

Aufbau eines hochauflösenden optischen Systems zur Untersuchung ultrakalter Quantengase

Masterarbeit

JAN HENNING DREWES

UNIVERSITÄT HAMBURG
FACHBEREICH PHYSIK
INSTITUT FÜR LASERPHYSIK

November 2012

Referenten

Referent: **Prof. Dr. Henning Moritz**
Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Fachbereich Physik - Institut für Laserphysik
„Quantenmaterie“

Ko-Referent: **Prof. Dr. Klaus Sengstock**
Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Fachbereich Physik - Institut für Laserphysik
„Quantengase und Spektroskopie“

Erklärung zur Eigenständigkeit

Ich versichere hiermit, dass ich die Masterarbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Mit der Ausleihe meiner Arbeit bin ich einverstanden.

Hamburg, den 01. November 2012

Jan Henning Drewes

Kurzfassung

Ultrakalte Fermigase bieten die Möglichkeit, stark korrelierte Systeme in einer gut kontrollierbaren Umgebung zu untersuchen. Um die mikroskopischen Mechanismen zu verstehen, die zum Beispiel zur Bildung suprafluider Paare führen, ist es wünschenswert, das Gas auf der Skala des interatomaren Abstands abbilden zu können. Zu diesem Zweck wurde in dieser Arbeit ein optisches System mit beugungsbegrenzter Auflösung aufgebaut und getestet. Zentraler Bestandteil dieses optischen Systems sind zwei Objektive mit hoher numerischer Apertur. Von diesen kann das Erste für die Erzeugung von statischen und dynamischen Potentialen verwendet werden, in denen Atome gefangen werden können. Das zweite Objektiv gleicher Art bildet mit einem Teleobjektiv ein Mikroskop für die hochauflösende Abbildung des Quantengases. Die effektive numerische Apertur des Systems wurde bestimmt und beträgt $NA=0,6\pm 0,04$, was nach dem Rayleigh-Kriterium einer Auflösung von 682 ± 45 nm entspricht. Für die Integration in das Quantengasexperiment wurde eine reproduzierbare und sehr genaue Methode zur Justage des optischen Systems entwickelt und getestet, so dass mit dem beschriebenen Aufbau in Kürze Untersuchungen an ultrakalten Quantengasen vorgenommen werden können.

Abstract

Ultracold atomic Fermi gases provide a unique opportunity to study strongly correlated systems in well controllable environments. To access the microscopic physics underlying superfluid pairing mechanisms it is highly desirable to be able to image the gas at the length scale of the interatomic separation. To this end the assembly and characterisation of a diffraction limited optical setup is presented in this master's thesis. Main feature of the imaging system are two microscope objectives with a high numerical aperture. One of these can be used to implement static and dynamic trapping potentials for the atoms. Together with a telephoto-objective the second objective forms a microscope which is able to image the quantum gas with high resolution. The effective numerical aperture of the system was found to be $NA=0.6\pm 0.04$ yielding a resolution of 682 ± 45 nm according to the Rayleigh-criterion. The integration of the optical system into a quantum gas experiment has been prepared by the development of an alignment procedure providing high reproducibility and accuracy.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Hochauflösende Detektion von kalten Quantengasen	3
2.1	Ein Experiment zur Beobachtung von ultrakalten Fermigasen in optischen Gittern	3
2.2	Anforderungen an das Abbildungssystem	10
2.2.1	Ein Mikroskop für die Untersuchung von Quantengasen	10
2.2.2	Bildfeld und Vergrößerung	12
2.2.3	Schärfentiefe	12
2.2.4	Verschiedene Wellenlängen, vielseitige Verwendbarkeit	13
2.3	Aufbau des Abbildungssystems	14
2.3.1	Strahlengänge	14
2.3.2	Halterungen für die Komponenten des Abbildungssystems	16
2.3.3	Kameras	17
3	Abbildungstheorie	21
3.1	Phasentransformation einer Welle durch Linsen	21
3.2	Impulsantwort eines Abbildungssystems	23
4	Abbildungsfehler und deren Korrektur durch optisches Design	31
4.1	Abbildungsfehler	32
4.1.1	Aberrationen erster Ordnung	32
4.1.2	Aberrationen höherer Ordnung	33
4.2	Korrektur der Abbildungsfehler durch optisches Design	37

5	Entwicklung einer Justagestrategie und Bestimmung des Auflösungsvermögens	39
5.1	Wellenfrontoptimierung mit Hilfe eines Twyman-Green Interferometers	40
5.1.1	Das Twyman-Green Interferometer	41
5.1.2	Beispielrechnung für erzeugte Interferogramme	42
5.1.3	Optimierung der Wellenfront	45
5.2	Justageprozedur	47
5.3	Bestimmung des Auflösungsvermögens	53
5.3.1	Bestimmung der Breite der Punktspreizfunktion	54
5.3.2	Messungen mit begrenzter Apertur	57
5.4	Diskussion	60
6	Zusammenfassung und Ausblick	61
A	Anhang	63
	Literaturverzeichnis	71

1 Einleitung

Ein faszinierendes Thema aktueller physikalischer Forschung ist die Untersuchung von Systemen, in denen Teilchen stark miteinander wechselwirken. In solchen Systemen treten oft starke Korrelationen zwischen einzelnen Teilchen auf, die zur Entstehung interressanter Phänomene wie Suprafluidität und Supraleitung führen. Zahlreiche Beispiele für solche Systeme bietet das Gebiet der Festkörperphysik, wo Materialien mit kristalliner Ordnung oft komplexe Phasendiagramme aufweisen. Diese Systeme können oft mit dem Fermi-Hubbard Modell angenähert werden, das Elektronen in periodischen Potentialen beschreibt. In dem Modell können die Elektronen zwischen Gitterplätzen tunneln und wechselwirken an einem Gitterplatz miteinander. [Hub63].

In jüngster Zeit ist es gelungen, mit Experimenten im Bereich der ultrakalten Gase einen alternativen Zugang zu diesen spannenden Phänomenen zu eröffnen. Die Erzeugung von Systemen des Hubbard-Modells mit kalten Atomen in optischen Gittern, die die Periodizität der Kristalle nachbilden, hat viele Vorteile. Zum einen treten hier keine Störstellen auf und zum anderen erlauben Methoden der Quantenoptik eine ausgezeichnete Kontrolle der relevanten Parameter. Zu diesen Parametern gehören die Tiefe des periodischen Potentials, die Stärke der Wechselwirkung der Teilchen miteinander und die Dimensionalität des Systems. Mit Experimenten an ultrakalten Quantengasen wurden bereits wichtige Zustände der Festkörperphysik, wie der Mott-Isolator, nachgebildet [GME⁺02] und Übergänge zwischen verschiedenen Phasen des Hubbard-Modells beobachtet.

