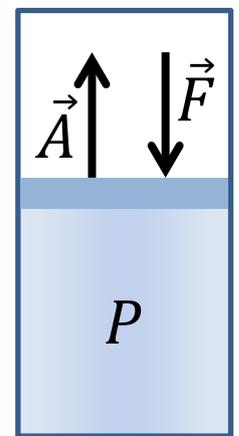


Flüssigkeiten und Gase

Während bei Festkörpern von Spannung als Ursache einer Formänderung gesprochen wurde, ist bei leicht deformierbaren Körpern wie Flüssigkeiten und Gasen der sogenannte Druck die entscheidende physikalische Größe. Druck wirkt allseitig auf eine Flüssigkeit oder ein Gas in einem vorgegebenen Volumen. Für einen Zylinder mit einem beweglichen Deckel, der mit einer Flüssigkeit oder einem Gas gefüllt ist, ist der Druck über die Kraft, die auf den Deckel wirkt, wenn man ihn verschiebt. Dies lässt sich mit Hilfe des Kompressionsmoduls mathematisch fassen:

$$P = K \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

Der Kompressionsmodul ist für Gase 10^4 mal kleiner als für Flüssigkeiten und bis zu $5 \cdot 10^6$ kleiner als bei Festkörpern.



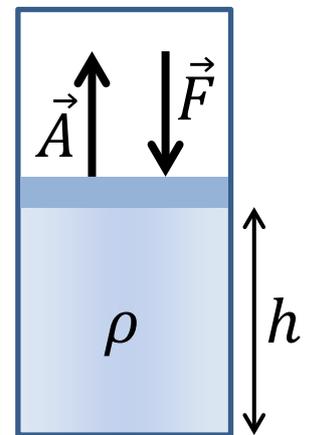
Flüssigkeiten und Gase

Innerhalb von Flüssigkeiten und Gasen besteht der sogenannte **Schweredruck**. Dieser ergibt sich aus dem Verhältnis des Gewichts G der Flüssigkeit oder dem Gas und der Querschnittsfläche A , über der die Flüssigkeit (oder das Gas) steht. Für eine Zylinder ergibt sich:

$$P = \frac{G}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho V \cdot g}{A} = \frac{\rho(Ah) \cdot g}{A} = \rho \cdot g \cdot h.$$

Druckeinheit:
 $1\text{N}/\text{m}^2 =$
 1Pascal (Pa) .

Bemerkenswerter Weise hängt der Druck nicht von der exakten Art des Zylinders ab sondern nur von der Höhe der Flüssigkeitssäule im Zylinder. Diese Gesetzmäßigkeit gilt sogar ganz allgemein für beliebige Formen. Der Druck auf einer Grundfläche A hängt nur von der Höhe h und der Dichte ρ der Flüssigkeit (bzw. des Gases) ab. Diese Tatsache wird als **hydrostatisches Paradoxon** bezeichnet.



