66-770

Experimentalphysik I/II für Studierende der Biologie und der Zahnmedizin

Prof. Arwen Pearson & Prof. Nils Huse
arwen.pearson@cfel.de & nils.huse@uni-hamburg.de

Vorlesungen:

Mittwoch 08:15-09:45 Junguisstr. 9 Hörsaal **2**

Freitag 08:15-09:45 Junguisstr. 9 Hörsaal **1**

Information zur Vorlesung unter/über ***STiNE***

Klasuren:

Sa, 24. Nov. 09:45 - 11:00

Sa, 8. Dez. 09:45 - 11:00

Fehlerfortpflanzung

Erinnerung

Absoluter Fehler: $x \pm \Delta x$ z.B. 95 ± 1.2 kg

Relativer Fehler: $x \pm \Delta x/x$ z.B. 95 kg ± 1.3%

Einfaches Fehlerfortpflanzung

Absoluter Fehler

Wenn $y = a + b$, dann $\Delta y = \Delta a + \Delta b$

Gilt auch für $y = a - b$, Δy ist immer noch $\Delta y = \Delta a + \Delta b$

Relativer Fehler

Aber…

Wenn $y = ab$, dann $\Delta y/y = \Delta a/a + \Delta b/b$

Fehlerfortpflanzung

Beispiele

1) Die Länge eines Stabes wird durch zweimaliges Ansetzen eines (für die Messung der Gesamtlänge zu kurzen) Maßstabes gemessen.

Die beiden Messungen ergeben:

$$l_1 = 26.4 \text{ cm} \pm 1.9\% \text{ und } l_2 = 12.3 \text{ cm} \pm 4.0\%$$

Wie groß ist die Gesamtlänge?

Fehlerfortpflanzung

Beispiele

2) Eine Schüssel mit 250 ml ± 2% Wasser wurde eine Stunde lang auf einer sonnigen Terrasse stehen gelassen, um zu verdampfen. Nach einer Stunde wurde das Volumen erneut mit 238 ± 4.7 ml gemessen.

Wie groß ist der relative Fehler beim Volumenverlust?

Fehlerfortpflanzung

Beispiele

3) Die kinetische Energie eines Körpers ist $W_{kin} = (mv^2)/2$. Die masse *m* sei auf 1.5%, die Geschwindigkeit *v* auf 3,0% genaue bestimmt worden. Wie groß ist die maximale relative Unsicherheit der nach obiger Formel berechneten kinetischen Energie?

Fehlerfortpflanzung

Beispiele

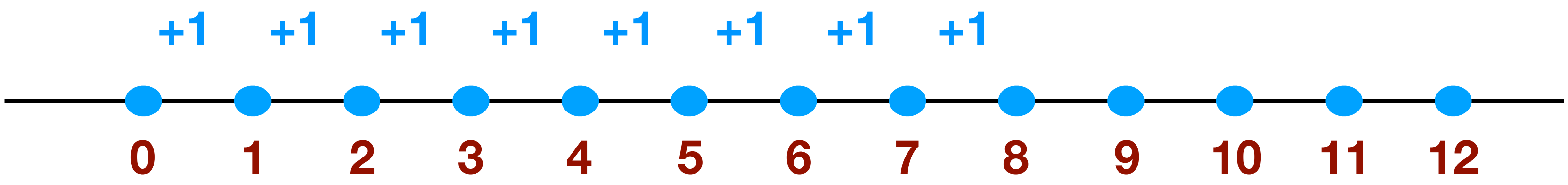
4) Bei der Brennweitenbestimmung einer Sammellinse wird die Gegenstandsweite zu $g = 7.5 \pm 0.4$ cm und die Bildweite zu $b = 14.8 \pm 0.5$ cm gemessen. Wie groß ist die Brennweite f, wenn $1/f = 1/b + 1/g$?