Für die Untersuchung der erzeugten Systeme werden Messungen typischerweise nach einer Zeit freier Expansion vorgenommen, während der die Impulsverteilung in eine räumliche Verteilung der Teilchen übergeht. Anschließend wird dann diese räumliche Verteilung auf einer CCD-Kamera abgebildet. Auf diese Weise ist es möglich, wichtige Informationen über die Bandstruktur [EGK⁺09] und angeregte Zustände [SGJ⁺10] des untersuchten Systems zu erlangen, ohne dass dazu ein Abbildungssystem mit besonders hoher Auflösung benötigt wird.

Die Situation ist anders, wenn Informationen über die räumliche Verteilung der Teilchen innerhalb eines Quantengases gewonnen werden sollen. Mit der Abbildung einzelner Teilchen des Quantengases können zum Beispiel Spinverteilungen untersucht werden. Allerdings müssen dafür die typischerweise im Mikrometerbereich liegenden interatomaren Abstände aufgelöst werden. Da die Auflösung eines Abbildungssystems direkt mit dessen Öffnungswinkel zusam-

menhängt, ist für diesen Zweck ein sehr guter optischer Zugang erforderlich. Experimente mit bosonischen Atomen haben hier in letzter Zeit beachtliche Erfolge erzielt, wie zum Beispiel die Abbildung einzelner Atome in einem Mott-isolierenden System [SWE⁺10, BPT⁺10].

In dieser Gruppe wird derzeit die Realisierung von Experimenten mit fermionischen Quantengasen vorangetrieben. Mit ihnen sollen zweidimensionale Systeme und speziell die räumlichen Korrelationen zwischen einzelnen Teilchen in stark wechselwirkenden Vielteilchenzuständen untersucht werden. Ein denkbarer Forschungsgegenstand ist dabei die Untersuchung von Tieftemperaturphasen des Fermi-Hubbard Modells. Ein großes Ziel ist beispielsweise die Realisierung einer antiferromagnetischen Phase mit alternierender Ausrichtung der atomaren Spins.

Dazu wurde ein Experiment zur Präparation entarteter Fermigase aufgebaut, das einen exzellenten optischen Zugang zu den erzeugten Vielteilchensystemen bietet und so die Einstrahlung von optischen Gittern und die Auflösung der Besetzung einzelner Gitterplätze darin ermöglicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein speziell entwickeltes hochauflösendes Abbildungssystem aufgebaut und getestet, das den hohen optischen Zugang des Experiments ausnutzt. Dazu wurde zunächst eine Justageprozedur entwickelt, die eine hohe Reproduzierbarkeit und die erforderliche Genauigkeit für die beugungsbegrenzte Abbildung der Atome besitzt. Unter Verwendung der entwickelten Methode kann das optische System mit einem hochstabilen Aufbau in das bestehende Experiment integriert werden.

Das optische System, bestehend aus zwei Objektiven und einem Teleobjektiv, bietet als zentrale Eigenschaft eine sehr hohe numerische Apertur und damit eine hohe Auflösung. Eines der Objektive kann zur Erzeugung von statischen und dynamischen Potentialen in der Ebene der Atome verwendet werden. Gleichzeitig bildet das zweite Objektiv mit dem Teleobjektiv ein Mikroskop zur hochauflösenden Abbildung der Atome. Die Leistungsfähigkeit des Systems wurde mit mehreren unabhängigen Methoden bestimmt. Zunächst wurde mit interferometrischen Messungen die Güte der Wellenfront des optischen Systems untersucht, um dann mit der Abbildung von mehreren Testobjekten die Auflösung des Systems zu bestimmen. Letzteres ergab eine effektive numerische Apertur von $NA=0,6\pm 0,04$ und damit nach dem Rayleigh-Kriterium eine Auflösung des Systems von $r_R = 682\pm 45$ nm. Mit dieser Auflösung wird das Abbildungssystem die Untersuchung des Fermi-Hubbard Modells auf der Skala einzelner Gitterplätze ermöglichen.

2 Hochauflösende Detektion von kalten Quantengasen

Vor der Detektion eines Quantengases steht seine Erzeugung. Dazu werden neutrale Atome gekühlt und gefangen. Dieses Kapitel soll einen kurzen Einblick in die Arbeit mit Quantengasen geben und Anforderungen an das Abbildungssystem formulieren, die sich aus dem Einsatz in einem komplexen Experiment ergeben. Bei weitergehendem Interesse am Ablauf zum Kühlen und Fangen der Atome sei auf [Wit11] hingewiesen. Einen allgemeinen und breiten Überblick über Experimente mit entarteten Fermigasen bietet [KZ08].

2.1 Ein Experiment zur Beobachtung von ultrakalten Fermigasen in optischen Gittern

Jedes reine ideale Gas besteht aus Atomen, die entweder Bosonen oder Fermionen sind. Die beiden Teilchensorten unterscheiden sich durch ihre Spinquantenzahl, die für Bosonen ganzzahlig, für Fermionen jedoch halbzahlig ist. Dieser Unterschied wird wichtig, wenn man eine Wellenfunktion betrachtet, die mehrere ununterscheidbare Fermionen oder Bosonen beschreibt. Tauschen je zwei Teilchen ihre Position, dann ändert sich die Gesamtwellenfunktion für Bosonen nicht. Handelt es sich bei den Teilchen hingegen um Fermionen, dann erhält deren Gesamtwellenfunktion ein negatives Vorzeichen. Diese Austauschsymmetrie wird jedoch erst dann relevant, wenn die Einteilchenwellenfunktionen zweier Teilchen überlappen. Bei hohen Temperaturen ist das nicht der Fall. Beide Teilchensorten verhalten sich dann gleich und können mit dem idealen Gasgesetz beschrieben werden. Die Situation ändert sich, wenn die thermische Wellenlänge

$$\Lambda_{th} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}} \quad (2.1)$$

und die von der Dichte $\rho(T)$ abhängige mittlere freien Weglänge $l(T)$ der Teilchen vergleichbar werden. Nun wirkt sich das unterschiedliche Verhalten von Bosonen und Fermionen auf die statistische Beschreibung des Gases aus. Bosonen neigen dazu denselben Zustand einzunehmen. Deshalb ist die Anzahl der Bosonen im Grundzustand umso größer, je tiefer die Temperatur

des bosonischen Gases ist. Ein homogenes ideales Bosegas bestünde beim absoluten Temperaturnullpunkt $T=0$ ausschließlich aus Teilchen im Grundzustand [Ein25, Bos24]. Der Zustand des gesamten Ensembles kann dann mit einer Einteilchenwellenfunktion beschrieben werden und wird als Bose-Einstein-Kondensat bezeichnet, das erstmals 1995 durch die Kühlung eines Rubidiumgases bis auf 170 nK realisiert wurde [AEM⁺95].

Fermionen verhalten sich anders. Bei ihnen führt das Pauli-Prinzip dazu, dass in jedem Quantenzustand nur ein Fermion vorkommen kann. Die Zustände eines Systems werden daher bei $T=0$ nach und nach aufgefüllt, bis alle Zustände bis zur Fermi-Energie besetzt sind. In diesem Fall spricht man von Fermi-Entartung. Dieses ideale Fermigas beschreibt zum Beispiel das in erster Näherung wechselwirkungsfreie Elektronengas in einem Metall.

