.] anschaulich erklärt. Weiterhin wird, durch die Signifikanz von Fluktuationen in zwei Dimensionen, die theoretische Beschreibung komplizierter und Mean-Field Ansätze verlieren ihre Gültigkeit.

Es ist also zu erwarten, dass sich das Verhalten eines ultrakalten Fermi-Gases beim Übergang von drei zu zwei Dimensionen signifikant ändert. Die zur Untersuchung dieses Übergangs verwendete Apparatur wird nun dargestellt.

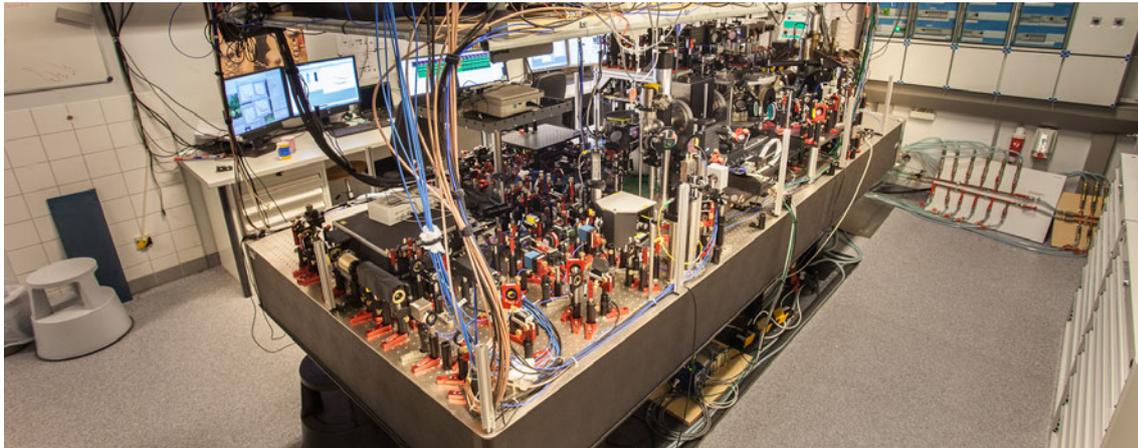


Abbildung 2.5: Aktueller Stand des Aufbaus.

2.4 Stand der Dinge

Mit dem in Abbildung 2.5 dargestellten Aufbau können mit einer Zykluszeit von ca. 16 Sekunden ultrakalte Fermi-Gase mit bis zu $2 \cdot 10^6$ Teilchen und molekulare Bose-Einstein-Kondensate mit bis zu $5 \cdot 10^5$ Dimeren in einer elongierten Dipolfalle erzeugt werden. Mittels des in dieser Arbeit beschriebenen optischen Aufbaus lassen sich die so erzeugten Gase in einer quasi zweidimensionalen Umgebung untersuchen und manipulieren. Der Aufbau und das Protokoll zur Erzeugung eines ultrakalten Fermi-Gases mit dieser Apparatur ist in [19], [20] und der bald erscheinenden Doktorarbeit von Wolf Weimer dargestellt. Der vorliegende Text konzentriert sich auf die prinzipielle Funktion und deren Erweiterung hin zur Erzeugung von zweidimensionalen, ultrakalten Fermi-Gasen. Der Kern des experimentellen Aufbaus besteht aus einer kompakten Metallzelle mit hervorragendem optischem Zugang. Diese Zelle ist von zwei hochauflösenden Mikroskopobjektiven mit hoher numerischer Apertur umgeben. Die Mikroskope – eingehender beschrieben in [20] – liefern, durch den Einsatz einer auf einzelne Photonen sensitiven Kamera ein präzises Bild der ultrakalten Wolke mit einer Auflösung von etwa 670 nm. Eine schematische Darstellung der Zelle und der Mikroskope ist in Abbildung 2.6 gegeben. Im folgenden Kapitel wird ein Aufbau beschrieben, der die Metallzelle umgibt und die elongierte, dreidimensionale Wolke in eine zweidimensionale, scheibenartige Form überführt.

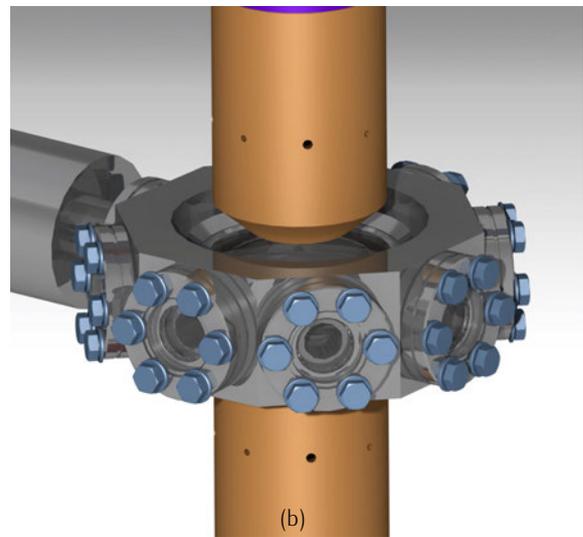
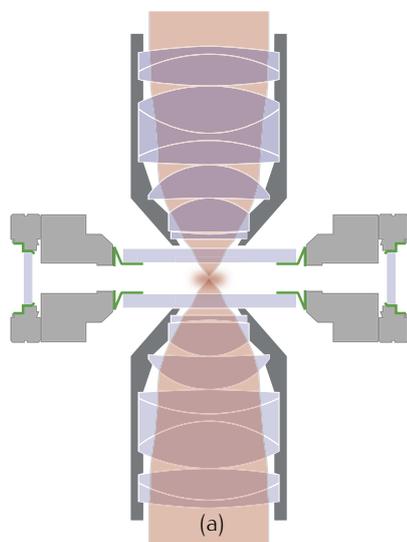


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung der Metallzelle und der Mikroskope im Schnitt (a) und in einer 3D Ansicht (b). Der Aufbau zur Erzeugung der 2D Potentiale umgibt die Metallzelle vollständig.

3 Aufbau zur Erzeugung von 2D Potentialen

Die Erzeugung von ultrakalten, fermionischen Gasen ist seit 1999 möglich [4] und gut dokumentiert. Welche Voraussetzungen müssen jedoch erfüllt werden, um ein zweidimensionales Gas aus ultrakalten Atomen zu realisieren? Von einer zweidimensionalen Umgebung kann gesprochen werden, wenn alle Freiheitsgrade in einer Dimension ausgefroren sind. Eine Bewegung der Atome ist somit nur noch in einer Ebene möglich. Dies wird erreicht wenn die relevanten Energien wie die Fermi-Energie E_F und die Temperatur T der Wolke kleiner sind als die Anregungsenergie des ersten Zustandes in der einschließenden Falle [6]. Da die Fermi-Energie $E_F = \hbar\omega_0(6N)^{1/3}$ und damit auch die Ausdehnung der Wolke von der Teilchenzahl N abhängt, kann eine kritische Teilchenzahl N_{2D} bei $T = 0$ definiert werden, ab welcher von einem zweidimensionalen Gas gesprochen wird. Diese kritische Teilchenzahl ist erreicht, wenn die Zahl der Atome in der Falle kleiner ist als die Anzahl der Zustände im harmonischen Oszillator ohne transversale Anregung. Nach [6] ergibt sich N_{2D} zu

$$N_{2D} = \frac{1}{2} \frac{\omega_z}{\omega_r} \left(\frac{\omega_z}{\omega_r} + 1 \right) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_z}{\omega_r} \right)^2, \quad (3.1)$$

wobei $\omega_{r,z}$ die Fallenfrequenzen in r - und in z -Richtung sind. Somit ist das Quadrat des Aspektverhältnisses entscheidend. Je höher das Aspektverhältnis, desto höher die mögliche Teilchenzahl, bei der noch von einem zweidimensionalen Gas gesprochen werden kann. Das Verhältnis aus ω_r und ω_z muss maximiert werden, um auch bei einer hohen Teilchenzahl die Zweidimensionalität zu gewährleisten.

Hohe Aspektverhältnisse können mit elliptischen, optischen Fallen erreicht werden. In einem elliptischen, Gauß'schen Strahl können dabei typischerweise — begrenzt durch die Divergenz des Strahls — Aspektverhältnisse von $\omega_z/\omega_r \leq 100$ erreicht werden. Unter Ausnutzung von Interferenzeffekten kann dieser Wert in einem optischen Gitter noch um eine Größenordnung erhöht werden, wobei hier die erreichbaren Werte stark von der Wellenlänge abhängen. Eine weitere Möglichkeit stark elliptische, optische Fallen zu erzeugen, bieten zeitgemittelte, gezeichnete Potentiale [21]. Diese werden jedoch in dem aktuellen Aufbau nicht weiter berücksichtigt, da die Komplexität des Aufbaus unnötig gesteigert werden würde.

Zusätzlich zu den oben diskutierten Bedingungen mussten bei der Realisierung des experimentellen Aufbaus zur Erzeugung eines zweidimensionalen Gases die Möglichkeiten und Einschränkungen durch den bereits bestehenden Aufbau berücksichtigt werden. Im Folgenden werden die Bedingungen, die zum finalen Aufbau führten, genauer beschrieben.

3.1 Zigarre, Pfannkuchen und Oblate: die Vorgehensweise

Die Erzeugung einer dreidimensionalen kalten Wolke aus ca. $2 \cdot 10^6$ ${}^6\text{Li}$ Atomen ist seit November 2012 in unserem Labor möglich. Die Wolke ist dabei stark elongiert und ähnelt in ihrer Form einer Zigarre. Ziel sollte es nun sein, diese Wolke durch optische Manipulation in ihrer Form so zu verändern, dass eine einzelne, möglichst radialsymmetrische Lage aus Atomen übrig bleibt. Dabei sollte das Komprimieren und Umformen idealer Weise ohne große Verluste erfolgen. Das dazu notwendige Vorgehen wird im Folgenden eingehender beschrieben.

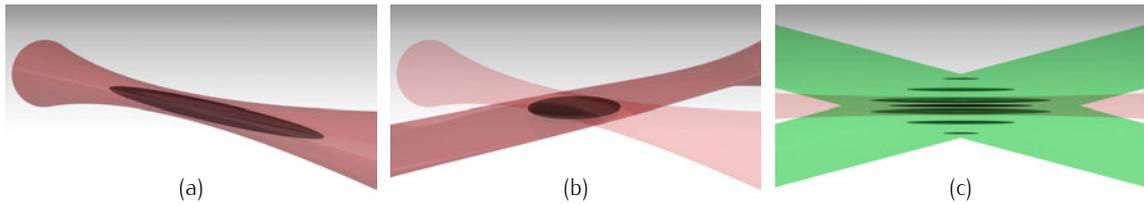


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung zur Erzeugung des zweidimensionalen Einschlusses. Abbildung 3.1a zeigt die zigarrenförmige Atom-Wolke (dunkelrotes Objekt) im Fallen-Einschluss der FORT. In einem zweiten Schritt 3.1b werden die Atome in ein flaches, radialsymmetrisches Potential umgeladen — die Squeeze-Falle. Um den tatsächlichen 2D-Einschluss zu realisieren, wird ein blau verstimmtes Gitter verwendet 3.1c, welches zu einem extremen Einschluss in z -Richtung führt.¹

Zur Kompression der elongierten Wolke wurde ein zweistufiges Verfahren gewählt. Zuerst wird die Wolke aus der zigarrenförmigen Falle in eine stark elliptische Dipolfalle — die so genannte Squeeze-Falle — umgeladen, welche mit Fallenfrequenzen von $\omega_r \approx 25$ Hz und $\omega_z \approx 1,2$ kHz die Wolke in eine pfannkuchenartige Form überführt. Dabei wird ein Aspektverhältnis von ca. 50 erreicht. Dieses reicht jedoch bei weitem nicht aus, um bei typischen Teilchenzahlen von 20 000 Atomen von einem zweidimensionalen Einschluss zu sprechen. Trotzdem wird die Wolke schon so weit in z -Richtung vorkomprimiert, dass ein effektives Umladen eines großen Teils der Wolke in eine noch flachere Falle möglich wird. Dazu wird ein blau verstimmt, leistungsstarkes Gitter mit der Squeeze-Falle überlagert. Wird nur eine Lage in diesem Gitter befüllt, ist das Ziel erreicht und es kann von einem echten zweidimensionalen, oblaten Einschluss für bis zu $N_{2D} \approx 1 \cdot 10^6$ Teilchen gesprochen werden, da Verhältnisse zwischen ω_r und ω_z von 1400 erzielt werden können. Eine schematische Darstellung des Protokolls ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

Wie müssen die Fallengeometrien dimensioniert werden, um das oben genannte Protokoll mit Lasern der Wellenlänge 1064 nm und 532 nm umzusetzen? Bei der Umsetzung sollten dabei immer die Anforderungen nach kleinen Heizraten, einem tiefem Falleneinschluss, hoher Stabilität und einem kompaktem Aufbau berücksichtigt werden. Besonders wünschenswert wäre die Möglichkeit, das in zwei Dimensionen gefangene Gas evaporativ nachzukühlen, was prinzipiell durch den repulsiven Charakter der gewählten Falle möglich sein sollte.

Antworten auf diese Fragen und Details zur Kühlung werden in den nächsten Abschnitten behandelt.

¹Die dargestellten Abbildungen wurden durch Wolf Weimer erstellt.

3.1.1 Zweistufiges Protokoll zur Erzeugung eines ultrakalten 2D Fermi-Gases

Geladene Teilchen zu fangen erscheint einfach, da sie durch ihre Ladung quasi als „Atome mit Griff“ betrachtet werden können. Die Coulomb Kraft kann ausgenutzt werden, um ein Ion an Ort und Stelle zu halten. Wie jedoch sieht die Situation für neutrale Atome wie z.B. ${}^6\text{Li}$ aus? Hier wurden in den letzten 50 Jahren, getriggert durch die Entwicklung des Lasers, bemerkenswerte Fortschritte erzielt. Für fast jeden Anwendungszweck stehen gut untersuchte Kühl- und Fangmechanismen zur Verfügung. Neben der Kühlung durch Strahlungsdruck, welche z.B. in magneto-optischen Fallen eingesetzt wird, ist der Einsatz von optischen Dipolfallen zum Standard geworden, um Kondensate aus ultrakalten Atomen zu erzeugen. Die folgende, knappe Darstellung der Theorie der Dipolfallen orientiert sich an [22]. Auf die dort behandelten magnetischen Fallen wird nicht weiter eingegangen, da die Spinabhängigkeit dieser Fallen nur schwer mit dem evaporativen Kühlen von fermionischen Atomen vereinbar ist.

Der Mechanismus der optischen Dipolfallen, beruht auf der Wechselwirkung von weit verstimmttem Licht mit dem induzierten Dipolmoment der Valenzelektronen eines Atoms. Durch die weite Verstimmung können Streuprozesse und Anregungen quasi vernachlässigt werden. Doch der Reihe nach: die geladenen Konstituenten eines Atoms erfahren durch ein externes elektromagnetisches Feld eine Polarisation die zu einem Dipolmoment führt. Dieses induzierte Dipolmoment wiederum kann mit dem externen elektromagnetischen Feld wechselwirken. Somit kann auch ein nach außen hin neutrales Atom ein Dipolmoment aufweisen.

Theorie der Dipolpotentiale

In einem einfachen klassischen Bild kann das Valenzelektron eines Alkali-Atoms als harmonischer Oszillator mit der Frequenz ω_A betrachtet werden. Dieser wird durch ein externes Feld mit der Frequenz ω_L getrieben. Daraus ergibt sich eine komplexe Polarisierbarkeit von

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_A^2}{\omega_A^2 - \omega_L^2 - i(\omega_L^3/\omega_A^2)\Gamma}. \quad (3.2)$$

Γ beschreibt die Dämpfung des Systems durch Energieverlust durch Strahlung. Der Realteil der Polarisierbarkeit ist ein Maß für die Dispersion, während der Imaginärteil die Absorption charakterisiert.

Das Dipolpotential kann nun aus der Kraft berechnet werden, die ein elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{r})$ auf ein Dipolmoment $\vec{p}(\vec{r}) = \alpha\vec{E}(\vec{r})$ ausübt:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{dip}}(\vec{r}) &= -\frac{1}{2}\nabla\langle\vec{p}(\vec{r})\vec{E}(\vec{r})\rangle = -\frac{1}{2}\nabla\langle\text{Re}(\alpha)\vec{E}(\vec{r})\vec{E}(\vec{r})\rangle \\ &\quad \text{Integration} \Downarrow \text{liefert} \\ U_{\text{dip}} &= -\frac{1}{2}\langle\vec{p}(\vec{r})\vec{E}(\vec{r})\rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c}\text{Re}(\alpha)I(\vec{r}). \end{aligned} \quad (3.3)$$

$I(\vec{r}) = 2\epsilon_0 c|E(\vec{r})|^2$ ist dabei die Intensität des externen Feldes. Aus dem absorptiven Anteil der komplexen Polarisation lässt sich analog die absorbierte Leistung $P_{\text{abs}} = \langle\vec{p}(\vec{r})\vec{E}(\vec{r})\rangle$ ausrechnen,

aus welcher die Streurrate Γ_{sc} folgt:

$$\Gamma_{\text{sc}} = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega_L} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\vec{r}). \quad (3.4)$$

Da die Polarisierbarkeit durch Gleichung 3.2 bekannt ist, können die Streurrate und die Tiefe des Dipolpotentials in den folgenden, experimentell leicht zugänglichen Größen ausgedrückt werden:

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_A^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_A - \omega_L} + \frac{\Gamma}{\omega_A + \omega_L} \right) I(\vec{r}) \approx \frac{3\pi c^2}{2\omega_A^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(\vec{r}), \quad (3.5)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_A^3} \left(\frac{\omega_L}{\omega_A} \right)^3 \left(\frac{\Gamma}{\omega_A - \omega_L} + \frac{\Gamma}{\omega_A + \omega_L} \right)^2 I(\vec{r}) \approx \frac{3\pi c^2}{2\omega_A^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right)^2 I(\vec{r}). \quad (3.6)$$

Hier wurde die Verstimmung $\Delta = \omega_L - \omega_A$ eingeführt. Die Terme auf der rechten Seite der Gleichungen gelten für den nahresonanten Fall in dem gilt $|\Delta| \ll \omega_A$. Aus diesen können einige generelle Eigenschaften abgelesen werden. Für das Dipolpotential wird z.B. ersichtlich, dass das Potential bei einer blauen Verstimmung, also für $\omega_L > \omega_A$, repulsiv wird. Atome werden also aus den Bereichen hoher Intensität heraus gedrückt. Im umgekehrten Fall der roten Verstimmung ($\omega_L < \omega_A$) wird das Potential attraktiv und die Atome haben ihre höchste Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Regionen hoher Intensität. Ein weiterer wichtiger Gesichtspunkt ist, dass bei der Planung einer Dipolfalle immer ein Kompromiss gemacht werden muss. Auf der einen Seite soll in den meisten Fällen eine tiefe Falle erzeugt werden. Damit sollte die Verstimmung Δ klein gewählt werden, da die Potentialtiefe proportional zu $1/\Delta$ ist. Auf der anderen Seite wird dann aber auch die Streu- bzw. Heizrate $\Gamma_{\text{sc}} \sim 1/\Delta^2$ stark ansteigen. Der Kompromiss besteht also darin, einen Mittelweg zwischen einer tiefen Falle und einer niedrigen Streurrate zu finden.

Bei einer voll quantenmechanischen Betrachtung des Problems ergeben sich ähnliche Ausdrücke für die Potentialtiefe und die Streurrate. Es kommt nur dadurch zu Abweichungen, dass es nicht nur einen sondern mehrere angeregte Zustände gibt. Die klassisch bestimmten Ausdrücke sind also eine gute Näherung, so lange die Verstimmung viel größer ist als die Fein- und Hyperfeinaufspaltung.

Die Intensitätsverteilung in einem Laserstrahl

Die Intensität des Lichtes, welches das Potential erzeugt, wurde bisher als Ortsabhängig angenommen. Diese Ortsabhängigkeit ist der Gauß'schen Intensitätsverteilung in einem Laserstrahl geschuldet. Diese ergibt sich aus der Lösung der paraxial genäherten Helmholtz-Gleichungen. Das transversale Intensitätsprofil folgt dabei der Form einer Gauß'schen Glockenkurve:

$$I(r) = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w^2}}. \quad (3.7)$$

I_0 ist dabei die Intensität des Strahls auf der Strahlachse. w gibt dabei den Radius an, bei dem die Intensität auf das $1/e^2$ -fache von I_0 abgefallen ist. Durch die intrinsische Strahldivergenz eines Laserstrahls mit endlicher Ausdehnung, muss es irgendwo entlang der Strahlachse einen Punkt

geben, bei dem w minimal ist. Dieser Strahlradius an diesem Punkt wird als Strahltaile oder Waist bezeichnet. Vor und hinter der Strahltaile divergiert der Strahl mit

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}. \quad (3.8)$$

Die Rayleigh-Länge $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ ist ein Maß für den Punkt, an welchem sich die Querschnittsfläche des Strahls von w_0 ausgehend verdoppelt hat.

Die Intensität eines Gauß'schen Strahls entlang der Strahlachse (z -Richtung) und der transversalen Richtung (r -Richtung) ergibt sich mit Gleichung 3.7 und 3.8 somit zu

$$I(r,z) = \frac{w_0}{w(z)} I_0 e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}}. \quad (3.9)$$

Fallenfrequenzen

Neben der Intensität der Falle und dem daraus abgeleiteten Fallenpotential wird die Fallenfrequenz häufig als Maß für die Tiefe einer Falle herangezogen. Die Grundannahme dabei ist, dass das Fallenpotential mit einem harmonischen Potential der Form

$$U_{\text{ho}} = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \quad (3.10)$$

genähert werden kann. ω entspricht dabei genau der Fallenfrequenz. Die Fallenfrequenzen können durch eine Taylor-Entwicklung erster Ordnung um die Punkte $r = 0$ und $z = 0$ aus Gleichung 3.9 und 3.5 errechnet werden. Diese ergeben sich zu

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_{\text{dip}}(0)}{m w_0^2}} \quad \text{und} \quad \omega_z = \sqrt{\frac{2U_{\text{dip}}(0)}{m z_R^2}}. \quad (3.11)$$

ω_z ist die Fallenfrequenz entlang der Strahlachse während ω_r die Fallenfrequenz senkrecht zur Strahlachse beschreibt. Zu beachten ist, dass für elliptische Strahlen die Fallenfrequenzen für die beiden Halbachsen gesondert berechnet werden müssen.

FORT für den Transport — Zigarre

Nach der bereits in Kapitel 2 beschriebenen Präparation der ${}^6\text{Li}$ Atome werden diese aus dem Kühlresonator mit Hilfe einer beweglichen Dipolfalle — der FORT² — aus dem Präparationsbereich in die Metallzelle, eine kompakte Stahlzelle mit exzellentem optischen Zugang transportiert. Bei einer Wellenlänge von 1064 nm, Leistungen bis zu 2,5 W und einem Waist von 23 μm bei einer Rayleighlänge von 1,8 mm können bis zu $2 \cdot 10^6$ Atome in die Metallzelle transportiert werden.

Dort wird die Wolke weiter evaporativ gekühlt und somit das Wolkenvolumen verkleinert. Die so in ihrer Größe reduzierte Wolke soll nun, möglichst verlustfrei und ohne nennenswertes Heizen, in die Squeeze-Falle umgeladen werden.

²FORT: Far Off Resonant Trap

Squeeze-Falle: Vorformen — Pfannkuchen

Bei der Dimensionierung von Dipolfallen spielt in erster Linie das Verhältnis aus Streurate $\Gamma \propto 1/\Delta^2$ und Falltiefe $U \propto 1/\Delta$ eine entscheidende Rolle, wobei Δ die Verstimmung des Dipolpotentials beschreibt, wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt wurde. Während die Streurate minimiert werden soll — um ein Aufheizen des Ensembles zu vermeiden — ist ein tiefer Falleneinschluss erstrebenswert. Als guter Kompromiss bot sich der im Labor verfügbare Hochleistungslaser³ der Wellenlänge 1064 nm an.

Die Größe und Leistung der Squeeze-Falle wurde zum einen durch die Geometrie des Aufbaus und die damit verbundene minimale Strahlgröße und zum anderen durch die erforderliche Falltiefe und einem hohen zu erzielenden Aspektverhältnis bestimmt. Die Falltiefe sollte dabei größer sein als die Temperatur der Wolke in der FORT. Diese Bedingungen wurden mit den folgenden Strahlparametern erfüllt.

Parameter	Squeeze	Gitter	Radialeinschluss
Waist [μm]	$w_y = 370, w_z = 8$	$w_y = 350, w_z = 35$	$w_r = 370$
Max. Leistung [W]	1	0,6	1,8
Max. Fallenfrequenzen [Hz]	$\omega_r \approx 2\pi \times 13,$ $\omega_z \approx 2\pi \times 2500$	$\omega_r \approx 2\pi \times -19,$ $\omega_z \approx 2\pi \times 26000$	$\omega_r \approx 2\pi \times 22,$ $\omega_z \approx 2\pi \times 0,01$
Aspektverhältnis ω_z/ω_r	≈ 50	≈ -1400	$\approx 0,45 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 3.1: Ideale Strahlparameter der drei eingesetzten Fallen. Für das blau verstimmte Gitter muss ein zusätzliches attraktives Potential überlagert werden, um den repulsiven Charakter des Gitters in der xy -Ebene auszugleichen (siehe Text).

Details zur Wahl der Strahlparameter auf Grund experimenteller Gegebenheiten sind im Abschnitt 3.3 dargestellt.

Blau verstimmtes Gitter: echt 2D — Oblate

Da das mit der Squeeze-Falle erreichte Aspektverhältnis von $\omega_z/\omega_r \approx 50$ und die daraus resultierende kritische Teilchenzahl von $N_{2D} = 1250$ weit unter der Angestrebten kritischen Teilchenzahl von $1 \cdot 10^6$ liegt, ist ein weiterer, stärkerer Einschluss in z -Richtung notwendig. Dieser wurde durch ein blau verstimmtes Gitter realisiert.

Der Einsatz eines Gitter an Stelle einer Laufwellen-Falle hat den Vorteil, dass Interferenz zu Potentialstrukturen auf der Größenordnung der Wellenlänge führen, während bei Laufwellen-Fallen immer die Beugungsbegrenzung der eingesetzten Optik die kleinst mögliche Struktur bestimmt. Kleinste Gitterkonstanten lassen sich durch kurze Wellenlängen und damit blau verstimmtem Licht erreichen. Dazu wurde, in einer kürzlich angefertigten Bachelorarbeit, eine

³Festkörper Mephisto MOPA System der Firma Innolight mit 25 W Spitzenleistung.

Quelle für Licht der Wellenlänge 532 nm aufgebaut⁴.

Um einen Einschluss in z -Richtung zu erreichen, werden die beiden Strahlen, die die Stehwelle formen, von der Seite unter einem halben Öffnungswinkel von ca. $5,2^\circ$ zur Interferenz gebracht. Die resultierende Gitterkonstante ist $g = 532 \text{ nm} / (2 \sin(5,2^\circ)) \approx 2,9 \mu\text{m}$. Die Ausdehnung der Wolke in der Squeeze-Falle in z -Richtung ist von der Größenordnung $\sim 3 \mu\text{m}$ ⁵. Somit besteht beim Umladen von der Squeeze-Falle in das Gitter die Chance, in nur eine einzige zweidimensionale Lage einzuladen. Die hier angegebene Ausdehnung bezieht sich dabei auf den Thomas–Fermi–Radius eines nicht wechselwirkenden Gases (siehe 2.1.1). Bei der Berücksichtigung von Wechselwirkung zwischen den Atomen wird sich die Wolkenausdehnung vergrößern. Dementsprechend ist ein Umladen bei möglichst kleinen Streulängen anzustreben.

Die Dimension der Strahltaillen der interferierenden Strahlen wurde so gewählt, dass ein maximaler Überlapp mit der Squeeze-Falle gewährleistet ist.

Das blau verstimmt Gitter erlaubt mit seinem extremen Aspektverhältnis das Einladen von $N_{2D} = 1 \cdot 10^6$ Teilchen bei Gewährleistung der Zweidimensionalität, da der erste angeregte Zustand im harmonischen Oszillator — gebildet durch die Stehwelle — energetisch so hoch liegt, dass thermische Anregungen quasi nicht möglich sind.

Durch den repulsiven Charakter des blau verstimmt Gitters ist ein nachträgliches evaporatives Kühlen möglich. Atome werden aus dem Zentrum der Falle heraus gedrückt. Um den Grad der Abstoßung und damit die Falltiefe zu variieren kann entweder die Squeeze-Falle als attraktives Potential dienen oder ein zusätzliches in z -Richtung eingestrahlt attraktives Fallpotential mit den in Tabelle 3.1 wiedergegebenen Parametern genutzt werden. Weiterhin werden durch das in z -Richtung eingestrahlt attraktive Potential die Imperfektionen der Squeeze-Falle in ihrer Radialsymmetrie in der xy -Ebene ausgeglichen.

Mit der nun etablierten Kombination aus Dipolfallen kann die kalte, zigarrenförmige Wolke aus der FORT sehr effizient in die Squeeze-Falle umgeladen und dort in eine Pfannkuchenform gebracht werden. Durch späteres Überlagern der Squeeze-Falle mit dem repulsiven Potential eines blau verstimmt Gitters wird der endgültige, extrem starke Einschluss in z -Richtung erreicht und es können bis zu $1 \cdot 10^6$ Atome in einer zweidimensionalen Umgebung gefangen werden.

3.2 2D und dann?

Die Frage, welche zusätzlichen Funktionen noch wünschenswert wären, ist bei der Planung eines Experiments häufig auf der Tagesordnung: so auch in unserem Fall. Wie könnte es experimentell weiter gehen, sobald ein zweidimensionales Fermi–Gas realisiert wurde? Die für unser Experiment schon fast offensichtliche Antwort lautet: Einzelatomdetektion und Manipulation

⁴Kombination aus Faserverstärker NuAmp PSFA-1064-50mW-50W-6-0 und Verdoppler-Resonator der Firma Evans&Sutherland. Erzielbare Ausgangsleistung für Licht der Wellenlänge 532 nm: 25 W. Eine detaillierte Schilderung des Verdoppler-Aufbau findet sich in der Bachelor-Arbeit von Johannes Thielking aus dem Jahr 2012.

⁵Parameter zur Berechnung des Thomas–Fermi–Radius: Fallenfrequenz in z -Richtung: 3,7 kHz, erreichbar mit einer Leistung von 500 mW in der Squeeze-Falle; Fermi–Temperatur: 2 μK , entspricht $500 \cdot 10^3$ Atomen in der Squeeze-Falle bei 500 mW.

von Atomen in optischen Gittern⁶. Wie jedoch lassen sich einzelne Atome, die so leicht sind wie Lithium durch Fluoreszenz detektieren? Das größte Problem dabei ist, dass jedes an einem Atom gestreute Photon mit Impuls k dieses, um die Rückstoßenergie $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m_{Li}$ heizt. Eine hohe Streurrate ist jedoch gerade erwünscht, um ein klares Detektionssignal zu erhalten. Dadurch wird schnell so viel Energie im Ensemble deponiert, dass die Atome nicht mehr kalt genug sind um durch die Falle an ihrem eigentlichen Ort gehalten werden. Zwei mögliche Lösungsstrategien für dieses Problem werden nun diskutiert.

3.2.1 Das Pinning-Gitter

Ein möglicher Lösungsansatz sieht ein sehr tiefes Gitter vor. Wie bereits oben erläutert skaliert die Potentialtiefe U einer Dipolfalle mit dem Inversen der Verstimmung Δ . Somit lassen sich extrem tiefe Gitter bei wenig Leistung am einfachsten mit nahresonantem Licht erzeugen. Es muss jedoch bedacht werden, dass dabei auch die Streuung zunimmt. Dies kann für Fluoreszenz-Abbildungen aber gerade gewollt sein. Mit dem in [23] beschriebenen Aufbau lassen sich lokal Gitter in das zweidimensionale Atomensemble mit einer Gitterkonstante von 1080 nm schreiben. Dabei wird Licht der Wellenlänge 1064 nm verwendet, welches gegenüber der Resonanz bei 670 nm stark verstimmt ist, und somit zu keinem tiefen Fallenpotential führt. Trotzdem sollen einzelne Atome aus diesem Gitter aufgelöst werden. Falls die einzelnen Atome in ein nahresonantes, tiefes Gitter umgeladen werden könnten, würde dies die Chancen, einzelne ortsfeste Atome zu detektieren, massiv verbessern. Wichtig dabei ist jedoch, dass beim Umladen möglichst keine Ortsinformation verloren geht. Dies ist bei einem Gitter, gebildet aus Licht der Wellenlänge ~ 670 nm, mit einer Gitterkonstante von 335 nm vergleichsweise gut gegeben, da auf jeden Gitterplatz vor dem Umladen mindestens zwei Gitterplätze im Pinning-Gitter fallen.

Daher sollte zusätzlich zu den bereits weiter oben angesprochenen Dipolfallen der optische Aufbau zur Realisierung eines Pinning-Gitters mit berücksichtigt werden. Die dabei verwendeten optischen Elemente sollten außerdem auch mit Licht der Wellenlänge 1064 nm im Bereich hoher Leistungen genutzt werden können.

3.2.2 Raman Seitenbandkühlen

Zusätzlich kann die Situation bei der Einzelatom-Detektion verbessert werden, wenn während der Abbildung effektiv gekühlt wird. Obwohl bei schweren Atomen wie z.B. ^{87}Rb , Kühlung durch eine optische Molasse im Gitter ausreichend sein kann (vgl. [25]), muss bei Lithium mit seiner hohen Dopplertemperatur auf effektivere Kühlmethoden zurückgegriffen werden. Dazu wurde in unserer Arbeitsgruppe eine theoretische Studie⁷ zur Realisierbarkeit von Raman Seitenbandkühlung angefertigt. Der grundsätzliche Kühlmechanismus beruht darauf, dass mittels eines Zweiphotonen-Übergangs Atome in niedrige Vibrationsniveaus transferiert und somit gekühlt werden. Ein Zweiphotonen-Übergang wird dabei genutzt um einen Übergang mit schmaler Linienbreite zu treiben, was zu Kühltemperaturen unterhalb der Dopplertemperatur führt (vgl. Abbildung 3.2). Dieser Zweiphotonen-Übergang kann, z.B. durch die in [23] verwendeten

⁶Ausführlich beschrieben in der Bachelor-Arbeit von Nicklas Luick aus dem Jahr 2013 [23].

⁷Bachelorarbeit von Alexander Eikhof [24].

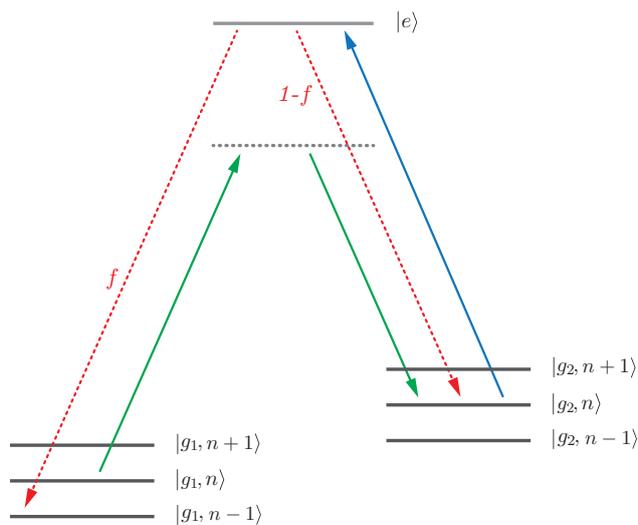


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Kühlprozesses beim Raman-Seitenbandkühlen in Anlehnung an [24, Seite 54]. Mittels eines Zweiphotonen-Übergangs (grün) werden die beiden Zustände $|g_1, n\rangle$ und $|g_2, n-1\rangle$ gekoppelt, wobei g_x die elektronische- und n die Vibrationsquantenzahl darstellt. Atome im Zustand $|g_2, n-1\rangle$ werden mit dem Pump-laser (blau) in den angeregten Zustand $|e\rangle$ transferiert von wo aus sie spontan in die Zustände $|g_1, n-1\rangle$ und $|g_2, n-1\rangle$ zerfallen können. Zerfällt das Atom in den Zustand $|g_1, n-1\rangle$ wurde um ein Vibrationsquant gekühlt.