Flüssigkeiten und Gase

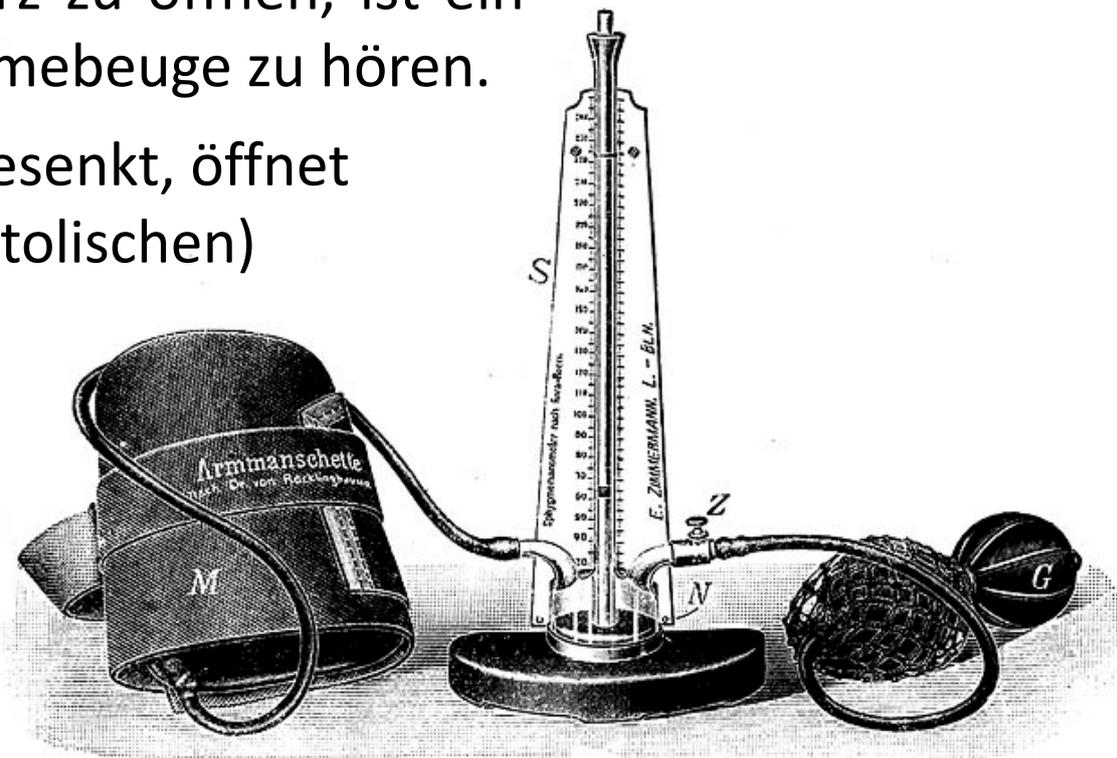
Die indirekte Blutdruckmessung nach Scipione Riva-Rocci (1863 - 1937) basiert auf der Gleichheit des Druckes auf eine Arterie im Arm und dem Blutdruck innerhalb dieser. Zunächst die die Arterie zugeedrückt.

Bei einer Blutdruckspitze (systolischer Druck), die gerade ausreicht die Arterie kurz zu öffnen, ist ein pulsierendes Geräusch in der Armebeuge zu hören.

Wird der Druck auf die Arterie gesenkt, öffnet sich diese beim niedrigsten (diastolischen)

Druck in ihr dauerhaft geöffnet.

Dann ist kein Pulsieren mehr zu hören.



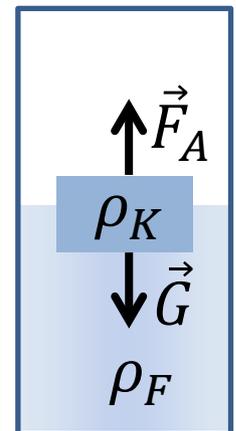
Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen

Der Auftrieb ist eine Kraft die entgegengesetzt zum Gewicht eines Körpers in einer Flüssigkeit oder einem Gas wirkt. Der Auftrieb ergibt sich aus einem größeren Schweredruck unterhalb der Körpers als oberhalb, und die Auftriebskraft entspricht gerade dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit (bzw. des Gases):

$$\vec{F}_A = \vec{G}_{\text{verdrängt}} = m_{\text{verdrängt}} \cdot \vec{g} = \rho_{\text{Flüss.}} \cdot V_{\text{verdrängt}} \cdot \vec{g}$$

Dies wird als **archimedisches Prinzip** bezeichnet.

Ein Körper sinkt soweit in die Flüssigkeit ein, bis das verdrängte Flüssigkeitsvolumen gerade dem Körpergewicht entspricht, wenn seine Dichte nicht größer ist als die des umgebenden Mediums. Sonst schwimmt der Körper nicht. Sind die Dichten nahezu gleich, sinkt der Körper in eine Tiefe, wo durch Schweredruck Flüssigkeits- & Körperdichte gleich sind.



Ruhende Gase

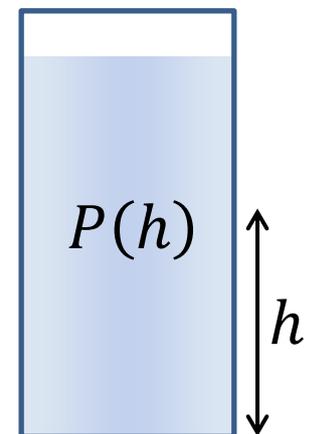
Gase lassen sich im Gegensatz zu Flüssigkeiten und Festkörpern leicht komprimieren. In idealen Gasen (näherungsweise für He, H₂, N₂) gilt bei konstanter Temperatur das **Boyle-Mariottesche** Gesetz:

$$P \cdot V = \text{const.}$$

Auch in Gasen entsteht ein Schweredruck, obwohl das Gas bei weitem nicht so dicht ist wie eine Flüssigkeit oder ein Festkörper. Der Druck einer Gasschicht über einer Fläche hängt von der Gasdicke ab und wird durch die **barometrische Höhenformel** beschrieben.