Werden Wechselwirkungen zwischen den Teilchen in die Betrachtung mit einbezogen, ändert sich das Verhalten der Fermionen. Es zeigt sich, dass auch Fermionen Kondensate bilden können. Erstmals beobachtet wurde dies bereits 1911 mit der Entdeckung der Supraleitung, die später im Rahmen der BCS-Theorie [BCS57] erklärt wurde. Diese besagt, dass sich zwei Fermionen über eine langreichweitige Wechselwirkung zu einem Paar binden können, das sich wie ein Boson verhält. Ein anderer kondensierter Zustand für Fermionen ist das molekulare Bose-Einstein-Kondensat, das erreicht wird, wenn zwei Fermionen ein bosonisches Molekül bilden [JBA⁺03]. Zwischen den beiden kondensierten Zuständen besteht ein kontinuierlicher Übergang, der durch die Veränderung der Streulänge vermessen werden kann.

Optische Gitter als analoge Quantensimulatoren

Ein weiteres Analogon zur Festkörperphysik bilden optische Gitter. In kristalliner Ordnung treten dort Effekte wie Mott-Isolierendes Verhalten (Abb. 2.1a), Antiferromagnetismus (Abb. 2.1b) und Hochtemperatursupraleitung auf. Bei den ersten beiden Zustände handelt es sich um Lösungen des Hubbard-Modells, bei denen die starke Wechselwirkung zwischen den Elektronen im Kristall nicht vernachlässigt werden kann, während dies für den Zustand der Hochtemperatursupraleitung noch nicht geklärt ist. Die Speicherung von ultrakalten fermionischen und bosonischen Gasen in optischen Gittern ermöglicht die Nachbildung von solchen Vielteilchenzuständen in einer experimentell gut kontrollierbaren Umgebung. So wurden in optischen Gittern bereits Mott-Isolatoren aus bosonischen [GME⁺02] und fermionischen [JSG⁺08] Atomen erzeugt.

Messmethoden

Eine zentrale Eigenschaft eines Quantensimulators ist die Fähigkeit, Messungen an dem simulierten System durchführen zu können, die interpretierbare Informationen über dieses System

2.1. EIN EXPERIMENT ZUR BEOBACHTUNG VON ULTRAKALTEN FERMIGASEN IN OPTISCHEN GITTERN

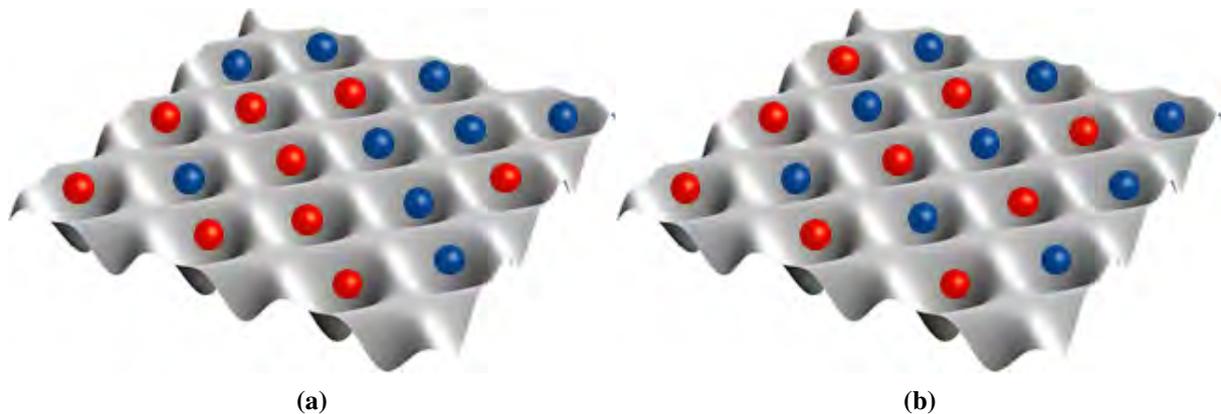


Abbildung 2.1: Darstellung möglicher Phasen in einem zweidimensionalen optischen Gitter. Die Farben symbolisieren unterschiedliche Spin-Zustände. In Teilabbildung (a) ist ein Mott-Isolator mit gleicher Atomzahl pro Gitterplatz gezeigt, die Spinverteilung ist zufällig. In (b) sind zusätzlich zur gleichen Besetzung die Spins antiferromagnetisch geordnet.

liefern. Zu den Methoden, die die Untersuchung von ultrakalten Quantengasen ermöglichen, gehören die Flugzeitmessung, die Bragg-Spektroskopie und die direkte Abbildung des Gases. Sie unterscheiden sich nicht nur in der Anwendung, sondern auch in der Art der Information, die sie zugänglich machen. Flugzeitmessungen und Bragg-Spektroskopie [EGK⁺09] liefern Informationen über die Impulsverteilungen und Bandstruktur der untersuchten Probe.

Die direkte Abbildung ermöglicht hingegen Aussagen über die Dichteverteilung und Korrelationen des Systems. Mit der Auflösung einzelner Atome an individuellen Gitterplätzen wird es sogar möglich, Korrelationen auf der Skala des interatomaren Abstands und Anregungen einzelner Konstituenten des Vielteilchenzustandes zu messen.

Kühlung von Gasen

Bevor Informationen des Vielteilchenzustandes ausgelesen werden können, muss ein atomares Gas so weit gekühlt werden, dass die Quanteneffekte eine wesentliche Rolle spielen und der gewünschte Zustand präpariert werden kann. Dazu muss zunächst ein reines Gas erzeugt werden und sehr gut vor Interaktionen mit der Umgebung geschützt werden. Das gesamte Experiment läuft daher in der in Abbildung 2.2 gezeigten Ultrahochvakuumumgebung bei Drücken von einigen 10^{-11} mbar ab.

Zunächst wird ein reines Gas aus Lithiumatomen erzeugt, indem der Dampfdruck von flüssigem Lithium in einem Ofen soweit erhöht wird, dass durch eine Öffnung ein Atomstrahl austritt. Um die notwendigen tiefen Temperaturen zu erreichen, wird anschließend eine Abfolge von Methoden zum Fangen und Kühlen der Atome angewandt. Zu den zentralen Schritten gehört als Erstes