Gitterstrahlen, getrieben werden. Dabei ist es unerlässlich, dass die zur Kühlung verwendeten Strahlen Impulskomponenten in allen drei Raumrichtungen aufweisen. Der benötigte Pump-laser (siehe Abbildung 3.2) kann mit Licht der Wellenlänge 670 nm realisiert werden und soll ebenfalls Impulskomponenten in allen drei Raumrichtungen aufweisen. Die dazu benötigten optischen Elemente sollten somit auch in den Aufbau integriert werden.

3.3 Die Experimentelle Umsetzung

3.3.1 Rahmenbedingungen

Neben dem nur sehr eingeschränkt verfügbaren Platz (siehe Abb. 3.3) standen hohe Ansprüche an die Stabilität des Aufbaus bei der Planung an erster Stelle. Um bei der später angestrebten Auflösung von 670 nm eine hohe Reproduzierbarkeit der Messungen zu gewährleisten dürfen die Schwankungen in der Position der Fallen nicht viel größer sein als die Auflösung des Abbildungssystems. Die mechanische Stabilität des Aufbaus wird dabei hauptsächlich durch starke Magnetfeldschwankungen in der Größenordnung von einigen hundert Gauß und die durch hohe Spulenströme hervorgerufenen Temperaturschwankungen beeinträchtigt.

Um diesen Anforderungen zu genügen wurde ein sehr kompaktes Design unter Einsatz von weitgehend nicht magnetischen Materialien gewählt. Die hohe Temperaturstabilität wird durch ein Breadboard aus Verbundwerkstoff⁸ sichergestellt.

Weitere Randbedingungen waren durch die verfügbaren Laser, dem Wunsch nach Bildgebung entlang aller Achsen zur Erleichterung der Justage und die Voraussetzung gegeben, dass die endgültige Feinjustage durch den Einsatz von Piezomechanik möglich sein sollte. Zusätzlich sollte der gesamte Aufbau unabhängig von dem bestehenden Hauptexperiment aufgebaut und getestet werden, um die Arbeiten dort nicht zu beeinträchtigen.

⁸Material: EP GC 201 der Firma Hippe.

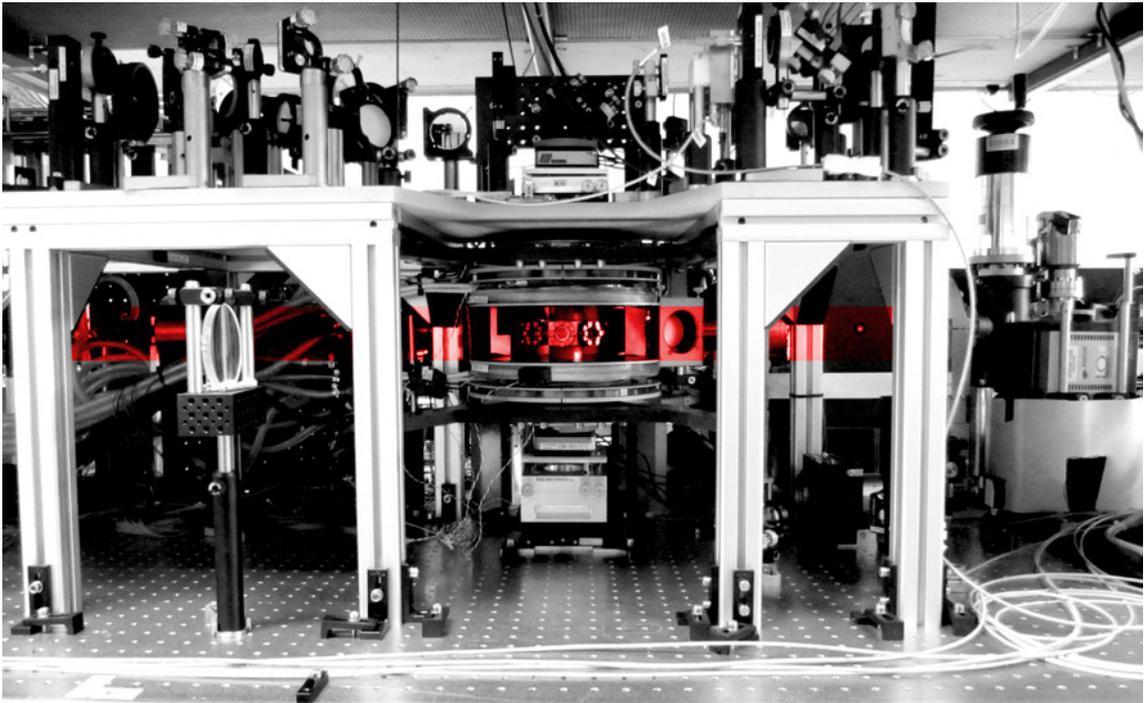


Abbildung 3.3: Der verfügbare Platz für die Optik zur Erzeugung der 2D Potentiale ist in der Abbildung rot gekennzeichnet.

In Abbildung 3.4 ist die gesamte Optik dargestellt, welche zur Erzeugung der 2D-Potentiale benötigt wird. Sowohl der mechanische Aufbau als auch die damit erzeugten Potentiale werden nun eingehender betrachtet. Da der Aufbau auf Grund seiner Kompaktheit im eingebauten Zustand nur schwer zugänglich und überschaubar ist, wird zu jeder Falle eine detaillierte Justageanleitung gegeben.

3.3.2 Optik für die Squeeze-Falle

Die räumlichen Beschränkungen auf dem Breadboard ließen nur den Einsatz von Optik mit einem Durchmesser von maximal 18 mm kurz vor der Metallzelle zu (siehe Abbildung 3.7, oben mitte), der Abstand zwischen letzter Linse und der späteren Position der Atome konnte auf 150 mm reduziert werden wie aus Abbildung 3.7 ersichtlich ist. Somit ergab sich eine Beugungsbegrenzung für die erreichbare minimale Strahltaile von etwa $6\ \mu\text{m}$ (siehe Abschnitt 3.1.1) unter der Annahme, dass 90% der Fläche von optischen Elementen ausgenutzt werden können. Die Abmessung der Strahltaile in y -Richtung wurde mit $370\ \mu\text{m}$ als ein Kompromiss zwischen Aspektverhältnis, Falltiefe und dem durch das vorhandene Mikroskop abzubildenden Raumbereich gewählt.

Um dem Strahl der Squeeze-Falle eine solch starke Elliptizität zu verleihen und trotzdem eine fast beugungsbegrenzte Strahltaile in einer Achse zu ermöglichen, wurde eine Zylinderlinse eingesetzt, welche nur die größere der beiden Strahltaile beeinflusst, wie aus Abbildung 3.5 er-

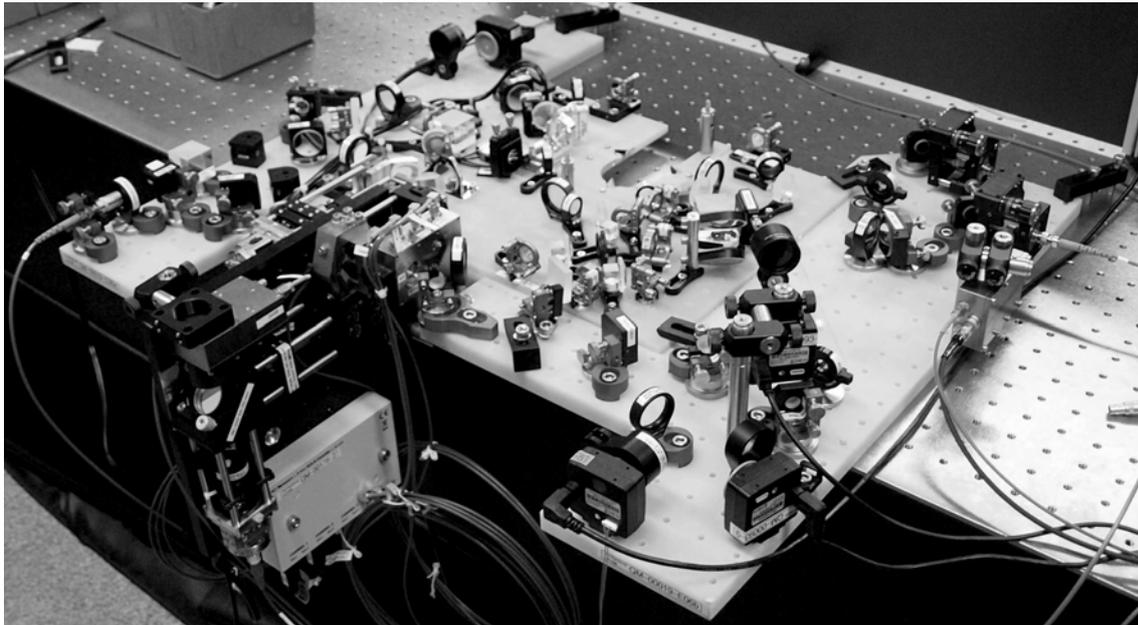


Abbildung 3.4: Optischer Aufbau zur Erzeugung der 2D-Potentiale im nicht eingebauten Zustand.

sichtlich wird. Das dadurch etwas kompliziertere Design wurde in Kauf genommen, da die durch Zylinderlinsen hervorgerufenen Abbildungsfehler deutlich größer sind als die Abbildungsfehler, die beim Einsatz von Achromaten entstehen. Somit konnten die Abbildungsfehler in der Achse mit kleiner Strahltaile minimiert werden.

Zur stabilen und flexibel einstellbaren Auskopplung des 1064 nm Lichtes aus der Faser⁹ wurde ein in sechs Achsen verstellbarer Faserkoppler der Firma Toptica mit integrierter Auskoppel- linse verwendet¹⁰. Eine Zylinderlinse fokussiert in der Sagittalebene den ausgekoppelten Strahl, um am Ort der Atome eine große Strahltaile zu erzeugen. Zur Reinigung der Polarisierung folgt nach der Zylinderlinse eine Kombination aus $\lambda/2$ -Platte und einem Polarisations-Strahlteiler. Die Polarisierung ist dabei vertikal gewählt um, eine Interferenz der Squeeze-Falle mit etwaigem in z -Richtung eingestrahlt Licht zu vermeiden. Ein nachfolgendes, in zwei Achsen bewegliches Spiegelpaar dient der präzisen Ausrichtung des Strahls parallel zum Breadboard und senkrecht zu den nachfolgenden Linsen. Der erste der beiden Spiegel ist dabei ein Langpass¹¹ bis zu 808 nm und erlaubt das Einstrahlen von Licht zur Abbildung der Atome oder noch weiteren zusätzlichen Wellenlängen. Es folgt ein Achromat der Brennweite $f = 200$ mm, welcher den Strahl in der Meridionalebene kollimiert. Somit kann mit der nachfolgenden, auf einem piezogetriebenen Verschiebetisch¹² positionierten Linse mit der Brennweite $f = 150$ mm, der Fokus am Ort der Atome frei verschoben werden. Der letzte Spiegel vor der Metallzelle ist piezomechanisch

⁹Thorlabs PM Single Mode Faser PM980-XP mit einer NA von 0,12

¹⁰Toptica FiberDock 2Vo, Brennweite $f = 4,51$ mm

¹¹Laseroptik Garbsen HT532 nm + 808 nm HR1064 nm/45°.

¹²Newport Agilis AG-LS25.

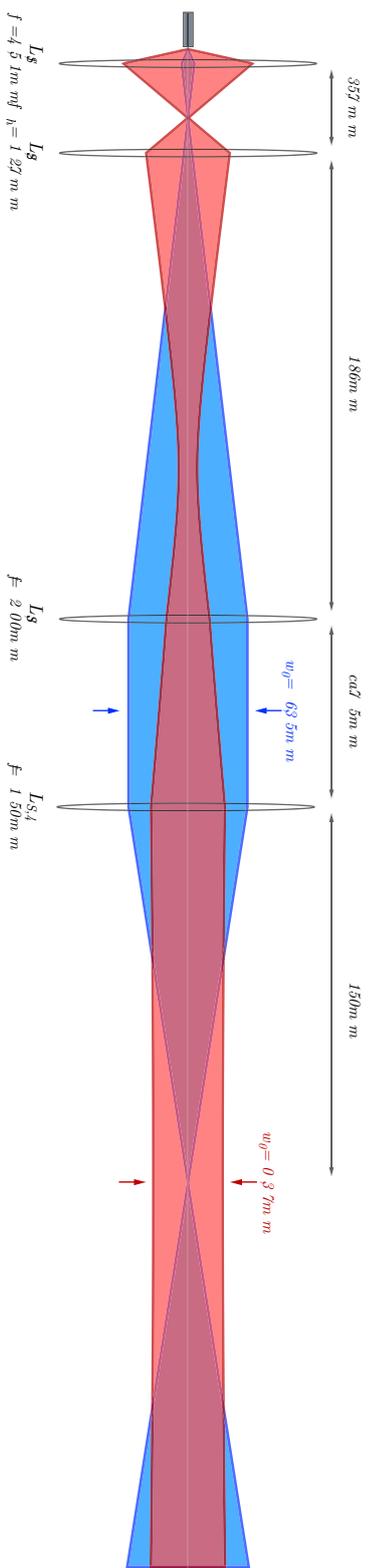


Abbildung 3.5: Optik zur Präparation der Squeeze-Falle. Der blaue Strahlverlauf stellt die sagittale, der rote die meridionale Ebene dar. Der Maßstab der blauen Abbildung ist senkrecht zur Strahlachse um einen Faktor 10 kleiner als der Maßstab der roten Abbildung. Die eingesetzten Linsen werden in Tabelle 3.2 genauer spezifiziert. Der Abstand zwischen der Faserferrule und der ersten Linse beträgt 5,7 mm.

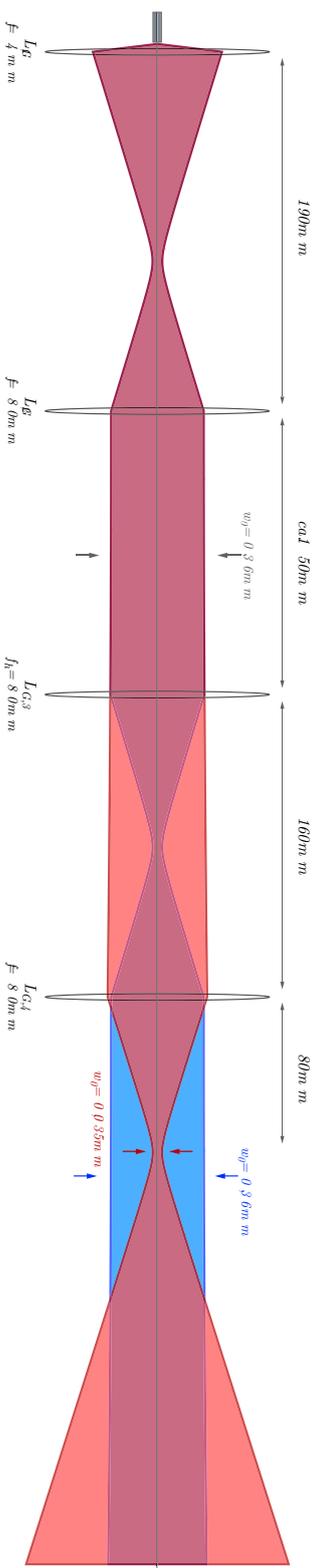


Abbildung 3.6: Optik zur Erzeugung des blau verstimmtten Gitters. Die eingesetzten Linsen werden in Tabelle 3.2 genauer spezifiziert. Der Abstand zwischen der Faserferrule und der ersten Linse beträgt 4,1 mm.

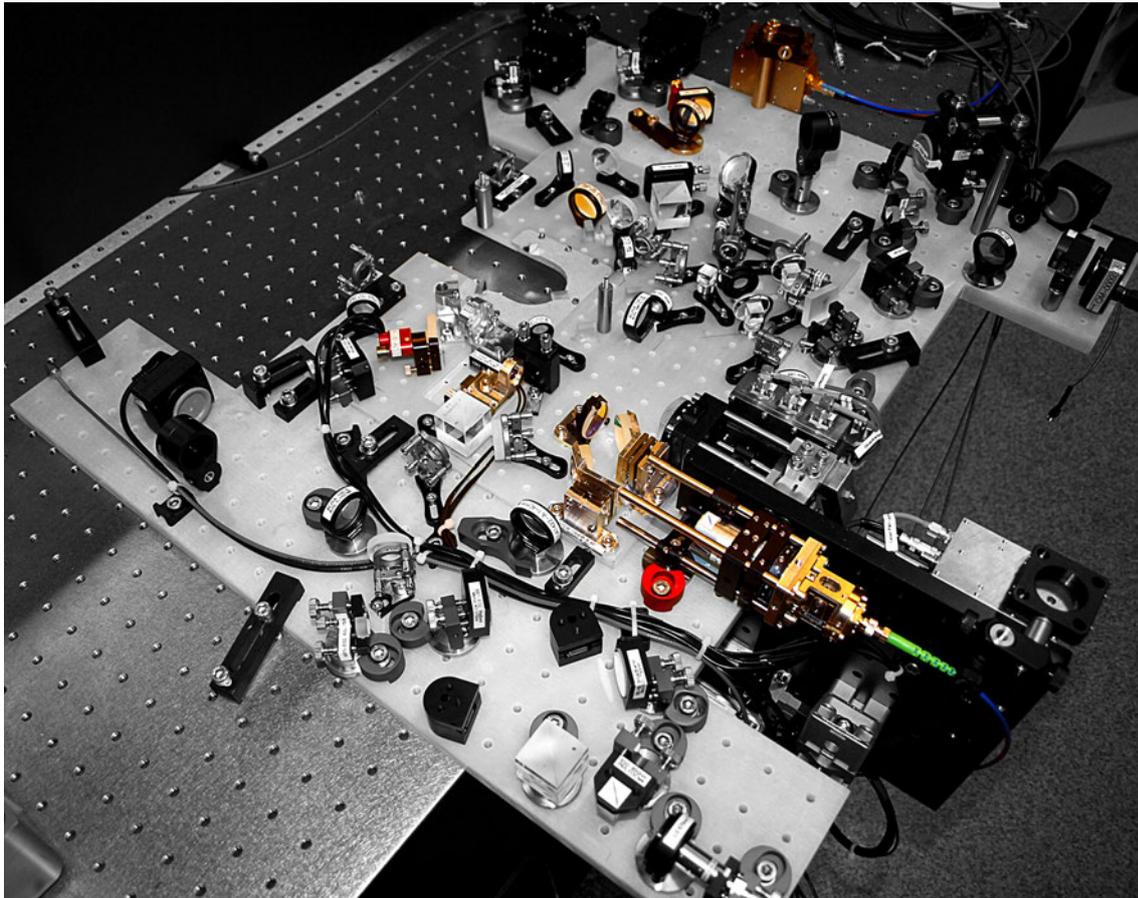


Abbildung 3.7: Experimentelle Realisierung der die Squeeze-Falle bildenden Optik. Alle an der Squeeze-Falle beteiligten optischen Elemente sind eingefärbt.

betrieben¹³ und kann genutzt werden, um die Position der Squeeze-Falle anzupassen.

Zur Leistungskontrolle- und Regelung wird die Leistung des aus der Metallzelle austretenden Lichts hinter einem für Licht der Wellenlänge 1064 nm transparenten Spiegel mit einer Photodiode gemessen (rechts oben in Abbildung 3.7).

Justage

Eine detaillierte Justageanleitung für das FiberDock findet sich unter www.toptica.de. Dabei ist zu beachten, dass die Position der ersten Linse im FiberDock extrem sensitiv ist. Schon eine minimale Verschiebung kann zu einer dramatischen Dejustage des Strahls an der Atomposition führen.

Auch die Zylinderlinse reagiert sehr empfindlich auf Verschiebung. Durch ein Verdrehen der Zylinderlinse in ihrem Halter kann die Squeeze-Falle parallel zum Breadboard ausgerichtet

¹³Newfocus 8886 Pint Sized Corner Mount $\varnothing 12,7$ mm.

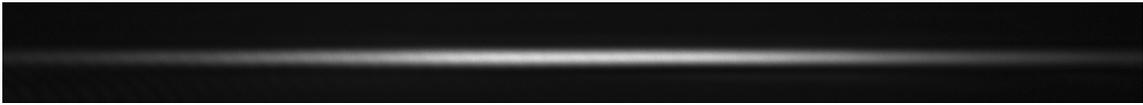


Abbildung 3.8: Intensitätsprofil der Squeeze-Falle im eingebauten Zustand. Die Strahlmessungen wurden mittels eines zweidimensionalen Fits eines Gauß-Profiles an die Intensitätsverteilung bestimmt.

werden. Dabei ist zu beachten, dass beim Anziehen der Feststellschraube die Position der Linse leicht verändert wird. Besonders zu beachten ist, dass die Gitterebenen des blau verstimmten Gitters parallel zur langen Halbachse der Squeeze-Falle liegen.

Das nachgelagerte Spiegelpaar ist dagegen relativ unkritisch, lässt sich jedoch durch den Einsatz von einem sehr weichen Material bei den integrierten Madenschrauben nicht beliebig oft nachjustieren. Die Position der Kollimationslinse entlang der Strahlachse lässt sich mittels einer Inbusschraube auf der Rückseite des Linsenhalters verstellen. Beim Öffnen der Inbusschraube kann die Linse auch leicht verkippt werden, was allerdings vermieden werden sollte, um Strahlfehler zu vermeiden. Daher sollte die Linse — falls die Position geändert wurde — danach mit der Methode der Rückreflexion ausgerichtet werden. Die danach folgende Linse fokussiert den Strahl und hat nur den durch den Piezoverschiebetisch gegebenen Freiheitsgrad. Der Hub des Verschiebetisches beträgt ± 3 mm. Gleiches gilt für den piezogetriebenen Spiegelhalter dessen Hub die Position der Squeeze-Falle am Ort der Atome um ca. ± 6 mm beeinflussen kann. Der Spiegelhalter ist dabei mit einer M4-Inbusschraube auf dem Breadboard befestigt.

Nach dem Aufbau der Auskoppeloptik und der Kollimationslinse wurde — während die Zylinderlinse noch fehlte — der resultierende Strahl auf seine Idealgröße von $w_{\text{coll}} = 6,35$ mm gebracht und mit Hilfe eines Shearing-Interferometers die Wellenfront durch Verschieben der Auskoppellinse senkrecht zur Strahlachse optimiert. Da Strahltaillen größer 3 mm nicht mehr zuverlässig mit dem verfügbaren Beamprofiler¹⁴ vermessen werden können, muss zur Vermessung des kollimierten Squeeze-Fallen-Strahls die knife-edge Methode zur Bestimmung der Strahltaille verwendet werden. Die Zylinderlinse wurde positioniert, in dem nach dem Einsetzen selbiger und der fokussierenden Linse vor den Atomen die sagittale Strahltaille am Ort der Atome auf $370 \mu\text{m}$ optimiert wurde.

Experimentell konnten Strahlmessungen von $w_y = (376,8 \pm 1,2) \mu\text{m}$ und $w_z = (7,8 \pm 0,4) \mu\text{m}$ nahe an den oben genannten (siehe Tabelle 3.1) idealen Werten von $w_{y,\text{ideal}} = 370 \mu\text{m}$ und $w_{z,\text{ideal}} = 8 \mu\text{m}$ erreicht werden (siehe Abbildung 3.8).

3.3.3 Optik für das blau verstimmte Gitter

Der zentrale Teil der Optik für das blau verstimmte Gitter ist ein monolithischer Aufbau zur phasenstabilen Aufspaltung eines Laserstrahls in zwei Teilstrahlen. Diese zwei Teilstrahlen werden am Ort der Atome zur Interferenz gebracht und bilden die Stehwelle für den starken Einschluss in z -Richtung. Wie in Abbildung 3.6 zu sehen werden auch die Strahltaillen der Gitterstrahlen mit einer zylindrischen Linse in eine elliptische Form gebracht. Der sagittale Waist ist

¹⁴Cinogy CMOS-1201 (1/2") Beamprofiler mit $5,2 \mu\text{m} \times 5,2 \mu\text{m}$ Pixelgröße.

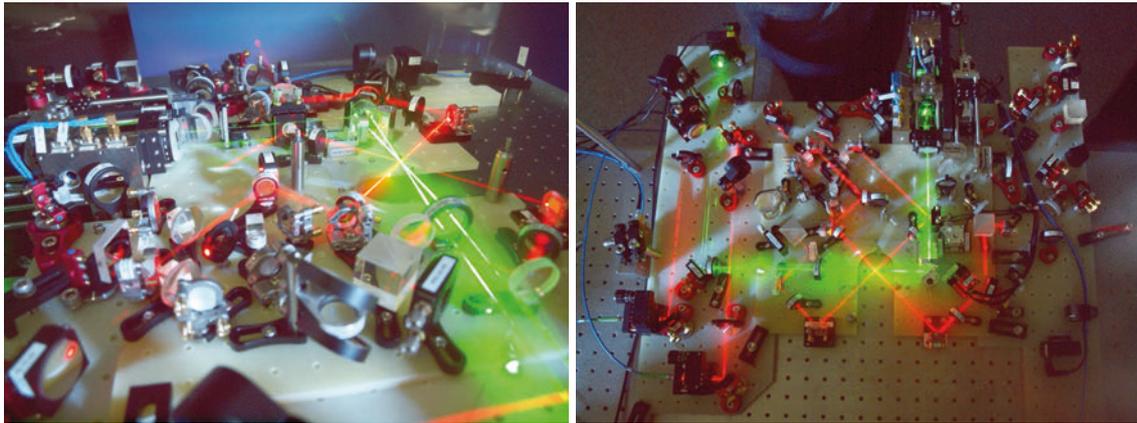


Abbildung 3.9: Aufbau zur Erzeugung der blau verstimmt Gitterstrahlen. Für die Aufnahmen wurde der Aufbau mit Trockeneis eingenebelt. Für jede Abbildung wurden jeweils 10 Bilder multipliziert.

dabei von der gleichen Größe wie der der Squeeze-Falle, also ~ 370 nm, um einen großen Überlapp zu gewährleisten. Der meridionale Waist ist so gewählt, dass sich die Fallenfrequenzen in x - und in y -Richtung nach dem Überlagern der Strahlen möglichst genau gleichen und ein nahezu zylindersymmetrischer Einschluss entsteht.

Wie auch bei der Squeeze-Falle wird das Licht für das blau verstimmt Gitter der Wellenlänge 532 nm mit einem Toptica FiberDock aus der Faser ausgekoppelt. Die Auskoppellinse gemeinsam mit dem nachfolgenden Achromaten vergrößern und kollimieren den Strahl bei einer Strahltaile von ca. $360 \mu\text{m}$. Zwischen den beiden Linsen befindet sich eine $\lambda/2$ -Platte mit einem nachfolgenden Polarisations-Strahlteiler zur Reinigung der Polarisation nach der Faser. Der kollimierte Strahl wird durch einen in zwei Achsen verkipptbaren Spiegel auf einen Polarisations-Strahlteiler gelenkt. Dieser sorgt für die Aufspaltung des Strahls in zwei kohärente Teilstrahlen, welche später zur Interferenz gebracht werden. Der Aufbau ist schematisch in Abbildung 3.11 dargestellt.

Kurz nach dem FiberDock wird, hinter einem rückseitig polierten Spiegel, welcher wenige Prozent des eingestrahlt Lichtes durchlässt, die Leistung zur Kontrolle und Stabilisation gemessen.

Da die beiden aus dem Strahlteiler auslaufenden Teilstrahlen unterschiedliche Polarisation haben, wird eine der beiden Polarisationen mit einer $\lambda/2$ -Platte angepasst. Der weiterhin kollimierte Strahl passiert eine Zylinderlinse die wie schon bei der Squeeze-Falle auch nur die sagittale Ebene beeinflusst und zusammen mit der folgenden Linse ein zylindrisches Teleskop der Vergrößerung 1 darstellt. Dadurch kann die Fokusposition des blau verstimmt Gitters mit Hilfe der letzten auf einem Piezoverschiebetisch montierten Linse relativ unabhängig von der Größe des Strahls in der Horizontalen verschoben werden.

Der letzte Spiegel vor der Metallzelle ist dichrotisch und kombiniert die Squeeze-Falle und das blau verstimmt Gitter auf einer Strahlachse.

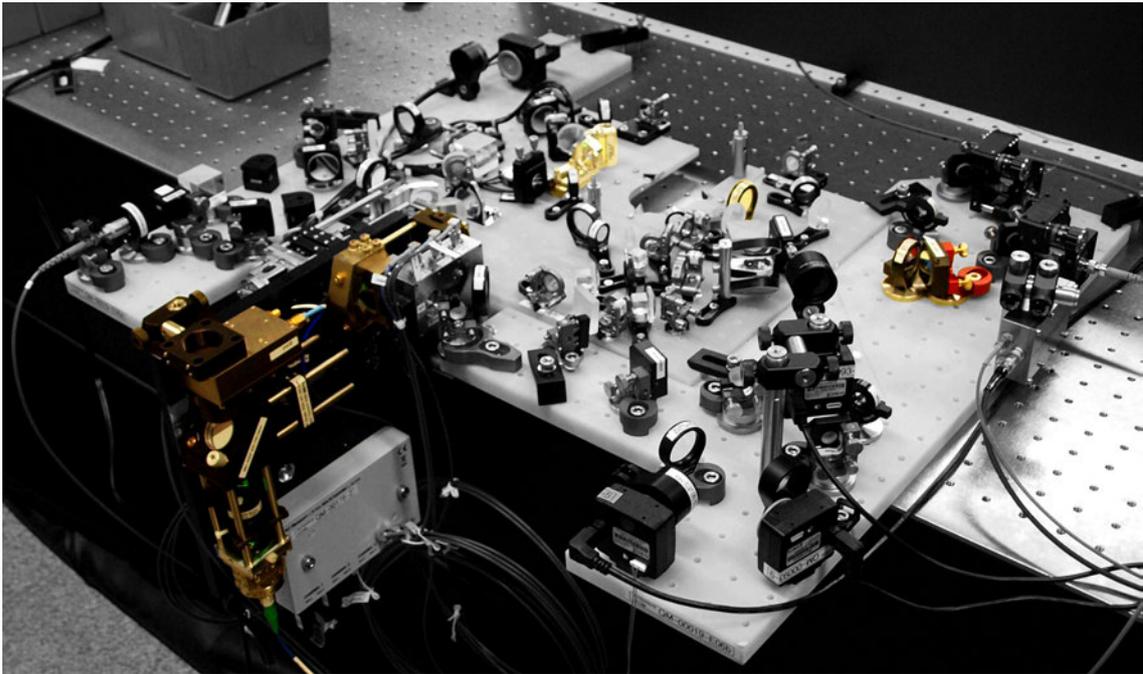


Abbildung 3.10: Experimenteller Aufbau zur Erzeugung des blau verstimmtten Gitters. Alle am Gitter beteiligten optischen Elemente sind eingefärbt.

Justage

Durch die kurze Brennweite der Auskoppellinse ist auch diese sehr empfindlich gegenüber Änderung ihrer Position entlang der Strahlachse. Auch traten im späteren Betrieb vermehrt Probleme mit der Stabilität des FiberDock auf. Schon das Berühren der eingesteckten Faser reichte aus, um die Position des Gitters erheblich zu beeinflussen. Die Stabilität könnte durch ein Feststellen der Faser-Ferrule im FiberDock verbessert werden was jedoch eine komplette Neujustage der folgenden Elemente bedeuten würde.

Aus Platzgründen wurde das in Abbildung 3.6 dargestellte Schema gefaltet und in einem um 90° gewinkelten Käfig-System aufgebaut (Abb. 3.10). Dies bietet zusätzlich durch den im Winkel angebrachten Spiegel einen weiteren Freiheitsgrad bei der Justage. Vor der Positionierung der weiteren Linsen wurde mit Hilfe dieses Spiegels und der Position der Auskoppellinse sichergestellt, dass der Strahl auf der Achse des Käfig-Systems lief.

Die Position der beiden ersten Linsen wurde optimiert in dem sie iterativ so lange verschoben wurden, bis der Strahl nach der zweiten Linse einen Waist von $360\ \mu\text{m}$ aufwies und kollimiert war. Mit dem nächsten Spiegel, dem im Strahlteilerblock montierten Polarisations-Strahlteiler und den darauf folgenden beiden Spiegeln wurden die auslaufenden Strahlen in mehreren Schritten mit Hilfe einer Justagelehre so positioniert, dass sie parallel zum Breadboard in einem Abstand von 14 mm zueinander verliefen. Die Justagelehre ist ein $\sim 9\ \text{mm}$ dicker Alublock, welcher symmetrisch zwei präzise gebohrte Löcher mit $\varnothing 1\ \text{mm}$ und einem Abstand von 14 mm aufweist. Diese kann anstatt der Zylinderlinse in das Käfig-System eingesetzt werden. Dadurch, dass der

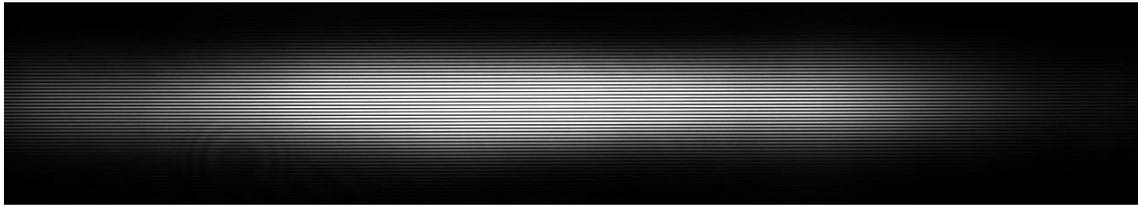


Abbildung 3.12: Strahlprofil des blau verstimmen Gitters im eingebauten Zustand.

Alublock im Vergleich zum Lochdurchmesser recht dick ist, ist klar erkennbar, wann sich die beiden Teilstrahlen auf einer Achse mit den Löchern befinden.

Danach kann die Zylinderlinse eingesetzt und gemeinsam mit der letzten Linse vor der Metallzelle iterativ so verschoben werden, dass der sagittale Waist $360\ \mu\text{m}$ beträgt und kollimiert ist. Experimentell wurde am Ort der Atome eine Strahltaile von $w_y = (362 \pm 2)\ \mu\text{m}$ und $w_z = (36,4 \pm 1,5)\ \mu\text{m}$ realisiert.