Potenzen und Logarithmen

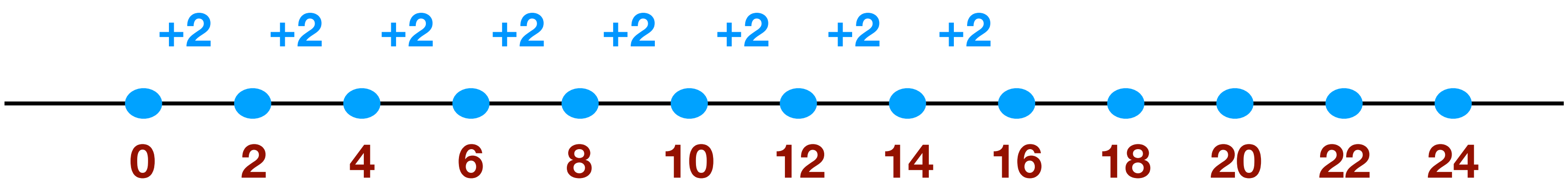
Bevor wir uns mit Potenzen und Logarithmen befassen, sollten wir zuerst über die ~~elementare Algebra~~ nachdenken.

raffinierte Zählen

Summation ist einfach eine Folge von +1, +1, +1



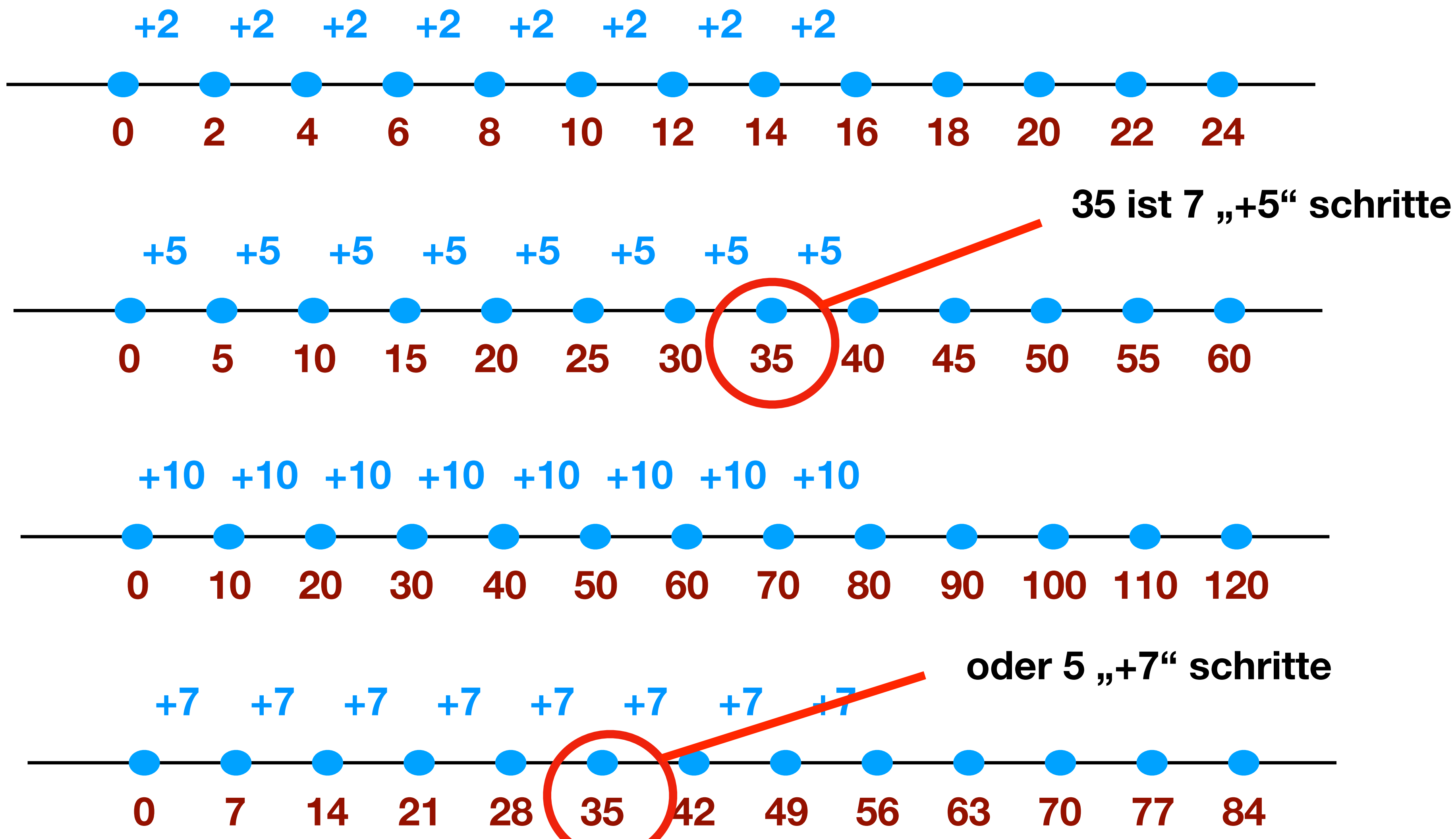
Multiplikation ist eine Folge von +n, +n, +n