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}}$$

P_0 ist der Druck bei ungefähr Meeresniveau, h ist die Höhe darüber und $H \approx 8\text{km}$ ist die Skalenhöhe der unteren Erdatmosphäre (gültig bis gut 80km Höhe).



Bewegte Flüssigkeiten und Gase

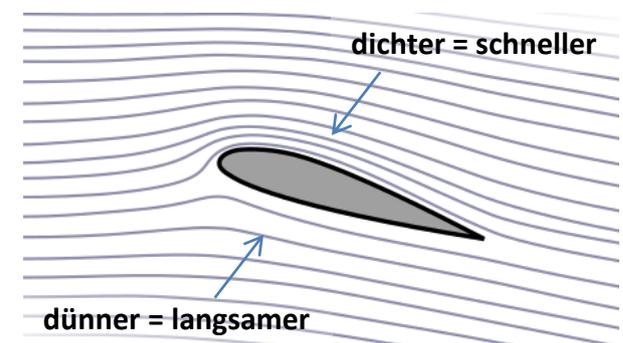
Flüsse von Gasen können in gleicher Weise wie die von Flüssigkeiten beschrieben werden, wenn die Fließgeschwindigkeit des Gases deutlich unter dessen Schallgeschwindigkeit liegt. Bei Luft ist die Schallgeschwindigkeit etwa 330m/s, so dass diese Bedingung sicherlich bis 100m/s (360km/h) erfüllt ist.

Eine Strömung wird formell durch ein **Strömungsfeld** beschrieben, das an jedem Ort die Geschwindigkeit des Gases oder der Flüssigkeit beschreibt. Dieses Feld kann als mehr oder weniger dicht liegende Strömungslinien gedacht werden, die einander nicht kreuzen (**laminare Strömung**). Dies gilt allerdings nur, so lange keine Verwirbelung, d.h. **keine Turbulenz** auftritt.

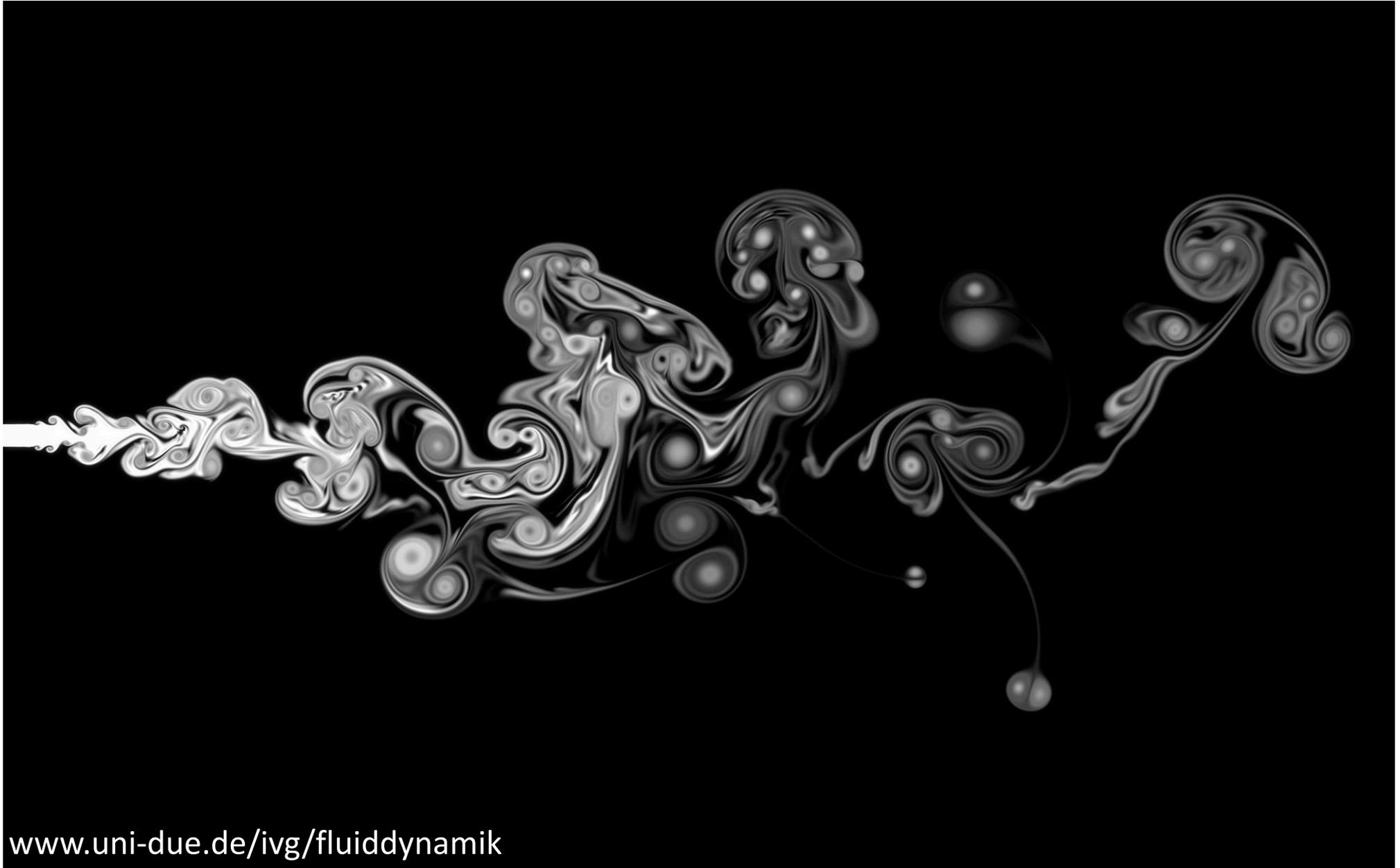
Wir unterscheiden zwischen zwei Näherungen:

Ideale Flüssigkeit: Keine innere Reibung

Reale Flüssigkeit: Innere Reibung relevant



Bewegte Flüssigkeiten und Gase



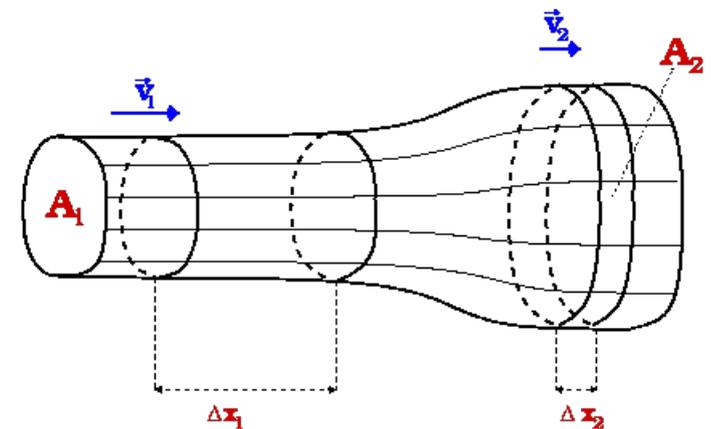
www.uni-due.de/ivg/fluidodynamik

Bewegte Flüssigkeiten und Gase

Betrachten wir einen Fluss durch ein Rohr- oder Gefäßsystem mit konstantem Volumen, dann wird in jedem Teilabschnitt ohne Verzweigung die gleiche Stoffmenge ein- und ausfließen (keine Flüssigkeit verschwindet einfach). Dies lässt sich als konstanter Volumenfluss für jede Querschnittsfläche ausdrücken:

$$\dot{V} = v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 = \text{const.}$$

Diese Kontinuitätsgleichung bedeutet, dass die Geschwindigkeit einer Flüssigkeit sich bei abnehmender Querschnittsfläche erhöht.



Eine Geschwindigkeitszunahme führt zu mehr kinetischer Energie um $m(v_1^2 - v_2^2)/2$. Diese Zunahme entsteht nicht einfach, sie wird auf Kosten einer anderen Energieform erzeugt, nämlich durch Volumenarbeit $\Delta P_{stat.} \cdot V$. Der statische Druck nimmt also um $\Delta P_{stat.}$ ab.