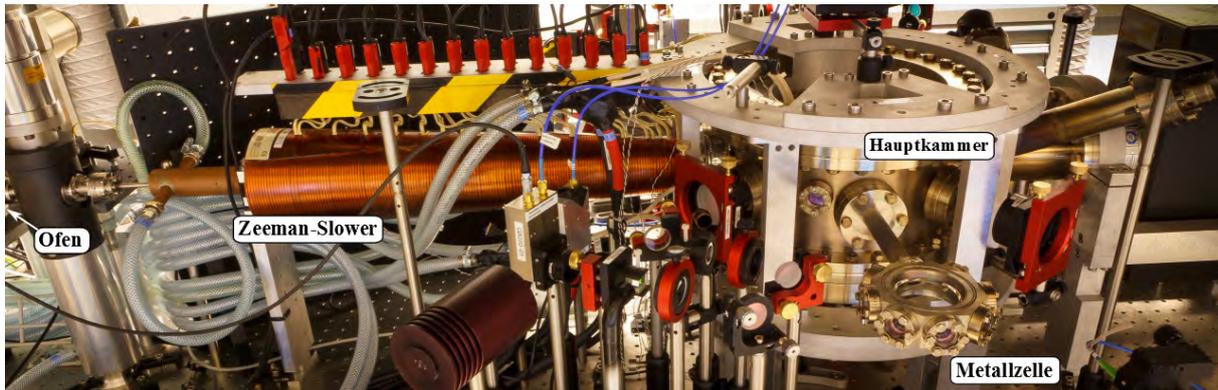


Abbildung 2.2: Aufbau des Experiments zur Kühlung kalter Gase. Am rechten Bildrand nicht mehr sichtbar ist der Ofen, aus dem die Atome in den Zeeman-Slower gelangen. Der Zeeman-Slower führt in die Hauptkammer, in der die Atome zunächst in der magneto-optischen Falle gefangen um dann in einer konservativen Dipolfalle durch Verringerung der Leistung evaporativ gekühlt zu werden. Nach diesem Schritt ist das Gas kalt genug um in einer weiteren Dipolfalle, diesmal gebildet von einem mit einer Linse fokussierten Laserstrahl, gefangen zu werden. Durch die Verschiebung der Linse kann das gefangene Gas in eine flache Metallzelle seitlich der Hauptkammer transportiert werden. Das hier nicht gezeigte Abbildungssystem wird ober- und unterhalb der Metallzelle aufgebaut.

das Abbremsen der Atome mit einem Zeeman-Slower. Danach ist es möglich, die Atome in einer magneto-optischen Falle zu fangen. Als nächstes werden die Atome in Dipolfallen gekühlt und in eine flache Metallzelle transportiert. Dort werden sie in einem letzten Kühlschritt bis zur Fermitemperatur gekühlt und können dann in zweidimensionalen Fallen gefangen und abgebildet werden.

Im ersten Schritt wird der Atomstrahl in einem Zeeman-Slower mit Hilfe des Dopplereffekts von einem entgegenlaufenden Laserstrahl abgebremst. Die Geschwindigkeit muss am Ende dieses Vorgangs klein genug sein, um den nächsten Kühlschritt im inneren der Hauptkammer zu ermöglichen. In der Hauptkammer werden die Atome in einer magneto-optischen Falle gefangen 2.4a. Dazu werden drei Laserstrahlen verwendet, die ein geschwindigkeitsabhängiges Potential entlang der drei Raumrichtungen bilden. Zusätzlich wird ein inhomogenes Magnetfeld verwendet, das ein ortsabhängiges Potential erzeugt, in dem die Atome gefangen werden können [MvdS99].

Der nächste Schritt besteht aus dem Umladen der Atome in eine konservative Falle, in der das Gas evaporativ gekühlt werden kann. Diese konservative Falle wird durch das Dipolpotential eines Lichtfeldes erzeugt, das gegenüber der Resonanzfrequenz der Atome weit rotverstimmt ist. Um besonders tiefe Fallen zu erzeugen, ist eine hohe Intensität des Lichtfeldes nötig. Gleichzeitig ist für die evaporative Kühlung eine hohe Dichte vorteilhaft, da eine hohe Stoßrate eine effiziente Thermalisierung erlaubt. Dieser Schritt wird deshalb innerhalb eines Ringresonators durchgeführt, der die eingekoppelte Leistung überhöht und einen Fokus mit kleinem Volumen

2.1. EIN EXPERIMENT ZUR BEOBACHTUNG VON ULTRAKALTEN FERMIGASEN IN OPTISCHEN GITTERN

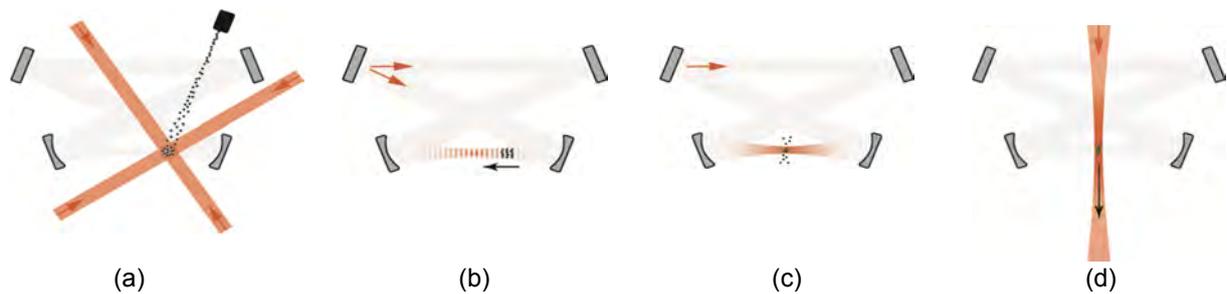


Abbildung 2.3: Schritte der Kühlung der Atome in einem Bow-Tie Resonator. Aus dem Zeeman-Slower austretende Atome werden in dem Geschwindigkeits- und Ortsabhängigen Potential einer magneto-optischen Falle gefangen (a). Anschließend werden sie in einer Stehwelle gefangen, die für die Atome ein konservatives Potential bildet und aus zwei in entgegengesetzter Richtung in einem Ringresonator umlaufenden Strahlen gebildet wird. Indem die relative Verstimmung der Laser verändert wird, werden die Atome in den Intensitätsmaxima der Stehwelle in Richtung des Resonatorfokus transportiert (b). Im Fokus können die Atome in der, von einem einzelnen Laserstrahl gebildeten, Laufwelle gefangen werden, da sie sich im Minimum des konservativen Potentials befinden. Nun wird die im Resonator umlaufende Leistung verringert, so dass die Atome mit hoher kinetischer Energie dem Potential entkommen können. Über Stöße rethermalisieren die langsameren Atome, so dass die Temperatur des in der Falle verbleibenden Gases sinkt (c). Das Gas ist nun kalt genug, um in eine flachere Dipolfalle im Fokus einer Linse mit großer Brennweite umgeladen zu werden. Durch verschieben der Linse wird das Gas im Fokus aus der Hauptkammer in eine flache Metallzelle transportiert (d).