With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

Multiplikation ist eine Folge von +n, +n, +n

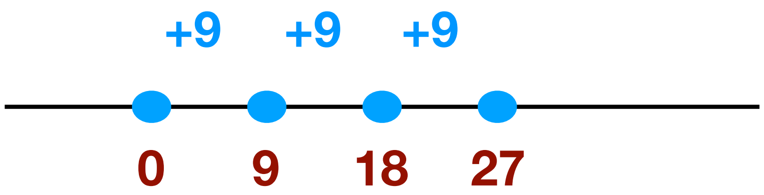


With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

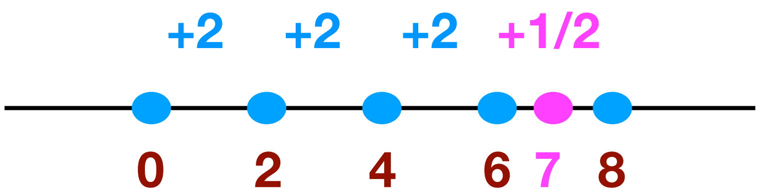
Teilen fragt „was ist **x** wann ich in **+n** zähle?“ -> x/n

z.B. was ist 27/9?



27/9 = 3

oder was ist 7/2?

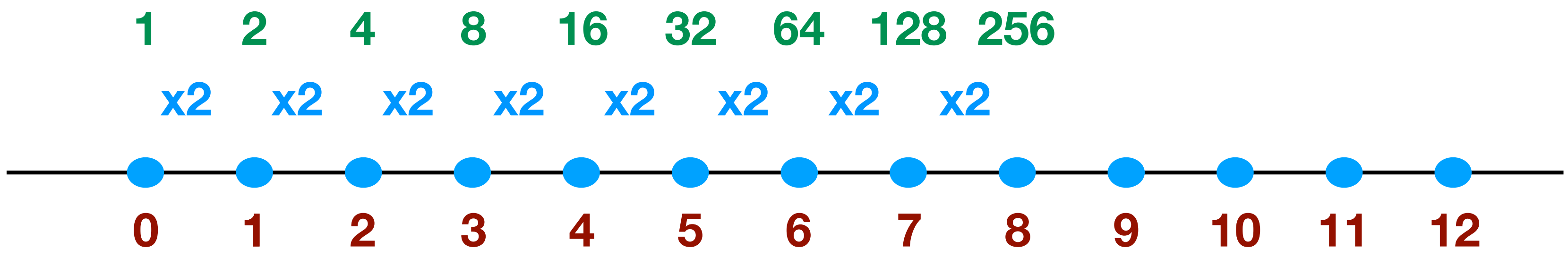


7/2 = 3.5

With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

Potenzen sind genau so einfach, aber jetzt stat mit **+n** zu zählen, zählen wir mit mal-**n**



Wir können Potenzen verwenden, um dies kurz zu schreiben. Die Größe des Multiplikators (mal-n) ist der Basis, und die Anzahl der Multiplikationsschritte ist der Exponent. Die Zahl die wir erreichen ist der Potenzwert