Bewegte Flüssigkeiten und Gase

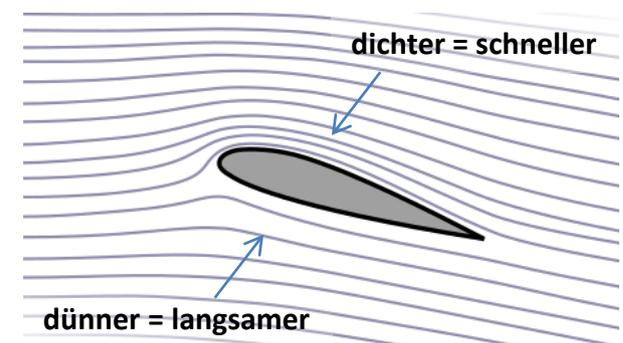
Aus der Erkenntnis, dass Energieerhaltung gelten muss können wir folgern dass die sogenannte **Bernoullische Gleichung** gilt:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P_{statisch} = P_{gesamt} = const.$$

Wir haben die kinetische Energie und die Energie, die im unter Druck stehenden Volumen gespeichert ist, durch das Volumen geteilt, so dass in der obigen Gleichung die kinetische Energie zu einer Energiedichte wird. Der statische Druck ist hier die Dichte potentieller Energie.

Beispiele für eine Verringerung des statischen Drucks finden sich bei Flügeln (auch bei Segelbooten), Zerstäubern, oder Wasserstrahl-pumpen in Laboren.

Bei Flügeln von Vögeln und Flugzeugen entsteht ein dynamischer Auftrieb aufgrund des höheren statischen Drucks auf der Unterseite.



Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen

Flüssigkeiten werden durch innere Kräfte, die Kohäsionskräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen, zusammengehalten. Auch gibt es Kräfte zwischen Flüssigkeitsmolekülen und Oberflächen, die sogenannten Adhäsionskräfte. Diese Kräfte wirken der relativen Bewegung zweier Flüssigkeitsschicht entgegen.

Ein Maß für die Kohäsionskräfte erzeugte innere Reibung ist die Viskosität. Sie ist definiert über die Kraft, die nötig ist, um einen Platte der Fläche A mit einer Geschwindigkeit v an einer größeren Wand entlang zu ziehen, wenn sich zwischen Wand und Platte eine Flüssigkeitsschicht der Dicke d befindet:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{v}{d}.$$

Die Einheit der Viskosität ist $[\eta] = 1 \frac{Ns}{m^2} = 1 Pa \cdot s$.

Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen

Flüssigkeiten werden durch innere Kräfte, die Kohäsionskräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen, zusammengehalten. Auch gibt es Kräfte zwischen Flüssigkeitsmolekülen und Oberflächen, die sogenannten Adhäsionskräfte. Diese Kräfte wirken der relativen Bewegung zweier Flüssigkeitsschicht entgegen.

Die relative Stärke von Adhäsions- zu Kohäsionskräften einer Flüssigkeit bestimmt die Benetzungseigenschaften einer Flüssigkeit an einer Oberfläche. Überwiegen Adhäsionskräfte an eine Oberfläche, wird diese benetzt. Das Gegenteil wird besonders beim Lotuseffekt deutlich.



Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen

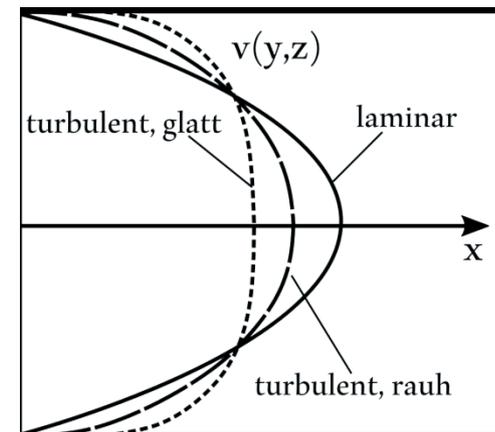
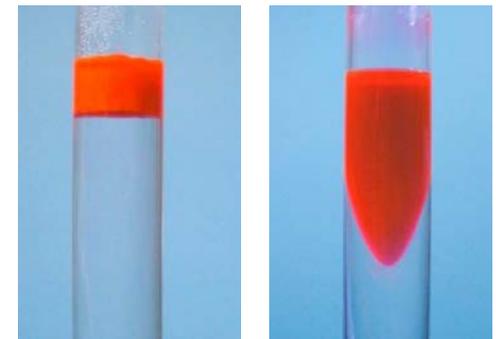
Ein Maß für die Kohäsionskräfte erzeugte innere Reibung ist die Viskosität. Sie ist definiert über die Kraft, die nötig ist, um einen Platte der Fläche A mit einer Geschwindigkeit v an einer größeren Wand entlang zu ziehen, wenn sich zwischen Wand und Platte eine Flüssigkeitsschicht der Dicke d befindet:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{v}{d}.$$