besitzt. In Abbildung 2.3 sind die Zwischenschritte gezeigt, die zum Fangen und Kühlen der Atome im Resonator durchgeführt werden. Die bereits besprochene magneto-optische Falle befindet sich an einem Punkt in der Hauptkammer, der mit dem Feld des Resonators überlappt. Um eine hohe Überlappung zu erreichen, findet das Umladen außerhalb des Fokus statt (Abb. 2.3a). In einer konservativen Falle würden die Atome dann allerdings anfangen zu oszillieren. Deshalb werden sie zunächst im Feld einer Stehwelle gefangen, indem zwei rotverstimmte Laserstrahlen eingekoppelt werden, die in entgegengesetzter Richtung im Resonator umlaufen (Abb. 2.3b). Dazu werden die Magnet- und Lichtfelder der magneto-optischen Falle abgeschaltet. Nun wird die Stehwelle bewegt, indem die relative Verstimmung zwischen den eingekoppelten Laserstrahlen verändert wird. Die in den Maxima der Stehwelle gefangenen Atome 2.4b werden dadurch in Richtung des Resonatorfokus mitbewegt. Im Fokus befinden sich die Atome schließlich im Minimum der konservativen Falle, die von einem der beiden rotverstimmten Laserstrahlen gebildet wird. Dort können sie gefangen werden. Zur Kühlung der Atome wird nun die Leistung des Lasers verringert, so dass das Potential flacher wird und Atome, deren kinetische Energie dazu ausreicht, die Falle verlassen können (Abb. 2.3c). Das Gas wird somit gekühlt, da die mittlere Geschwindigkeit der verbleibenden Atome kleiner ist als zuvor.

Für die geplanten Experimente ist ein guter optischer Zugang nötig. Zusätzlich sollen auf die

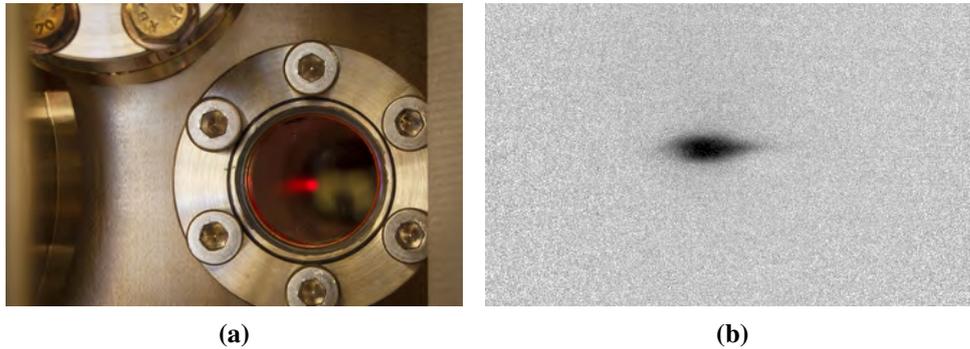


Abbildung 2.4: Abbildung (a) zeigt die Fluoreszenz der in der Hauptkammer in der magneto-optischen Falle gefangenen Lithiumatome. Abbildung (b) zeigt den Schatten der Atome, nachdem diese in den Kühlresonator umgeladen wurden.

Atome hohe Magnetfelder wirken, so dass Magnetspulen in möglichst großer Nähe zu den Atomen platziert werden müssen. Die Hauptkammer ist für die effiziente Erzeugung hoher Magnetfelder zu groß und bietet kaum mehr weiteren optischen Zugang, da dieser bereits von den Kühllasern und Kameras ausgenutzt wird. Deshalb wird das kalte Gas aus der Hauptkammer in eine Metallzelle transportiert. Um einen großen Öffnungswinkel des hochauflösenden Abbildungssystems zu ermöglichen wurde diese besonders flach ausgelegt.

Für den Transport des Gases aus der Hauptkammer in die Metallzelle wird es aus der Dipolfalle des Resonators in eine zweite Dipolfalle transferiert, die im Fokus einer verschiebbaren Linse gebildet wird (Abb. 2.3d). Durch das Verschieben der Linse können die im Fokus gefangenen Atome in die Metallzelle bewegt werden. Dort ermöglicht die erneute Evaporation aus der Falle das Absenken der Temperatur des Gases unter die Fermitemperatur, so dass ein entartetes Fermigas entsteht. Dieses soll später am selben Ort zunächst in Potentiale überführt werden, die die Bewegung in einer Richtung besonders stark einschränken, wodurch das Quantensystem zweidimensional wird. Anschließend können dann weitere Experimente, zum Beispiel in optischen Gittern, durchgeführt werden. Da das Ziel in diesem Fall darin besteht einzelne Atome an ihren Gitterplätzen zu erkennen, bestimmt dieses Gitter direkt die benötigte Auflösung des Abbildungssystems. Zur Erzeugung eines rotverstimmten optischen Gitters soll ein YAG-Laser mit einer Wellenlänge von 1064 nm eingesetzt werden. Daraus ergibt sich die Gitterkonstante und damit die benötigte Auflösung des Abbildungssystems $\lambda_{YAG}/2 = 532\text{ nm}$. Es wird meist angegeben, dass Lichtmikroskope Abstände bis zu der für die Abbildung verwendeten Wellenlänge auflösen können. Damit ließen sich bei einer Abbildung mit einer Wellenlänge von 670 nm die benachbarten Gitterplätze nicht voneinander trennen. Tatsächlich ist das genannte Kriterium jedoch pessimistisch und mit einem gut korrigierten Abbildungssystem können noch kleinere Abstände aufgelöst werden, wie später in dieser Arbeit gezeigt wird.

Geometrische Einschränkungen des optischen Zugangs

Die in Abbildung 2.5 im Querschnitt gezeigte Metallzelle bietet optischen Zugang von den Seiten sowie von oben und unten. An den Seiten wird Optik für die Erzeugung von zweidimensionalen Systemen und optischen Gittern aufgebaut. Oberhalb der Metallzelle wird ein Objektiv platziert, das dazu dient, dynamische Mikropotentiale für die Atome zu erzeugen. Gleichzeitig können durch dieses Objektiv Laser für die Aufnahme von Absorptionsbildern und weitere Laser für verschiedene optische Gitter auf die Atome eingestrahlt werden. Ein baugleiches Objektiv befindet sich unterhalb der Metallzelle und dient, zusammen mit einem Teleobjektiv, der hochauflösenden Abbildung der Quantengase.

Der Aufbau schränkt die Freiheit bei der Planung des Abbildungssystems ein. Arbeitsabstand

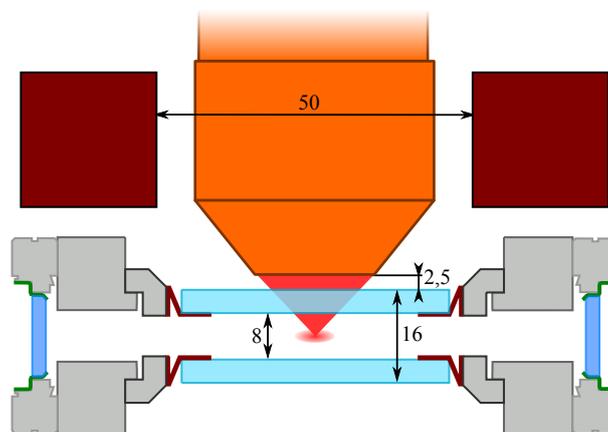


Abbildung 2.5: Querschnitt durch die sehr flache Metallzelle, in der die Atome gefangen werden. Der optische Zugang für die Abbildung der Atome ist durch zwei 4 mm starke (blau dargestellte) Glasfenster an der Ober- und Unterseite gewährleistet. Die Objektive (orange) befinden sich in der zentralen Öffnung von zwei radialsymmetrischen Spulen (braun), die starke Magnetfelder am Ort der Atome ermöglichen. Durch sieben seitliche Fenster (ebenfalls blau dargestellt) kann Licht für die Erzeugung von zweidimensionalen Quantensystemen und für weitere Experimente an diesen Systemen, zum Beispiel für die Erzeugung von optischen Gittern, eingestrahlt werden.