Die korrekte Position der Strahltaillen und des grünen Gitters wurden ermittelt wie folgt: Um einen Anhaltspunkt zu finden, auf welchen die Position des Gitters optimiert werden soll, wurde zuerst die atomare Wolke mit Licht der Wellenlänge $671\ \text{nm}$ in x -Richtung abgebildet. Die Verschiebung der Abbildungsebene durch die Wellenlängendifferenz zwischen dem Abbildungslicht und dem Licht der Gitterstrahlen beträgt $8,8\ \text{mm}$. Somit wurde die Kamera in der x -Achse um genau diesen Abstand verschoben womit nun die Gitterstrahlen scharf am Ort der Atome abgebildet wurden. Daraufhin wurde die Linse verschoben, welche die Gitterstrahlen fokussiert. Damit wurde die korrekte Linsenposition gefunden, bei der die Strahltaile am Ort der Atome am kleinsten war. In einem letzten Schritt wurden die beiden Strahlen die das Gitter formen mittels der Strahlteilermechanik 3.11 zum Überlapp gebracht. Das so geformte Gitter ist in Abbildung 3.12 dargestellt.

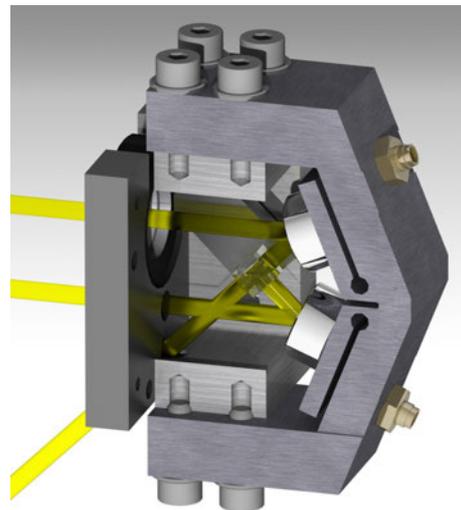


Abbildung 3.11: Schematische Darstellung der Aufspaltung des kollimierten Strahls der Wellenlänge $532\ \text{nm}$. Die Abbildung stellt einen Schnitt dar.

3.3.4 Optik für das Pinning-Gitter

Die Dimensionen des Pinning-Gitter wurden hauptsächlich unter dem Gesichtspunkt des guten Überlapps mit dem in [23] realisierten Gitter gewählt. Die Strahlradien am Ort der Atome von $\sim 180\ \mu\text{m}$ in sagittaler und $\sim 14\ \mu\text{m}$ in meridionaler Richtung sind mit moderatem Aufwand realisierbar und liefern dabei trotzdem ein Gittervolumen, welches keine zu hohen Leistungen erfordert. Bei diesen Strahl-Abmessungen und einer Leistung von $15\ \text{mW}$ können Gittertiefen von bis zu $\sim 4000\ E_R$ erreicht werden. Die Linsenordnung zur Präparation der Gitterstrahlen ist schematisch in Abbildung 3.13 dargestellt. Die Auskoppeloptik ist dabei nicht gezeigt. Der

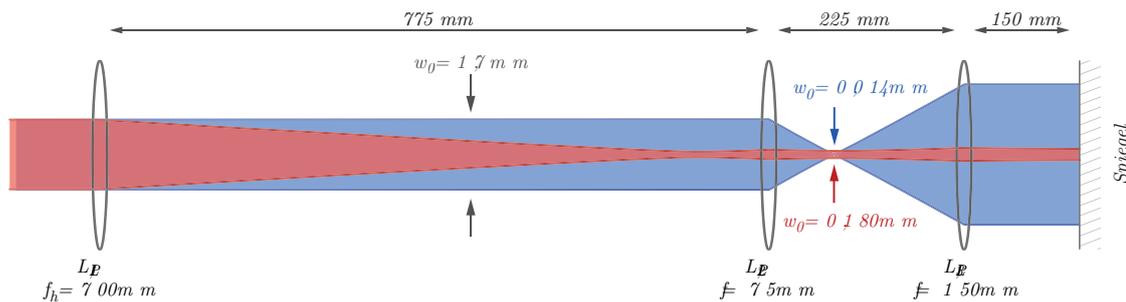


Abbildung 3.13: Schematische Darstellung der Linsenordnung zur Erzeugung der Gitterstrahlen für das Pinning-Gitter. Die eingesetzten Linsen werden in Tabelle 3.2 genauer spezifiziert.

Strahl wird mittels einer Miniskuslinse mit $f = 15,29$ mm aus der Faser ausgekoppelt. Es ergibt sich ein Strahlradius von 1,7 mm nach der Linse.

Da der optische Aufbau auf Grund von Platzmangel sehr kompakt gehalten und im eingebauten Zustand nur schwer zu überblicken ist, wird eine detaillierte Beschreibung des Strahlengangs gegeben. Unten links in Abbildung 3.14 ist die Auskoppeloptik dargestellt. Das Licht beider Gitterarme wird mittels der oben genannten $f = 15,29$ mm Linse kollimiert und mit einer langen, zylindrischen Linse ($f_V = 700$ mm) in meridionaler Richtung leicht fokussiert, um die gewünschte Elliptizität des Strahls am Ort der Atome zu erhalten. Danach folgt eine Anpassung der Polarisation mittels einer $\lambda/2$ -Platte. Da die Polarisation des Lichts, welches für die Abbildung in den Gitterachsen verwendet wird, horizontal gerichtet sein muss, muss für die Gitterstrahlen vertikal polarisiertes Licht verwendet werden. Nur dann kann dieses sauber vom Abbildungslicht bei gleicher Wellenlänge getrennt werden. Mittels zweier Polarisations-Strahlteiler werden die Gitterstrahlen mit dem für die Abbildung benötigten Licht überlagert und mit der nachfolgenden Linse ($f = 75$ mm) auf die Atomposition fokussiert. Die aus der Metallzelle austretenden Strahlen werden mit einer Linse der Brennweite $f = 150$ mm im Abstand 150 mm nahezu kollimiert. Der dahinter, im Abstand von f zur Linse, positionierte Spiegel bildet den Fokus am Ort der Atome auf sich selbst ab und realisiert somit eine Stehwelle. Vor den die Rückreflexe erzeugenden Spiegeln wird, mittels zweier Polarisations-Strahlteiler das zur Abbildung der Atome verwendete Licht vom dem der Gitterarme getrennt.

Für die zur Abbildung verwendeten Optik wurden zöllige Elemente verwendet, um eine Auflösung $> 6 \mu\text{m}$ zu gewährleisten¹⁵. Die Abbildungsoptik liefert durch die in Abbildung 3.15 braun markierten Linsen eine 1:1 Abbildung entlang der Gitterachsen. Der zur Abbildung genutzte Strahlengang kann in Abbildung 3.15 nachvollzogen werden.

Justage

Bei der Justage der Gitterarme muss vor allem auf eine gute Überlagerung des Rückreflexes mit dem einlaufenden Strahl geachtet werden. Diese kann mit den in Abbildung 3.14 gelb markierten Spiegeln optimiert werden. Zuerst muss jedoch der Überlapp der Gitterstrahlen mit

¹⁵Zur Berechnung der Auflösung wurde das Rayleigh-Kriterium $\Delta l = 1,22 f \lambda / D$ [26, S. 461] verwendet. f ist die Brennweite, λ die Wellenlänge des eingesetzten Lichts und D der Durchmesser der verwendeten Optik.

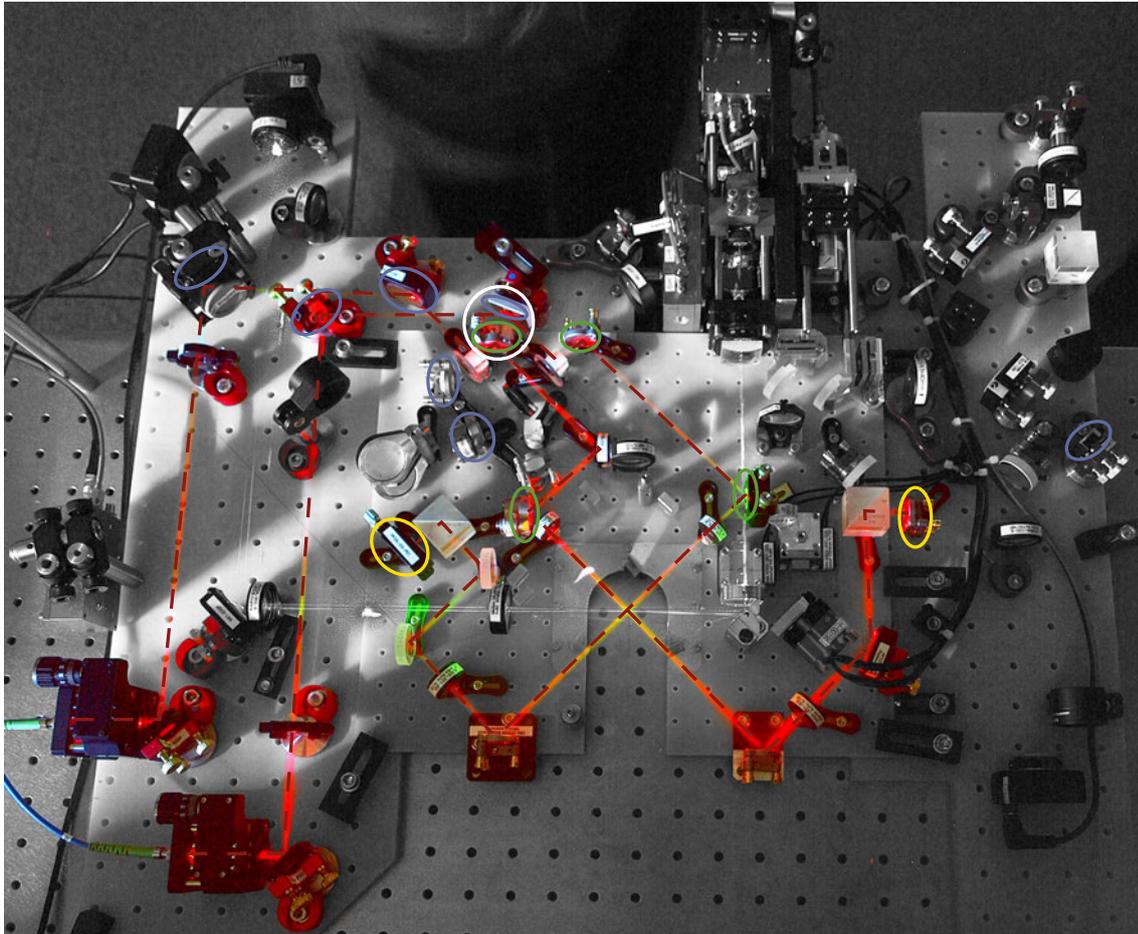


Abbildung 3.14: Foto des optischen Aufbaus zu Erzeugung der Gitterstrahlen. Der Strahlengang der Gitterstrahlen ist farblich hervorgehoben. Das Foto wurde mit Trockeneisnebel aufgenommen um den Strahlengang sichtbar zu machen. Die grünen Verfärbungen sind durch den Gitterlaser bei 532 nm der zur gleichen Zeit lief verursacht. Die farblich hervorgehobenen Elemente sind im Text weiter erläutert.

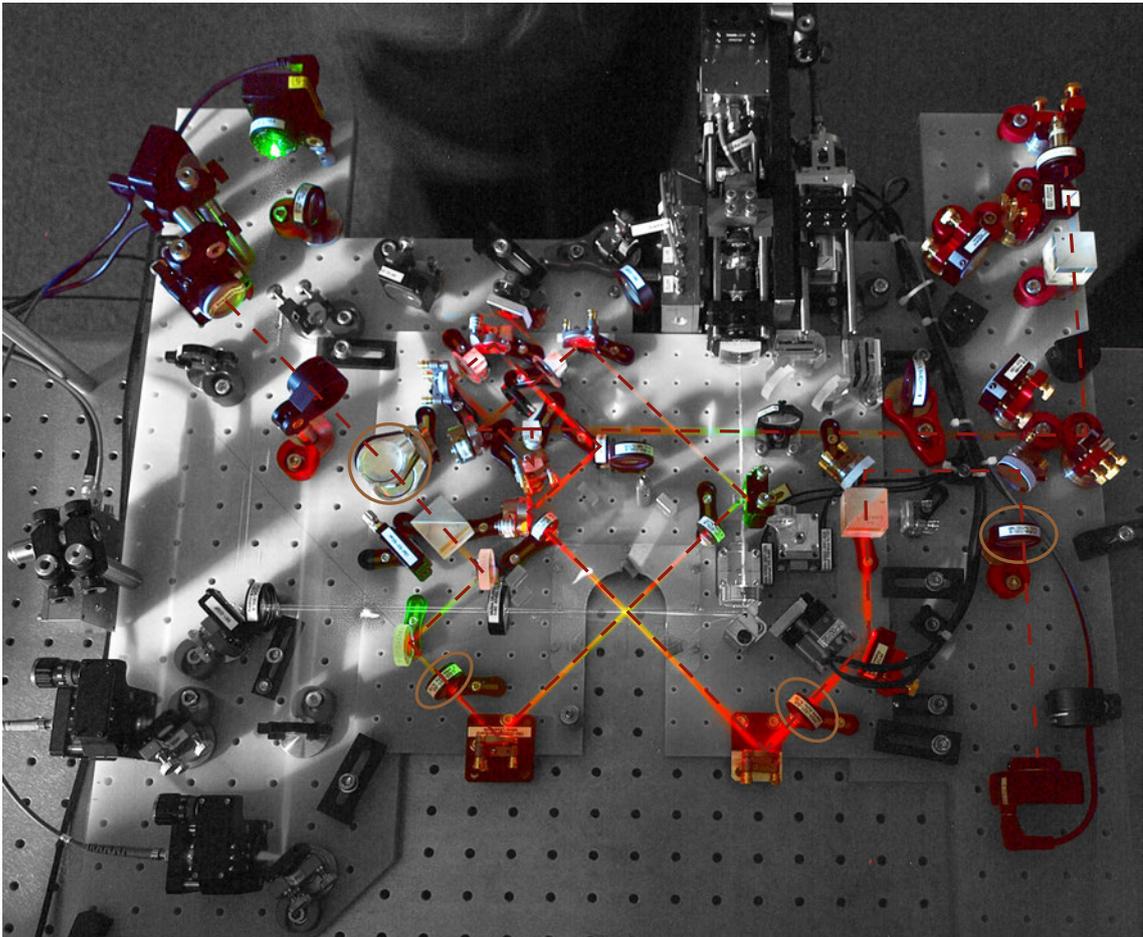


Abbildung 3.15: Foto des optischen Aufbaus zur Abbildung entlang der Gitterachsen. Der Strahlengang der Abbildungsoptik ist farblich hervorgehoben. Wiederum sind die farblich hervorgehobenen Elemente im Text näher beschrieben.

den Abbildungs-Strahlen gewährleistet werden. Dieser kann mit den in Abbildung 3.14 blau markierten Spiegeln angepasst werden. Um die so zur Deckung gebrachten Gitter und Abbildungsstrahlen am Ort der Atome zum Überlapp zu bringen, können die in Abbildung 3.14 grün hervorgehobenen Spiegel verwendet werden. Die Zugänglichkeit der Stellschrauben an den Spiegelhaltern ist teilweise eingeschränkt. So muss vor allem bei dem in Abbildung 3.14 weiß markierten Spiegelpaar darauf geachtet werden, dass der zur Einstellung verwendete Inbusschlüssel nicht verkantet wird, da sonst leicht einer der Spiegel beschädigt werden kann.

Linse	Hersteller	Typ	Brennweite geplant [mm]	Brennweite eingesetzt[mm]	Durchmesser [mm]
$L_{G,1}$	Toptica	620 nm-1080 nm #OK-000813	4	4,5	6,35
$L_{G,2}$	Qioptiq	G322-307-322	80	80	25,4
$L_{G,3}$	CVI Melles Griot	SCX-25,4-30,5-UV	80	60	25,4
$L_{G,4}$	Qioptiq	G322-307-322	80	80	25,4
$L_{S,1}$	Toptica	1050 nm-1600 nm #OK-000662	4,51	4,5	6,35
$L_{S,2}$	CVI Melles Griot	RCX-12,7-6,4-6,5-UV-670-1064	12,7	12,7	25,4
$L_{S,3}$	Qioptiq	G322-353-523	200	200	25,4
$L_{S,4}$	Qioptiq	G322-331-525	150	150	18
$L_{PL,1}$	Thorlabs	L31836L1-B	700	700	25,4
$L_{PL,2}$	Thorlabs	AC 127-05-B	75	75	12,5
$L_{PL,3}$	Qioptiq	G322-331-525	150	150	18

Tabelle 3.2: Liste der im Aufbau eingesetzten Linsen.

3.3.5 Optik für das Raman-Seitenbandkühlen

An den Laserstrahl, der als Pump laser im Raman-Seitenband-Kühlschema verwendet wird, gibt es nur eine geometrische Anforderung. Der Strahl soll schräg zu allen anderen Fallachsen orientiert sein. Wie in der schematischen Darstellung in Abbildung 3.16 und 2.6b zu sehen ist, kann diese Anforderung nur erfüllt werden, wenn der Strahlengang schräg durch die Zelle geht. Um eine möglichst hohe Freiheit bei der Positionierung des Pumpstrahls zu haben, wurden oberhalb und unterhalb der Zelle jeweils drei Spiegel positioniert. Weitere, direkt auf dem Breadboard angebrachte Spiegel bieten optischen Zugang. So lassen sich drei unabhängige, zu allen Fallachsen schräge Pumpstrahlen realisieren. Durch die Möglichkeit, die Strahlen nach dem Durchgang durch die Metallzelle auszukoppeln, könnten auch Rückreflexe, und damit effektiv schräge Gitter realisiert werden. Die Spiegelhalter wurden durch die Firma Shapeways in

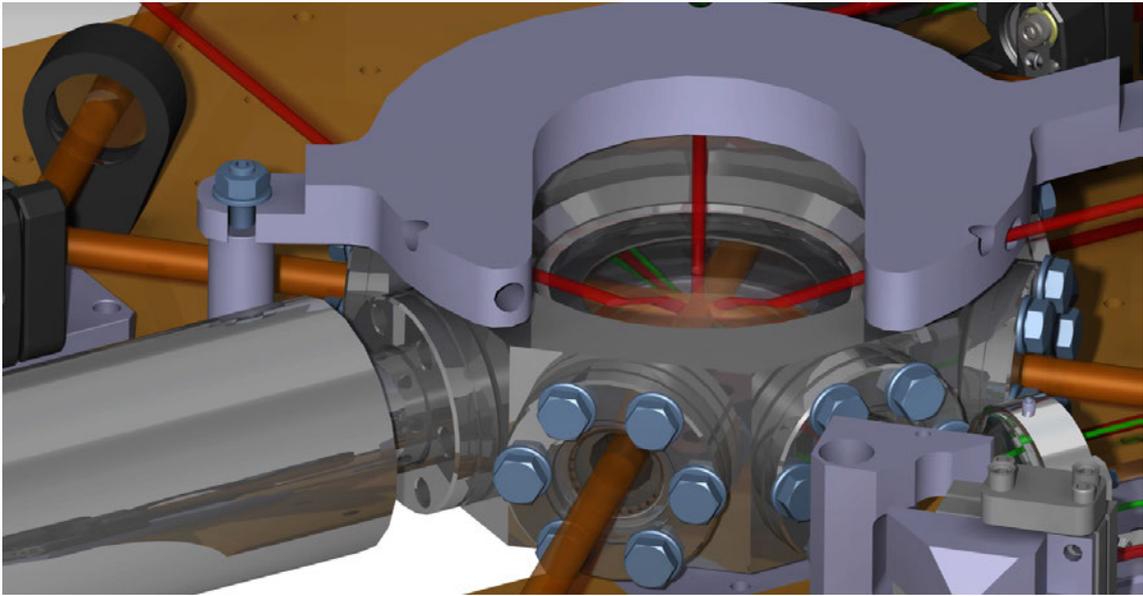


Abbildung 3.16: Strahlengang in der Zelle.

den Materialien *Alumide* und *Detail Plastic* dreidimensional gedruckt. Mit beiden wurden gute Erfahrungen gemacht, sowohl in Detailtreue als auch in der Stabilität.

Justage

Die Freiheit bei der Justage ist durch den komplexen Strahlverlauf (vgl. Abbildung 3.16) sehr stark eingeschränkt. Die einzigen Freiheitsgrade liegen in der leichten möglichen Verkippung des Strahls gegenüber der vorgegeben Strahlachse und einer kleinen Ortsverschiebung. Nach dem Einbau der Optik in das Hauptexperiment konnte ein Strahl erfolgreich schräg durch die Metallzelle hindurch gekoppelt werden.

3.3.6 Abbildung in vier Achsen

Für die Abbildung von ultrakalten Wolken kommen zumeist zwei Methoden in Betracht. Zum einen kann die Technik der Absorptionsabbildung, zum anderen die der Fluoreszenzabbildung verwendet werden[27, S. 22-30]. In den meisten Fällen bietet, so lange keine Einzelatomdetektion angestrebt wird¹⁶, die Absorptionsabbildung Vorteile. Beispiele für diese Vorteile sind unter anderem eine hohe Signalstärke und die einfache Handhabung. Bei der Absorptionsabbildung wirft, ein mit den Atomen resonanter Lichtstrahl¹⁷, einen Schatten auf eine Kamera genau dort, wo sich die Atome befinden. Die Ausprägung des Schattens ist dabei von der optischen Dichte

¹⁶Bei der Einzelatomdetektion besteht das Risiko, dass das schwache Absorptionssignal eines Atoms im Hintergrund durch z.B. ungleichmäßige Ausleuchtung verloren gehen könnte. Dieses Problem zeigt sich bei Fluoreszenzabbildung durch ihre Hintergrundfreiheit nicht.

¹⁷Im Falle von ⁶Li Licht der Wellenlänge 671 nm resonant mit der D₁ Linie.

der abgebildeten Wolke abhängig. Somit kann das Dichteprofil der Atomwolke aus der Dichteverteilung des abgebildeten Schattens rekonstruiert werden.

Wie bereits in Abschnitt 3.3.4 dargestellt, kann entlang der Gitterachsen des Pinning-Gitters eine Abbildung der Wolke mit einer Vergrößerung von 1:1 erfolgen. Zusätzlich ist auf dem Breadboard die gesamte Optik für eine Abbildung der Atome in x - und in y -Richtung vorhanden. In allen vier Abbildungsachsen kommen über USB eingebundene CCD-Kameras der Firma PointGrey zum Einsatz¹⁸.

In x -Richtung kommt ein Abbildungssystem mit Vergrößerung 4,4 zum Einsatz. Die Vergrößerung wurde mit zwei Methoden bestimmt. Zum einen durch einen Vergleich der Abgebildeten Gitterkonstante des blau verstimmtten Gitters mit dem theoretisch erwarteten Wert von $532 \text{ nm} / 2 \sin(5,2^\circ) \approx 2,9 \mu\text{m}$. Auf 135 Pixel der Kamera wurden 40 Gitterperioden gezählt. Somit Ergab sich eine Kalibrierkonstante von $3,75 \mu\text{m}/\text{pixel} \times 135 / \text{pixel} / 40 \text{ Perioden} \approx 12,7 \mu\text{m}/\text{Periode}$. Im Vergleich zu der theoretisch erwarteten Gitterkonstante $\approx 2,9 \mu\text{m}$ wurde die Vergrößerung zu $V \approx 4,4$ bestimmt. Zum anderen wurde die Vergrößerung durch Vermessung der Linsenpositionen und späterer Berechnung in Oslo¹⁹ bestimmt. Die durch Oslo berechneten Vergrößerung von 5 wird als weniger zuverlässig angenommen, da die Ausmessung der Linsenpositionen stark fehlerbehaftet ist. Trotzdem kann die Rechnung als qualitative Bestätigung der Messung betrachtet werden.

Die Abbildung in y -Richtung unterliegt einer Vergrößerung von 0,9. Zur Bestimmung wurde der FORT Strahl in z -Richtung um eine bekannte Strecke verschoben. Aus dem bekannten Versatz, verglichen mit dem mit der Kamera gemessenen, konnte die Vergrößerung bestimmt werden. Der Versatz des FORT Strahls am Ort der Atome wurde dabei abgeschätzt, indem der letzte Spiegel vor der Vakuumapparatur leicht verkippt wurde. Aus der Gewindesteilheit des Stellschrauben am Spiegelhalter ließ sich die Winkeländerung des Spiegels abschätzen. Der Abstand zwischen dem Spiegel und dem Ort der Atome wurde der CAD Zeichnung entnommen. Durch die starke Fehleranfälligkeit dieser Prozedur lässt sich die ermittelte Vergrößerung nur als Richtwert ansehen. Trotzdem sind die gemessenen Atomzahlen in x - und y -Richtung konsistent was für eine annähernd korrekte Abschätzung der Vergrößerung spricht.

3.3.7 Einbau und Inbetriebnahme

Wie schon eingangs erwähnt, sollte die gesamte Optik in einem separaten Labor aufgebaut und getestet werden. Erst danach sollte der Einbau in das Hauptexperiment erfolgen. Aus diesem Grund wurde der gesamte Aufbau modular gehalten. Nach erfolgreicher Erstjustage wurden die einzelnen Module zerlegt und in das Hauptlabor transportiert. In nur einem Tag konnte der gesamte Aufbau im Hauptlabor an Ort und Stelle gebracht werden. Beim Einbau der einzelnen Module gibt es nur eine mögliche Reihenfolge. Zuerst muss das rechte Basisbreadboard in Position gebracht, sowie der Mittelteil um die Metallzelle geschoben werden. Danach können das linke Basisbreadboard und der vertikale Aufbau in Position gebracht werden. Wichtig ist, dass auf dem mittleren Breadboard vor der Montage, bzw. Demontage, drei Elemente entfernt werden müssen. Zum einen muss der die oberen Raman-Spiegel haltende Post entfernt werden,

¹⁸Chameleon CMLN-13S2M-CS mit monochromem Sony ICX445 CCD, 1/3" bei einer Pixelgröße von $3,75 \mu\text{m}$

¹⁹Diese wurde durch Wolf Weimer durchgeführt.

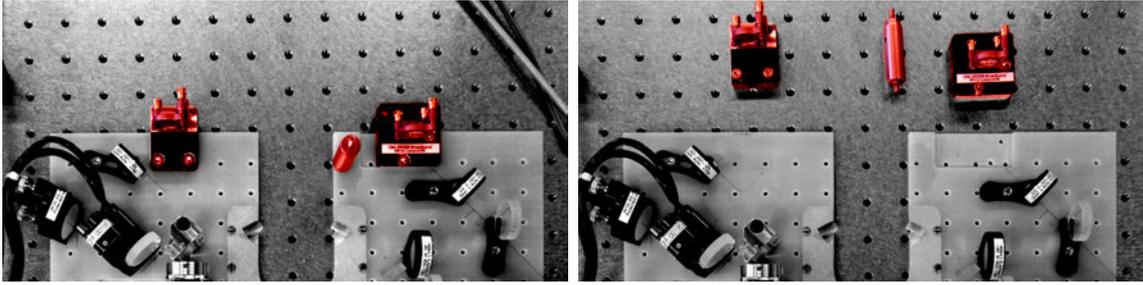


Abbildung 3.17: Vor der Montage des mittleren Breadboards müssen zwei Spiegelhalter und ein Post entfernt werden. Diese sind im eingebauten und im entfernten Zustand (rote Markierung) dargestellt.

zum anderen die beiden hinteren Spiegel für das Pinning-Gitter. Alle drei Elemente sind in Abbildung 3.17 im montierten und im demontierten Zustand abgebildet.

3.4 RF-Aufbau zur Manipulation von Spinzuständen

Wie bereits in Kapitel 2 dargestellt, ist die Kühlung von Lithium in den entarteten Bereich mit gewissen Schwierigkeiten verbunden. Durch den fermionischen Charakter von ${}^6\text{Li}$ kann s -Wellenstreuung nur zwischen Teilchen unterschiedlichen Spins stattfinden und ist bei Temperaturen von $T/T_F < 1$ durch die Pauli-Blockade stark unterdrückt (vgl. [28]). Bei der evaporativen Kühlung ist die inelastische Streuung zwischen zwei Teilchen der entscheidende Bestandteil, welcher die Thermalisierung der gesamten Wolke erlaubt. Somit ist für eine effiziente evaporative Kühlung von ${}^6\text{Li}$ die Anwesenheit von zwei Spin-Zuständen in möglichst gleicher Mischung Grundvoraussetzung²⁰. Während der Präparation der Atome in der MOT und des Transportes in der FORT sind die Atome verschiedenen Magnetfeldrampen ausgesetzt. Dies führt auf Grund von Feshbach-Resonanzen zu ungleichmäßigen Verlusten in den beiden anfänglich besetzten Spinzuständen. Somit liegt keine 50/50-Mischung in der Metallzelle vor. Durch die gezielte Manipulation von Spinzuständen jedoch kann ein 50/50-Verhältnis wieder hergestellt werden. Zusätzlich bietet sich die Möglichkeit, spinpolarisierte Fermi-Gase zu erzeugen, welche in zwei Dimensionen noch weitgehend unerforscht sind (vgl. [30], [31] und [32]).

Für die Untersuchung von sowohl spinpolarisierten, als auch nicht polarisierten Fermi-Gasen sind vor allem die drei untersten Hyperfein-Zustände des $2^2S_{1/2}$, $m_s = -1/2$ Grundzustandes in ${}^6\text{Li}$ interessant. Alle drei Zustände können über s -Wellenstreuung miteinander wechselwirken, wobei sich die Streulängen, und damit die effektiven Wechselwirkungen (vgl. Abschnitt 2.1.4), durch Magnetfelder im Bereich von 0 G bis 1000 G fast beliebig variieren lassen (vgl. Abbildung 2.3 und [33]). Somit sind sowohl wechselwirkende als auch nicht wechselwirkende ultrakalte Gase realisierbar. Der Grad der Polarisierung ist dabei durch gezielte Spin-Manipulation weitgehend frei wählbar. Eine bestimmte Spin-Mischung kann präpariert werden, indem die anfängliche Mischung von $N_{|2\rangle}/N_{|1\rangle} \approx 40/60$ durch Spin-Flips in das gewünschte Beset-

²⁰Eine weitere Möglichkeit ist das sog. sympathetische Kühlen (vgl. [29]). Dabei werden bosonische Atome — wie z.B. Li^7 — als Stoßpartner zur Verfügung gestellt.

zungszahlverhältnis überführt wird ($N_{|n\rangle}$ gibt die Teilchenzahl in dem jeweiligen Zustand n an).

3.4.1 Dipol-Übergänge und Rabi-Oszillationen

In einem Zweiniveau-System können der Grund- und der angeregte Zustand über eine eingestrahlte elektromagnetische Welle der Frequenz $\omega_l = (E_{|A\rangle} - E_{|G\rangle})/\hbar$ miteinander gekoppelt werden, wobei $E_{|G\rangle,|A\rangle}$ die Energie des Grund- und des angeregten Zustands beschreibt. Die eingestrahlte Welle führt zu einem oszillatorischen Verhalten in der Besetzung des Zweiniveau-Systems, einer Abfolge aus An- und Abregungen. Der zeitliche Verlauf dieser Oszillation wird in einem perfekt kohärenten System durch die Wahrscheinlichkeit $|c_{|A\rangle}(t)|^2$ beschrieben, das Atom im angeregten Zustand $|A\rangle$ zu finden (vgl. [34, S. 178]):

$$|c_{|A\rangle}(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right).$$

Ω_R wird als die Rabi-Frequenz bezeichnet. Falls das treibende Lichtfeld die Resonanzbedingung nicht erfüllt, kann die Rabi-Frequenz zu $\Omega' = \sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}$ verallgemeinert werden, wobei die Verstimmung $\Delta = \omega_l - (E_{|A\rangle} - E_{|G\rangle})/\hbar$ die Differenz der eingestrahlten Wellenlänge ω_l und der Wellenlänge des Zweiniveau-Übergangs angibt. Die Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes ergibt sich dann zu

$$|c'_{|A\rangle}(t)|^2 = \left(\frac{\Omega_R}{\Omega'}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\Omega' t}{2}\right).$$

Die Rabi-Frequenz nimmt also mit zunehmender Verstimmung zu, während der Populations-transfer abnimmt. Es wird somit nicht mehr die gesamte Besetzung des Grundzustandes in den angeregten Zustand transferiert. Mit einer elektromagnetischen Welle ist es somit möglich, durch Kontrolle der Wechselwirkungszeit t und der Verstimmung Δ die Menge der transferierten Zustände zu kontrollieren.

Dekohärenz führt bei Rabi-Oszillationen zu einer Dämpfung der Transferamplitude wie in Abbildung 3.18 dargestellt ist (vgl. [34, S. 180 ff.]). Bei unterkritischer Dämpfung der Rabi-Oszillation stellt sich nach einigen Schwingungen eine fast ideale Gleichverteilung der Besetzung ein. Dekohärenz kann gezielt genutzt werden, um 50/50-Mischungen zu präparieren.

3.4.2 Landau-Zener Übergänge

Neben dem oben beschriebenen oszillatorischen Verhalten kann, wenn sich die Verstimmung Δ zeitlich ändert, ein Besetzungstransfer zwischen zwei Niveaus $|i\rangle$ und $|f\rangle$ stattfinden. Nach der Erzeugung einer 50/50-Mischungen zwischen Zustand $|1\rangle$ und $|2\rangle$ kann, z.B. ein Populations-transfer von Zustand $|2\rangle$ nach $|3\rangle$ erfolgen, um eine Spinmischung aus $|1\rangle$ und $|3\rangle$ zu erhalten. Die Besetzungswahrscheinlichkeit für den adiabatischen Transfer von $|i\rangle$ nach $|f\rangle$ ist dabei gegeben durch [35]

$$p_{LZ} = 1 - \exp\left(-2\pi \frac{\Omega_R^2}{\dot{\omega}}\right), \quad (3.12)$$

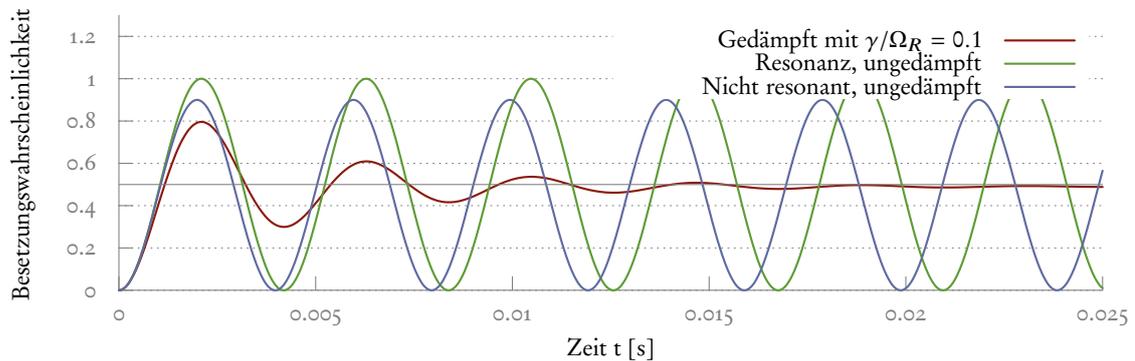


Abbildung 3.18: Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes |2> in Abhängigkeit von der Zeit (grüne Linie), mit Dämpfung (rote Linie) und mit Verstimmung (blaue Linie).