Die Einheit der Viskosität ist $[\eta] = 1 \frac{Ns}{m^2} = 1 Pa \cdot s.$

Fließt eine Flüssigkeit in einem Rohr entlang einer benetzten Fläche, bildet sich ein Geschwindigkeitsprofil aus, das bei **laminarer Strömung parabolisch** ist. An der Wand haften die Flüssigkeitsmoleküle.

Turbulente Strömung hat ein rechteckigeres Profil.



Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen

Bei einer laminaren Strömung in einem Rohr mit Radius r und Länge l besagt das **Hagen-Poiseuillesche Gesetz**, das die Stromstärke I (Volumen pro Zeit) proportional zur Druckdifferenz ΔP ist:

$$I = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta P.$$

Bei einer **Newtonsche Flüssigkeit** hängt die Viskosität nicht vom Druck ab. Im Blut werden die roten Blutkörperchen mit zunehmenden Druck elliptisch und richten sich in Strömungsrichtung aus. Dadurch sinkt die Blutviskosität.

Das obige Gesetz verdeutlicht auch die dramatische Abnahme der Stromstärke bei verengtem Radius. Halbiert sich dieser, sinkt der Fluss pro Zeiteinheit auf ein Sechzehntel. Deshalb können auch kleinere Gefäßverengungen zu Durchblutungsstörungen führen.

Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen

Eine weitere Konsequenz der Viskosität ist der Widerstand bewegter Körper in einer Flüssigkeit. Für eine Kugel mit Radius r und einer Geschwindigkeit v beschreibt das **Stokesche Gesetz** die Reibungskraft, die der Bewegung entgegen wirkt:

$$F = 6\pi r \cdot \eta \cdot v.$$

Mit Hilfe der Schwerkraft kann die Viskosität oder der Kugelradius bestimmt werden, denn nach anfänglicher Beschleunigung wird eine Kugel mit konstanter Geschwindigkeit v in der Flüssigkeit fallen, weil sich die Auftriebs- und die viskose Reibungskraft gemeinsam die Schwerkraft kompensieren. Für die Sinkgeschwindigkeit v gilt:

$$v \propto r^2 / \eta$$

Bei Entzündungen neigen rote Blutkörperchen zur Aggregation und damit zu schnellerem Sinken, weil ihr gemeinsamer Radius größer ist.

Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen

Im Blutkreislauf ist immer laminare Strömung erwünscht. Wirbel entstehen vor allem an Hindernissen, also an Kanten von Wänden oder Objekten in der Flüssigkeit oder im Gas. Ein Kriterium für den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung bietet die Reynolds-Zahl:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta}.$$

Neben der Dichte ρ des Mediums (Flüssigkeit oder Gas) und der Relativgeschwindigkeit v zwischen Medium ist die Größe d des Hindernisses entscheidend.