und Brennweite des Objektivs müssen so gewählt werden, dass es außerhalb der Metallzelle aufgebaut werden und trotzdem die Atome im Inneren scharf abbilden kann. Die Höhe der besonders flachen Metallzelle beträgt, gemessen entlang der optischen Achse, 16 mm. Darin enthalten sind zwei 4 mm dicke Glasfenster, die den optischen Zugang von oben und unten ermöglichen. Damit sich die Fenster und die Objektive nicht berühren, wurden weitere 2,5 mm Abstand zwischen Fenster und Objektiv eingeplant. Um Objekte in der Mitte der Zelle abbilden zu können, ist also ein Arbeitsabstand von mindestens 10,5 mm notwendig.

Um mit diesem großen Arbeitsabstand eine hohe Auflösung zu erreichen, wird eine möglichst

große Apertur von mindestens 30 mm benötigt (Vergleiche Kapitel 3.2). Diese wird jedoch durch Magnetspulen begrenzt, die sich ober- und unterhalb der Kammer befinden und dazu dienen, die Streueigenschaften der Atome im optischen Gitter zu beeinflussen. Der Innenradius dieser Spulen beträgt 50 mm. Um Freiheit bei der Positionierung des Objektivs zu haben, wurde ein Spiel von 3 mm eingeplant, so dass der maximal nutzbare Durchmesser bei 44 mm liegt. Bei der Planung des Abbildungssystems sind noch einige weitere Ansprüche zu erfüllen, die im nächsten Abschnitt erläutert werden sollen.

2.2 Anforderungen an das Abbildungssystem

Das aufgebaute Abbildungssystem ist ganz für die Untersuchung von ultrakalten Quantengasen ausgelegt. Bei der Planung wurde berücksichtigt, dass das atomare Ensemble vollständig abgebildet werden soll. Weiter hat die hohe Auflösung Auswirkungen auf die erreichbare Schärfentiefe, die aber keine Rolle spielt, wenn zweidimensionale Systeme untersucht werden sollen. Eine wichtige Anforderung an das Abbildungssystem ist die Fähigkeit, Licht der verschiedenen benötigten Wellenlängen in einem gemeinsamen Punkt zu fokussieren.

2.2.1 Ein Mikroskop für die Untersuchung von Quantengasen

Für die Abbildung von Objekten mit sehr kleinen Details werden typischerweise Mikroskope verwendet. Eine Variante, die auch das hier vorgestellte System entspricht, ist das unendlich korrigierte Mikroskop. Dieses besteht aus einer Objektivlinse deren Bildene im Unendlichen liegt und einer Tubuslinse. Von einem punktförmigen Objekt in der Objektebene ausgehende Strahlen werden vom Objektiv kollimiert und von der Tubuslinse wieder fokussiert, so dass ein Bild entsteht. Die Vergrößerung des Mikroskops ergibt sich aus dem Verhältnis der Brennweiten

$$M = \frac{f_{Tubuslinse}}{f_{Objektiv}}. \quad (2.2)$$

Eine starke Vergrößerung kann somit erreicht werden, indem ein Objektiv mit kurzer und eine Tubuslinse mit langer Brennweite verwendet wird. Als dritte Komponente des Abbildungssystems kann das Glasfenster der Metallzelle bezeichnet werden, da deren brechender Einfluss in die Planung des Systems einbezogen werden muss.

Der Aufbau aus drei unabhängigen Komponenten beinhaltet eine grundsätzliche Schwierigkeit: Um die Atome im optischen Gitter mit beugungsbegrenzter Auflösung abbilden zu können, müssen die Komponenten sehr genau zueinander positioniert sein. Ansonsten treten leicht Fehler wie Koma und Astigmatismus auf, die die Abbildungsqualität verschlechtern.

Mit OSLO¹ kann der Effekt einer falschen Positionierung auf die Abbildungsqualität simuliert

¹Bei OSLO handelt es sich um ein Programm zur Strahlverfolgung in optischen Systemen.

2.2. ANFORDERUNGEN AN DAS ABBILDUNGSSYSTEM

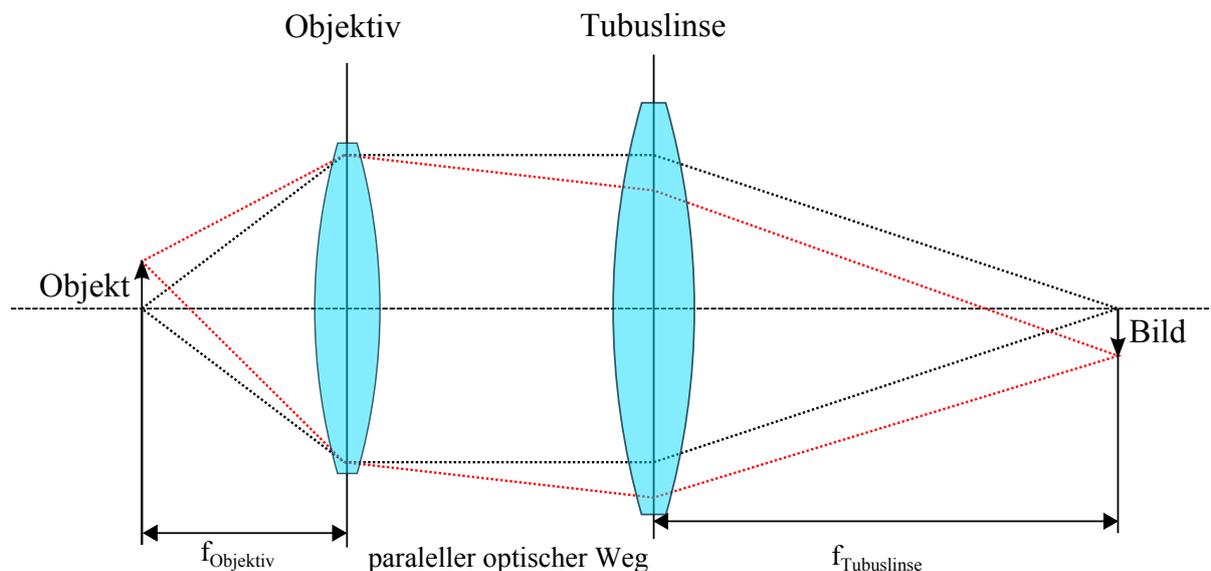


Abbildung 2.6: In der Abbildung ist das Schema eines unendlich korrigierten Mikroskops gezeigt. Vom Objekt ausgehende Strahlen werden vom Objektiv kollimiert und dann mit der Tubuslinse im Abstand ihrer Brennweite fokussiert. Die Vergrößerung dieser Art von Mikroskopen ergibt sich aus dem Verhältnis der Brennweiten von Objektiv und Tubuslinse

werden. In Tabelle 2.1 werden für jede optische Komponente die Werte für die Translation in x- und y-Richtung und die Winkel zwischen den jeweiligen Komponenten und der optischen Achse gezeigt, die gerade noch eine beugungsbegrenzte Abbildung erlauben.