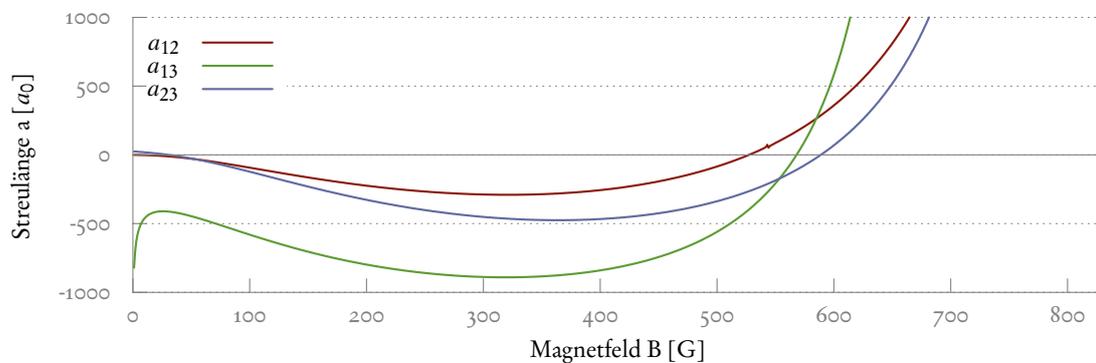


Abbildung 3.19: Streulängen in Einheiten des Bohr-Radius a_0 links der Resonanz. Gut zu erkennen ist das im Text beschriebene negative Maximum der Streulänge zwischen den Zuständen |1> und |2> bei ca. 300 G und der Nulldurchgang der Streulängen bei ca. 560 G.

wobei Ω_R die Rabi-Frequenz und $\dot{\omega} = \Delta\omega/\Delta t$ die Ramprate bezeichnet. Somit lässt sich aus der Messung der relativen Population des Endzustandes in Abhängigkeit von Ramprate die Rabi-Frequenz bestimmen.

3.4.3 Experimentelle Umsetzung

Für ${}^6\text{Li}$ liegen die Übergangsfrequenzen zwischen den drei untersten Spinzuständen bei Magnetfeldern oberhalb von 100 G im MHz Bereich. Mittels der Breit-Rabi Formel [36] wurden die Übergangsfrequenzen für den Übergang |1> \leftrightarrow |2> und |2> \leftrightarrow |3> bei Magnetfeldern von 300 G und 560 G berechnet:

$$f_{|1\rangle\leftrightarrow|2\rangle}(300 \text{ G}) = 73,78 \text{ MHz}, \quad f_{|2\rangle\leftrightarrow|3\rangle}(560 \text{ G}) = 84,1 \text{ MHz}. \quad (3.13)$$

Die Breit-Rabi Formel beschreibt dabei den Zusammenhang zwischen der Hyperfein-Aufspaltung und einem externen magnetischen Feld. Die Magnetfeldwerte von 300 G und 560 G wurden gewählt, da bei 300 G die Streulänge a_{12} für Streuung zwischen Zustand |1> und Zustand |2> groß

wird (siehe Abbildung 3.19). Dort sollte also eine gute Evaporation möglich sein. Außerdem kann sich durch Stöße induzierte Dekohärenz positiv auf die Gleichbesetzung der Zustände auswirken, wie oben beschrieben. Bei einem Magnetfeld von etwa 560 G haben sowohl die Streulänge a_{12} als auch die Streulängen a_{13} und a_{23} für Stöße zwischen Teilchen in den Zuständen $|2\rangle$, $|3\rangle$ und $|1\rangle$, $|3\rangle$ ein Minimum. Dreikörperverlustprozesse sind also unterdrückt (vgl. [33]).

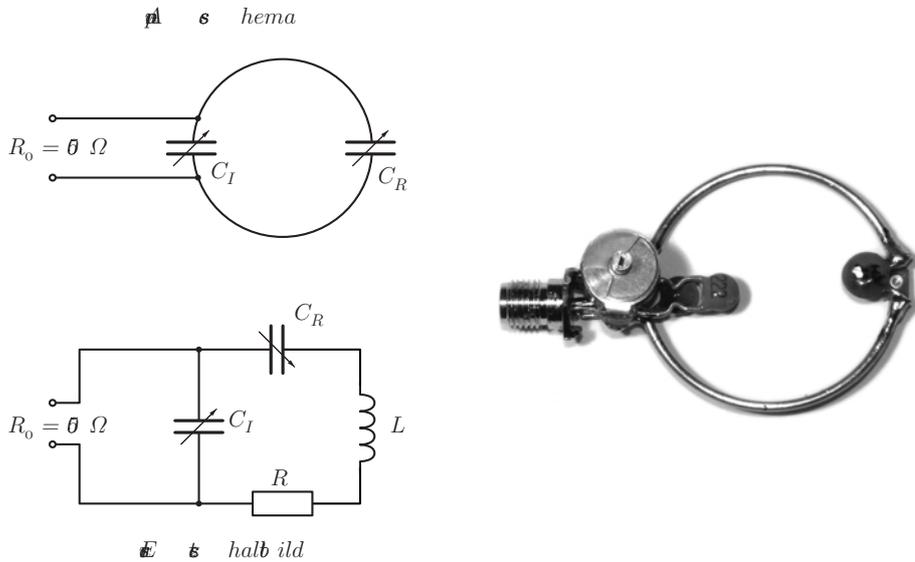


Abbildung 3.20: Schematischer Aufbau und Foto einer RF-Antenne. Die im Schaltbild dargestellten Kondensatoren werden verwendet, um die Impedanz der Drahtschleife anzupassen (siehe Text). Der Widerstand R ergibt sich aus dem Strahlungswiderstand und dem Ohmschen Widerstand der Antenne. Im Foto ist gut zu erkennen, dass parallel zu den fixen Keramikkondensatoren Trimmkondensatoren zur Feinabstimmung geschaltet wurden.

Um eine einfache Impedanzanpassung zu ermöglichen, wurde als Antenne eine einzelne Drahtschleife mit dem Antennenradius r_A und dem Leiterradius r_L verwendet. Dabei dient die Drahtschleife als induktiver und ein Kondensator als kapazitiver Anteil eines parallelen LC-Schwingkreises. Der Schwingkreis wird dabei so dimensioniert, dass die Antenne die Resonanzbedingung $f_{\text{res}} = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ erfüllt und somit die Leistung bei der gewünschten Frequenz überhört wird [37]. Gleichzeitig muss der Schwingkreis impedanzangepasst werden, um eine gute Leistungskopplung zwischen dem RF-Verstärker und der Antenne zu gewährleisten und somit Rückreflexionen in den Verstärker zu vermeiden. Dies geschieht mittels eines mit dem Schwingkreis in Serie geschalteten Kondensators (Schaltbild der Antenne vgl. Abbildung 3.20).

Die zur Resonanz- und Impedanzanpassung verwendeten Kondensatoren (C_R und C_I in Abbildung 3.20) werden wie folgt dimensioniert [38]:

$$C_R \approx \frac{1}{\omega_0 (\omega_0 L - 2\pi\sqrt{RR_0})} \quad \text{und} \quad C_I \approx \frac{1}{\omega_0\sqrt{RR_0}}. \quad (3.14)$$

$L = \mu_0 r_A (\ln(8r_A/r_L) - 2)$ ist dabei die Induktivität der Leiterschleife, R ihr Widerstand und

$R_0 = 50 \Omega$ der Ausgangswiderstand des Generators, an welchen das Netzwerk angepasst werden soll. Der Widerstand R einer Drahtschleife ergibt sich aus der Summe des Ohmschen- und des Strahlungswiderstandes. Dieser ist für eine Drahtschleife, betrieben bei der Frequenz f mit Radius r_A gegeben durch

$$R = R_\Omega + R^r = R_\Omega + \frac{128\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{\pi f r_A}{c} \right)^4 \quad \text{und} \quad R_\Omega = \frac{\rho l}{A}. \quad (3.15)$$

c ist dabei die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, ρ die Leitfähigkeit der Drahtschleife und $A = 4\pi r_L$ deren Fläche. Für eine Leiterschleife mit einem Radius von $r_A = 15 \text{ mm}$ und einem Leiterradius von $r_L = 0,35 \text{ mm}$ wurden der Widerstand und die Induktivität bestimmt. Um für die weitere Anpassung einen Anhaltspunkt zu haben, wurden die benötigten Kapazitäten C_R und C_I berechnet. Da RF Aufbauten für hohe Frequenzen sehr störanfällig sind, und zum Beispiel Lötstellen und Steckverbindungen zu parasitären Induktivitäten und Kapazitäten führen können, muss eine Feinabstimmung der Impedanz meist mit variablen Kondensatoren erfolgen. Zur Abstimmung eignet sich ein Netzwerkanalysator, welcher sowohl den von der Drahtschleife reflektierten, als auch den abgestrahlten Anteil der RF-Leistung schnell für einen großen Frequenzbereich bestimmen kann.

Abstimmung der Antenne

Mit den oben ermittelten Richtwerten wurde für $f_{0,|2\rangle\leftrightarrow|3\rangle}(560 \text{ G}) = 84,1 \text{ MHz}$ eine Antenne aufgebaut und mit einem Vektor Netzwerkanalysator²¹ vermessen. Dabei wurde zuerst Augenmerk auf die Resonanzfrequenz der Antenne gelegt. Um die Resonanzfrequenz zu vermessen, wurde eine einfache Drahtschleife ohne jegliche Anpassungselektronik als Sendeantenne verwendet und an Port 1 des Netzwerkanalysators betrieben. Der Reflexionsverlust S_{11} im Bereich zu angestrebten Resonanzfrequenz wurde gemessen, während die abzustimmende Antenne in die Nähe der Drahtschleife gebracht wurde. Die abzustimmende Antenne absorbiert bei ihrer Resonanzfrequenz einen Teil der von der Drahtschleife abgestrahlten Leistung. Somit ist die Resonanzfrequenz als Dip im Spektrum des Reflexionsverlustes S_{11} erkennbar. Die in dieser Art aufgenommenen Daten für eine Antenne mit angepasster Resonanzfrequenz sind in Abbildung 3.21(a) dargestellt. Abgestimmt wurde die Resonanzfrequenz f_0 der Antenne dabei, indem der Wert für Kondensator C_R so lange verändert wurde, bis der gewünschte Wert für f_0 erreicht war.

Danach wurde die Impedanz der Antenne durch Variation der Kapazität C_I an die Impedanz $R_0 = 50 \Omega$ des RF-Generators angepasst. Dazu wurde die anzupassende Antenne an Port 1 des Netzwerkanalysators angeschlossen und wiederum der Reflexionsverlust S_{11} gemessen. In diesem Anpassschritt wurde die Einkopplung in die Antenne maximiert, die Tiefe des Dips in Abbildung 3.21(b) also minimiert. Zusätzlich zum Reflexionsverlust ist in Abbildung 3.21(b) die Eingangsimpedanz $Z \leftarrow S_{11}$ der Antenne dargestellt. Dabei ist gut sichtbar, dass bei maximaler Einkopplung die angepasste Impedanz gerade 50Ω beträgt. Die mittels des Netzwerkanalysators gemessene Bandbreite der Antenne 1 beträgt $B_{A1} \approx 0,94 \text{ MHz}$. Dabei wurde als Kriterium zur

²¹Rohde&Schwarz ZVL13 für den Frequenzbereich 9 kHz bis 13,6 GHz.

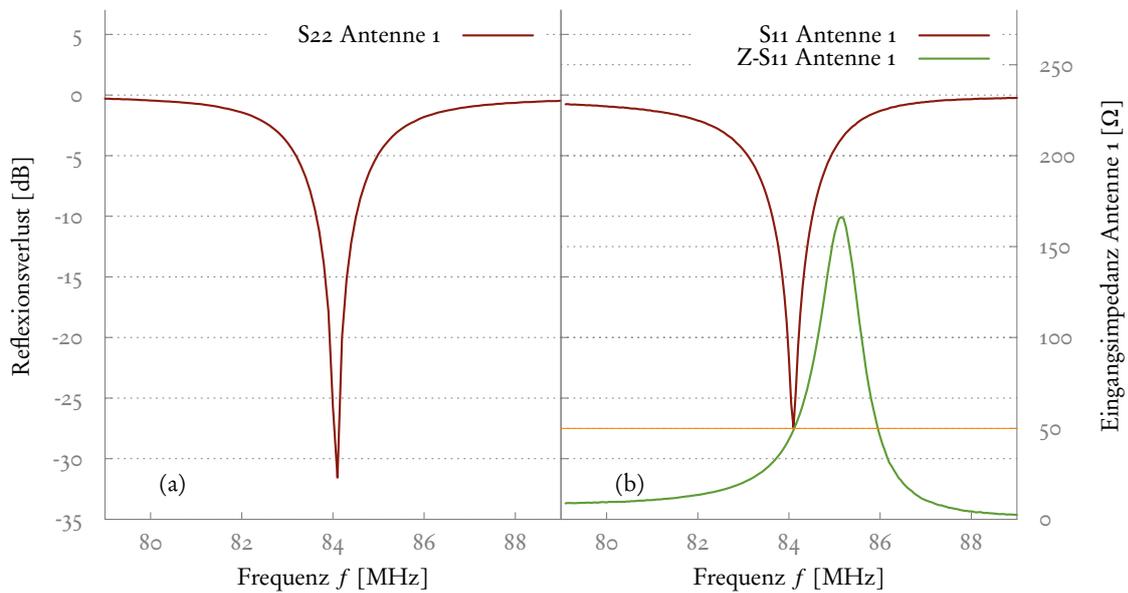


Abbildung 3.21: Charakteristische Messungen während der Abstimmung von Antenne 1. Die gemessenen Größen werden im Text erläutert. In (b) ist gut zu erkennen, dass die Anpassung erfolgreich war. Der Reflexionsverlust (rote Linie) ist bei der Resonanzfrequenz von 84,1 MHz am größten während die Eingangsimpedanz (grüne Linie) der Antenne genau 50Ω beträgt (orangene Linie).

Bestimmung der Grenzfrequenzen ein Reflexionsverlust von mindestens -10 dB verwendet. Die Güte der Antenne beträgt somit

$$Q = f_0/B \approx 84,1 \text{ MHz}/0,94 \text{ MHz} = 89,5. \quad (3.16)$$

Die schmale Bandbreite beziehungsweise hohe Güte der Antenne verhindert, dass beide benötigten Frequenzen (siehe oben) effizient von einer einzelnen Antenne abgestrahlt werden können. Um eine höhere Bandbreite zu erreichen könnte ein anderes Anpassnetzwerk [39] verwendet oder aber die Güte künstlich reduziert werden. Die Reduzierung der Güte ist einfach durch einen in Serie geschalteten Widerstand möglich, reduziert jedoch dabei auch die Abstrahleffizienz der Antenne. Trotzdem könnte dieses Verfahren der Einfachheit halber bei zukünftigen Antennen getestet werden. Nach der erfolgreichen Anpassung der Antenne wurde diese mit einem hochisolierenden Acrylharzlack²² beschichtet. Dadurch kann die Antenne gefahrlos im Umfeld der Metallzelle verwendet werden.

Die hier beschriebene Antenne wurde erst kürzlich angefertigt. Für die in Abschnitt 4.3 dargestellten Messungen wurde ein älteres Antennen-Design verwendet. Dort wurde die Anpassung über einen mit der Antenne in Reihe geschalteten 50Ω Widerstand vorgenommen. Die Antenne selbst wurde als L-Teil eines LC-Schwingkreises verwendet und mit einem parallel geschalteten Kondensator auf die angestrebten Frequenzen angepasst. Der Widerstand sorgt dabei für eine gute Impedanzanpassung. Er reduziert jedoch gleichzeitig die Güte des Schwingkreises massiv, so dass keine hohe Abstrahleffizienz erreicht wurde. Der Vorteil der niedrigen Güte liegt dabei einzig und allein darin, dass eine einzige Antenne für die beiden Frequenzen 3.13 verwendet werden kann, da die Güte (vgl. Gleichung 3.16) invers proportional zur Linienbreite des Schwingkreises ist.

²²Verwendeter Lack: Plastik 70 Schutzlack von Kontakt Chemie.

4 Charakterisierungsmessungen des Aufbaus

Der in Kapitel 3 geschilderte Aufbau stellt die Voraussetzung für die nun beschriebenen Messungen und Ergebnisse dar. Hauptsächlich werden dabei Messungen beschrieben welche den Aufbau charakterisieren. Somit konnte die Fallentiefe und die Gitterkonstante des blau verstimmen Gitters für den 2D Einschluss genau so bestimmt werden, wie die Lebensdauer in den unterschiedlichen Fallen.

4.1 Pfannkuchen zählen

In Abschnitt 3.3.6 wurde bereits erwähnt, dass die Abbildungsaufösung bei einer Wellenlänge von 671 nm in x - und y -Richtung unter besten Bedingungen $4\ \mu\text{m}$ beträgt¹. Bei einer Gitterkonstante kleiner als $3\ \mu\text{m}$ besteht somit keine Aussicht darauf, mittels einer in situ² Abbildung feststellen zu können, wie viele Lagen im Gitter mit Atomen besetzt sind. Wenn sichergestellt werden soll, dass tatsächlich ein 2D System vorliegt, ist es jedoch von zentraler Bedeutung zu wissen, in wie viele Lagen eingeladen wurde.

Um nun dies feststellen zu können, bieten sich — neben der direkten optischen Abbildung senkrecht zur Gitterachse — weitere Möglichkeiten. Beispielsweise könnte über einen starken Magnetfeldgradienten erreicht werden, dass nur noch eine Lage von Atomen im Gitter resonant mit dem Abbildungslicht oder einer eingestrahlten Radiofrequenz ist. Somit ließen sich einzelne Schichten räumlich adressieren [40, S. 65]. Dies bietet den Vorteil, dass zusätzlich beladene Lagen gezielt aus der Falle entfernt werden können. Zur Umsetzung sind jedoch eine hohe Stabilität der Magnetfelder und hohe Magnetfeldgradienten notwendig. Auf Grund der genannten Vorteile ist die Implementierung dieser Lösung langfristig interessant. Kurzfristig bietet sich jedoch eine einfachere Lösung, die vollständig mit dem vorliegenden Aufbau realisiert werden kann.

4.1.1 Kapitza-Dirac Streuung

Indes der Versuch zur Beugung am Doppelspalt wohl bekannt ist, wird der umgekehrte Fall der Kapitza-Dirac Streuung eher selten behandelt. Während im Fall des Doppelspaltes Licht an einem Objekt gebrochen wird, wird bei der Kapitza-Dirac Streuung ein massives Objekt an einer Lichtwelle gebrochen. Dieser Effekt wurde 1933 [41] für die Beugung von Elektronen an einer stehenden Lichtwelle vorhergesagt und erst über 60 Jahre später nachgewiesen [42]. Der Prozess kann, in einem einfachen Bild, als Zweiphotonenprozess beschrieben werden. Ein Photon

¹Ermittelt für die y -Achse nach dem Rayleigh-Kriterium $\Delta l = 1,22f\lambda/D$ mit $D = 0,8 \cdot 25,4\ \text{mm}$, $\lambda = 671\ \text{nm}$ und $f = 100\ \text{mm}$.

²Abbildung der Atome in der Falle ohne TOF.

aus einem Gitterstrahl wird von einem Atom absorbiert, nur um gleich darauf über stimulierte Emission in den anderen Gitterarm emittiert zu werden. Somit gibt es einen Nettoimpulsübertrag von $p_{\text{net}} = 2\hbar k_g$ wobei $k_g = 2\pi/\lambda_g$ die Kreiswellenzahl des Gitters ist.

Interessant ist die Kapitza-Dirac Streuung in Hinblick auf das Feld der ultrakalten Atome in optischen Gittern. Dort ist die Tunnelwahrscheinlichkeit stark abhängig von der Gittertiefe [43]. Die Gittertiefe wiederum lässt sich mit hoher Genauigkeit mit einer einzigen Messung mittels Kapitza-Dirac Streuung bestimmen, wie in [44] gezeigt wird. In dieser Arbeit soll dieser Effekt hauptsächlich verwendet werden, um festzustellen, wie viele Lagen im Gitter befüllt sind.

Kurze Theorie der Kapitza-Dirac Streuung

In Anlehnung an [44] und [45] wird im Folgenden kurz dargestellt, wie sich die Impulsverteilung eines Kondensats entwickelt, welches für eine bestimmte Zeit mit einer Stehwelle interagiert. Die Stehwelle sorgt dabei für ein periodisches Potential der Form $U_0 \cos^2(kz)$ wobei U_0 die Potentialtiefe [43], und z die Raumkoordinate in z Richtung bezeichnet. Somit kann das System, unter Vernachlässigung der interatomaren Wechselwirkung, durch einen Hamilton-Operator der Form

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U_0 \cos^2(kz) \quad (4.1)$$

beschrieben werden. m ist dabei die Masse der Atome. Hier sei angemerkt, dass die Messungen mit einem molekularen ${}^6\text{Li}_2$ BEC durchgeführt wurden, die relevante Masse ist also die Molekülmasse $m_{{}^6\text{Li}_2} \approx 12$ u. Die Kondensatswellenfunktion kann in der Basis ebener Wellen, separiert durch jeweils einen Zweiphotonenrückstoß $2k$, entwickelt werden:

$$\Psi(t) = \sum_n c_n(t) e^{i2nkz}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ und } c_n(t=0) = \delta_{n,0}. \quad (4.2)$$

Dabei wird angenommen, dass sich zur Zeit $t = 0$ alle Atome im Zustand $n = 0$ befinden, also noch keinem Impulsübertrag ausgesetzt waren. Das Einsetzen von 4.1 und 4.2 in die zeitabhängige Schrödingergleichung $i\hbar d/dt \Psi = \hat{H} \Psi$ führt nach wenigen Rechenschritten zu einem Satz gekoppelter Differentialgleichungen für die Vorfaktoren c_n :

$$i\hbar \frac{d}{dt} c_n(t) = E_r^{(2)} n^2 c_n(t) + \frac{U_0}{4} (c_{n-1}(t) + 2c_n(t) + c_{n+1}(t)). \quad (4.3)$$

$E_r^{(n)} = (n\hbar k)^2/2m$ beschreibt dabei die n -Photonen Rückstoßenergie. Die Wahrscheinlichkeit, nach der Wechselwirkung mit der Stehwelle, ein Atom mit Impuls $2n\hbar k$ zu messen, ist dabei gerade durch das Betragsquadrat $P_n = |c_n|^2$ gegeben. Durch die endliche Tiefe des Stehwellenpotentials U_0 , kann maximal ein Impuls von $p_{\text{max}} = \pm 2n_{\text{max}} \hbar k$ übertragen werden. $n_{\text{max}} = \sqrt{U_0/E_r^{(2)}}$ ist erreicht, wenn die gesamte potentielle Energie des Gitters in kinetische Energie umgewandelt wurde [46]. Für die analytische Lösung von 4.3 ist dabei das Regime großer Gittertiefen und kurzer Wechselwirkungszeiten interessant: das Raman-Nath Regime.

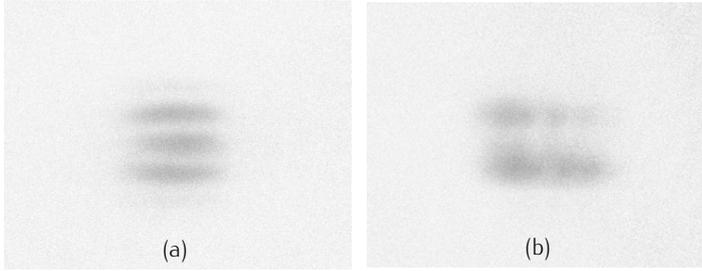


Abbildung 4.1: Absorptionsspektren nach der Beugung einer großen (a) und einer stark komprimierten (b) Wolke am Gitter. In (a) wurde in der Squeeze-Fall auf 30 mW evaporiert. In (b) wurde auch auf 30 mW evaporiert, danach jedoch bis auf 75 mW rekomprimiert.

Raman-Nath Regime

Im Raman-Nath Regime wird der kinetische Teil $E_r^{(2)} n^2 c_n$ in Gleichung 4.3 vernachlässigt. Dies ist gerechtfertigt, wenn die kinetische Energie des betrachteten Atoms nicht ausreichend ist, um Schwingungen im harmonischen Potential der Stehwelle auszuführen. Während der Wechselwirkungszeit T_{ww} ändert das Atom – auf der Größenordnung der Gitterkonstanten – seine Position nicht wesentlich. In diesem Fall kann eine analytische Lösung für die Vorfaktoren c_n angegeben werden:

$$c_n(t) = (-i)^n e^{-iU_0 t/2\hbar} J_n\left(\frac{U_0 t}{2\hbar}\right) \Rightarrow P_n = |c_n|^2 = J_n^2\left(\frac{U_0 t}{2\hbar}\right), \quad (4.4)$$

wobei J_n Besselfunktionen der ersten Art sind. Die Bedingung für die Gültigkeit dieser Näherung kann formal gefasst werden, indem gefordert wird, dass die Wechselwirkungszeit T_{ww} deutlich kleiner sein muss als die Periode T_{ho} einer Schwingung im harmonischen Oszillatorpotential der Stehwelle [46]. Es gilt also

$$T_{\text{ww}} \ll \frac{\hbar}{\sqrt{U_0 E_r^{(1)}}} = \frac{T_{\text{ho}}}{\pi}. \quad (4.5)$$

Für typische experimentelle Parameter³ ergibt sich dabei, dass die Wechselwirkungszeit deutlich kleiner als 4 μs gewählt werden müsste, um die Bedingung 4.5 zu erfüllen. Da der kürzest mögliche Zeitschritt in unserem Experiment jedoch bereits 4 μs beträgt, kann die Raman-Nath Näherung keine präzisen Werte für die Gittertiefe mehr liefern. Trotzdem kann 4.4 als Ansatz verwendet werden, um die Gitterkonstante zu bestimmen. Vor allem jedoch ist ein Verschwinden der höheren Impulsordnungen $n > 0$ für beliebige Wechselwirkungszeiten t ein klares Indiz dafür, dass in nur eine Gitterschicht eingeladen wurde. Jeder Gitterplatz kann, im Limit großer Gittertiefen, als harmonisches Potential genähert werden. Somit Verschwinden die oben beschriebenen Beugungsphänomene für alle Zeiten t genau dann, wenn alle Atome in nur einen Gitterplatz eingeladen werden. In diesem Fall beeinflussen die umliegenden Gitterplätze die Wolke nicht mehr und die Längenskala des Gitters, bzw. seine Periodizität sollten nicht mehr in den Messergebnissen auftreten. In Abbildung 4.1a ist eine typische Messung für eine große Wolke dargestellt, die in viele Schichten des Gitters eingeladen wird. Die Effekte, die das Gitter auf eine stark komprimierte Wolke (vgl. Abbildung 4.1b) hat, werden momentan untersucht.

³Leistung der Gitterstrahlen ca. 80 mW

Dabei wurde festgestellt, dass — anders als erwartet — die Beugungseffekte nicht komplett verschwinden. Viel mehr tritt eine starke Asymmetrie in der Besetzung der Beugungsordnungen auf und die nullte Beugungsordnung verschwindet. Dieses Verhalten ist bisher noch nicht verstanden.

4.2 Verluste und Lebensdauer

Die Lebensdauer eines kalten Gases in einer Dipolfalle wird durch verschiedene Verlustprozesse beschränkt. So können parametrisches Heizen [47] und Dreikörperstöße [18] zu starken Verlusten führen. Der stärkste Verlustkanal wird im vorliegenden Fall jedoch durch Stöße mit dem Hintergrundgas verursacht. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die Verlustraten einer ${}^6\text{Li}$ Spinmischung von zwei Spinzuständen durch Dreikörperstöße im Bereich von 0 G bis 600 G vernachlässigbar ist (vgl. [33]). Weiterhin konnte durch Messungen des Rauschspektrums der Dipolfallen eine Begrenzung der Lebensdauer durch parametrisches Heizen ausgeschlossen werden. In den folgenden Abschnitten werden nun Messungen zu Verlusten in den unterschiedlichen Dipolfallen präsentiert.

4.2.1 Stöße mit dem Hintergrundgas

Der wohl fundamentalste Teilchenverlust ist durch das nicht perfekte Vakuum gegeben. Trotz des niedrigen Drucks von nur ca. $p_H = (1,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-11}$ mBar ist die Teilchendichte mit $\sim 10^5 \text{ m}^{-3}$ immer noch vergleichsweise hoch. In Kombination mit den nur einige μK tiefen Fallen, sorgt dies bei einer Thermalisierung des Hintergrundgases mit den bei Raumtemperatur $T_H = (294 \pm 2)$ K gehaltenen Wänden der Vakuumapparatur dafür, dass quasi jedes Teilchen aus dem Hintergrundgas genug Energie besitzt, ein Atom aus der Falle herauszulösen. Abschätzen lässt sich die durch das Vakuum begrenzte Lebensdauer dabei mittels einiger Formeln aus der kinetischen Gastheorie. Es wird angenommen, dass die kalten Atome quasi stationär sind. Bei einer Stoßrate von $N/\tau = N\sigma n_H \bar{v}_H$ [48] ergibt sich mit der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}_H = \sqrt{8k_B T_H / \pi m_H}$ und der Dichte $n_H = p/k_B T$ der Hintergrundteilchen eine Lebensdauer von

$$\tau = \sqrt{\frac{\pi m_H k_B T_H}{8}} \frac{1}{\sigma p_H}. \quad (4.6)$$

Dabei ist m_H die Masse und p_H der Druck des Hintergrundgases. σ gibt den Streuquerschnitt für Streuung zwischen den gefangenen Atomen und dem Hintergrundgas an. In einer gut ausgeheizten UHV-Aparatur ist der Hauptbestandteil im Spektrum des Restgases durch Wasserstoff gegeben [49, S. 63]. Unter der Annahme, dass die Verlustprozesse in unserem Experiment hauptsächlich durch Stöße mit dem Hintergrundgas verursacht werden, kann Gleichung 4.6 dazu verwendet werden, anhand der gemessenen Lebensdauern in der Hauptkammer und der Metallzelle sowohl den Streuquerschnitt zwischen ${}^6\text{Li}$ und Wasserstoff experimentell zu bestimmen als auch den Druck in der Metallzelle abzuschätzen.

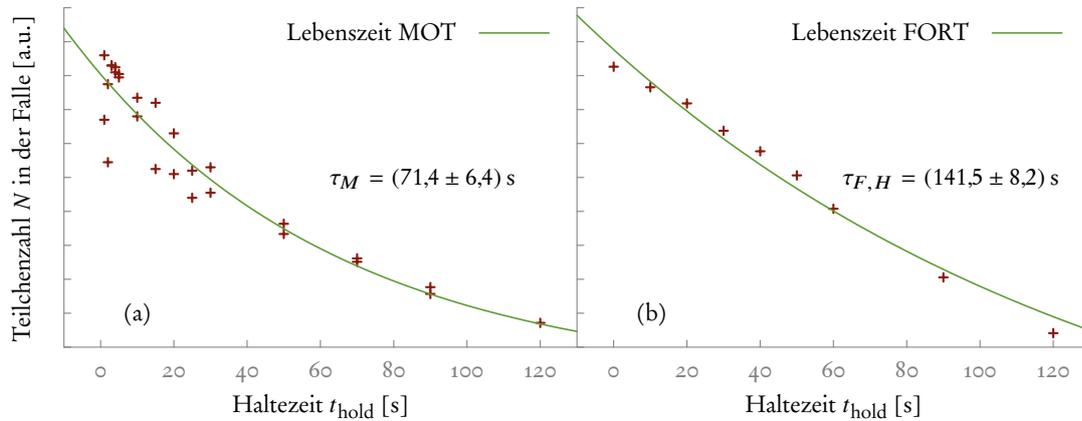


Abbildung 4.2: Lebenszeiten in der Hauptkammer. Die Lebenszeit in der MOT (a) wurde bei einem reinen magnetischen Einschluss mit 55 Ampere Spulenstrom gemessen. Die Lebenszeit in der FORT bezieht sich auf die Position der FORT vor dem Transport.

4.2.2 Gemessene Lebensdauer τ_x

Zur Messung der Lebensdauer wurde die jeweils zu charakterisierende Falle mit möglichst vielen Atomen beladen. Danach wurde in einer Serie von Messungen die nach einer gewissen Haltezeit t_{hold} in der Falle verbliebene Teilchenzahl $N(t_{\text{hold}})$ gemessen. Da die Verluste hauptsächlich durch Stöße mit dem Hintergrundgas verursacht werden, kann für den Teilchenzahlverlust ein lineares Modell der Form

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau} \quad \Rightarrow \quad N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.7)$$

angenommen werden. Dieses Modell wurde mit N_0 und τ als freie Parameter an die gemessenen Daten angepasst. Somit wurde die Lebensdauer τ bestimmt.

Lebenszeit in Hauptkammer und Metallzelle

In der Hauptkammer wurde sowohl die MOT als auch für die FORT vermessen. Dabei unterscheiden sich die ermittelten Lebenszeiten (siehe Abbildung 4.2) in den unterschiedlichen Fällen deutlich. τ_M wurde bei einem rein magnetischen Falleneinschluss bestimmt. Für Magnetfelder im Bereich von 10 A bis 88 A Spulenstrom variierten die Lebensdauern zwischen ca. 70 s und 110 s. Die Messungen für die Lebenszeiten in der Metallzelle sind in Abbildung 4.3 zu sehen.

4.2.3 ${}^6\text{Li-H}$ Streuquerschnitt

Die gemessene maximale Lebensdauer von $(141,5 \pm 8,2)$ s in der Hauptkammer ergibt mit Gleichung 4.6 einen Streuquerschnitt von $\sigma_{\text{Li}^6, \text{H}}^{\text{exp}} = (1,15 \pm 0,64) \cdot 10^{-17} \text{ m}^2$ und eine Streulänge

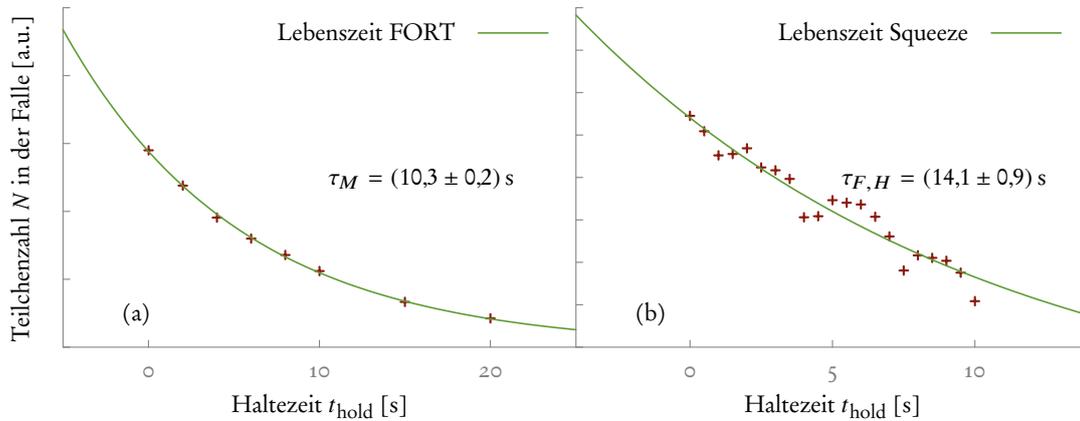


Abbildung 4.3: Lebenszeiten in der Metallzelle. Die Lebenszeit in der FORT (a) wurde bei einer Fallenleistung von 20 mW und einem Magnetfeld von 239 G gemessen. Das Magnetfeld wurde dabei hinreichend niedrig gewählt um Dreikörperverluste zu minimieren [33]. Die Lebenszeit in der Squeeze Falle wurde bei einer Fallenleistung von 1 W und einem Magnetfeld von 772 G gemessen. Die höhere Fallenleistung gleicht dabei die durch eine größere Streulänge induzierten Verluste aus.

von $a_{Li^6,H}^{\text{exp}} = (18,08 \pm 4,47) a_0^4$. Dieser Wert unterscheidet sich um mehr als einen Faktor Zwei von dem in [50] theoretisch ermittelten Wert von $a_{Li^6,H}^{\text{theo}} = (48 \pm 5) a_0$. Mit dem theoretischen Wert für die Streulänge müsste die durch Stöße mit Wasserstoff begrenzte Lebensdauer dementsprechend um einen Faktor sieben kürzer sein. Diese Abweichung lässt darauf schließen, dass entgegen der oben getroffenen Annahme nicht nur Wasserstoff an den Stoßprozessen beteiligt ist. Vielmehr scheinen weitere, schwerere Elemente einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Lebensdauer zu haben. Diese These könnte anhand der Aufnahme eines Restgasspektrums aus der Vakuumapparatur belegt werden.