Exponent

$$2^3 = 8$$

Potenzwert

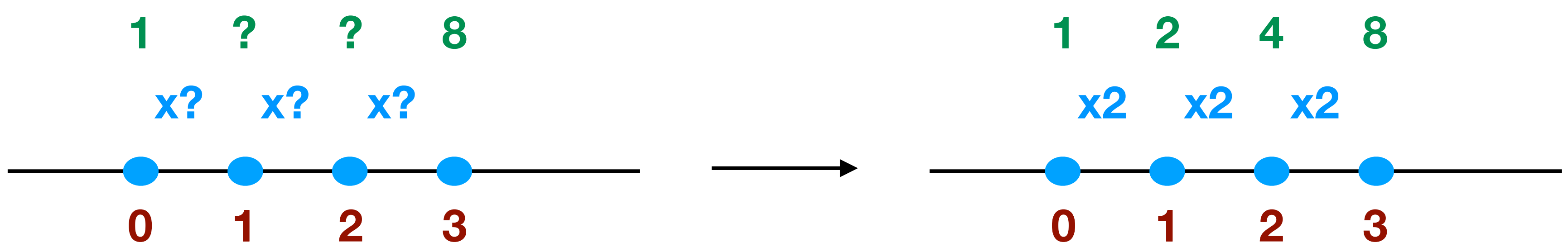
Basis

With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

Für Wurzeln stellt sich die Frage, wie wir zählen müssen, um in einer bestimmten Anzahl von Schritten zur Antwort zu kommen

$$\sqrt[3]{8} = ?$$



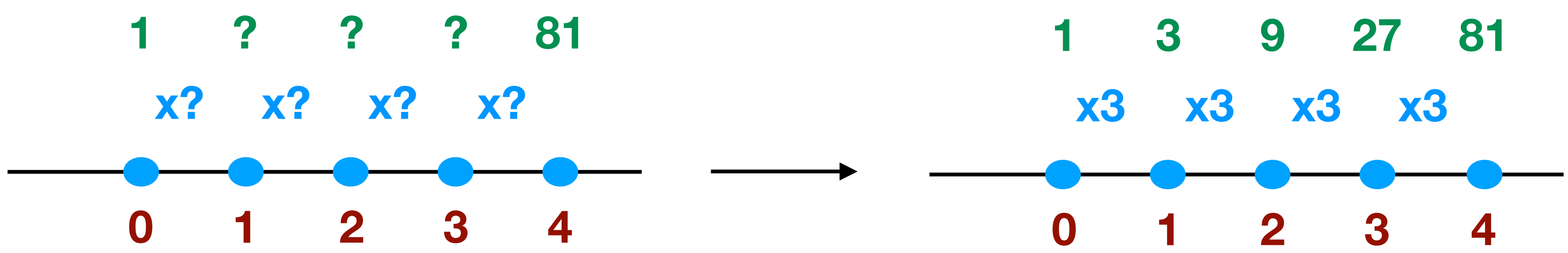
$$\sqrt[3]{8} = 2 \qquad 8^{1/3} = 2$$

With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

Für Wurzeln stellt sich die Frage, wie wir zählen müssen, um in einer bestimmten Anzahl von Schritten zur Antwort zu kommen