Bereits ein Winkel von $0,1^\circ$ zwischen Glaszelle und Objektiv führt zu einer gravierenden Ver-

Komponente	Verkippung	Translation
Glaszelle	$0,1^\circ$	-
Objektiv	$0,1^\circ$	2 mm
Teleskop	$0,15^\circ$	3 mm
Glaszelle und Mikroskop	$0,2^\circ$	-

Tabelle 2.1: Die Tabelle gibt die mit OSLO bestimmten Werte der Fehlpositionierung in Ort und Winkel an, die gerade noch eine beugungsbegrenzte Abbildung der Atome zulassen. Die angegebenen Werte für Verkippung und Translation beziehen sich jeweils auf die restlichen Komponenten die auf der optischen Achse ausgerichtet sind. Die erforderlichen Genauigkeiten ergeben sich aus der Forderung, dass die eingeführten Fehler weniger als 7% Abweichung vom quadratischen Mittelwert der Wellenfront verursachen.

schlechterung der Abbildungsqualität. Deshalb wird eine Justagemethode benötigt, die die erforderliche Genauigkeit reproduzierbar herstellen kann.

2.2.2 Bildfeld und Vergrößerung

Neben der Auflösung ist eine zweite wichtige Anforderung an ein Abbildungssystem die Fähigkeit, ein ausgedehntes Objekt scharf abzubilden. Die Fläche in der Objektebene, die ausreichend scharf auf die Bildebene abgebildet wird, wird das Bildfeld genannt. Die benötigte Größe des Bildfelds richtet sich nach der Größe des betrachteten atomaren Ensembles. Ausgehend von 200 besetzten Gitterplätzen in radialer Richtung, kann ein Radius des Ensembles von etwa $100\ \mu\text{m}$ angenommen werden. Um eine Toleranz gegenüber Fehlpositionierungen zu gewährleisten, sollte das Bildfeld jedoch möglichst etwas größer als nötig angesetzt werden. Um ein Kriterium für die tatsächliche Größe des Bildfeldes festzulegen, muss definiert werden, was in der jeweiligen Anwendung als ausreichend scharf gelten kann. Eine sinnvolle Definition hierfür erscheint im vorliegenden Fall der Bereich zu sein, in dem eine beugungsbegrenzte Abbildung möglich ist. Begrenzt wird dieser Bereich durch den Einfluss von Abbildungsfehlern, die sich auf Punkte auswirken, die senkrecht zur optischen Achse verschoben sind. Bei dem hier untersuchten Abbildungssystem kann ein Bereich um die optische Achse mit einem Radius von $120\ \mu\text{m}$ beugungsbegrenzt abgebildet werden. Für die Abschätzung des beugungsbegrenzten Bereichs wurde das Strahlverfolgungsprogramm OSLO verwendet.

Die Vergrößerung des Abbildungssystems sollte so groß sein, dass der kleinste aufzulösende Bereich in der Objektebene auf mehrere Pixel des in der Bildebene platzierten Kamerasensors abgebildet wird. Damit das gesamte Bildfeld ausgenutzt werden kann, sollte die Kamera so gewählt werden, dass das mit der Vergrößerung multiplizierte Bildfeld kleiner ist als deren Sensorfläche.

2.2.3 Schärfentiefe

Die Schärfentiefe bezeichnet die Strecke entlang der optischen Achse, auf der ein Objekt ausreichend scharf abgebildet wird. Nach [CVI10] gilt

$$DOF = 2 f / \# \times b. \quad (2.3)$$

Die Schärfentiefe hängt von der Blendenzahl $f/\# = f/a$ ab, die durch die Brennweite f und die Apertur a der Linse bestimmt wird. Der tolerierbaren Verwaschungsradius b ist von der individuellen Anwendung abhängig. Wird die Strecke entlang der optischen Achse als Schärfentiefe bezeichnet, über die eine beugungsbegrenzte Abbildung möglich ist, so nimmt Gleichung 2.3 nach [WC92] die Form

$$DOF = 4\lambda(f/\#)^2 \quad (2.4)$$

an.

Auf der anderen Seite hängt die benötigte Schärfentiefe von der Ausdehnung des Objekts entlang der optischen Achse ab. Die Abbildung eines dreidimensionalen Objekts, z.B. eines homo-

genen Quantengases oder von Atomen in einem dreidimensionalen optischen Gitter, erfordert eine Schärfentiefe von der Abmessung des Objekts, die in den genannten Fällen bis zu mehrere $100\ \mu\text{m}$ beträgt. Bei einer geringeren Schärfentiefe wird nur ein Teil des Objekts scharf abgebildet, während der übrige Teil einen diffusen Hintergrund erzeugt, der die Messung erschweren kann.

Soll hingegen ein (quasi-)zweidimensionales Objekt abgebildet werden, so kann die Schärfentiefe bis zu wenige Mikrometer klein sein. Das ermöglicht die Verwendung kleiner Blendenzahlen und damit nach Gleichung 3.21 eine hohe Auflösung. Das hier vorgestellte Objektiv besitzt eine sehr niedrige Blendenzahl, um die höchstauflösende Abbildung von zweidimensionalen Quantensystemen zu ermöglichen. Es scheint also für die Abbildung von Systemen mit größerer longitudinaler Ausdehnung ungeeignet zu sein. Glücklicherweise gibt es einen einfachen Weg, die Schärfentiefe für die Betrachtung ausgedehnter Objekte nachträglich zu erhöhen. Bei fester Brennweite kann mit einer zusätzlichen Blende die Apertur des Objektivs verringert und damit die Schärfentiefe erhöht werden. Die Auflösung ist dann allerdings entsprechend reduziert.

Die Verwendung einer Blende kann auch hilfreich sein, wenn Aberrationen zu einer Verschlechterung der Abbildung führen. Da es vor allem die Beiträge der Strahlen vom Linsenrand sind, die die Abbildungsqualität begrenzen, führt deren Ausblendung zu einer kontrastreicherer Abbildung, die den Auflösungsverlust rechtfertigen kann.