4.2.4 Druckbestimmung in der Metallzelle

Unter der Annahme, dass der Druck in der Hauptkammer hinreichend genau gemessen werden kann, ermöglicht ein Vergleich der Lebensdauer in der Hauptkammer und der Metallzelle einen Rückschluss auf den Druck in letzterer. Wiederum wird angenommen, dass die vorhandenen Verluste hauptsächlich durch Stöße mit dem Hintergrundgas verursacht werden. Mittels des im vorhergehenden Abschnitt bestimmten Streuquerschnitts ergibt sich der Druck in der Metallzelle aus Gleichung 4.6 zu $p_M^{\text{exp}} = (12,9 \pm 8,0) \cdot 10^{-11} \text{ mBar}$.

Aus der Leitfähigkeit des Verbindungsrohrs zwischen Hauptkammer und Metallzelle lässt sich der maximal mögliche Druckunterschied zwischen den beiden Kammern bestimmen. Der Leitwert ist hauptsächlich durch die Geometrie des Rohrs (Länge $l = 126 \text{ mm}$, Durchmesser $D = 16 \text{ mm}$), die Pumpgeschwindigkeit $S = 100 \text{ l/s}$ der Ionenpumpe und den Druck in der

⁴Die hier angegebenen Fehler beziehen sich auf Unsicherheiten bei den Messungen und wurden durch lineare Fehlerfortpflanzung ermittelt.

Hauptkammer $p_H = (1,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-11}$ mBar gegeben. Daraus lässt sich ein maximal möglicher Druckunterschied von

$$\Delta p_{\max} = \frac{S \cdot p_H \cdot L}{80D^3} \approx 40 \cdot 10^{-11} \text{ mBar} \quad (4.8)$$

ableiten. Somit liegt der experimentell ermittelte Wert für den Druck in der Metallzelle im realistischen Bereich.

4.3 RF-Manipulation von Spinzuständen

Der in Kapitel 3.4 beschriebene Aufbau zur Manipulation von Spinzuständen wurde verwendet, um verschiedene Spinmischungen herzustellen. Ein Ziel des Aufbaus war es, ein kaltes Gas herzustellen, welches zu gleichen Teilen aus den Spin-Zuständen $|1\rangle$ und $|2\rangle$ besteht. Ein solches Gas wird im Folgenden als homogenes Gas bezeichnet. Während Gase mit unterschiedlichen Spin-Anteilen als spinpolarisiert bezeichnet werden. Dieses Ziel, ein homogenes Gas zu erzeugen, wurde verfolgt, um die Evaporation in der Metallzelle zu optimieren. Darüber hinaus sollten kontrolliert beliebige Spinmischungen erzeugt werden, um zum Beispiel Phasenseparation eines spinpolarisierten Gases in 2D untersuchen zu können.

4.3.1 Spin-Balancing durch nicht perfekten Populationstransfer

Bei der Beschreibung der Rabi-Oszillationen in Kapitel 3.4 wurde der Einfluss von Dekohärenz auf die Rabi-Oszillationen eines perfekten Zweiniveau-Systems beschrieben. Wie in Abbildung 3.18 dargestellt, führt Dekohärenz dazu, dass das System bei entsprechender Dämpfung nach einigen Oszillationen zu einer Gleichverteilung der Spinzustände strebt. Die ersten Versuche, die unternommen wurden, um eine Gleichverteilung der Spinzustände zu erreichen basierten auf diesem Ansatz. Bei einer festen Radiofrequenz wurde das externe Magnetfeld langsam und linear in einem kleinen Intervall variiert. Das Intervall wurde symmetrisch um das Magnetfeld gewählt, bei welchem die Radiofrequenz resonant mit dem atomaren Übergang war. Bei diesem Vorgehen wurde erwartet, dass sich durch Einschränkung der Intervallbreite ein Magnetfeld finden lassen müsste, bei welchem Rabi-Oszillationen auftreten. Bei diesem Magnetfeld könnte dann, durch längeres Einstrahlen der Radiofrequenz, ein Populationsgleichgewicht erreicht werden.

Anstatt der erwarteten Rabi-Oszillationen wurde jedoch, auch bei extrem kleinen Intervallen ($\Delta B \approx 5$ mG), immer ein nahezu vollständiger Populationstransfer beobachtet (vgl. Abbildung 4.4). Zu diesem Verhalten liegen mehrere mögliche Erklärungen vor. Auf der einen Seite ist die erreichbare Auflösung der Steuerspannung der Netzteile begrenzt die die Ströme für die Magnetfelder liefern. Diese Begrenzung resultiert in einer Schrittweite von $\Delta B \approx 230$ mG⁵. Damit stellte sich die in Abbildung 4.4 angegebene Schrittweite in Realität als einzelner Schritt heraus. Durch die Trägheit der Netzteile jedoch, passiert der Sprung von $\Delta B \approx 230$ mG nicht instantan, sondern hat eher die Form einer Magnetfeldrampe. Somit konnte auf diese Weise nicht

⁵Die Auflösung der die Steuersignale erzeugenden Analogkarte (PCI-6733 16 bit Analog Output Board von National Instruments) beträgt 16 bit. Mit den vorhandenen Netzteilen kann ein Maximalfeld von $B_{\max} \approx 1500$ G erreicht werden. Daraus folgt: $\Delta B \approx 230$ mG.

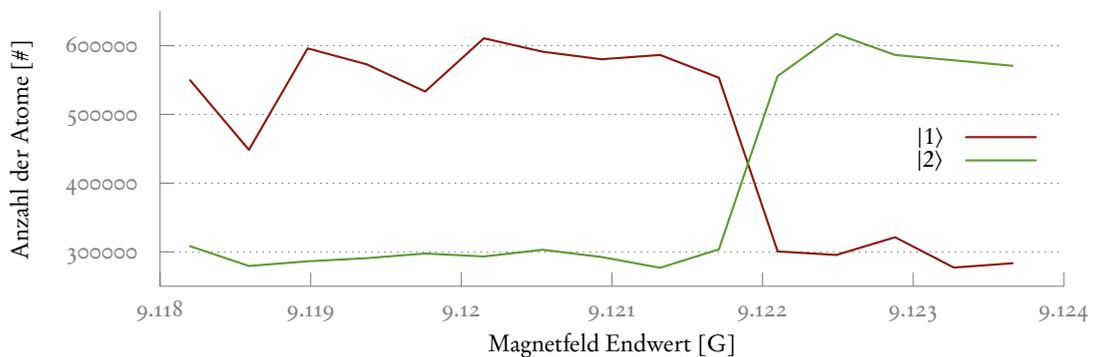


Abbildung 4.4: In einer Zeit von 0,5 s wurde das Magnetfeld von 9,118 G linear auf den Magnetfeld Endwert gefahren. Selbst bei dem hier abgebildeten kleinen Intervall von ca. 5 mG wurde immer ein kompletter Populationstransfer beobachtet.

das perfekte Magnetfeld gefunden werden, bei welchem die eingestrahlte Radiofrequenz resonant mit dem Übergang ist, vielmehr werden bei dem oben beschriebenen Messprozess Landau-Zener Übergänge getrieben. Ein weiterer Effekt, der die Beobachtung von Rabi-Oszillationen verhindert haben kann, ist die unzureichende RF-Leistung am Ort der Atome. Dieses Problem kann mit dem in Kapitel 3.4 beschriebenen neuen Antennendesign umgangen werden. Messungen dafür stehen jedoch noch aus. Ein weiteres Problem bei der Bestimmung des präzisen Wertes für das Resonanzfeldes ist die spezifizierte relative Ungenauigkeit von $1 \cdot 10^5$ der Hochstromnetzteile⁶. Bei einem Maximalen Strom von 200 A ergibt sich daraus ein Rauschen von ca. 2 mV, welches wiederum in einer Magnetfeldschwankung von ungefähr 16 mG resultiert.

Diese Probleme wurde umgangen, indem ausgenutzt wurde, dass der Populationstransfer nicht perfekt ist. Das Magnetfeld wurde in einem kleinen Intervall um die Resonanz herum moduliert, während die maximale RF-Leistung eingestrahlt wurde. Dadurch wurde die Population der beiden Spin-Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ mehrmals invertiert. Jeder dieser Inversionsschritte ist jedoch nicht perfekt und nach einigen Schritten stellt sich eine Populationsgleichgewicht ein. Mittels dieser Technik konnte mit 20 Inversionsschritten bei einer Magnetfeldmodulation von $\Delta B \approx 150$ mG in 300 ms eine Gleichbesetzung der Spinzustände erreicht werden.

4.3.2 Landau-Zener Übergang zur Erzeugung spinpolarisierter Gase

Neben der Möglichkeit gleichverteilte Spinmischungen zu präparieren, sollte es auch möglich sein, beliebig polarisierte Gase herzustellen. Dies wurde mittels des oben beschriebenen Landau-Zener-Übergangs erreicht. Um beliebige Frequenzabfolgen zu erzeugen, stand ein VFG-150 Frequenzgenerator der Firma Toptica zur Verfügung. Damit wurden lineare Frequenzrampen um die Resonanzfrequenz herum erzeugt. Durch die Variation der Zeit in der ein bestimmtes Frequenzintervall durchfahren wird, kann die Menge der transferierten Zustände kontrolliert werden. In Abbildung 4.5 ist die gemessene Transferwahrscheinlichkeit von Zustand $|2\rangle$ in Zustand $|3\rangle$ in Abhängigkeit von der Rampzeit dargestellt. Die Daten wurden bei einem Magnetfeld von

⁶SM30-200 Netzteil der Firma Delta Elektronik.

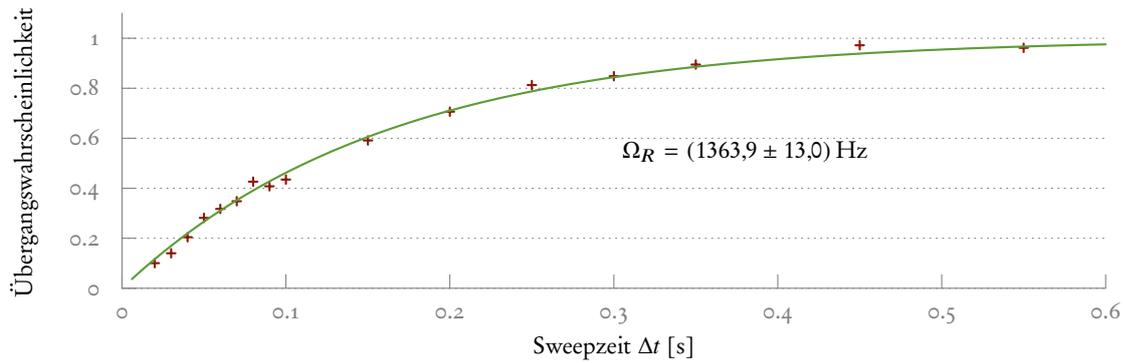


Abbildung 4.5: Landau-Zener Übergang von Zustand $|2\rangle$ nach $|3\rangle$. Die Rabi-Frequenz Ω_R wurde aus einem Fit der Gleichung 3.12 an die gemessenen Daten ermittelt.

73,98 G aufgenommen. Das abgefahrene Frequenzintervall betrug 300 kHz um die Resonanzfrequenz von 83,79 MHz. Die Rabi-Frequenz ergab sich bei dieser Messung für den Übergang zwischen den Zuständen $|2\rangle$ und $|3\rangle$ zu $(1363,9 \pm 13,0) \text{ Hz}$. Der angegebene Fehler ergibt sich dabei als statistischer Fehler aus dem Fit der Gleichung 3.12 an die gemessenen Daten.

5 Kritische Geschwindigkeit und Suprafluidität

In Kapitel 2 wurden die Schwierigkeiten dargestellt, die sich bei der theoretischen Beschreibung von zweidimensionalen Systemen ergeben. Ein prominentes Beispiel ist dabei der Effekt der Hochtemperatur-Supraleitung [51]. Sowohl Komplikationen in der theoretischen Beschreibung als auch die experimentellen Herausforderungen bei der Untersuchung von 2D Systemen führen dazu, dass die Ursache für die vergleichsweise hohe kritische Temperatur in manchen Materialien immer noch weitgehend unverstanden ist. In den letzten Jahren konnten jedoch von experimenteller Seite her in Modellsystemen einige Durchbrüche erzielt werden. So wurde 2007 erstmals in drei Dimensionen die kritische Geschwindigkeit — als Maß für das suprafluide Verhalten eines ultrakalten Gases — in Abhängigkeit von der Wechselwirkung im Gas gemessen [52]. In zwei Dimensionen konnte in einem bosonischen System die kritische Geschwindigkeit gemessen werden [53]. Diese Messung steht für ein fermionisches Gas noch aus. Der hier verwendete Aufbau erlaubt nun diese zwei vorangegangene Messungen zu kombinieren: Die Messung der kritischen Geschwindigkeit in zwei Dimensionen mit variabler Wechselwirkung zwischen den Atomen. Durch die Feshbach-Resonanz kann sowohl für bosonische als auch fermionische Teilchen Suprafluidität in zwei Dimensionen untersucht werden.

Die nächsten Abschnitte sind folgendermaßen untergliedert: zuerst wird in Abschnitt 5.1 ein genereller Überblick zur Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit an Hand des Landau-Kriteriums gegeben. Diese Betrachtungen werden in Abschnitt 5.1.1 exemplarisch auf den gut bekannten Fall der Suprafluidität eines BEC angewendet. Die bisher gewonnenen Erkenntnisse werden im Weiteren in den Abschnitten 5.2 bis 5.2.7 auf den BEC-BCS-Übergangsbereich angewendet. Dazu wird zunächst ein kurzer, schematischer Überblick über das Verhalten des Gases im Übergangsbereich gegeben. Es werden Stück für Stück die einzelnen Bereiche des Übergangs untersucht. Die Theorie der kritischen Geschwindigkeit in den jeweiligen Bereichen wird erarbeitet, um im letzten Abschnitt 5.3.3 mit den experimentell ermittelten Daten verglichen zu werden. Zur Erleichterung des Überblicks wird die folgende Grafik verwendet. Ein grüner Balken wird illustrieren, welche Teile des Übergangsbereichs bereits behandelt wurden.



5.1 Das Landau-Kriterium

Was passiert, wenn eine Flüssigkeit um ein massives, ortsfestes Objekt herum fließt? Bei einer klassischen Flüssigkeit wird Reibung an der Grenzfläche zwischen dem Objekt und der Flüssigkeit dazu führen, dass die Flüssigkeit gebremst wird. Sie verliert also kinetische Energie. Dieses

Verhalten kann sich fundamental ändern, wenn in der Flüssigkeit Kohärenz auftritt und ein quantenmechanisches Verhalten zu Tage tritt. Ein solches Fluid kann suprafluiden Charakter zeigen. Das würde bedeuten, dass der Fluss um die Störstelle herum reibungslos wird. Das Fluid ändert seine Energie nicht, obwohl es um die Störstelle herum fließen muss. Nach Landau kann genau dann von einem suprafluiden Verhalten gesprochen werden, wenn es eine kritische Geschwindigkeit

$$v_c = \min_{\vec{p}} \left(\frac{\epsilon(\vec{p})}{\vec{p}} \right) \quad (5.1)$$

für den Fluss um das Objekt herum gibt, ab welcher die suprafluide Phase zusammenbricht. Dies ist zum Beispiel in [54] dargestellt. Für Flussgeschwindigkeiten, die über der kritischen Geschwindigkeit liegen, verhält sich die Flüssigkeit klassisch und es tritt erneut Reibung und Energiedissipation auf.

Die Landau'sche Bedingung gibt die niedrigste Geschwindigkeit an, bei der die Störstelle eine Anregung erzeugen kann, für die sowohl der Impuls als auch die Energie erhalten sind. Wie gehen nun der Energie- und Impulserhaltungssatz in die Landau'sche Bedingung ein? Dies lässt sich nach dem Landau'schen Ansatz [55, S. 191 ff] am besten in einem mit der Flüssigkeit mitbewegten Bezugssystem zeigen: In diesem Bezugssystem ist die Flüssigkeit mit der Masse m in Ruhe und die Störstelle bewegt sich mit der Geschwindigkeit $-\vec{v}$. Es wird dabei angenommen, dass die Masse des störenden Objekt viel größer ist, als die Masse der Flüssigkeit. Falls es Reibung zwischen der Störstelle und der Flüssigkeit gibt, wird die zu Beginn ruhende Flüssigkeit anfangen, sich zu bewegen. Diese Bewegung wird nach und nach durch elementare Anregungen in der Flüssigkeit verursacht. Es stellt sich also die Frage, wann die ersten elementaren Anregungen auftreten.

Für eine Flüssigkeit mit der Dispersionsrelation $\epsilon(\vec{p})$ trägt eine Anregung der Energie $\epsilon = \epsilon(\vec{p})$ gerade den Impuls \vec{p} . Die Energie der Flüssigkeit im mitbewegten Bezugssystem ist also durch ϵ und ihr Impuls durch \vec{p} gegeben. Die Rücktransformation in das Bezugssystem, in welchem die Störstelle in Ruhe ist, liefert nun eine interessante Einsicht. Die Energie der Flüssigkeit im ruhenden Bezugssystem ist

$$E = \epsilon(\vec{p}) + \vec{p}\vec{v} + \frac{m\vec{v}^2}{2}. \quad (5.2)$$

Der Term $m\vec{v}^2/2$ ist die ursprüngliche kinetische Energie der Flüssigkeit und $\epsilon(\vec{p}) + \vec{p}\vec{v}$ gibt die Energieänderung durch die elementare Anregung an. Da die Energie E der Flüssigkeit durch Reibung an der Störstelle reduziert wird, muss $\epsilon + \vec{p}\vec{v}$ negativ sein. Anders formuliert: es ist energetisch nur günstig eine Anregung zu erzeugen, wenn $\epsilon + \vec{p}\vec{v} < 0$ gilt. Für einen bestimmten Wert von \vec{p} ist die linke Seite dieser Ungleichung am kleinsten, wenn \vec{p} und \vec{v} antiparallel zueinander stehen. Dann gilt $\epsilon - p v < 0$ oder auch

$$v > \frac{\epsilon}{p}. \quad (5.3)$$

Die Geschwindigkeit der Flüssigkeit muss also ϵ/p übersteigen, damit eine Anregung erzeugt werden kann. Für alle Geschwindigkeiten, die darunter liegen, ist es energetisch ungünstig, eine Anregung in der Flüssigkeit zu erzeugen, denn die Energie- und Impulserhaltung ist nicht

erfüllt. Hier kann Gleichung 5.1 herangezogen werden, denn genau dann, wenn der niedrigste Wert des Verhältnisses aus ϵ und p von Null verschieden ist, gibt es eine suprafluide Phase. Dann existieren Geschwindigkeiten für die Flüssigkeit, bei denen es ungünstig ist, eine Anregung zu erzeugen, für diese fließt das Fluid also reibungslos um das störende Objekt herum. Ein einfaches Beispiel für eine Dispersionsrelation, bei der das Verhältnis aus ϵ und p ein Minimum hat, welches von Null verschieden ist, ist durch $\epsilon(p) = cp$ gegeben. Diese Dispersionsrelation beschreibt ein System, in dem Schallwellen mit der Schallgeschwindigkeit c die energetisch niedrigsten Anregungen sind und das gesuchte Minimum durch die Schallgeschwindigkeit c gegeben ist.

Die Untersuchung der kritischen Geschwindigkeit lässt also einen Rückschluss auf die Eigenschaften des Systems in Hinblick auf seine Suprafluidität zu. Ab wann jedoch setzt Suprafluidität ein? Findet ein abrupter Phasenübergang statt oder wird der suprafluide Anteil am System langsam bei sinkender Temperatur größer? Interessant ist auch zu fragen, was die Grenztemperatur ist, ab der eine superfluide Phase zu erwarten ist. Diese Fragen werden in den folgenden Abschnitten behandelt.

5.1.1 Kritische Geschwindigkeit im BEC

Als Paradebeispiel für ein suprafluides System gilt ein schwach wechselwirkendes Bose-Einstein-Kondensat in drei Dimensionen. Die Entartung setzt in diesem System ein, sobald der mittlere Teilchenabstand d kleiner wird als die thermische deBroglie-Wellenlänge $\lambda_{th} = 2\pi\hbar/\sqrt{3mk_B T}$ [56, 57] bei Temperatur T für Teilchen mit der Masse m . Es ergibt sich also mit der Dichte $n = 1/d^3$ eine Abschätzung¹ für die kritische Temperatur von

$$T_{c,\text{BEC}} \approx \frac{4\pi^2\hbar^2 n^{2/3}}{3mk_B}. \quad (5.4)$$

Unterhalb dieser Temperatur, welche in typischen Experimenten von der Größenordnung einiger 100 nK liegt, können die ersten Anzeichen von Entartung erwartet werden. Das System verhält sich mehr und mehr quantenmechanisch und Superfluidität wird möglich.

In einem schwach wechselwirkenden BEC ist das Anregungsspektrum $\epsilon_{\text{BEC}}(\vec{k})$ für energetisch niedrige Anregungen in erster Näherung durch die Bogoliubov Theorie gegeben [59]:

$$\epsilon_{\text{BEC}}(\vec{k}) = \sqrt{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2ng \right)} \quad (5.5)$$

$g = 4\pi\hbar^2 a/m$ gibt dabei die Molekularfeld Wechselwirkung zwischen den Atomen in Abhängigkeit von der Streulänge a an (vgl. Kapitel 2 Abschnitt 2.1.4). Es ist instruktiv, dieses Anregungsspektrum in zwei Teilbereiche zu untergliedern.

Kleine Impulse $\hbar k \ll mc$ Für kleine Impulse kann das Anregungsspektrum 5.5 durch $\epsilon_{\text{BEC}}(k) = \hbar\omega(k) = \hbar kc_{\text{BEC}}$ genähert werden, wobei $c_{\text{BEC}} = d\omega/dk = \sqrt{gn/m}$ der Schallgeschwindigkeit

¹Eine detaillierte Berechnung der kritischen Temperatur und Teilchenzahlen für ein BEC finden sich z.B. in [58].

im Kondensat entspricht. Die Dispersionsrelation ist also für kleine Anregungsimpulse linear (siehe Abbildung 5.1 grüne Linie). Die durch die niedrigsten Impulse erzeugbaren Anregungen in einem BEC sind Schallwellen. Nach Landaus Kriterium kommt es — wie oben beschrieben — u.a. dann zu Suprafluidität, wenn die Dispersionsrelation einen lineare Anteil hat. Somit entspricht die kritische Geschwindigkeit $v_{c,\text{BEC}}$ im BEC der Schallgeschwindigkeit:

$$v_{c,\text{BEC}} = \min_k \left(\frac{\epsilon_{\text{BEC}}(k)}{\hbar k} \right) = \sqrt{\frac{gn}{m}}. \quad (5.6)$$

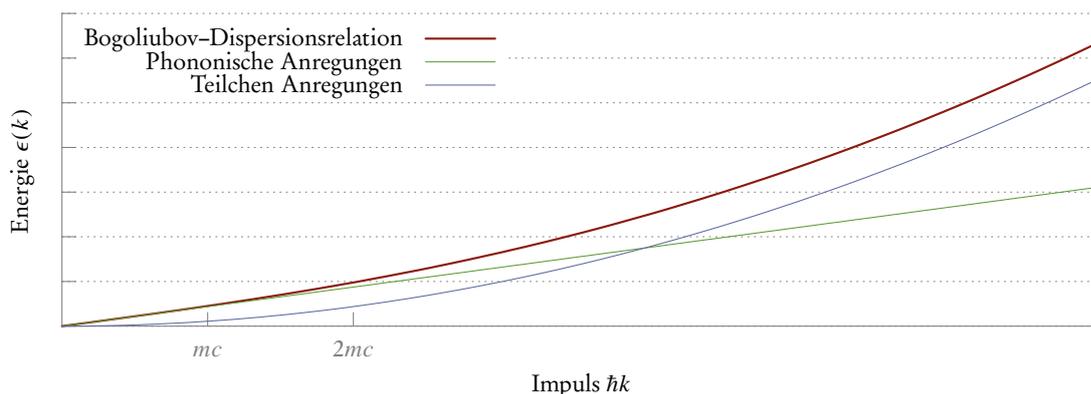


Abbildung 5.1: Bogoliubov-Anregungsspektrum $\epsilon_{\text{BEC}}(k)$ für verschiedene Impulse $\hbar k$. Die Wechselwirkung im BEC sorgt für eine lineare Dispersionsrelation im Bereich kleiner Impulse. In diesem Bereich ($\hbar k \ll mc$) tritt keine Dissipation im System auf und es liegt eine suprafluide Phase vor. Für große Impulse $\hbar k \gg mc$ nähert sich das Anregungsspektrum dem typischen Verhalten eines freien Teilchens mit einer quadratischen Dispersionsrelation an.

Große Impulse $\hbar k \gg mc$ Im entgegengesetzten Fall großer Impulse reduziert sich das Bogoliubov-Spektrum auf die Dispersionsrelation für freie Teilchen: $\epsilon_{\text{BEC}}(k) = \hbar^2 k^2/2m + gn$. Der erste Term beschreibt den Anteil kinetischer Energie an der Anregung, während der zweite Term durch die Wechselwirkungsenergie in einem BEC verursacht wird.

Für nicht wechselwirkende Gase ist der Term $2gn$ in Gleichung 5.5 Null und das Anregungsspektrum nimmt auch für kleine k die Form der Dispersionsrelation für freie Teilchen an, wie in Abbildung 5.1 durch die blaue Linie dargestellt ist. Somit ist eine suprafluide Phase nur für wechselwirkende Gase zu erwarten. Neben den hier betrachteten Anregungen sind noch weitere Mechanismen der Energiedissipation möglich. So können in einem BEC z.B. Vortexpaare angeregt werden (vgl. [60]), welche nach ihrem Zerfall Energie im System deponieren. Dadurch wird die tatsächlich gemessene kritische Geschwindigkeit reduziert [61].

Da es sich bei ${}^6\text{Li}$ um ein fermionisches Isotop handelt, kann aber nicht nur der Spezialfall der kritischen Geschwindigkeit in BECs untersucht werden. Das Spektrum der Möglichkeiten ist durch die in Kapitel 2 beschriebene Feshbach-Resonanz deutlich breiter und lässt ein Studium der Suprafluidität über den gesamten Übergangsbereich zwischen bosonischem und fermionischem Verhalten der Atome zu. Dies wird im nachfolgenden Abschnitt näher betrachtet.

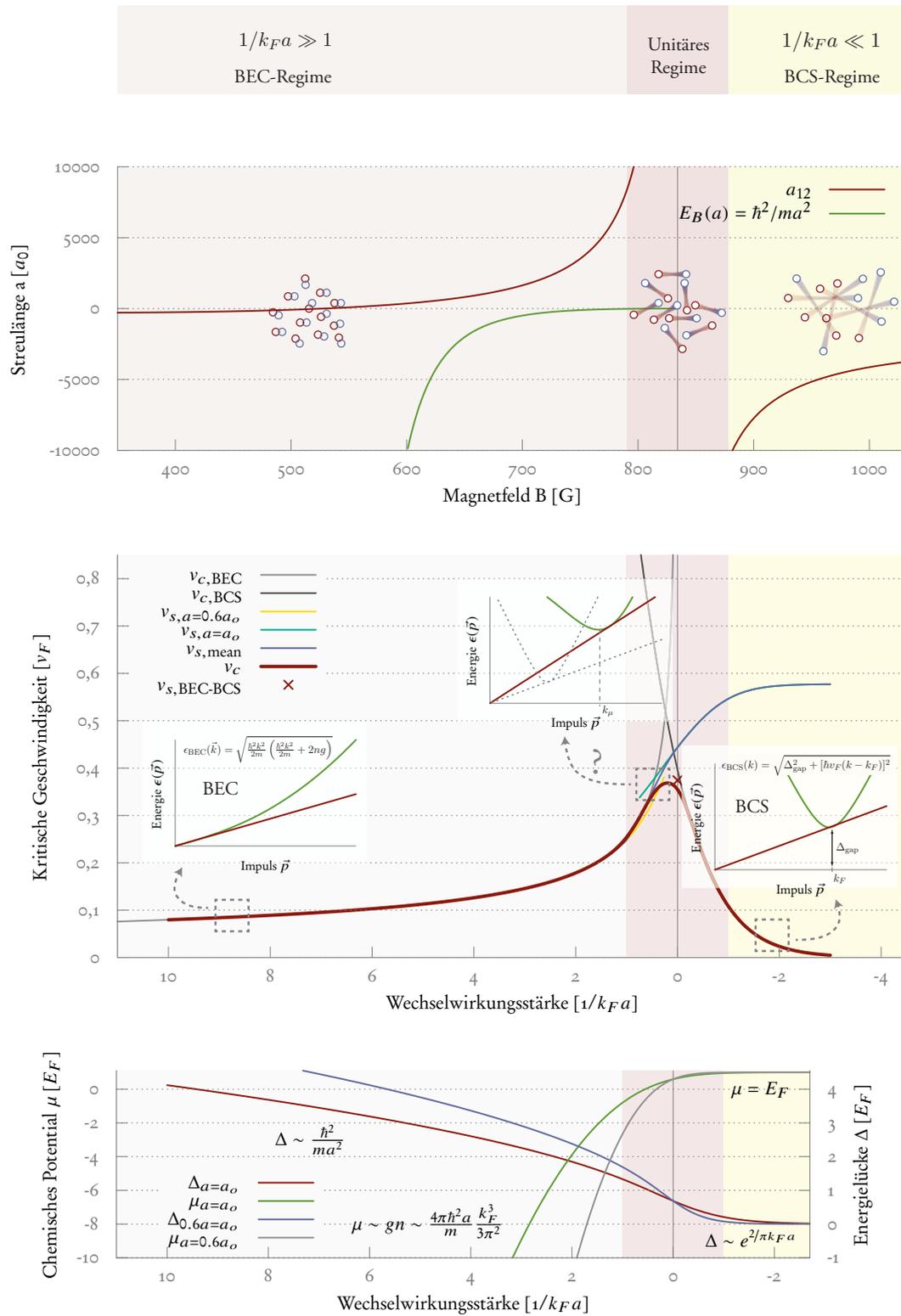


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung des BEC–BCS–Übergangs, der kritischen Geschwindigkeit, des chemischen Potentials und der Energielücke. Beschreibung der Grafik im nebenstehenden Text.

5.2 Zwischen zwei Theorien: Der BEC–BCS–Übergang

Das Verhalten eines ultrakalten Gases entlang des BEC–BCS–Übergangs lässt sich in seinen Kernpunkten durch drei Graphen beschreiben. Diese sind auf der rechten Seite in Abbildung 5.2 für einen ersten Überblick zusammengefasst. In den nächsten Abschnitten werden nacheinander die unterschiedlichen Bereiche des BEC–BCS–Übergangs untersucht. Zuerst werden die Grenzfälle des tiefen BEC- und BCS-Bereichs erläutert. Eine Betrachtung für unitäre Gas folgt woraufhin die verbleibenden Bereiche im stark wechselwirkenden Regime erläutert werden.

Feshbach–Resonanz Abbildung 5.2 Oben: Mittels der Feshbach–Resonanz kann, wie bereits in Abschnitt 2.1.4 dargestellt, die Wechselwirkung zwischen den Atomen variiert werden. Bei positiven Streulängen (linke Seite im Plot, grau hinterlegt), existieren tief gebundene, bosonische Dimere. Die Bindungsenergie E_B der Dimere ist durch die grüne Linie dargestellt. Die Dimere können durch ihren bosonischen Charakter in einen BEC Zustand kondensieren. Daher wird der Bereich auf der linken Seite als BEC–Regime bezeichnet. Auf der rechten Seite, also bei negativen Streulängen (im Plot gelb hinterlegt,) verhalten sich die ^6Li -Atome ähnlich wie freie Fermionen. Sie können durch die BCS–Theorie beschrieben werden. In einem entarteten Fermi–Gas bilden sich auf dieser Seite im Impulsraum Cooper–Paare. Auf der Resonanz, im unitären Regime, verhält sich das Gas universell und kann vollständig durch nur zwei Parameter beschrieben werden: seine Temperatur T/T_F und den mittleren Teilchenabstand $\sim 1/k_F$.

Kritische Geschwindigkeit Abbildung 5.2 Mitte: Die kritische Geschwindigkeit, die ein Maß für die Stabilität der suprafluiden Phase ist, verändert sich entlang des BEC–BCS–Übergangs. Im Diagramm sind die theoretischen Vorhersagen für die kritische Geschwindigkeit bei verschiedenen Wechselwirkungsstärken $1/k_F a$ gezeigt. Die kleinen, eingesetzten Diagramme zeigen qualitativ die jeweilige Dispersionsrelation zu den drei Bereichen. Auf der BEC–Seite sind die niedrigsten Anregungen durch Schallwellen gegeben. Die Dispersionsrelation ist linear. Auf der rechten Seite, im BCS–Limit folgt die Dispersionsrelation der quadratischen Form für teilchenartige Anregungen. Die kritische Geschwindigkeit ist durch das Aufbrechen von Cooper–Paaren mit der Bindungsenergie 2Δ bestimmt. Im Übergangsbereich, für $1 > 1/k_F a > -1$, müssen speziellere Ansätze herangezogen werden, die die Variation des chemischen Potentials und der Energielücke mit $1/k_F a$ berücksichtigen. Diese werden weiter unten beschrieben. Es muss jedoch betont werden, dass bis heute keine adäquate Theorie zur Beschreibung der kritischen Geschwindigkeit im Bereich $1 > 1/k_F a > -1$ existiert, die hier präsentierten Rechnungen sind immer nur als Näherung zu sehen. Sie stellen aber die besten verfügbaren Ansätze dar.

Energielücke und chemisches Potential Abbildung 5.2 Unten: Das chemische Potential μ und die Energielücke Δ variieren entlang des BEC–BCS–Übergangs. Das chemische Potential entspricht dabei bei $T = 0$ im BCS–Limit der Fermi–Energie. Auch der BEC–Seite wiederum liegt eine Proportionalität zur Mean–Field Wechselwirkung vor und es gilt $\mu \sim gn$. Die Energielücke, die die Stärke der Bindung zwischen den atomaren Paaren beschreibt, ist auf der BCS–Seite exponentiell unterdrückt. Auf der BEC–Seite hingegen entspricht sie im wesentlichen der Bindungsenergie der Dimere.

5.2.1 Das BEC-Limit $1/k_a \gg 1$

Auf der linken Seite der Resonanz, bei positiven Werten der Streulänge a , existiert ein gebundener Zustand mit der Bindungsenergie $E_B = \hbar^2/m a^2$ [62]. Zwei fermionische ${}^6\text{Li}$ Atome können somit ein bosonisches Dimer bilden. Diese wiederum können auf Grund ihres bosonischen Charakters zu einem molekularen BEC kondensieren [63]. Für die Dimere gilt, dass die Streulänge für die Streuung zwischen zwei Dimeren kleiner ist, als die Streulänge a zweier freier Fermionen. In [62] wurde gezeigt, dass für die Dimer-Dimer Streulänge $a_{dd} = 0,6a$ gilt. Die Ausdehnung der Dimere ist von der Größenordnung der Streulänge a . Hier wird nochmals ersichtlich, dass die Beschreibung der Wechselwirkung durch den Parameter a nur dann gültig sein kann, wenn die charakteristische Wechselwirkungslänge des tatsächlichen Potentials — in diesem Fall des Van-der-Waals Potentials — viel kleiner ist als die Streulänge und der interatomare Abstand.