$$\sqrt[4]{81} = ?$$



$$\sqrt[4]{81} = 3 \qquad 81^{1/4} = 3$$

$$81^{3/4} = ?$$

$$\left(\sqrt[4]{81}\right)^3 = ?$$

With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

Zeit für einige zusätzliche Regeln über Potenzen

$$a^0 = 1 \qquad a^{-r} = 1/a^r$$

$$a^{r/s} = \sqrt[s]{a^r} = (\sqrt[s]{a})^r$$

$$a^{r+s} = a^r \times a^s \qquad a^{r-s} = a^r \div a^s$$

$$(a/b)^r = a^r \div b^r \qquad (a^r)^s = a^{r \times s}$$

With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

Zeit für euch, um es auszuprobieren…

1) $3^3 = ?$

2) $4^{-2} = ?$

3) $27^{1/3} = ?$

4) $4^{-1/2} = ?$

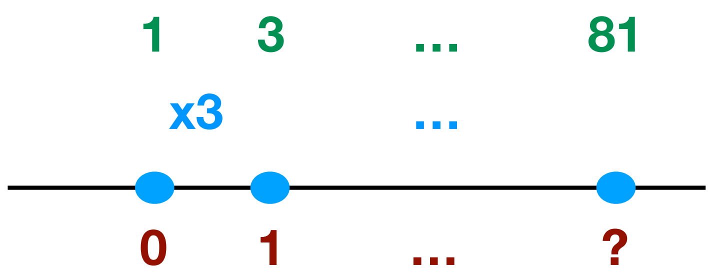
5) $16^0 = ?$

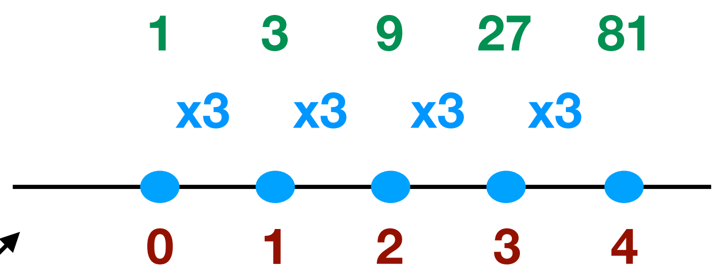
6) $3.29^6 \times 3.29^{-4} \times 3.29^{-3} \times 3.29 = ?$

Potenzen und Logarithmen

OK - was ist, wenn wir wissen, welche Anzahl wir erreichen möchten und welche Schrittgröße wir nehmen, um dorthin zu gelangen. Wie finden wir heraus, wie viele Schritte Sie unternehmen müssen?

$$3^{x} = 81$$



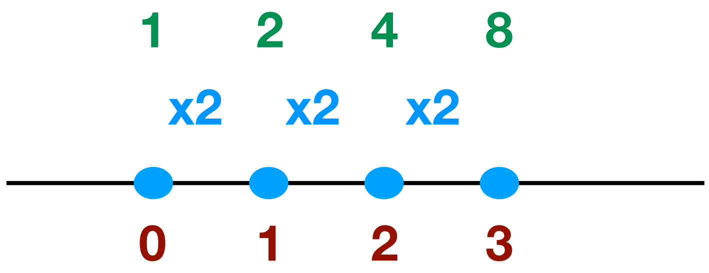


System, das auf eine x3-Art zählt → $\mathrm{SDZ}_{x3}\,81 = \cancel{x}\,4$

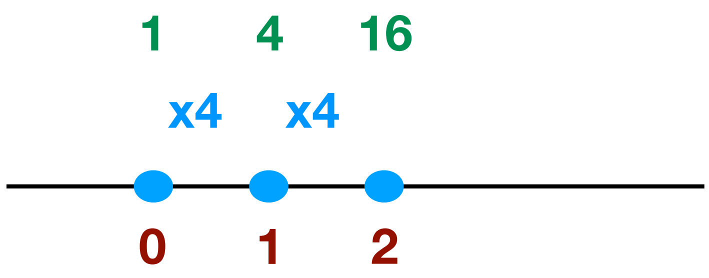
With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