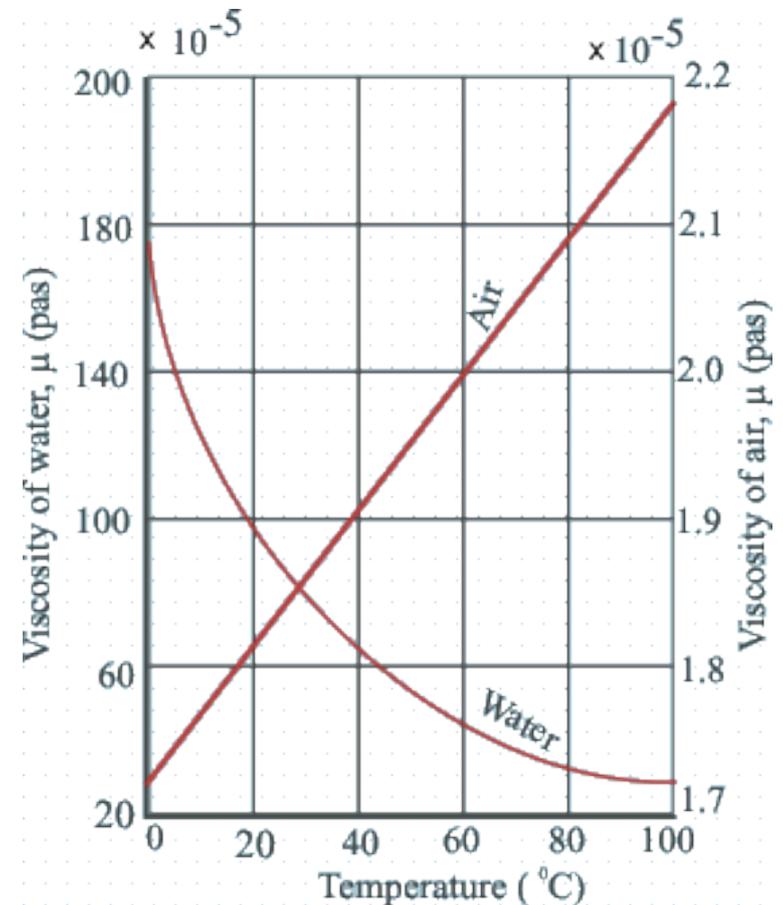
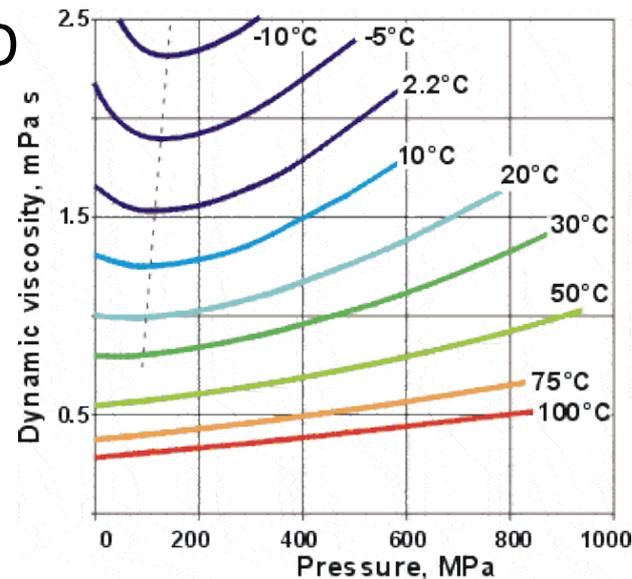
Das Strömungsverhalten um Objekten in Flüssigkeiten ähnelt sich, wenn die Reynolds-Zahlen ähnlich sind. So können z.B. Modelle zum Studium von Strömungsverhalten in oder an Objekten durch Skalierung von v und d zu kleineren oder größeren Maßstäben genutzt werden.

Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen

Zuletzt sei noch bemerkt, dass die Viskosität einer Flüssigkeit oder eines Gases grundsätzlich von der Temperatur hängt. Allerdings nimmt sie bei Flüssigkeiten mit steigender Temperatur ab, während sie bei Gasen mit steigender Temperatur zunimmt.

Die Viskosität nimmt bei Flüssigkeiten zu, wenn der Druck erhöht wird.

Allerdings ist H₂O eine Ausnahme: unterhalb von 33°C sinkt die Viskosität zunächst.



Grenzflächeneffekte von Flüssigkeiten

Die unter den Flüssigkeitsmolekülen wirkenden Kohäsionskräfte sind im Inneren einer Flüssigkeit in allen Raumrichtungen gleich (isotrop). An der Oberfläche werden die Flüssigkeitsmoleküle allerdings nur ins Innere gezogen. Soll die Oberfläche um ΔA vergrößert werden, muss zusätzliche Energie aufgebracht werden, um die Arbeit ΔW gegen die Kohäsionskräfte zu leisten. So lässt sich die **spezifische Oberflächenenergie** (Oberflächenspannung) definieren:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A}.$$

Auch die Oberflächenspannung nimmt mit der Temperatur ab. Das System Flüssigkeit/Luft ist nur ein Beispiel einer Grenzschicht. Bei Wänden wurde das Benetzungskriterium bereits auf Folie 85 erwähnt. Dies führt z.B. zum Kapillaranstieg in Pflanzen. **Die Steighöhe einer Flüssigkeit in einer Kapillare ist proportional zum inversen Kapillarradius.**