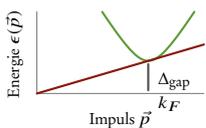
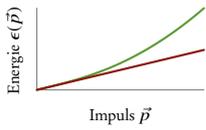
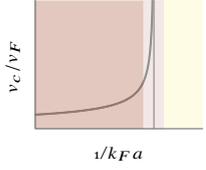
Die so erzeugten Moleküle befinden sich in hoch angeregten Vibrationszuständen und könnten durch Stöße in tiefer gebundene Zustände zerfallen. Im Extremfall könnte sich der interatomare Abstand auf die Größenordnung der Van-der-Waals Länge R_0 reduzieren. Dabei würde Energie von der Größenordnung $\hbar^2/m R_0^2$ frei [64]. Trotzdem ist das molekulare Gas extrem stabil gegen inelastische Verlustprozesse. Dies liegt am fermionischen Charakter der ${}^6\text{Li}$ Atome, wodurch Stöße zwischen identischen Teilchen durch die Pauli-Blockade stark unterdrückt sind. Da an einem inelastischen Prozess zwischen einem Molekül und einem Atom oder zwischen zwei Molekülen jedoch immer mindestens zwei identische Fermionen beteiligt wären, ist die Wahrscheinlichkeit auch dafür stark reduziert [62]. Die Verlustraten durch inelastische Streuung skalieren invers mit der Streulänge [62, 65]. Dadurch ist das molekulare Gas besonders bei großen Werten der Streulänge — also nahe der Feshbach-Resonanz — sehr stabil.

Für die kritische Geschwindigkeit und das Auftreten von Suprafluidität gilt im molekularen BEC die bereits oben ausgeführte Bogoliubov Theorie. Das Aufbrechen der Li_2^6 Moleküle ist dabei energetisch deutlich kostspieliger als die Anregungen, welche durch die Bogoliubov Dispersionsrelation 5.5 beschrieben werden, und kann somit bei der Untersuchung der kritischen Geschwindigkeit vernachlässigt werden.



5.2.2 Das BCS-Limit $1/k_F a \ll 1$

Weit auf der rechten Seite der Feshbach-Resonanz, im sogenannten BCS-Limit, ist die Streulänge schwach negativ. Somit existiert ein schwaches attraktives Potential zwischen den ${}^6\text{Li}$ Atomen. Es ist kein durch Streuung induzierter gebundener Zustand vorhanden. Bardeen, Cooper und Schrieffer (BCS) [11] konnten 1957 erstmals eine geschlossene Theorie eines solchen Systems präsentieren. Die BCS-Theorie erklärt den Effekt der Supraleitung durch eine Instabilität der Fermi-Kugel schon unter der Anwesenheit eines sehr schwachen attraktiven Potentials und der Existenz von exponentiell schwach gebundenen Paaren, den Cooper-Paaren. Zwei Fermionen an der Oberfläche der Fermi-Kugel mit gegensätzlichem Impuls paaren sich dabei im Im-



pulsraum zu einem bosonischen Dimer mit Nettoimpuls Null. Im Gegensatz zur Ausdehnung der Dimere von der Größe der Streulänge im BEC-Fall ist deren Ausdehnung im BCS-Limit deutlich größer als der mittlere Teilchenabstand. Der folgende theoretische Überblick orientiert sich an [64], [66] und [18].

In zweiter Quantisierung kann der Vielteilchen Hamilton-Operator für eine unpolarisierte Spinmischung (\uparrow, \downarrow) mit identischen Massen im homogenen Fall als

$$\hat{H} = 2 \underbrace{\int \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} - \mu \right) \hat{\Psi}(\vec{r}) d\vec{r}}_{\text{Einteilchen-Energie}} + \underbrace{\int V(\vec{r} - \vec{r}') \hat{\Psi}_\uparrow^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}_\downarrow^\dagger(\vec{r}') \hat{\Psi}_\downarrow(\vec{r}') \hat{\Psi}_\uparrow(\vec{r}) d\vec{r} d\vec{r}'}_{\text{Vielteilchen-Wechselwirkung}} \quad (5.7)$$

geschrieben werden. μ ist das chemische Potential und $V(\vec{r} - \vec{r}')$ ein effektives, regularisiertes Zweiteilchen-Wechselwirkungspotential [64]. Die Eigenenergien können durch Diagonalisierung und Bogoliubov-Transformation des Hamilton-Operators gefunden werden. Eine ausführliche Darstellung findet sich z.B. in [54, Kap. 16.3]. In [67] wurde aus dem oben stehenden Hamilton-Operator analytisch die kritische Temperatur berechnet. Mit

$$T_{c,\text{BCS}} \approx 0,28 T_F e^{\pi/2 k_F a} \quad (5.8)$$

hängt die kritische Temperatur exponentiell von dem einheitenlosen Parameter $k_F |a|$ ab. Dies steht im klaren Gegensatz zu der kritischen Temperatur im BEC-Limit 5.4. Dort ist die Dichteabhängigkeit mit $T_{c,\text{BEC}} \sim n^{2/3} \sim k_F^2$ deutlich schwächer ausgeprägt. Im BCS-Regime reagiert die kritische Temperatur somit viel empfindlicher auf Dichteunterschiede.

Für Einteilchenanregungen nahe der Fermi-Oberfläche $|k - k_F| \ll k_F$ ist das Anregungsspektrum durch [18]

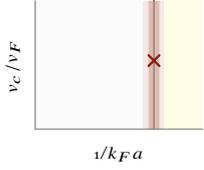
$$\epsilon_{\text{BCS}}(k) = \sqrt{\Delta_{\text{gap}}^2 + [\hbar v_F (k - k_F)]^2} \quad (5.9)$$

gegeben. Die Energielücke ist durch $\Delta_{\text{gap}} = (E_F/8/e^2) \exp(\pi/2 k_F a)$ gegeben. Sie ist ein Maß für die Hälfte der Energie, die benötigt wird, um eines der erzeugten Cooper-Paare zu brechen. $v_F = \hbar k_F/m$ ist die Fermi-Geschwindigkeit. Das BCS-Anregungsspektrum hat somit ein Minimum bei $k = k_F$. Mittels des Landau-Kriteriums 5.1 folgt also für die kritische Geschwindigkeit im BCS-Limit

$$v_{c,\text{BCS}} = \min_k \left(\frac{\epsilon_{\text{BCS}}(k)}{\hbar k} \right) = \frac{\Delta_{\text{gap}}}{\hbar k_F}. \quad (5.10)$$



5.2.3 Das unitäre Regime $1/k_F a = 0$



Für die beiden bisher behandelten Grenzfälle sind adäquate Theorien zur Beschreibung vorhanden. Im BEC-Fall ($k_F a \rightarrow 0^+$) führt eine Beschreibung des Systems durch eine Mean-Field Theorie zu guten Vorhersagen über den Ausgang eines Experiments, während im BCS-Fall ($k_F a \rightarrow 0^-$) eine Vielteilchentheorie mit schwacher Wechselwirkung zum Erfolg führt. Im BEC-BCS-Crossover Bereich ($k_f |a| \gtrsim 1$) jedoch ist — auf Grund der starken Wechselwirkung — eine theoretische Beschreibung nicht ohne weiteres möglich. Hier tritt die außergewöhnliche Situation auf, in der das Gas stark wechselwirkend und sehr dünn zur gleichen Zeit ist, denn die Streulänge ist deutlich größer als der interatomare Abstand. Genau auf der Feshbach-Resonanz ist ein besonderer Extremfall erreicht. Die Streulänge wird unendlich groß und kann somit das nur endlich große Vielteilchensystem nicht mehr beeinflussen. Das Verhalten des Systems auf der Resonanz wird damit unabhängig von der Streulänge. Dieser Bereich ($k_F |a| \rightarrow \infty$) wird als unitärer Bereich bezeichnet und zeichnet sich dadurch aus, dass alle Eigenschaften des Systems nur durch den mittleren Teilchenabstand und bei $T \neq 0$ seine Temperatur bestimmt sind [68, S. 10].

Für die kritische Geschwindigkeit eines solchen Systems ist vor allem der universelle Zusammenhang zwischen der Fermi-Energie E_F und dem chemischen Potential μ bei $T = 0$ interessant [69]. Wenn der mittlere Teilchenabstand \bar{d} mit der Dimension $[\bar{d}] = \text{m}$ die einzige Größe ist die, abgesehen von Naturkonstanten und dimensionslosen Konstanten, in das chemische Potential und die Fermi-Energie eingeht, kann das folgende dimensionale Argument gebracht werden:

Die Dimension einer Energie ist $[E] = \text{J}$ und sinnvolle Naturkonstanten, die in die Betrachtung mit eingehen, sind das reduzierte Planck'sche Wirkungsquantum $[\hbar] = \text{Js}$ und die Masse der Teilchen $[m] = \text{kg}$. Somit folgt, dass der mittlere Teilchenabstand sowohl in die Fermi-Energie als auch in das chemische Potential mit der Potenz $q = -2$ eingehen muss:

$$\begin{aligned} [\hbar]^n [m]^p [\bar{d}]^q &\stackrel{!}{=} \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \\ \left(\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right)^n (\text{kg})^p (\text{m})^q &\stackrel{!}{=} \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \\ \Rightarrow n = 2, \quad p = -1, \quad q = -2 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Zwischen dem chemischen Potential und der Fermi-Energie besteht also ein linearer Zusammenhang, da sich die Abhängigkeit vor der Dichte gerade herauskürzt, wenn man das Verhältnis aus den beiden Größen bildet.

$$\frac{\mu(\vec{r})}{E_F(\vec{r})} = 1 + \beta \quad \Leftrightarrow \quad \mu(\vec{r}) = (1 + \beta)E_F(\vec{r}). \quad (5.12)$$

Der dimensionslose Parameter β , der sogenannten Bertsch-Parameter [70], liefert somit einen universellen Zusammenhang zwischen der Fermi-Energie des idealen Fermi-Gases und dem chemischen Potential des unitären Gases auf der Feshbach-Resonanz. Dieser Zusammenhang wird als universell bezeichnet, da die systemspezifischen Größen wie die Streulänge, die genaue

Form des Wechselwirkungspotentials und die Dichte bei der Beschreibung durch den Parameter β keine Rolle mehr spielen.

Die Schallgeschwindigkeit eines unitären Fermi-Gases bezogen auf die Fermi-Geschwindigkeit $v_F = \hbar k_F / m$ eines idealen Fermi-Gases kann nun aus Gleichung 5.12 bestimmt werden zu

$$c_{\text{BEC-BCS}} = \sqrt{\frac{n}{m} \frac{\partial \mu}{\partial n}} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{3}} v_F, \quad (5.13)$$

wobei β bereit sowohl experimentell z.B. in [71] als auch numerisch in [72, 69] auf den Bereich $\beta = -0,58 \pm 0,01$ eingeschränkt werden konnte. Es ist zu betonen, dass dieser universelle Zusammenhang nur die Schallgeschwindigkeit, nicht jedoch zwangsläufig die kritische Geschwindigkeit wiedergibt. Durch $c_{\text{BEC-BCS}}$ ist also nur eine obere Grenze gegeben, da möglich wäre, dass bereits auf der Resonanz die niedrigsten Anregungen durch Paarbrechung und nicht durch die Anregung von Schallwellen gegeben sind. Diese Annahme wird durch [18, S. 109] unterstützt.



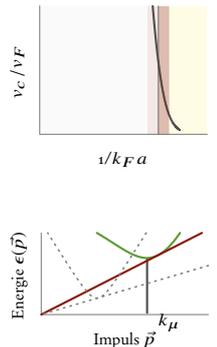
5.2.4 Der Bereich dazwischen — rechte Seite $0 > 1/k_F a > -1$

Mit dem Verhalten des Gases auf der Resonanz ist nun ein dritter Punkt bekannt. Trotzdem fehlt eine konsistente Beschreibung der stark wechselwirkenden Bereiche des BEC-BCS-Übergangs, die nicht genau auf der Resonanz liegen. Eine Möglichkeit, eine qualitative Beschreibung des stark wechselwirkenden Vielteilchensystems zu liefern, bietet der Mean-Field Ansatz von Eagles [73] und Leggett [12] bei $T = 0$. In [74] wird der Mean-Field Hamilton-Operator diagonalisiert, welcher wiederum für Anregungen nahe der Fermi-Oberfläche $|k - k_F| \ll k_F$ eine Dispersionsrelation für elementare Anregungen liefert:

$$\epsilon_{\text{BEC-BCS}}(k) = \sqrt{\Delta_{\text{gap}}^2 + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu \right)^2}. \quad (5.14)$$

Die Energielücke Δ_{gap} entspricht wieder der Hälfte der Energie, die zum Brechen der Paare erforderlich ist. $\hbar^2 k^2 / 2m - \mu$ ist die Energie eines freien Teilchens in Bezug auf das chemische Potential μ . In einem homogenen System lässt sich somit das qualitative Verhalten der kritischen Geschwindigkeit im gesamten BCS-Regime bestimmen. Dazu müssen zuerst die durch Gleichung 5.14 beschriebenen Anregungen mit der niedrigsten Energie gefunden werden. Danach kann das Landau-Kriterium angewandt werden, um die kritische Geschwindigkeit zu bestimmen.

Die Anregung wird z.B. durch einen Rührstrahl (im Folgenden Störung genannt) erzeugt. Dabei wird der Impuls \vec{q} übertragen. Der offensichtlichste Ansatz wäre, die Anregung kleinster Energie für den Fall zu vermuten, bei welchem $(\hbar^2 k^2 / 2m - \mu) = 0$ gilt. Dann wäre $\epsilon_{\text{BEC-BCS}}(k) = \Delta_{\text{gap}}$ und die kritische Geschwindigkeit $v_c = \Delta_{\text{gap}} / \hbar k$. Diese Betrachtung ist jedoch nur im tiefen BCS-Limit gültig.



Dies liegt in der Natur der Cooper-Paare und der Tatsache, dass die fermionische Paarung, die zu Cooper-Paaren führt, nicht im Orts-, sondern im Impulsraum stattfindet: Zwei Fermionen, die Zerfallsprodukte eines Cooper-Paares mit Nettoimpuls Null sind, tragen nach dem Zerfall des Paares Impuls $\pm \vec{k}'$. Wird dieser Zerfall durch eine Störung mit Impuls \vec{q} hervorgerufen, trägt jedes Fermion nach dem Zerfall Impuls $\vec{k}_{\pm} = \vec{q}/2 \pm \vec{k}'$. Dies ist in Abbildung 5.3a dargestellt. Im Bild stehen \vec{q} und \vec{k}' senkrecht aufeinander, der Grund dafür wird weiter unten eingehender erläutert.

Es sich also die Frage, für welche Impulse \vec{k}_{\pm} die aufzuwendende Energie

$$\epsilon_{\text{Schwelle}}(\vec{k}_{\pm}) = (\epsilon_{\text{BEC-BCS}}(\vec{k}_{-}) + \epsilon_{\text{BEC-BCS}}(\vec{k}_{+})) \quad (5.15)$$

am niedrigsten ist. Die Summe aus den beiden Anregungsenergien $\epsilon_{\text{BEC-BCS}}(\vec{k}_{\pm})$ stellt die Schwellenergie dar. Denn genau bei dieser Schwelle ist die Energie der Anregung groß genug, um ein Cooper-Paar in zwei ungepaarte Fermionen aufzubrechen.

Für die BCS-Seite ist klar, dass die niedrigste Energie durch 2Δ gegeben ist. Dies kann aus Gleichung 5.14 abgelesen werden, wenn $\hbar^2 \vec{k}^2/2m - \mu = 0$ gesetzt wird. 2Δ müssen aufgewendet werden, weil zwei Anregungen erzeugt werden müssen. Die niedrigste Energie ist dementsprechend erreicht, wenn sowohl für \vec{k}_{+} und \vec{k}_{-} gilt: $(\hbar^2 \vec{k}_{\pm}^2/2m - \mu) = 0$. Tief im BCS-Limit kann man hier auch eine graphische Interpretation finden, die in Abbildung 5.3a dargestellt ist: Das Cooper-Paar mit Nettoimpuls Null wird aufgebrochen, und die beiden freien Fermionen haben genau dann die niedrigste Energie, wenn ihre Impulse \vec{k}_{\pm} auf der Fermi-Oberfläche liegen. Die obenstehende Betrachtung gilt jedoch nur, wenn $\hbar|\vec{q}| < 2\sqrt{2m\mu} =: \hbar|\vec{k}_{\mu}|$ gilt.

Im dem Fall in dem der Impuls der Anregung außerhalb der Fermi-Kugel liegt, also für $\hbar|\vec{q}| > \hbar|\vec{k}_{\mu}|$ erfüllt ist, gilt eine andere Betrachtung. Die zu \vec{k} proportionale Energie $\epsilon_{\text{Schwelle}}$ ist dann am Geringsten, wenn $\vec{k}' = 0$ gilt, wie aus der geometrischen Interpretation in Abbildung 5.3b ersichtlich wird. Anschaulich bedeutet dies, dass es für Anregungsimpulse außerhalb der Fermi-Kugel keine Schwellbedingung an die Impulse der aus dem Cooper-Paare gebildeten Fermionen gibt. Mit der Bedingung, dass $\vec{k}' = 0$ gilt, ergibt sich die Schwellenergie zu $\epsilon_{\text{Schwelle}} = 2\sqrt{\Delta_{\text{gap}}^2 + (\hbar^2 q^2/8m - \mu)^2}$. Damit sind nun alle Größen bekannt, die zur Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit notwendig sind. Analog zu den vorangegangenen Betrachtungen ergibt sich v_c zu

$$v_{c,\text{BEC-BCS}} = \min_q \left(\frac{2\sqrt{\Delta_{\text{gap}}^2 + (\hbar^2 q^2/8m - \mu)^2}}{\hbar q} \right). \quad (5.16)$$

Das Minimum kann analytisch durch Ableiten gefunden werden. Der Impuls, bei dem das Minimum erreicht ist, ist $\hbar|\vec{q}| = 2\sqrt{2m} (\Delta_{\text{gap}}^2 + \mu^2)^{1/4}$. Dieser ist somit größer als der Impuls $\hbar|\vec{k}_{\mu}|$ der das Äquivalent zum chemischen Potential im Impulsraum ist. Es ist daher nicht ausreichend, nur den vorher betrachteten Fall für $\hbar|\vec{q}| < \hbar|\vec{k}_{\mu}|$ zu berücksichtigen. Für den BCS-Bereich

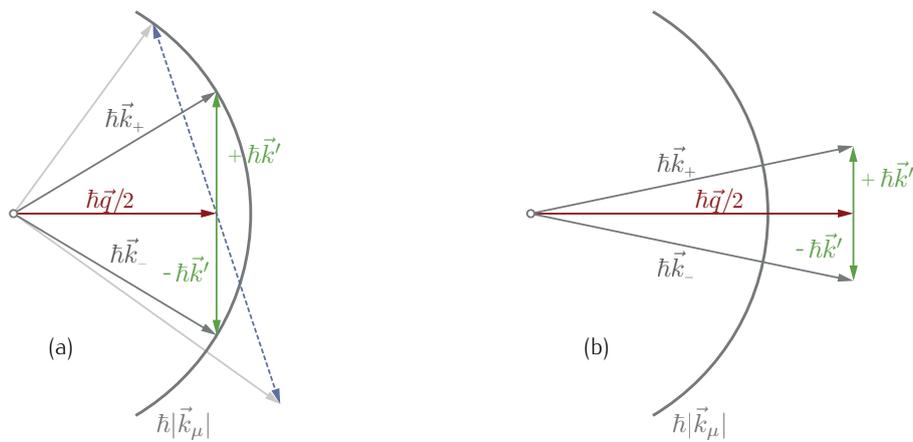


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung des Aufbrechens eines Cooper-Paares im Impulsraum. Der graue Kreisbogen stellt den zur Fermi-Oberfläche äquivalenten Impuls dar. Nur außerhalb dieses Schwellimpulses gibt es freie Zustände, die nicht schon durch andere Fermionen besetzt sind. Ein Cooper-Paar mit Nettoimpuls Null (kleiner grauer Kreis) wird durch eine Störung mit Impuls $\hbar\vec{q}/2$ in zwei freie Fermionen aufgebrochen. Diese Tragen nach dem Aufbrechen Impuls $\pm\hbar\vec{k}'$. Da die Energie einer Anregung $\epsilon(\vec{k}_\pm)$ proportional zu \vec{k}_\pm ist, wird aus (a) für $|\vec{q}/2| < |\vec{k}_\mu|$ ersichtlich, dass es energetisch am günstigsten ist, wenn gilt: $\vec{q} \perp \vec{k}'_\pm$ (Gegenbeispiel in blau, gestrichelt). Für $|\vec{q}/2| > |\vec{k}_\mu|$ ist der Winkel zwischen \vec{q} und \vec{k}'_\pm irrelevant, da $|\vec{k}_\pm|$ am kürzesten ist, wenn $\vec{k}' = 0$ gilt.

kann nun eine kritische Geschwindigkeit von

$$v_{c,\text{BEC-BCS}} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta_{\text{gap}}^2 + \mu^2} - \mu}{m}} \quad (5.17)$$

angegeben werden. Durch den gewählten Mean-Field Ansatz in der Berechnung des Energiespektrums $\epsilon_{\text{BEC-BCS}}(k)$ ist die hier angegebene kritische Geschwindigkeit nur bei $T = 0$ korrekt. Bei endlichen Temperaturen müssen Fluktuationen mit berücksichtigt werden, um eine korrekte Beschreibung zu gewährleisten [75].

Die kritische Geschwindigkeit im BCS-Regime ergibt sich also aus der Energie, die aufgewendet werden muss, um ein Cooper-Paar in zwei freie Fermionen aufzubrechen. Wichtig ist, dass der Impuls, den die beiden Fermionen nach dem Aufbrechen tragen, in den Rechnungen mit berücksichtigt wird.



5.2.5 Der Bereich dazwischen — linke Seite $1 > 1/k_F a > 0$

Auf der linken Seite der Resonanz, für $k_F a > 0$, bilden sich, wie oben bereits beschrieben, ^6Li Dimere. Diese stellen mit einer Bindungsenergie von $E_B = -\hbar^2/ma^2$ sehr stabile Paare dar. Im tiefen BEC-Regime, in dem die Bindungsenergie sehr groß wird, ist daher die niedrigste Anregung mit Sicherheit nicht mehr durch das Aufbrechen von Paaren gegeben. Vielmehr sind die energetisch günstigsten Anregungen Schallwellen, wie in Abschnitt 5.2.1 dargestellt wurde. Es muss also untersucht werden, durch welchen Mechanismus die kritische Geschwindigkeit nahe der Resonanz bestimmt wird. In [66] wurde die Schallgeschwindigkeit mittels der generellen Definition

$$v_s = \sqrt{\frac{n}{m} \frac{\partial \mu}{\partial n}} \quad (5.18)$$

im gesamten Übergangsbereich berechnet. m ist die Masse, n die Dichte und μ das chemische Potential des untersuchten Gases. Bei der Berechnung ergibt sich jedoch eine Schwierigkeit. Denn im tiefen BEC-Limit besteht das Gas aus stark gebundenen Dimeren, während im BCS-Bereich beinahe freie Fermionen vorliegen. Diese beiden Extrema unterscheiden sich in ihrer Masse und der Streulänge. So gilt für den BEC-Bereich $m = m_{6\text{Li}_2} \approx 12u$. Im Fall freier Fermionen ist die Masse jedoch um einen Faktor Zwei kleiner. Für die Streulänge hingegen gilt, dass sie für Dimer-Dimer Wechselwirkung kleiner wird und den Wert $a_{dd} = 0,6a$ annimmt [62]. Der Übergang vom molekularen Verhalten hin zum Verhalten freier Fermionen geschieht dabei stetig. Soweit bekannt, gibt es für die damit einhergehende kontinuierliche Veränderung der Masse und der Streulänge keine konsistente theoretische Beschreibung. Aus diesem Grund werden im Folgenden die beiden Extremfälle berechnet. Im Übergangsbereich wird zwischen diesen beiden Fällen linear interpoliert. Zu bemerken ist, dass die Schallgeschwindigkeit vollständig aus der Zustandsgleichung bestimmt werden kann. So könnten die Daten aus [76] und [71] verwendet

werden, um die Schallgeschwindigkeit im Übergangsbereich zu bestimmen. Hier wurde jedoch der in [66] verwendete Ansatz von Leggett [12] verwendet, um die Schallgeschwindigkeit zu berechnen. Diese ergibt sich mit dem gewählten Ansatz² zu

$$v_s = \sqrt{\frac{n}{m} \frac{\partial \mu}{\partial n}} = \frac{\hbar k_F}{m} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{k_F a (\frac{\pi}{2} \Delta_{\text{eff}}^2 + 2\mu_{\text{eff}} k_F a)}{4(k_F a)^2 + \frac{\pi^4}{4} \Delta_{\text{eff}}^2}}. \quad (5.19)$$

Δ_{eff} und μ_{eff} sind die dimensionslosen Werte des chemischen Potentials und der Energielücke. Es gilt also $\Delta = E_F \Delta_{\text{eff}}$ und $\mu = E_F \mu_{\text{eff}}$. Die Verwendung der auf die Fermi-Energie normierten Größen hat den Vorteil, dass sofort ersichtlich wird, dass der Ausdruck unter der Wurzel nur noch von dem dimensionslosen Wechselwirkungsparameter $k_F a$ abhängt. Um einen Vergleich zwischen den Geschwindigkeiten vornehmen zu können, die für das Aufbrechen eines Paares oder die Anregung einer Schallwelle notwendig sind, müssen nun das chemische Potential μ und die Energielücke Δ bestimmt werden. Die dazu benötigten Gleichungen werden, der Darstellung in [18] folgend, im nächsten Abschnitt präsentiert.



5.2.6 Energielücke und chemisches Potential im BEC–BCS–Übergang

Aus den bisherigen Betrachtungen und dem Ansatz von Leggett [12] lassen sich zwei Bestimmungsgleichungen für das chemische Potential und die Energielücke ableiten. Eine ausführliche Herleitung findet sich in [7, S. 55-59]. Hier werden nur kurz die Ergebnisse dieser Arbeit diskutiert. Die Bestimmungsgleichungen lassen sich in dimensionsloser Form schreiben, indem alle Energien mit der Fermi-Energie $E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ normiert werden. Aus den Gleichungen, die die Größe der Energielücke und die totale Teilchendichte bestimmen, ergeben sich zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten:

$$-\frac{1}{k_F a} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{2}{3I_2(\frac{\mu}{\Delta})} \right)^{1/3} I_1 \left(\frac{\mu}{\Delta} \right) \quad \text{und} \quad (5.20)$$

$$\frac{\Delta}{E_F} = \left(\frac{2}{3I_2(\frac{\mu}{\Delta})} \right)^{2/3}. \quad (5.21)$$

²In [66] Gleichung 10 ist die Form $v_s^2 = \frac{1}{3m^2} \frac{J_2 J_4 \Delta^2}{J_2^2 \Delta^2 + J_4^2}$ angegeben. Diese ist nach dem Einsetzen der Definitionen für die Integrale J_x äquivalent zu Gleichung 5.19.

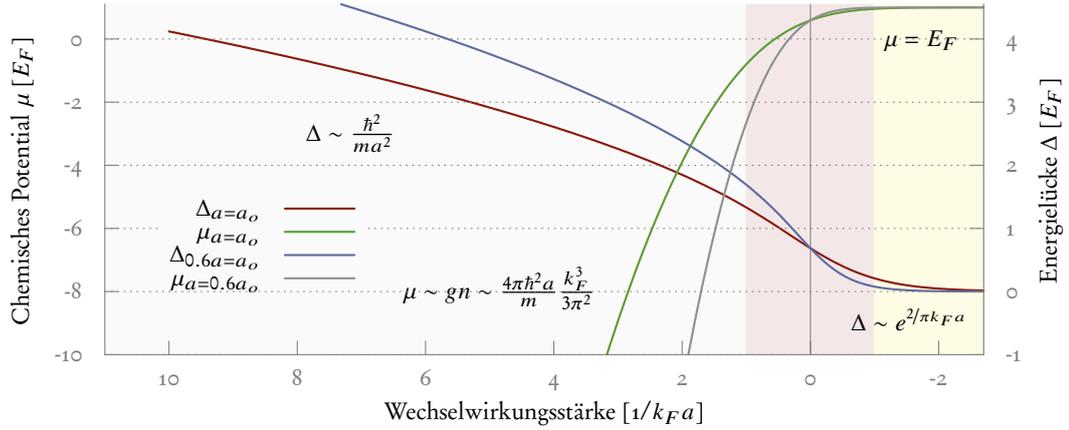


Abbildung 5.4: Energielücke Δ_{gap} und chemisches Potential μ in Abhängigkeit von der Wechselwirkungsstärke $1/k_F a$. Im tiefen BCS-Regime entspricht das chemische Potential erwartungsgemäß der Fermi-Energie. Nach dem Nulldurchgang des chemischen Potentials verhält sich das System bosonisch. Der starke Abfall der Energielücke im BCS-Regime zeigt die exponentiell schwache Bindung der Cooper-Paare. Auf der BEC-Seite hingegen steigt die Bindungsenergie massiv an und entspricht der Paarbindungsenergie für Dimere $E_B = \hbar^2/ma^2$. Δ_{gap} und μ sind jeweils für zwei Werte der Streulänge a dargestellt. Denn die Streulänge ist für den BEC-Bereich und den BCS-Bereich unterschiedlich. Dies wird in Abschnitt 5.2.5 näher erläutert.

$I_1(\frac{\mu}{\Delta})$ und $I_2(\frac{\mu}{\Delta})$ sind dabei Integrale der Form

$$I_1(z) = \int_0^\infty x^2 \left(\frac{1}{\sqrt{(x^2 - z)^2 + 1}} - \frac{1}{x^2} \right) dx \quad \text{und} \quad (5.22)$$

$$I_2(z) = \int_0^\infty x^2 \left(1 - \frac{x^2 - z}{\sqrt{(x^2 - z)^2 + 1}} \right) dx. \quad (5.23)$$

Die Gleichung 5.20 wurde numerisch invertiert. Dadurch wurde das Verhältnis des chemischen Potentials zur Energielücke als Funktion des Wechselwirkungsparameters $1/k_F a$ bestimmt. Durch Einsetzen dieses Verhältnisses in Gleichung 5.21 wurde dann die auf die Fermi-Energie normierte Energielücke berechnet. In [77] wird gezeigt, dass sich die Integrale 5.22 und 5.23 auch analytisch mittels elliptischer Integrale lösen lassen. Dies bietet hier jedoch keinen Vorteil, da die numerische Integration im experimentell zugänglichen Bereich von $-3 < 1/k_F a < 9$ schnell genug konvergiert. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Der charakteristische Verlauf der Kurven ist in der Bildunterschrift diskutiert.

5.2.7 Kritische Geschwindigkeit vom BEC- bis in den BCS-Bereich

Mit den Gleichungen 5.6, 5.10, 5.17 und 5.19 kann nun für den gesamten Bereich vom tiefen BEC-Regime bis weit hinein ins BCS-Regime die kritische Geschwindigkeit v_c angegeben wer-

den. Dazu wird für jeden Wert von $1/k_F a$ überprüft, welche Gleichung den niedrigsten Wert für die kritische Geschwindigkeit liefert. Zu beachten ist, dass es sich hierbei — bezogen auf das Experiment — um eine qualitative Abschätzung handelt, da alle angegebenen Berechnungen bei $T = 0$ vorgenommen wurden.

$$v_c = \min_v (v_{c,\text{BEC}}, v_s, v_{c,\text{BEC-BCS}}, v_{c,\text{BCS}}) \quad (5.24)$$

$$= \min_v \left(\sqrt{\frac{gn}{m}}, \frac{\hbar k_F}{m} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{k_F a (\frac{\pi}{2} \Delta_{\text{eff}}^2 + 2\mu_{\text{eff}} k_F a)}{4(k_F a)^2 + \frac{\pi^4}{4} \Delta_{\text{eff}}^2}}, \sqrt{\frac{1+\beta}{3}} v_F, \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta_{\text{gap}}^2 + \mu^2 - \mu}}{m}} \right) \quad (5.25)$$

$$= \begin{cases} \sqrt{\frac{gn}{m}} & \text{BEC-Regime} \\ \frac{\hbar k_F}{m} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{k_F a (\frac{\pi}{2} \Delta_{\text{eff}}^2 + 2\mu_{\text{eff}} k_F a)}{4(k_F a)^2 + \frac{\pi^4}{4} \Delta_{\text{eff}}^2}} & \text{BEC-Regime bis zur Resonanz} \\ \sqrt{\frac{1+\beta}{3}} v_F & \text{Unitäres Gas} \\ \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta_{\text{gap}}^2 + \mu^2 - \mu}}{m}} & \text{Resonanz bis BCS-Regime} \end{cases} \quad (5.26)$$

Die kritische Geschwindigkeit, normiert auf die Fermi-Geschwindigkeit $v_F = \hbar k_F / m$ in Abhängigkeit von dem dimensionslosen Wechselwirkungsparameter $1/k_F a$ ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Das ausgeprägte Maximum der kritischen Geschwindigkeit nahe der Feshbach-Resonanz spiegelt die außergewöhnliche Stabilität der superfluiden Phase in einem stark wechselwirkenden System wider.

5.2.8 Kritische Geschwindigkeit in inhomogenen Systeme

Die bisherigen Betrachtungen gelten ohne weitere Annahmen nur in einer homogenen Umgebung. In realen Experimenten ist jedoch, durch den harmonischen Falleneinschluss der Atome, eine intrinsische Inhomogenität gegeben. Um dennoch die Gültigkeit der soweit erarbeiteten Theorien aufrechtzuerhalten, kann folgende Annahme getroffen werden: Das chemische Potential am Ort \vec{r} , verursacht durch die lokale Dichte $n(\vec{r})$ kann durch

$$\mu_0(\vec{r}) = \mu[n(\vec{r})] - V_{\text{ext}}(\vec{r}). \quad (5.27)$$

beschrieben werden. $V_{\text{ext}}(\vec{r})$ ist dabei das externe Fallenpotential. Das inhomogene System wird also anschaulich in kleine Bereiche unterteilt, in der die Dichte und das chemische Potential als konstant angenommen werden.