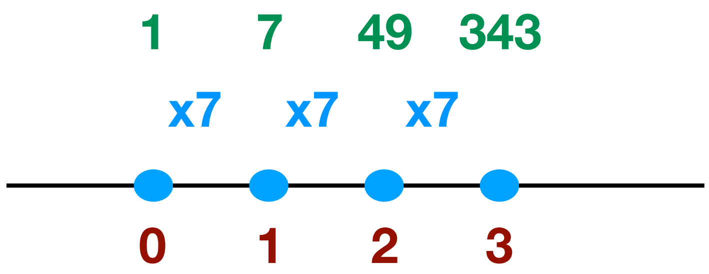
$$\mathrm{SDZ}_{x2}8 = 3$$



$$\mathrm{SDZ}_{x4}16 = 2$$



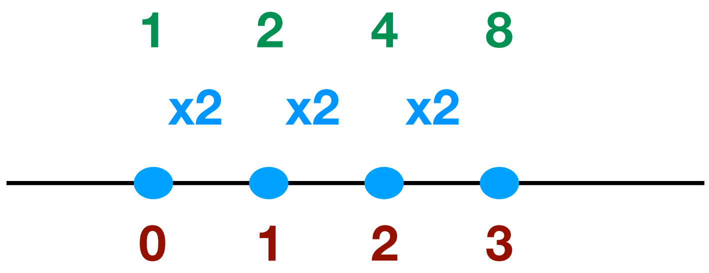
$$\mathrm{SDZ}_{x7}343 = 3$$



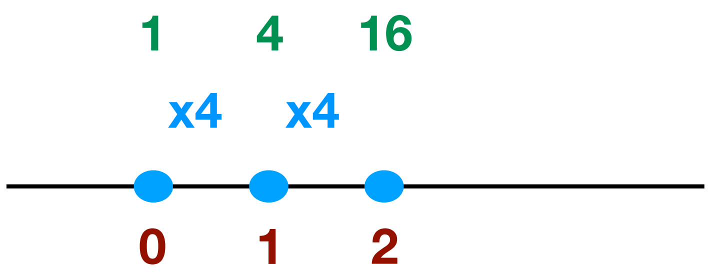
With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

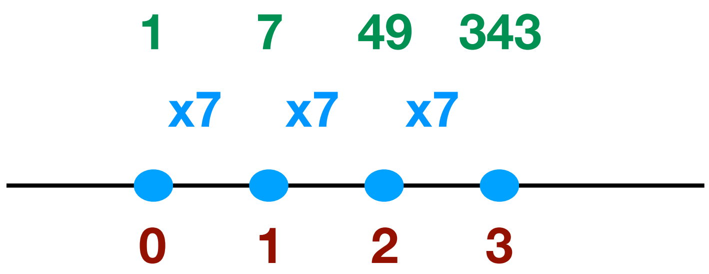
$\log_2 8 = 3$



$\log_4 16 = 2$



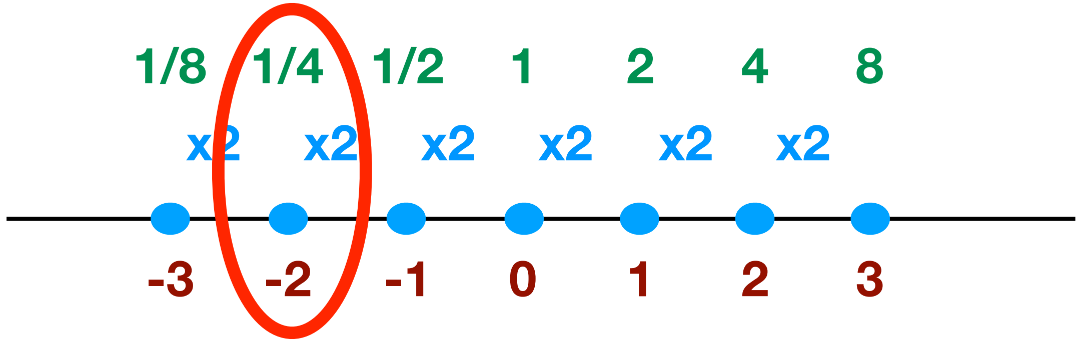
$\log_7 343 = 3$



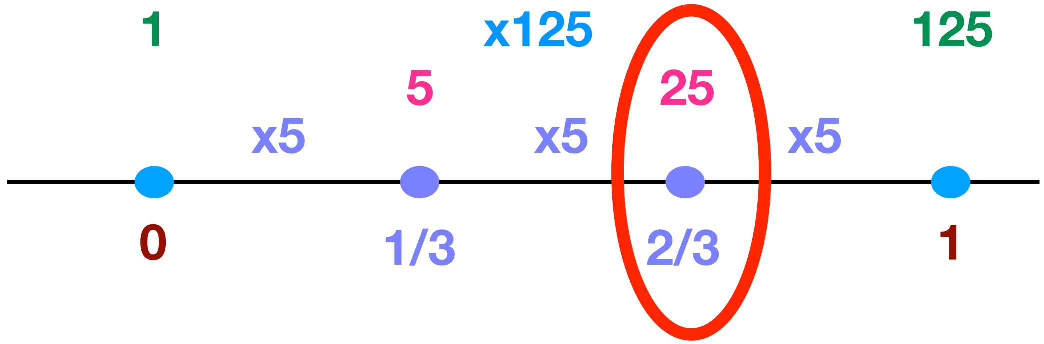
With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

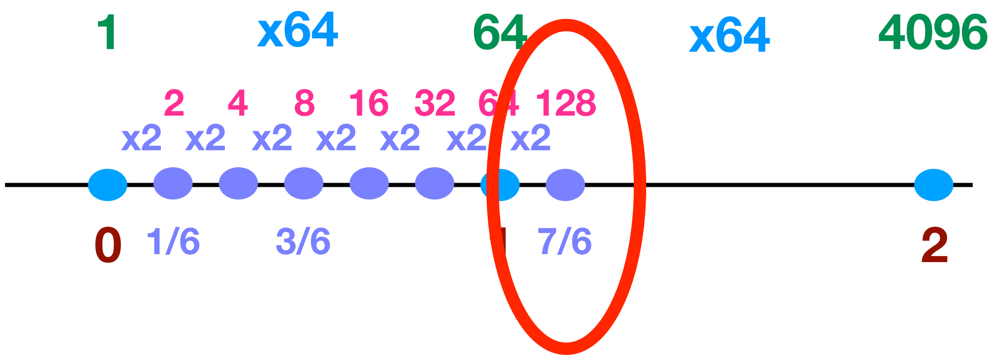
$\log_2(1/4) = -2$



$\log_{125} 25 = 2/3$



$\log_{64} 128 = 7/6$



With thanks to Vi Hart, https://www.youtube.com/watch?v=N-7tcTIrers

Potenzen und Logarithmen

Zeit für einige zusätzliche Regeln über Logarithmen

$$\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$$

$$\log_b(x/y) = \log_b(x) - \log_b(y)$$

$$\log_b x^p = p\log_b x$$

$$\log_b(\sqrt[p]{x}) = (\log_b x)/p$$

Potenzen und Logarithmen

Zeit für euch, um es auszuprobieren…

1) $\log_3(9x27) = ?$

2) $\log_2(64/4)$

3) $\log_2(2^6)$

4) $\log_{10}\sqrt{1000}$

Potenzen und Logarithmen

Der Natürlicher Logarithmus ist der Logarithmus zur Basis *e*

Es ist eine transzendente und somit auch irrationale reelle Zahl

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

e = 2.718281828459045……

Der Natürlicher Logarithmus wird geschrieben als $\log_e x$ oder $\ln x$

Die Wichtigkeit von e ist, dass es als natürlicher Bestandteil vieler Lösungen in der angewandten Mathematik, einschließlich in der Biologie und Chemie, vorkommt. Beispielsweise ist bei einer Reaktion erster Ordnung mit der Geschwindigkeitskonstante k das Reaktionsausmaß nach dem Zeitpunkt t proportional zu $1-e^{-kt}$

Potenzen und Logarithmen

Logarithmen als Skalierungsmethode

In der Biologie, Biochemie und Biophysik untersuchen wir Prozesse, die über viele Größenordnungen ablaufen

Betrachte die Konzentration von Wasserstoffionen H+ in einer Lösung. Der Konzentrationsbereich, der berücksichtigt werden muss, reicht von weniger als 10^{-14} M in starkem Alkali bis zu mehr als 1 M in starker Säure.

Wir präsentieren daher normalerweise die Konzentration von Wasserstoffionen anhand einer logarithmischen Skala.

$$-\log_{10}[H^+] = pH$$

Potenzen und Logarithmen

Logarithmen von dimensionierten Größen

Wenn man über Exponenten nachdenkt, sollte es offensichtlich sein, dass Sie reine Zahlen sein müssen. z.B es ist bedeutungslos, 10 x 3 cm zu multiplizieren.

Logarithmen können auch keine Dimensionen haben.

Aber, was ist mit pH?

$$-\log_{10}[H^+] = pH$$

$[H^+]$ hat Einheiten von Molar….

Um dieses Problem zu vermeiden, definieren Biochemiker einen Standardzustand $[H^+]^0$ und die vollständige Definition des pH-Werts ist eigentlich

$$-\log_{10}([H^+]/[H^+]^0) = pH$$

Der Standardzustand ist definiert als $[H^+]^0 = 1$ M und daher wird der pH-Wert zu einem dimensionslosen Wert