5.2.9 Generalisierte Ausheillänge

Mittels der kritischen Geschwindigkeit lässt sich über den gesamten Bereich des BEC-BCS-Übergangs eine generalisierte Ausheillänge definieren:

$$\xi = \frac{\hbar}{m v_c} \quad (5.28)$$

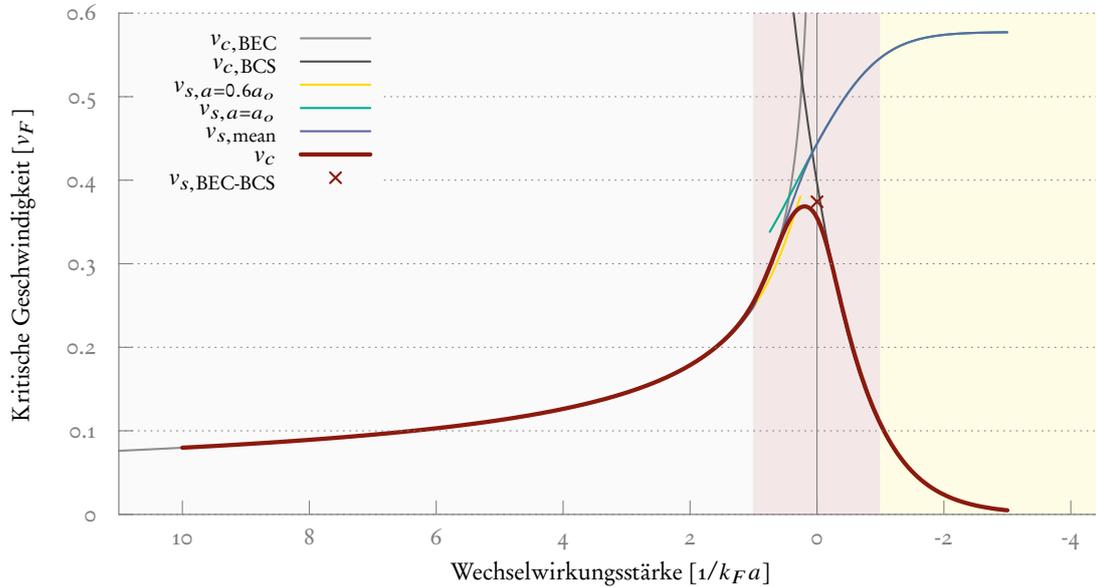


Abbildung 5.5: Kritische Geschwindigkeit für den BEC-BCS-Übergangsbereich. Die Geschwindigkeit ist auf die Fermi-Geschwindigkeit v_F normiert und die Wechselwirkungsstärke ist durch den dimensionslosen Parameter $1/k_F a$ gegeben. Die Kurven entsprechen den in 5.26 dargestellten Gleichungen. Im tiefen BEC-Regime, also für $\sim 1/k_F a > 1$ stimmen die Bogoliubov-Vorhersage (hellgraue Kurve) und die generalisierte Schallgeschwindigkeit (blaue Kurve) gut überein. Die generalisierte Schallgeschwindigkeit $v_{s,\text{mean}}$ ist eine lineare Interpolation zwischen den Werten von $v_{s,a=0.6a_0}$ und $v_{s,a=a_0}$ diese Ergebnisse aus Gleichung 5.19 durch die beiden für die Streulänge zu berücksichtigenden Werte von $a_{dd} = 0,6a$ und a . Im stark wechselwirkenden Bereich weichen die Kurven voneinander ab, da der Nulldurchgang des chemischen Potentials (siehe Abbildung 5.4) zu einer Divergenz der Bogoliubov-Schallgeschwindigkeit führt. Sowohl die Kurve für die generalisierte Schallgeschwindigkeit, als auch die Kurve für die Geschwindigkeit die zur Paarbrechung führt (dunkelgraue Kurve) schneiden sich nahe dem Punkt $v_{c,\text{BEC-BCS}}$ (rotes Kreuz). Dieser stellt die Schallgeschwindigkeit im Unitären-Regime dar. Die Abweichung des Schnittpunktes von $v_{c,\text{BEC-BCS}}$ kann durch die Tatsache erklärt werden, dass sowohl in der Berechnung von v_s als auch in der von $v_{c,\text{BCS}}$ durch den Mean-Field Ansatz Fluktuationen vernachlässigt wurden. Die rote Kurve stellt eine stetige Interpolation zwischen den minimalen Werten der anderen Kurven dar. Im Bereich $1/k_F a = 0$ ist diese nur als Führung für das Auge zu verstehen und erhebt keinen Anspruch auf physikalische Signifikanz. In diesem Bereich könnten Vorhersagen für die zu erwartende kritische Geschwindigkeit aus der Zustandsgleichung eines stark wechselwirkenden Fermi-Gases ermittelt werden (siehe dazu z.B. [76]).

Die Ausheillänge gibt die charakteristische Längenskala an, auf welcher die Dichte des Ensembles nach einer punktförmigen Störung wieder auf ihren Gleichgewichtswert zurückgekehrt ist.

5.3 Messung der kritischen Geschwindigkeit

Zur Messung der kritischen Geschwindigkeit muss eine lokale Störung kontrolliert in das zu untersuchende Gas eingebracht und mit bekannter Geschwindigkeit bewegt werden. In [78] und [53] wurde dies zum Beispiel mittels eines blau verstimmtten, stark fokussierten Laserstrahls erreicht. Ein Dichteminimum am Ort des Fokus dient dann als Störstelle. Wie aus den obigen Betrachtungen ersichtlich wurde, ist die kritische Geschwindigkeit stark von der Dichte des Gases abhängig. Dies stellt in einer dreidimensionalen Wolke ein Problem dar, da der das Störpotential erzeugende Strahl auch immer Randbereiche geringerer Dichte und höherer Temperatur tangiert, wie in Abbildung 5.6a dargestellt ist. Somit kann mit einer, durch einen fokussierten Strahl erzeugten Störstelle in einer dreidimensionalen Wolke nur ein unteres Limit für die kritische Geschwindigkeit angegeben werden. Dieses Problem stellt sich in einer zweidimensionalen Umgebung nicht, da der Schnittbereich des Rührstrahls mit der atomaren Wolke nur noch eine Ebene darstellt. Auch in drei Dimensionen lässt sich das Problem durch den Einsatz eines lokalen Gitters im Zentrum der Wolke elegant umgehen, welches anstatt des bewegten Laserfokus zur Störung verwendet wird, wie in [52] dargestellt wird.

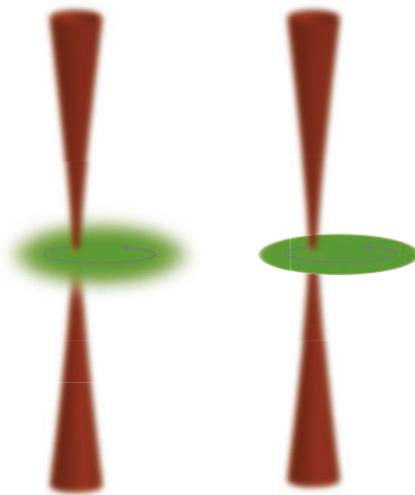
5.3.1 Charakteristische Merkmale der Rührvorrichtung

In der experimentellen Realisierung vor Ort wurde im Zuge der Bachelor-Arbeit von Martin Schlederer ein stark fokussierter Laserstrahl der Wellenlänge 780 nm zur Erzeugung von Mikropotentialen aufgebaut. Dieser wurde mit einem Tip-Tilt-Spiegel³ ausgestattet, welcher durch piezoelektrische Stелеlemente in einem Winkelbereich von 25 mrad verkippt werden kann. Dies erlaubt, durch die verwendete Kombination aus Teleskopen, eine Auslenkung des Fokus um ca. $\pm 50 \mu\text{m}$ aus der Zentralposition am Ort der Atome und ist somit ideal als Störpotential zur Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit geeignet. Details zum optischen Aufbau können [79] entnommen werden. Die Strahltaile kann durch eine Irisblende im Strahlengang in einem großen Bereich variiert werden. Bei kleinster Strahlgröße beträgt die Strahltaile ca. $w_0 \approx 0,9 \mu\text{m}$, wobei dann der Astigmatismus von ca. $6 \mu\text{m}$ bei einer Rayleigh-Länge von ca. $2 \mu\text{m}$ relevant wird und bei Messungen berücksichtigt werden muss. Da bei den aktuellen Messungen ein Waist von $w_0 \approx 2,1 \mu\text{m}$ gewählt wurde, fällt — wie aus Abbildung 5.6b ersichtlich wird — der Astigmatismus kaum noch ins Gewicht.

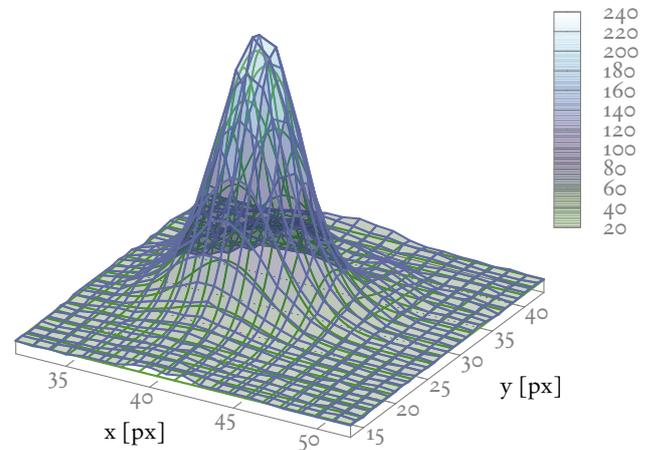
Da der verwendete Strahl ursprünglich rein zur Erzeugung von Mikropotentialen geplant war, wurde der gesamte Aufbau zur Strahlpräparation für Licht der Wellenlänge 760 nm optimiert. Somit ist das Potential für ${}^6\text{Li}$ Atome attraktiv. In anderen Experimenten wurden bisher zur Vermessung der kritischen Geschwindigkeit repulsive Potentiale eingesetzt. Wie theoretische Betrachtungen⁴ jedoch bestätigen, zeigt der Energieeintrag durch das Störpotential im attraktiven und im repulsiven Fall ein identisches Verhalten, solange die Potentialtiefe von der

³S-334.1SD Piezokippsystem inkl. Spiegel und Controller E-616.SSoG der Firma Physik Instrumente.

⁴Diese wurden von Vijay Singh in der Arbeitsgruppe von Prof. Ludwig Mathey durchgeführt.



(a) In einer dreidimensionalen Wolke (links) werden durch den Rührstrahl auch immer Randbereiche tangiert. Somit kann über die Ausdehnung des störenden Potentials nicht von einer konstanten Temperatur und Dichte des Gases gesprochen werden. Dieses Problem stellt sich in einer zweidimensionalen Wolke (rechts) nicht.



(b) Intensitätsprofil des Potentials (blaue Linie), welches die Störung zur Messung der kritischen Geschwindigkeit verursacht. Die Anpassung einer zweidimensionalen Gauß Funktion (grüne Linie) an die Daten liefert $w_x = 2,39 \mu\text{m}$ und $w_y = 1,83 \mu\text{m}$. Die durch den Astigmatismus verursachte Asymmetrie ist also vernachlässigbar.

Größenordnung des chemischen Potentials des Ensembles ist. In [60] wurden die durch einen rot verstimmt Laser erzeugten Anregungen in einem BEC theoretisch untersucht. Neben der Anregung von Schallwellen ist die Erzeugung von Vortices mit niederenergetischen Störungen möglich. Nach [60] werden Vortexpaare in einem Abstand erzeugt, der in etwa dem Strahldurchmesser entspricht. In [80] wird weiterhin gezeigt, dass die Erzeugung eines Vortexpaares bei kleinen Abständen zwischen den Vortices unterdrückt ist. Somit ist es für die Untersuchung der durch die Schallgeschwindigkeit und Paarbrechung limitierten kritischen Geschwindigkeit erstrebenswert, ein Störpotential mit möglichst geringer Ausdehnung zu nutzen. Die interessante Längenskala ist dabei durch die Ausheillänge 5.28 gegeben. Für unsere experimentellen Parameter liegt der gewählte Waist von $w_0 \approx 2,1 \mu\text{m}$ auf der Größenordnung der zweifachen Ausheillänge auf der BEC-Seite. Die Strahlleistung kann durch einen Regelkreis zwischen $0 \mu\text{W}$ und $170 \mu\text{W}$ beliebig geregelt werden.

Um die Dichteabhängigkeit der kritischen Geschwindigkeit zu messen, kann bei verschiedenen Radien im Kondensat gerührt werden. Dafür muss jedoch sichergestellt sein, dass die durch den Rührstrahl beschriebene Bahn kreisförmig ist und entlang der Äquipotentiallinien der Falle läuft, in welcher die Wolke gefangen ist. Auch für diese Messung sollte der Waist des Rührstrahls

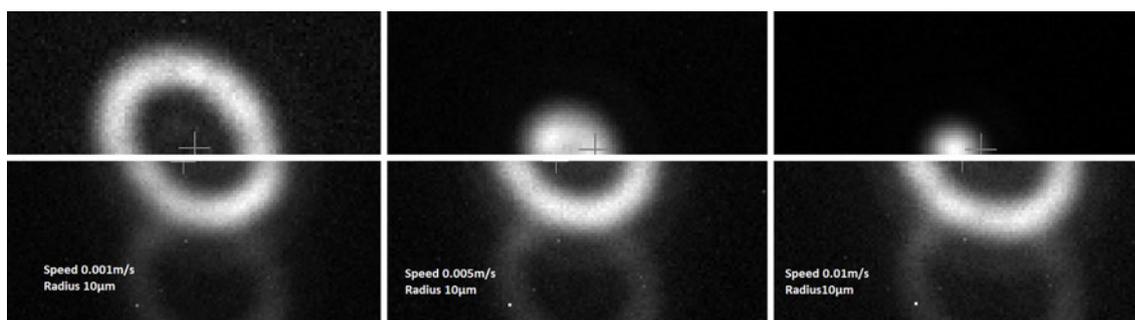


Abbildung 5.7: Frequenzabhängigkeit des Rührstrahls. Obere Reihe: bei höherer Rührfrequenz (rechte Spalte) kann der gewünschte Radius von $10\mu\text{m}$ nicht mehr gehalten werden. Durch künstliche Überhöhung der Amplitude bei hohen Frequenzen kann dieser Effekt umgangen werden (untere Reihe). Trotzdem ist auch nach der Kompensation eine leichte Elliptizität der Bahn zu erkennen. Der in der unteren Reihe erkennbare „Schlagschatten“ ist durch Reflexion am ND-Filter vor der Kamera zu erklären.

möglichst klein sein, um nur einen lokalen Bereich mit konstanter Dichte in der Wolke zu manipulieren. Die Zirkularität der Bahn des Rührstrahls wurde durch eine Langzeitaufnahme des sich bewegenden Fokus überprüft. Bei den ersten Messungen konnte eine starke Abhängigkeit des tatsächlich realisierten Radius von der Frequenz der Kreisbewegung festgestellt werden. Bei gleichbleibenden Amplituden der Steuersignale für die Auslenkung des Spiegels aus der Ruhelage wurde der Bahnradius am Ort der Atome mit zunehmender Kreisfrequenz kleiner (siehe Abbildung 5.7). Der Piezospiegelhalter ist mit einem Rückkopplungssystem ausgestattet, welches einen geschlossenen Regel-Betrieb ermöglicht. Die Regelbandbreite des Systems⁵ ist jedoch mit 3 Hz deutlich zu gering, um bei angestrebten Bahngeschwindigkeiten des Fokus von $\sim 10\text{ mm/s}$ und Radien von $\sim 10\mu\text{m}$ die daraus resultierenden Frequenzen von $f = v/2\pi r \approx 160\text{ Hz}$ zuverlässig zu regeln. Daher wird der Controller im unregelmäßigen Modus betrieben. Die immer noch vorhandene Frequenzabhängigkeit des tatsächlichen Radius konnte kompensiert werden. Dazu wurde die Frequenzabhängigkeit des Radius, wie in Abbildung 5.7 dargestellt, gemessen. Die Steuersignale für den Piezocontroller wurden daraufhin so modifiziert, dass eine künstlich überhöhte Amplitude ausgegeben wird, welche den tatsächlichen Radius in einem großen Frequenzbereich konstant hält.

In Abbildung 5.7 ist zusätzlich zu erkennen, dass die durch den Rührstrahl beschriebene Bahn nicht perfekt kreisförmig ist. Es ist viel mehr eine Elliptizität der Bahnkurve zu erkennen. Dies führt dazu, dass bei einem Umlauf Bereiche unterschiedlicher Dichte tangiert werden. Die Elliptizität der Bahnkurve wurde durch die Anpassung einer gedrehten Ellipse an die Daten bestimmt und beträgt $\nu = 0,98 \pm 0,02$. Der Fehler ergibt sich aus der statistischen Abweichung des Fits von den gemessenen Daten. Aus dieser Elliptizität ergibt sich rechnerisch — bei einer parabolischen Dichteverteilung in der Falle — ein relativer Fehler von $\Delta n(r)/n(r) = 4(1 - \nu)(r^2/R_{\text{TF}} - 1)$ in der Angabe der zentralen Dichte $n(r)$ bei dem Rührradius r . R_{TF} ist der Thomas-Fermi-Radius des Kondensats und ν die oben bestimmte Elliptizität der Bahnkurve des Rührstrahls.

⁵E-802.55 Servo-Controller Submodule von der Firma Physik Instrumente in der Revision ADC

5.3.2 Ablauf einer Messung

In einem typischen Zyklus wird die 3D-MOT in 5 s über einen Zeeman-Slower mit ca. $40 \cdot 10^6$ ${}^6\text{Li}$ Atomen geladen. Atome in den beiden untersten Hyperfeinzuständen sind annähernd gleich häufig in der MOT vertreten. Aus der MOT wird in den Kühlresonator umgeladen. Dort findet die erste Evaporationsstufe statt. In zwei Schritten wird die Leistung in insgesamt 1,5 s von 40 mW auf 9 mW (35 mW auf 0 mW) im primären (sekundären) Strahl reduziert. Von dort wird bei einer Leistung von 2,4 W in die FORT umgeladen. Der Transport der Atome von der Hauptkammer in die Metallzelle findet in 1,4 s statt. Der weitere Verlauf des Zyklus ist in Abbildung 5.8 dargestellt.

In der Metallzelle wird aus der FORT heraus in 0,8 s bei einem Magnetfeld von ~ 819 G weiter evaporativ gekühlt. Die Streulänge beträgt dabei $a_{12} \approx 30000a_0$. Dem in [81] entwickelten Modell folgend, wird die Leistung der FORT zur Evaporation von 2,4 W auf 0,1 W exponentiell reduziert. Die gewählte Zeitkonstante für den exponentiellen Verlauf ist $\tau = 4,5$. Mit diesem Wert wurden die besten Ergebnisse in der Evaporation erzielt. Nach der Evaporation in der FORT wird die Leistung der Squeeze-Falle linear in 200 ms von 0 W auf 0,4 W angehoben. In den nächsten 200 ms wird die Leistung der FORT auf 0 W reduziert, während die Squeeze-Leistung konstant gehalten wird. Eine weitere Evaporationsstufe in 300 ms wird in der Squeeze-Falle durchlaufen. Der Endwert für die Leistung dieser Stufe wird für jede Messreihe neu bestimmt. Die Endleistung wird dabei so gewählt, dass für unterschiedliche Magnetfelder während des nachfolgenden Rührens bei dem gewünschten Radius die Dichte konstant ist. Dies hat den Vorteil, dass bei der späteren Auswertung der Messung der kritischen Geschwindigkeit nur noch eine Abhängigkeit von der Streulänge, nicht jedoch von der Dichte auftritt.

Nach einer Thermalisierungszeit von 100 ms wird das Magnetfeld linear in 50 ms auf den Feldwert gefahren, bei dem die Messung der kritischen Geschwindigkeit durchgeführt werden soll. Gleichzeitig wird die Fokusposition des Rührstrahls vom Zentrum zu ihrem Anfangswert gefahren und der Fokus beginnt seine Kreisbewegung bei dem vorher definierten Radius auszuführen. Die Leistung des Rührstrahls beträgt zu diesem Zeitpunkt noch 0 W. Nach einer Wartezeit von 50 ms wird die Leistung des Rührstrahls in 10 ms linear auf $10 \mu\text{W}$ erhöht und eine 200 ms lange Rührsequenz folgt. Die Leistung des Rührstrahls wird in 5 ms auf 0 W gefahren, eine 100 ms lange Thermalisierungszeit schließt sich an und gleichzeitig wird die Bewegung des Rührspiegels gestoppt, um bei der folgenden Absorptionsabbildung keine mechanischen Störungen zu induzieren. In den folgenden 100 ms wird das Magnetfeld linear auf das Abbildungsfeld von 679 G gefahren. Eine weitere 100 ms dauernde Thermalisierung folgt, die Squeeze-Falle wird ausgeschaltet und der weiter oben beschriebene Abbildungszyklus folgt. Der Durchlauf eines gesamten Zyklus dauert momentan ca. 16 s.

Die kritische Geschwindigkeit bei einem bestimmten Magnetfeld wird bestimmt, indem bei diesem Magnetfeld bei einem konstanten Radius mit unterschiedlichen Bahngeschwindigkeiten gerührt wird. In Abbildung 5.10 sind exemplarisch die Messreihen für drei verschiedene Magnetfelder dargestellt. Jeder Datenpunkt dieser Messreihen basiert auf ca. 10 Messungen. Die Absorptionen dieser 10 Messungen werden gemittelt, und mittels einiger Matlab-Skripte für die weitere Verwendung aufbereitet. Der Verlauf der Messdaten wird im nächsten Abschnitt diskutiert. Vor der Aufnahme einer Messreihe bei einem bestimmten Magnetfeld muss die Zentralposition des Rührstrahls angepasst werden, da die unterschiedlichen Magnetfelder zu unter-

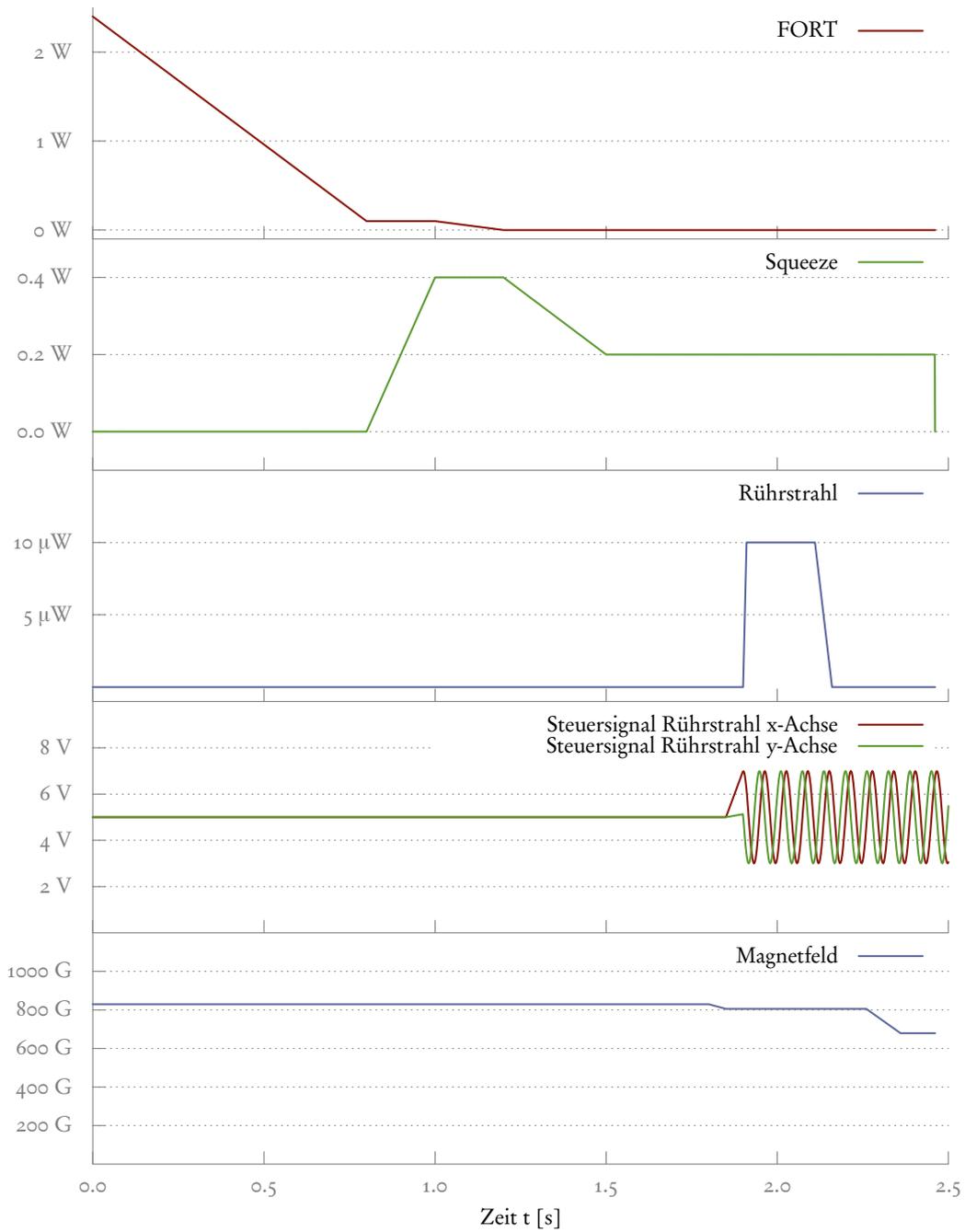
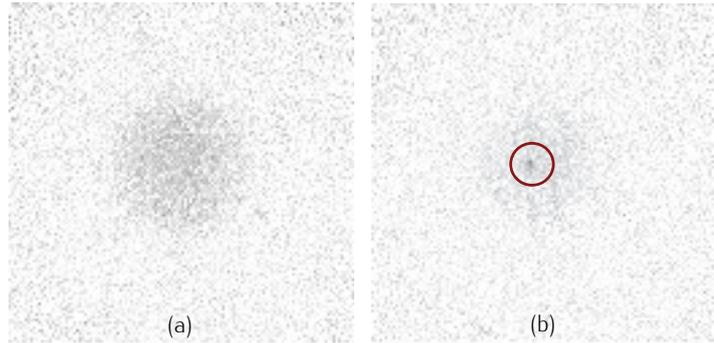


Abbildung 5.8: Ablauf eines Zyklus zur Messung der kritischen Geschwindigkeit in 3D.

Abbildung 5.9: Absorptionsoptionen der Wolke mit (b) und ohne (a) eingestrahltm Rührstrahl. Die Strahlleistung in (b) lag bei 30 μ W.



schiedlichen Positionierungen des Mikroskopobjektivs führen, welches den Rührstrahl auf die Wolke abbildet. Dafür wird die Position der Wolke bei dem angestrebten Magnetfeld aufgenommen. Danach wird die Leistung des Rührstrahls so weit erhöht, dass in der Absorptionsoption ein klares Dichtemaximum an der Position des Fokus erkennbar ist. Dazu wird das Ende des Experimentzyklus so verändert, dass die Leistung des Rührstrahls erst zusammen mit der Squeeze-Falle reduziert wird und die Magnetfeldrampe auf das Abbildungsfeld ignoriert wird. Die Halterung des Rührspiegels wird dann manuell so positioniert, dass die Fokusposition bei Mittelstellung der Piezos des Spiegels im Zentrum der Wolke liegt. Wie in Abbildung 5.9 dargestellt ist, kann die Position des Fokus sehr klar erkannt werden.

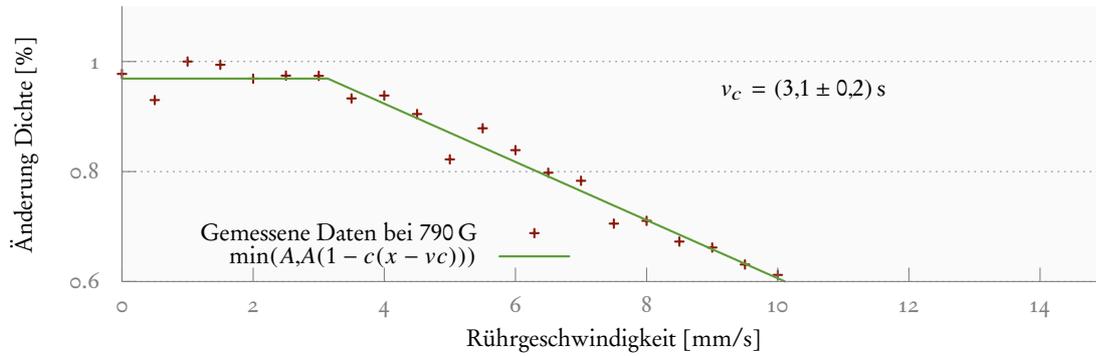
5.3.3 Vergleich der gemessenen Daten mit der Theorie

Die in Abbildung 5.10 dargestellten Daten zeigen die erwarteten, charakteristischen Merkmale. Zum einen ist die kritische Geschwindigkeit auf der Resonanz am höchsten. Zum anderen ändert sich Rate mit der Energie in die Wolke eingetragen wird. Diese wird durch die Steigung der Daten, für Geschwindigkeiten $v > v_c$, bestimmt. Im BEC-Bereich muss mehr Energie für eine elementare Anregung aufgebracht werden als im BCS-Limit. Dies folgt aus Vergleich der Gleichungen 5.9 und 5.5. Denn für Impulse der Größenordnung k_F gilt

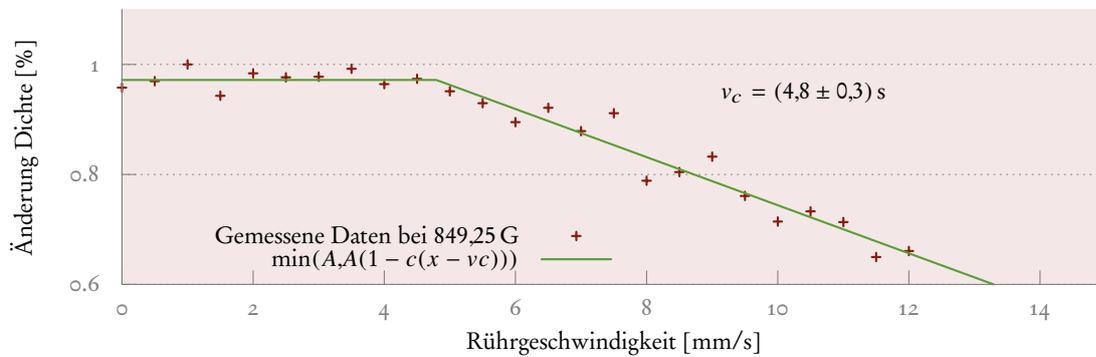
$$\epsilon_{\text{BEC}}(\vec{k}_F) \approx \frac{\hbar^2 k_F^2}{m} \sqrt{\frac{4ak_F}{3\pi}} \quad \text{und} \quad \epsilon_{\text{BCS}}(\vec{k}_F) \approx \frac{\hbar^2 k_F^2}{m} 4e^{\frac{\pi}{2k_F a} - 2}. \quad (5.29)$$

Die Anregungsenergie für eine elementare Anregung ist also auf der BCS-Seite exponentiell kleiner als auf der BEC-Seite. Aus Messungen dieser Art, wurden die in Abbildung 5.11 dargestellten Daten gewonnen.

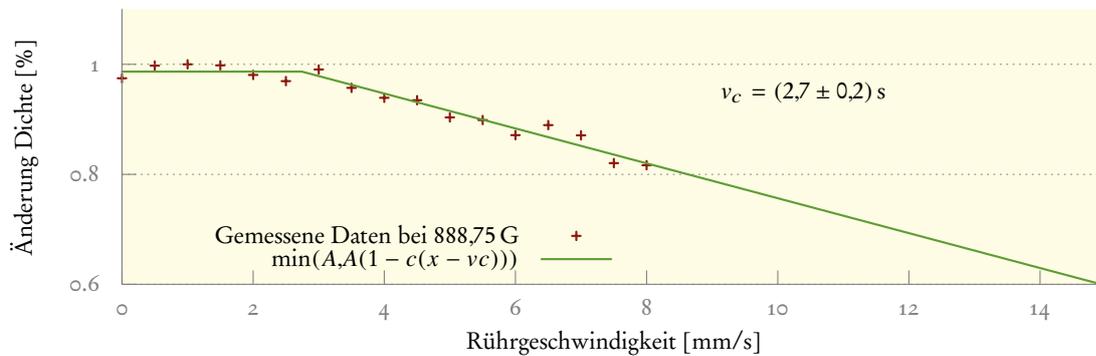
Der Vergleich der gemessenen Daten für die kritische Geschwindigkeit entlang des BEC-BCS-Übergangs mit der Theorie zeigt eine gute Übereinstimmung. Jedoch deckt die behandelte Theorie Einergieeintrag durch Vortex-Anregungen nicht ab. Diese haben sich in vergangenen Messungen (z.B. in [53]) als energetisch niedrigste Anregungen gezeigt. Es ist also davon auszugehen, dass die berechnete Schallgeschwindigkeit nur eine obere Grenze darstellt und die tatsächliche kritische Geschwindigkeit tiefer liegt. Gerade auf der BCS-Seite der Resonanz ist eine klare Abweichung der Messdaten von der Theorie zu erkennen. Diese beläuft sich im Mittel auf ca. $(9 \pm 3) \%$. Jedoch ist für die Bildung von Vortices auf der BCS-Seite keine



(a)



(b)



(c)

Abbildung 5.10: Kritische Geschwindigkeit bei drei unterschiedlichen Magnetfeldern. (a) Auf der BEC-Seite bei 790 G, (b) auf der Resonanz bei 849,25 G und im BCS-Bereich (c) bei 888,75 G.

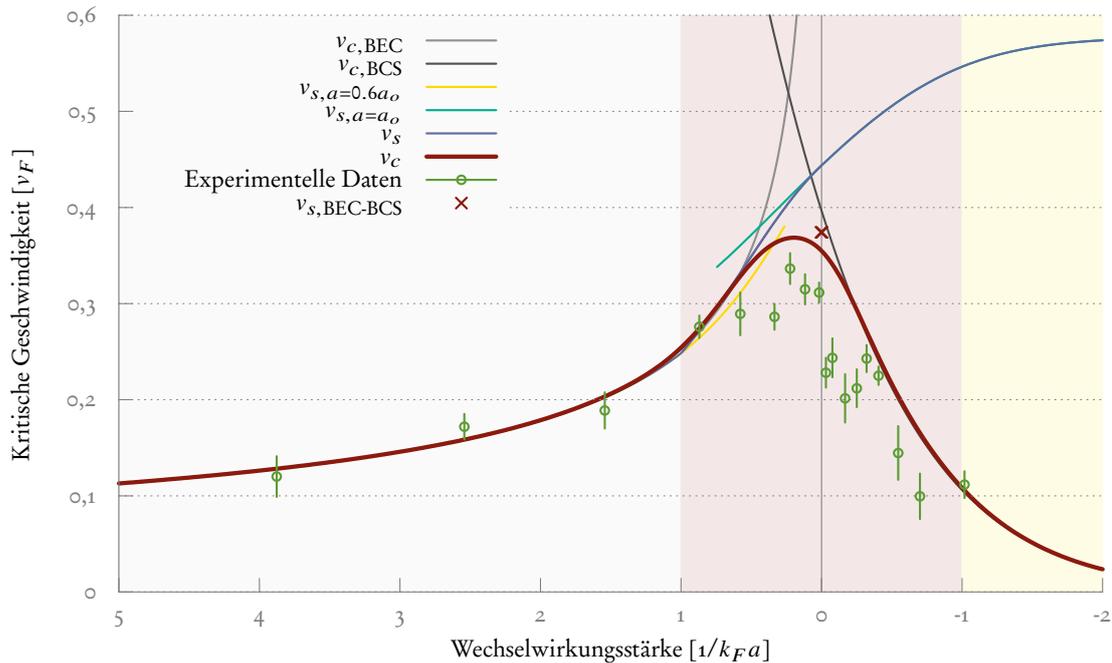


Abbildung 5.11: Vergleich zwischen Theorie und Experiment. Kritische Geschwindigkeit für den BEC-BCS-Übergangsbereich. Die Geschwindigkeit ist auf die Fermi-Geschwindigkeit v_F normiert und die Wechselwirkungsstärke ist durch den einheitenlosen Parameter $1/k_F a$ gegeben. Die theoretischen Kurven entsprechen der Darstellung in Abbildung 5.5.

Theorie bekannt. Die Abweichung in diesem Bereich der Anregung von Vortices zuzuordnen, ist somit nur eine Vermutung. Um die gemessenen Daten in Abhängigkeit vom dimensionslosen Wechselwirkungsparameter $1/k_F a$ darstellen zu können, mussten die Messdaten mit der Fermi-Geschwindigkeit v_F normiert werden. Andernfalls können keine physikalisch sinnvollen Einheiten angegeben werden. Auf der BEC-Seite besteht das bereits oben angesprochene Massen- und Streulängenproblem. Für den tiefen BEC-Bereich ist aus [62] bekannt, dass die Dimer-Dimer-Streulänge mit $a_{dd} = 0,6a$ angegeben werden kann. In diesem Bereich kann problemlos mit der Molekülmasse $m_{6\text{Li}_2} \approx 12 \text{ u}$ gerechnet werden. Wie jedoch verändert sich dies im stetigen Übergang hin zur BCS-Seite? Diese Frage ist bisher ungeklärt und wird zusätzlich dadurch erschwert, dass im stark wechselwirkenden Regime keine scharfe Dispersionsrelation mehr angegeben werden kann. Das ist dadurch begründet, dass in diesem Bereich keine Landau-Quasiteilchen mit wohldefinierter Energie mehr existieren. Mit den in [71] ermittelten Daten zur Zustandsgleichung des Fermi-Gases entlang des BEC-BCS-Übergangs lässt sich dieses Problem jedoch umgehen, da aus der Zustandsgleichung eine allgemeingültige Schallgeschwindigkeit extrahiert werden kann.

5.3.4 Kritische Geschwindigkeit: Der Übergang zu 2D

Im einleitenden Kapitel wurde dargestellt, dass sich die Physik beim Übergang von drei zu zwei Dimensionen dramatisch ändert. Als charakteristisch für den BKT-Zustand kann z.B. der unstetige Sprung der suprafluiden Dichte am Rand des Kondensats angesehen werden. Was ist nun für die Messung der kritischen Geschwindigkeit in zwei Dimensionen zu erwarten? Eine kurze Bestandsaufnahme der bisher präsentierten Betrachtungen zeigt, dass im Kern zwei Größen interessant sind: Die Schallgeschwindigkeit und die Energie, die zum Aufbrechen von Paaren im BCS-Regime notwendig ist. In zwei Dimensionen muss noch geprüft werden, ob auf der BEC-Seite der Resonanz die kritische Geschwindigkeit tatsächlich durch die Schallgeschwindigkeit bestimmt ist. Es wäre auch vorstellbar, dass das Aufbrechen der Vortexpaare, die den BKT-Zustand bilden, energetisch günstiger ist und somit die kritische Geschwindigkeit bestimmt.

Zur konkreten Berechnung in zwei Dimensionen stehen aktuell drei Methoden zur Verfügung. Zum einen kann der kontinuierliche Übergang von drei zu zwei Dimensionen untersucht werden, indem der Ansatz von Meera Parish [82] verwendet wird. Dort wird eine Mean-Field Verallgemeinerung genutzt, um bei $T = 0$ das Verhalten eines Fermi-Gases in einem starken Einschluss in z -Richtung zu untersuchen. Interessant an diesem Ansatz ist, dass die Berücksichtigung höherer Oszillatormoden die Untersuchung des kontinuierlichen Übergang von drei zu zwei Dimensionen zulässt. Eine andere Möglichkeit ist der in [83] dargestellte Pfadintegral Ansatz. Hier bietet sich der Vorteil, dass eine Berechnung bei $T \neq 0$ den Einfluss endlicher Temperatur beschreiben kann. Dieser Einfluss wurde in allen bisherigen Darstellungen nicht berücksichtigt und ist gerade in zwei Dimensionen unerlässlich. Denn in einem zweidimensionalen System gibt es, wie in Abschnitt 2.3 erläutert, keine echte Kondensation für $T \neq 0$. Ein letzter Ansatz, welcher für $T = 0$ gerechnet wurde, wird in [84] präsentiert. Aus der dort — mittels der Diffusion-Monte-Carlo Methode — berechneten Zustandsgleichung und der Gleichung für die Energielücke kann die notwendige Information extrahiert werden.

Zur Beschreibung zukünftiger Messungen in 2D sind also Theorien vorhanden. Jede dieser Theorien ist in ihren Grundannahmen anders und bei jeder wird ein Teil der Physik vernachlässigt. Es bleibt experimentell zu zeigen, welche der Annahmen gerechtfertigt sind und z.B. eine adäquate Beschreibung eines BKT-Zustandes mit einer Theorie die bei $T = 0$ rechnet möglich ist.

6 Ausblick

Was waren die zentralen Teile dieser Arbeit? In erster Linie der Entwurf und der Aufbau der Optik, die zur Erzeugung der 2D-Potentiale notwendig ist, sowie deren Einbau und die erfolgreiche Inbetriebnahme im bestehenden Experiment. Darüber hinaus konnten erste Messungen in einem dreidimensionalen Fermi-Gas an der in den letzten Jahren durch Doktoranden und ehemalige Master-Studenten aufgebauten Maschine durchgeführt werden. Es können somit bereits jetzt dreidimensionale ultrakalte Fermi-Gase erzeugt und lokal manipuliert bzw. untersucht werden. Die im letzten Kapitel beschriebene Messung der kritischen Geschwindigkeit kann für unser Experiment als zentral angesehen werden. Zum einen wurde mit dieser Messung erst zum zweiten Mal die kritische Geschwindigkeit entlang des BEC-BCS Übergangs gemessen. Dabei sind die gemessenen Daten sowohl im Hinblick auf ihre Qualität als auch ihre Vollständigkeit eindeutiger in ihrer Aussagekraft als die bisher in [52] veröffentlichten Ergebnisse. So fehlt in [52] die Angabe der Dichten, bei denen die kritischen Geschwindigkeiten gemessen wurden. Diese Angaben sind jedoch für einen quantitativen Vergleich absolut notwendig, da nur eine auf die Fermi-Geschwindigkeit normierte kritische Geschwindigkeit im gesamten Übergangsbereich physikalisch sinnvoll dargestellt und verglichen werden kann. Die Messmethode in dem vorliegenden Experiment unterscheidet sich von der vorangegangenen Messung [52]. Dennoch konnten die in [52] dargestellten Daten wenigstens qualitativ validiert werden. Eine Neuerung bietet die Messung insofern, als dass ein Vergleich mit den verfügbaren theoretischen Vorhersagen im gesamten BEC-BCS Übergangsbereich eine gute Übereinstimmung zeigt. Ein solcher Vergleich zwischen Theorie und Experiment wurde unseres Wissens nach bisher noch nicht gezogen. Es muss jedoch betont werden, dass die zum Vergleich herangezogenen Theorien im Bereich $1 > 1/k_F a > -1$ zu viele Annahmen machen, als dass sie das tatsächliche Verhalten des stark wechselwirkenden Gases quantitativ korrekt beschreiben könnten. In diesem Bereich stellen die hier präsentierten Messungen eine neue und vollständige Datengrundlage für die Beschreibung der kritischen Geschwindigkeit im stark wechselwirkenden Regime dar. Die gute Übereinstimmung mit der Theorie in den Grenzbereichen, in denen belastbare Theorien verfügbar sind, hat daneben für uns eine weitere Implikation. Sie zeigt, dass die aufgebaute Apparatur zur quantitativen Simulation von stark wechselwirkenden Vielteilchen-Systemen geeignet ist.

Der nächste konsequente Schritt wäre die Messung der kritischen Geschwindigkeit in zwei Dimensionen. Auch hier wird der Vergleich mit bestehenden Theorien interessant, da die theoretische Betrachtung von stark wechselwirkenden Vielteilchen-Systemen in zwei Dimensionen einen noch höheren Schwierigkeitsgrad darstellt als dies schon in drei Dimensionen der Fall ist. Eine Validierung der Theorie mit experimentellen Daten könnte somit als Test für die Güte der Vorhersagen herangezogen werden.

Der RF-Aufbau zur Spimanipulation legt eine weitere Messung nahe. Die Untersuchung von zweidimensionalen Fermi-Gasen mit ungleichen Spinanteilen. Auch in diesem Bereich besteht

nach wie vor Uneinigkeit in der theoretischen Vorhersage, wie sich die unterschiedlichen Spinanteile räumlich Anordnen und an welchen Punkten Phasenübergänge stattfinden, denn die Messungen in 1D und 3D liefern komplett gegensätzlich Ergebnisse. Eine erste theoretische Vorhersage auf Basis einer Quanten-Monte-Carlo-Simulation ist in [30] dargestellt. Ob sich diese experimentell bestätigen lässt wird sich in Zukunft zeigen.

Die wohl anspruchsvollste, aber auch gehaltvollste Messung wäre die Messung der Zustandsgleichung eines Fermi-Gases in zwei Dimensionen. Durch die hohe Auflösung des Abbildungssystems und den hohen Grad an Kontrolle über das Experiment gerät aber auch diese Messung in erreichbare Nähe. Dadurch könnte – zumindest auf Ebene der Modell-Systeme im Bereich der ultrakalten Quantengase – die zu Beginn gestellte Frage, wie ein Leben in zwei Dimensionen aussähe, allumfassend beantwortet werden.

Ein Nachtrag Während der Fertigstellungsphase dieser Arbeit wurde von Doktoranden das Gitter für den 2D-Einschluss in Betrieb genommen. Erste – wenn auch vorläufige Daten – zeigen, dass der Aufbau stabil ist und ein reproduzierbares Umladen von der Squeeze-Falle in wenige Schichten im Gitter möglich ist. Wichtiger jedoch ist das folgende Ergebnis (dargestellt in Abbildung 6.1): Die Messungen scheinen zu zeigen, dass ein Einladen der gesamten Wolke aus der Squeeze-Falle in nur eine Gitterschicht möglich ist. Als Indikator wird dabei der Radius der Wolke herangezogen. Dieser ist in zwei Dimensionen gegeben [15] durch $R_{xy,2D}(N_0) = (128N_0^2 a^2 \hbar^3 \omega_z / \pi m^3 \omega_r^4)^{1/8}$.



Abbildung 6.1: Die Radien der abgebildeten Wolken unterscheiden sich abhängig von der relativen Position des Gitter zur Squeeze-Falle um $(17 \pm 3) \%$. Dies kann als erstes Indiz für die Realisierung einer zweidimensionalen Wolke kalter Atome in nur einer Lage gewertet werden. Die relative Verschiebung der Squeeze-Falle zum Gitter unterscheidet sich zwischen den beiden Bildern um eine halbe Gitterperiode.

Wird nun in zwei Schichten eingeladen, wird sich die Gesamtteilchenzahl N_0 auf die beiden Schichten verteilen. Es ist also zu erwarten, dass sich der Radius $R_{xy,2D}(N_0/2)$ stark von dem Radius $R_{xy,2D}(N_0)$ unterscheiden wird. Im letzteren Fall wurden mit N_0 alle Teilchen in eine Schicht eingeladen. Der erwartbare Unterschied der Radien liegt bei ca. 16%. Die in Abbildung 6.1 dargestellten Daten zeigen einen Unterschied im Radius von $(17 \pm 3) \%$. Dies entspricht also der Erwartung und ist ein erster Indikator für die erfolgreiche Erzeugung eines quasi-2D Fermi-Gas mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Aufbau.



Danksagung

Zuerst möchte ich Professor Doktor Henning Moritz für die großartige Betreuung danken. Schon seit meiner Zeit als HiWi in seiner Arbeitsgruppe fühle ich mich dort bestens gefördert und gefordert. Vor allem die intensive Zusammenarbeit in den letzten Entstehungswochen dieser Arbeit waren sehr motivierend und extrem lehrreich.

Dass das gesamte letzte Jahr lehrreich und zugleich mit viel Spaß verbunden war, liegt nicht zuletzt an den Mitgliedern der Arbeitsgruppe. Ohne die Unterstützung durch die gesamte Gruppe wäre die Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen. Vor allem Wolf Weimer, Kai Morgener und Jonas Siegl sind hier namentlich zu nennen. Gut dass der Spaß mit den genannten Kollegen nicht nur im Labor zu kurz kam! Trotzdem war zur rechten Zeit immer auch die angemessene Ernsthaftigkeit und Sorgfalt während der Arbeit sichergestellt.

Dann Danke ich Professor Doktor Ludwig Mathey der immer ein offenes Ohr für die Fragen eines werdenden Experimentalphysikers hatte, wenn es um die Theorie ging. Dies hat die Arbeit ungemein erleichtert.

Während des Aufbaus der Optik wurden viele Spezialanfertigungen in der Institutswerkstatt in Auftrag gegeben. Daher möchte ich mich dort herzlich für die immer zügige und zuverlässige Arbeit bedanken. Auch den Menschen, die manchmal eher im Hintergrund tätig sind und gerade dadurch den geregelten Alltag ermöglichen gilt mein Dank. Insbesondere sind hier Reinhard Mielck, Ellen Gloy, Janina Dahms und Ralf Lühr zu nennen.

Der durchaus beträchtliche Korrekturaufwand der sich durch diese Arbeit ergab wurde durch Lisa Duhm, Prof. Dr. Henning Moritz, Kai Morgener und Christoph Hueck gestemmt. Ohne die Hilfe dieser Menschen hätte ich diese Arbeit nicht guten Gewissens abgeben können.

Meinen Eltern Barbara und Christoph sowie meinem Onkel Ulrich gilt mein besonderer Dank. Ihre Unterstützung während des Studiums hat letztlich zu dieser Arbeit geführt.

Ohne Lisa wären die vergangenen Jahren nicht zu den reichhaltigsten, lebensfrohesten und schönsten meines Lebens geworden. Danke, dass du immer für mich da bis!

Literaturverzeichnis

- [1] Mike H Anderson, Jason R Ensher, Michael R Matthews, Carl E Wieman, and Eric A Cornell. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269(5221):198–201, 1995.
- [2] KB Davis, M-O Mewes, MR van Andrews, NJ Van Druten, DS Durfee, DM Kurn, and W Ketterle. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Physical Review Letters*, 75(22):3969, 1995.
- [3] J Stenger, S Inouye, MR Andrews, H-J Miesner, DM Stamper-Kurn, and W Ketterle. Strongly enhanced inelastic collisions in a Bose-Einstein condensate near Feshbach resonances. *Physical review letters*, 82(12):2422, 1999.
- [4] Brian DeMarco and DS Jin. Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas. *Science*, 285(5434):1703–1706, 1999.
- [5] Kirill Martiyanov, Vasiliy Makhalov, and Andrey Turlapov. Observation of a two-dimensional Fermi gas of atoms. *Physical review letters*, 105(3):030404, 2010.
- [6] P Dyke, ED Kuhnle, S Whitlock, H Hu, M Mark, S Hoinka, M Lingham, P Hannaford, and CJ Vale. Crossover from 2D to 3D in a weakly interacting Fermi gas. *Physical review letters*, 106(10):105304, 2011.
- [7] M. W. Zwierlein. *High-Temperature Superfluidity in an Ultracold Fermi Gas*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2006.
- [8] Michael E Gehm. Properties of 6Li. *Jetlab*, 2003.
- [9] G Zürn, T Lompe, AN Wenz, S Jochim, PS Julienne, and JM Hutson. Precise Characterization of ^6Li Feshbach Resonances Using Trap-Sideband-Resolved RF Spectroscopy of Weakly Bound Molecules. *Physical review letters*, 110(13):135301, 2013.
- [10] Cheng Chin, Rudolf Grimm, Paul Julienne, and Eite Tiesinga. Feshbach resonances in ultracold gases. *Reviews of Modern Physics*, 82(2):1225, 2010.
- [11] John Bardeen, Leon N Cooper, and J Robert Schrieffer. Theory of superconductivity. *Physical Review*, 108(5):1175, 1957.
- [12] Ao J Leggett. Diatomic molecules and Cooper pairs. In *Modern trends in the theory of condensed matter*, pages 13–27. Springer, 1980.
- [13] N David Mermin and Ho Wagner. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one-or two-dimensional isotropic Heisenberg models. *Physical Review Letters*, 17:1133–1136, 1966.

- [14] PC Hohenberg. Existence of long-range order in one and two dimensions. *Physical Review*, 158(2):383–386, 1967.
- [15] Dmitry Sergeevich Petrov. Bose-Einstein condensation in low-dimensional trapped gases. 2003.
- [16] VL Berezinskii. Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems possessing a continuous symmetry group. ii. quantum systems. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 34:610, 1972.
- [17] John Michael Kosterlitz and David James Thouless. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 6(7):1181, 1973.
- [18] Wolfgang Ketterle and Martin W Zwierlein. Making, probing and understanding ultracold Fermi gases. *arXiv preprint arXiv:0801.2500*, 2008.
- [19] Florian Wittkötter. Realizing a Resonator Cooling scheme for Ultra-Cold Fermi Gases. Master’s thesis, Universität Hamburg, 2011.
- [20] Jan-Henning Drewes. Aufbau eines hochauflösenden optischen Systems zur Untersuchung ultrakalter Quantengase. Master’s thesis, Universität Hamburg, 2012.
- [21] SK Schnelle, ED Van Ooijen, MJ Davis, NR Heckenberg, and H Rubinsztein-Dunlop. Versatile two-dimensional potentials for ultra-cold atoms. *arXiv preprint arXiv:0801.2791*, 2008.
- [22] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller, and Yuriï B Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, 42:95–170, 2000.
- [23] Niclas Luick. Optische Gitter für die räumlich aufgelöste Untersuchung von ultrakalten Fermigasen. Bachelorarbeit, Universität Hamburg, 2013.
- [24] Alexander Eikhof. Berechnung der Effizienz von (Raman-)Seitenband-Kühlen für Atome im optischen Gitter. Bachelorarbeit, Universität Hamburg, 2013.
- [25] Jacob F Sherson, Christof Weitenberg, Manuel Endres, Marc Cheneau, Immanuel Bloch, and Stefan Kuhr. Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator. *Nature*, 467(7311):68–72, 2010.
- [26] Max Born and Emil Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. CUP Archive, 1999.
- [27] W Ketterle, DS Durfee, and DM Stamper-Kurn. Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. *arXiv preprint cond-mat/9904034*, 5, 1999.
- [28] B DeMarco, SB Papp, and DS Jin. Pauli blocking of collisions in a quantum degenerate atomic Fermi gas. *Physical review letters*, 86(24):5409, 2001.
- [29] F Schreck, G Ferrari, KL Corwin, Julien Cubizolles, L Khaykovich, M-O Mewes, and C Salomon. Sympathetic cooling of bosonic and fermionic lithium gases towards quantum degeneracy. *Physical Review A*, 64(1):011402, 2001.

- [30] MJ Wolak, B Grémaud, RT Scalettar, and GG Batrouni. Pairing in a two-dimensional Fermi gas with population imbalance. *Physical Review A*, 86(2):023630, 2012.
- [31] Yean-an Liao, Ann Sophie C Rittner, Tobias Paprotta, Wenhui Li, Guthrie B Partridge, Randall G Hulet, Stefan K Baur, and Erich J Mueller. Spin-imbalance in a one-dimensional Fermi gas. *Nature*, 467(7315):567–569, 2010.
- [32] Guthrie B Partridge, Wenhui Li, Ramsey I Kamar, Yean-an Liao, and Randall G Hulet. Pairing and phase separation in a polarized Fermi gas. *Science*, 311(5760):503–505, 2006.
- [33] TB Ottenstein, T Lompe, M Kohonen, AN Wenz, and S Jochim. Collisional stability of a three-component degenerate Fermi gas. *Physical review letters*, 101(20):203202, 2008.
- [34] Mark Fox. *Quantum Optics: An Introduction*, volume 15. Oxford university press, 2006.
- [35] Clarence Zener. Non-adiabatic crossing of energy levels. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*.
- [36] Gregory Breit and II Rabi. Measurement of nuclear spin. *Physical Review*, 38:2082–2083, 1931.
- [37] P Andris. Matching and Tuning RF coils for NMR Tomograph. *Measurement Science Review*, 1(1):115–118, 2001.
- [38] Richard C Johnson and Henry Jasik. Antenna engineering handbook. *New York, McGraw-Hill Book Company, 1984, 1356 p. No individual items are abstracted in this volume.*, 1, 1984.
- [39] B Becciolini. Impedance matching networks applied to RF power transistors. *Motorola Semiconductor Sector Application Note AN-721*, 1974.
- [40] Mathias Neidig. A realization of a two-dimensional Fermi gas in a standing wave trap. Master’s thesis, Department of Physics and Astronomy University of Heidelberg, 2013.
- [41] PL Kapitza and PAM Dirac. The reflection of electrons from standing light waves. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 29, pages 297–300. Cambridge Univ Press, 1933.
- [42] Daniel L Freimund, Kayvan Aflatoon, and Herman Batelaan. Observation of the Kapitza–Dirac effect. *Nature*, 413(6852):142–143, 2001.
- [43] Oliver Morsch and Markus Oberthaler. Dynamics of Bose-Einstein condensates in optical lattices. *Reviews of modern physics*, 78(1):179, 2006.
- [44] Bryce Gadway, Daniel Pertot, René Reimann, Martin G Cohen, and Dominik Schneble. Analysis of Kapitza-Dirac diffraction patterns beyond the Raman-Nath regime. *arXiv preprint arXiv:0907.3507*, 2009.
- [45] H Batelaan. Colloquium: Illuminating the Kapitza-Dirac effect with electron matter optics. *Reviews of Modern Physics*, 79(3):929, 2007.
- [46] JH Huckans, IB Spielman, B Laburthe Tolra, WD Phillips, and JV Porto. Quantum and Classical Dynamics of a BEC in a Large-Period Optical Lattice. *arXiv preprint ar-*

- Xiv:0901.1386*, 2009.
- [47] TA Savard, KM O'hara, and JE Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. *Physical Review A*, 56(2):R1095, 1997.
 - [48] AM Steane, M Chowdhury, and CJ Foot. Radiation force in the magneto-optical trap. *JOSA B*, 9(12):2142–2158, 1992.
 - [49] Pfeiffer Vacuum GmbH. *Vacuum Technology Know How*. Pfeiffer Vacuum GmbH, 2009.
 - [50] FX Gadéa, T Leininger, and AS Dickinson. Accurate calculation of the scattering length for the cooling of hydrogen atoms by lithium atoms. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 15(2):251–255, 2001.
 - [51] Karyn Le Hur and T Maurice Rice. Superconductivity close to the Mott state: From condensed-matter systems to superfluidity in optical lattices. *Annals of Physics*, 324(7):1452–1515, 2009.
 - [52] DE Miller, JK Chin, CA Stan, Y Liu, W Setiawan, C Sanner, and W Ketterle. Critical velocity for superfluid flow across the BEC-BCS crossover. *Physical review letters*, 99(7):070402, 2007.
 - [53] Rémi Desbuquois, Lauriane Chomaz, Tarik Yefsah, Julian Léonard, Jérôme Beugnon, Christof Weitenberg, and Jean Dalibard. Superfluid behaviour of a two-dimensional Bose gas. *Nature Physics*, 2012.
 - [54] Christopher J Pethick and Henrik Smith. *Bose-Einstein condensation in dilute gases*. Cambridge university press, 2002.
 - [55] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Statistical Physics*, volume 5. Pergamon Press, 1969.
 - [56] Satyendra Nath Bose. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. phys*, 26(3):178, 1924.
 - [57] Albert Einstein. *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*. Akademie der Wissenschaften, in Kommission bei W. de Gruyter, 1924.
 - [58] Franco Dalfovo, Stefano Giorgini, Lev P Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Reviews of Modern Physics*, 71(3):463, 1999.
 - [59] NN Bogoliubov. On the theory of superfluidity. *J. phys.(UssR)*, 11(23):4–2, 1947.
 - [60] Tomohiko Aioi, Tsuyoshi Kadokura, Tetsuo Kishimoto, and Hiroki Saito. Controlled generation and manipulation of vortex dipoles in a Bose-Einstein condensate. *Physical Review X*, 1(2):021003, 2011.
 - [61] Michael Crescimanno, CG Koay, Rob Peterson, and Ron Walsworth. Analytical estimate of the critical velocity for vortex pair creation in trapped Bose condensates. *arXiv preprint cond-mat/0001163*, 2000.
 - [62] DS Petrov, Christophe Salomon, and Gora V Shlyapnikov. Weakly bound dimers of fermionic atoms. *Physical review letters*, 93(9):090404, 2004.

- [63] Cindy A Regal, Christopher Ticknor, John L Bohn, and Deborah S Jin. Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms. *Nature*, 424(6944):47–50, 2003.
- [64] Stefano Giorgini, Lev P Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of ultracold atomic Fermi gases. *Reviews of Modern Physics*, 80(4):1215, 2008.
- [65] DS Petrov. Three-body problem in Fermi gases with short-range interparticle interaction. *arXiv preprint cond-mat/0209246*, 2002.
- [66] R Combescot, M Yu Kagan, and S Stringari. Collective mode of homogeneous superfluid Fermi gases in the BEC-BCS crossover. *Physical Review A*, 74(4):042717, 2006.
- [67] LP Gor'kov and TK Melik-Barkhudarov. Contribution to the theory of superfluidity in an imperfect Fermi gas. *Zhur. Eksptl'. i Teoret. Fiz.*, 40, 1961.
- [68] Wilhelm Zwerger. *The BCS-BEC crossover and the unitary Fermi gas*, volume 836. Springer, 2011.
- [69] Rudolf Haussmann and Wilhelm Zwerger. Thermodynamics of a trapped unitary Fermi gas. *Physical Review A*, 78(6):063602, 2008.
- [70] George A Baker Jr. The MBX challenge competition: a neutron matter model. *International Journal of Modern Physics B*, 15(10n11):1314–1320, 2001.
- [71] Mark JH Ku, Ariel T Sommer, Lawrence W Cheuk, and Martin W Zwierlein. Revealing the superfluid lambda transition in the universal thermodynamics of a unitary Fermi gas. *Science*, 335(6068):563–567, 2012.
- [72] Evgeni Burovski, Nikolay Prokofev, Boris Svistunov, and Matthias Troyer. Critical temperature and thermodynamics of attractive fermions at unitarity. *Physical review letters*, 96(16):160402, 2006.
- [73] DM Eagles. Possible pairing without superconductivity at low carrier concentrations in bulk and thin-film superconducting semiconductors. *Physical Review*, 186(2):456, 1969.
- [74] Georg Bruun, Yvan Castin, Ralph Dum, and Keith Burnett. BCS theory for trapped ultracold fermions. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 7(3):433–439, 1999.
- [75] Ph Nozieres and S Schmitt-Rink. Bose condensation in an attractive fermion gas: From weak to strong coupling superconductivity. *Journal of Low Temperature Physics*, 59(3-4):195–211, 1985.
- [76] Sylvain Nascimbène, Nir Navon, KJ Jiang, Frédéric Chevy, and Christophe Salomon. Exploring the thermodynamics of a universal Fermi gas. *Nature*, 463(7284):1057–1060, 2010.
- [77] M Marini, F Pistolesi, and GC Strinati. Evolution from BCS superconductivity to Bose condensation: analytic results for the crossover in three dimensions. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 1(2):151–159, 1998.
- [78] R Onofrio, C Raman, JM Vogels, JR Abo-Shaer, AP Chikkatur, and W Ketterle. Ob-

- ervation of superfluid flow in a Bose-Einstein condensed gas. *Physical review letters*, 85(11):2228, 2000.
- [79] Martin Schlederer. Erzeugung von Mikropotentialen zur Manipulation von ultrakalten Fermigasen. Bachelorarbeit, Universität Hamburg, 2013.
- [80] Shashi Prabhakar, RP Singh, S Gautam, and D Angom. Annihilation of vortex dipoles in an oblate Bose-Einstein condensate. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 46(12):125302, 2013.
- [81] KM O'hara, ME Gehm, SR Granade, and JE Thomas. Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Physical Review A*, 64(5):051403, 2001.
- [82] Andrea M Fischer and Meera M Parish. BCS-BEC crossover in a quasi-two-dimensional Fermi gas. *arXiv preprint arXiv:1301.5236*, 2013.
- [83] L Salasnich, PA Marchetti, and F Toigo. Superfluidity, Sound Velocity and Quasi Condensation in the 2D BCS-BEC Crossover. *arXiv preprint arXiv:1309.7459*, 2013.
- [84] G Bertaina and S Giorgini. BCS-BEC crossover in a two-dimensional Fermi gas. *Physical Review Letters*, 106(11):110403, 2011.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Bose- und Fermi-Verteilung	4
2.2	Energie-Aufspaltung der Hyperfein-Niveaus.	6
2.3	Streulängen der drei untersten Zustände.	7
2.4	Schematische Darstellung des BEC-BCS Übergangs.	8
2.5	Foto des Labors	11
2.6	Schematische Darstellung der Zelle und der Mikroskope.	12
3.1	Schematische Darstellung zur Erzeugung des zweidimensionalen Einschlusses.	14
3.2	Schematische Darstellung des Kühlprozesses beim Raman-Seitenbandkühlen	21
3.3	Der verfügbare Platz für die Optik zur Erzeugung der 2D Potentiale ist in der Abbildung rot gekennzeichnet.	22
3.4	Optischer Aufbau zur Erzeugung der 2D-Potentiale im nicht eingebauten Zustand.	23
3.5	Optik zur Präparation der Squeeze-Falle.	24
3.6	Optik zur Erzeugung des blau verstimmtten Gitters.	24
3.7	Optik der Squeeze-Falle.	25
3.8	Intensitätsprofil der Squeeze-Falle im eingebauten Zustand.	26
3.9	Aufbau zur Erzeugung der blau verstimmtten Gitterstrahlen. Für die Aufnahmen wurde der Aufbau mit Trockeneis eingenebelt. Für jede Abbildung wurden jeweils 10 Bilder multipliziert.	27
3.10	Optik des blau verstimmtten Gitters.	28
3.12	Strahlprofil des blau verstimmtten Gitters im eingebauten Zustand.	29
3.11	Schematische Darstellung der Aufspaltung des kollimierten Strahls der Wellenlänge 532 nm. Die Abbildung stellt einen Schnitt dar.	29
3.13	Schematische Darstellung der Linsenordnung zur Erzeugung der Gitterstrahlen für das Pinning-Gitter.	30
3.14	Foto des optischen Aufbaus zu Erzeugung der Gitterstrahlen	31

3.15	Foto des optischen Aufbaus zur Abbildung entlang der Gitterachsen. Der Strahlengang der Abbildungsoptik ist farblich hervorgehoben. Wiederum sind die farblich hervorgehobenen Elemente im Text näher beschrieben.	32
3.16	Strahlengang in der Zelle.	34
3.17	Vor der Montage des mittleren Breadboards müssen zwei Spiegelhalter und ein Post entfernt werden. Diese sind im eingebauten und im entfernten Zustand (rote Markierung) dargestellt.	36
3.18	Rabi Oszillationen	38
3.19	Streulängen links der Resonanz	38
3.20	Schematischer Aufbau und Foto einer RF-Antenne.	39
3.21	Charakteristik von Antenne 1	41
4.1	Absorptionsaufnahmen nach der Beugung einer großen und einer stark komprimierten Wolke am Gitter.	45
4.2	Lebenszeit in der Hauptkammer	47
4.3	Lebenszeit in der Metallzelle	48
4.4	RF-induzierter Populationstransfer	50
4.5	Landau-Zener Übergang	51
5.1	Bogoliubov-Anregungsspektrum	55
5.2	Schematische Darstellung des BEC-BCS-Übergangs und der kritischen Geschwindigkeit.	56
5.3	Aufbrechen eines Cooper-Paares im Impulsraum (schematische Darstellung). . .	63
5.4	Energielücke und chemisches Potential in Abhängigkeit von der Wechselwirkungsstärke $1/k_F a$	66
5.5	Kritische Geschwindigkeit für den BEC-BCS-Übergangsbereich	68
5.7	Frequenzabhängigkeit des Rührstrahls.	71
5.8	Ablauf eines Zyklus	73
5.9	Absorptionsaufnahmen der Wolke mit (b) und ohne (a) eingestrahltm Rührstrahl. Die Strahlleistung in (b) lag bei $30 \mu\text{W}$	74
5.10	Kritische Geschwindigkeit bei drei unterschiedlichen Magnetfeldern.	75
5.11	Kritische Geschwindigkeit für den BEC-BCS-Übergangsbereich, experimentelle Daten	76
6.1	Wolkenradien als Indiz.	79

Tabellenverzeichnis

2.1	Eigenschaften der ${}^6\text{Li}$ Feshbach-Resonanzen.	7
3.1	Ideale Strahlparameter der drei eingesetzten Fallen.	18
3.2	Liste der im Aufbau eingesetzten Linsen.	33

Konstanten

a_0	$0,529\,177\,210\,92 \cdot 10^{-10} \text{ m}$	Bohr-Radius
c	$299\,792\,458 \text{ m/s}$	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
ϵ_0	$\mu_0^{-1} c^{-2}$	Elektrische Feldkonstante
\hbar	$1,054\,571\,726 \cdot 10^{-34} \text{ JS}$	Reduzierte Planck-Konstante
k_B	$1,380\,648\,8 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	Boltzmann-Konstante
μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$	Magnetische Feldkonstante
u	$1,660\,538\,921 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	Atomare Masseneinheit

Quelle: CODATA 2010 empfohlene Werte ohne Fehlerangabe.

Wiederholt auftretende Akronyme und Symbole

$1/k_F a$	Dimensionsloser Wechselwirkungsparameter in 3D
nD	n dimensional
a	Streulänge in Einheiten von a_0
a_{xy}	Streulänge zwischen Zustand $ x\rangle$ und $ y\rangle$. Falls keine Angabe handelt es sich um a_{12}
$a_{dd} = 0,6a$	Dimer-Dimer-Streulänge in Einheiten von a_0
$a_{ho,i}$	Harmonische Oszillatorlänge
β	Bertsch-Parameter
B	Magnetfeld
B_0	Lage der Feshbach-Resonanz
D	Dimension
Δ	Energielücke
$\epsilon_x(k)$	Dispersionsrelation für ein System der Art x
ΔB	Breite der Feshbach-Resonanz
BCS	Bardeen, Cooper und Schrieffer
BEC	Bose-Einstein-Kondensat
BKT	Berezinskii, Kosterlitz und Thouless
E_B	Dimer-Dimer Bindungsenergie
E_F	Fermi-Energie
E_R	Rückstoß Energie
F	Gesamtdrehimpuls
FORT	Far Off Resonant Trap
g_{2D}	Wechselwirkungsparameter in 2D
g_{3D}	Wechselwirkungsparameter in 3D
${}^6\text{Li}$	Lithium mit der Massenzahl 6
${}^6\text{Li}_2$	Lithium Dimere mit der Massenzahl 12
k_F	Fermi-Impuls
k_μ	Zum chemischen Potential passender Impuls
μ	Chemisches Potential
m	Masse
$m_{{}^6\text{Li}}$	${}^6\text{Li}$ Masse
$m_{{}^6\text{Li}_2}$	${}^6\text{Li}$ -Dimer Masse
N	Teilchenzahl
N_{2D}	Kritische Teilchenzahl für kinematischen 2D-Einschluss
n	Dichte
ω_i	Fallenfrequenz in i -Richtung
$\bar{\omega}$	Mittlere Fallenfrequenz
$\rho_{nD}(E)$	Zustandsdichte in n Dimensionen
$R_{TF,i}$	Thomas-Fermi-Radius in i -Richtung
${}^{87}\text{Rb}$	Rubidium der Massenzahl 87
RF	Radio-Frequenz
T	Temperatur
T_F	Fermi-Temperatur
U	Potentialtiefe
v	Geschwindigkeit
v_c	Kritische Geschwindigkeit
v_F	Fermi-Geschwindigkeit
v_s	Schallgeschwindigkeit
$V(\vec{r})$	Externes Potential
w_i	Waist in i -Richtung
Waist	$1/e^2$ Radius der Intensitätsverteilung eines Lasertrahls

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel – insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen – benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Masterarbeit veröffentlicht wird.

Hamburg, den 24. Oktober 2013