2.2.4 Verschiedene Wellenlängen, vielseitige Verwendbarkeit

Neben der hochauflösenden Abbildung von Atomen in optischen Gittern soll das Objektiv zur Manipulation von Atomen benutzt werden. Dazu sollen auf unterschiedliche Weise statische und dynamische Potentiale erzeugt werden. Die Abbildung erfolgt auf der Resonanz der $2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{3/2}$ -Übergänge von Li^7 und Li^6 bei ungefähr $671\ \text{nm}$. Die Erzeugung von Potentialen erfolgt mit verschiedenen Lasern, die gegenüber dieser Resonanz verstimmt sind.

Geplant ist die Verwendung des Objektivs zur Erzeugung von optischen Gittern mit Licht der Wellenlängen $1064\ \text{nm}$ und $532\ \text{nm}$, sowie dynamischen Mikropotentialen mit einem $780\ \text{nm}$ Laser. Das Objektiv muss also für verschiedene Wellenlängen angepasst werden. Dazu dienen zum einen entsprechende Antireflex-Beschichtungen, zum anderen aber auch die Optimierung des Strahlengangs. Die Optimierung sorgt dafür, dass die Strahlen verschiedener Wellenlänge in einen gemeinsamen Fokus abgebildet werden und wird in Kapitel 4 näher beschrieben.

2.3 Aufbau des Abbildungssystems

Wichtigster Bestandteil des hochauflösenden optischen Systems sind die Objektive für die Abbildung und Manipulation des Quantengases. Je nach Anwendung des Abbildungssystems werden unterschiedliche Wellenlängen und Strahlformen verwendet, so dass für jede Anwendung unterschiedliche Strahlengänge benötigt werden. Gleichzeitig müssen die Objektive für die Untersuchung der Atome sehr nahe an das Experiment gebracht und mit hoher Orts- und Winkelgenauigkeit positioniert werden.

Es wurde daher zunächst ein vom restlichen Experiment getrennter Aufbau, im Folgenden Testaufbau genannt, errichtet. Dieser ermöglicht es, eine zuverlässige Justagemethode zu entwickeln und zu erproben. Der Testaufbau wurde so ausgelegt, dass er einfach in das bestehende Experiment integriert werden kann. Im Folgenden wird zunächst der Aufbau für die Strahlformungs-optik vorgestellt. Daran anschließend werden die Positioniereinheiten der Hauptkomponenten des Abbildungssystems beschrieben.

2.3.1 Strahlengänge

Um eine Integration der Justagemethode in das Experiment zu ermöglichen, sollte der Testaufbau möglichst den Platzverhältnissen im tatsächlichen Aufbau entsprechen. Deshalb wurde der in Abbildung 2.7 gezeigte Vorschlag für einen optischen Aufbau entwickelt und teilweise realisiert, der bisher vier Strahlengänge enthält. Der Größte Teil der Optik wurde auf einer Glasfaserplatte platziert, die auf einem stabilen Gestell oberhalb der Metallzelle ruht. Bei den aufgebauten Strahlengängen handelt es sich 1. um einen Pilotstrahl für die Justierung des Abbildungssystems, 2. um ein Interferometer für den Test der Ausrichtung der Objektive, 3. um einen Strahl für die Aufnahme von Absorptionsbildern und 4. um einen Aufbau für die Erzeugung von attraktiven Mikropotentialen. Zusätzlich ist Platz vorhanden, um Strahlen für die Erzeugung von optischen Gittern vorzubereiten, die durch das Objektiv in die Ebene der Atome eingestrahlt werden. Vor dem Objektiv werden die unterschiedlichen Strahlengänge durch dichroitische Spiegel zusammengeführt.

Als erstes wird ein Pilotstrahl benötigt, der die optische Achse des Systems definiert und für die Justage des oberen Objektivs verwendet wird. Um eine hohe Justagegenauigkeit zu erreichen, wird hierfür ein kleiner Strahlradius von 0,5 mm verwendet. Der Winkel der optischen Achse wird dadurch definiert, dass der Pilotstrahl vom oberen Fenster der Metallzelle in sich zurückreflektiert wird. Der Ort, an dem die optische Achse die Objektebene des Abbildungssystems schneidet, ist durch die Position der abzubildenden Atome in der Metallzelle festgelegt.

Ein zweiter Pilotstrahl wird für die Justage des unteren Objektivs und des Teleobjektivs benötigt. Dazu wird ein Strahl gleicher Größe erzeugt und so eingestellt, dass er von dem unteren Fenster in sich zurückreflektiert wird. Um die Ausrichtung auch nach dem Einbau des unteren

2.3. AUFBAU DES ABBILDUNGSSYSTEMS

Objektivs zu erhalten, wird ein Spiegel verwendet, der ebenfalls so ausgerichtet wird, dass der Pilotstrahl in sich reflektiert wird. Der genaue Ablauf der Justagemethode wird in Kapitel 5.2 ausführlich beschrieben.

Für den interferometrischen Test des Abbildungssystems wird ein Strahldurchmesser von der Größe der bildseitigen Objektivöffnung benötigt, die einen Durchmesser von 32 mm besitzt. Dafür wird der aus einer Lichtleitfaser kommende Strahl zunächst mit zwei Linsen aufgeweitet. Das Interferometer wird dann mit einem nicht polarisierenden Strahlteiler realisiert, der die einlaufende Welle im Verhältnis 50/50 in einen Referenz- und einen Testarm aufteilt. Im Referenzarm wird das Licht von einem einfachen Planspiegel reflektiert, während das Licht im Testarm zunächst die beiden Objektive passiert und erst dann von einem weiteren Planspiegel in sich zurückreflektiert wird. Das am freien Ausgang des Strahlteilers sichtbare Interferenzbild zeigt dann die Differenz aus den vom Planspiegel und dem doppelten Durchgang durch beide Objektive eingeführten Wellenfrontkrümmungen an.

Für die Erzeugung von attraktiven Mikropotentialen wird Licht der Wellenlänge 780 nm verwendet. Dieser Strahl wird vor dem Objektiv mit zwei Teleskopen auf einen Durchmesser von 32 mm vergrößert und dann vom Objektiv in die Ebene der Atome fokussiert. Der von Martin Schlederer im Rahmen einer Bachelorarbeit aufgebaute Strahlengang enthält als zentralen Bestandteil einen akusto-optischen Modulator, der es erlaubt einen einlaufenden Laserstrahl in zwei Richtungen gleichzeitig abzulenken. Dies ermöglicht die dynamische Kontrolle der Ablenkung des Laserstrahls und damit die Erzeugung von zeitabhängigen Potentialen für die Atome [Mül11]. Durch die Vermessung des mit dem Objektiv erzeugten Lichtflecks konnte die hohe Auflösung der Objektive bestätigt werden (siehe Kapitel 5.3.1).

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit der Objektive ist die Einstrahlung von optischen Gittern. Es wurde daher Platz auf der Glasfaserplatte gelassen, um später mit Licht der Wellenlängen 532 nm und 1064 nm blau- und rotverstimmte optische Gitter erzeugen zu können.

Der untere Abschnitt des Aufbaus dient der Abbildung der Atome im Zentrum der Metallzelle. Das untere Objektiv bildet mit dem Teleobjektiv ein infinit konjugiertes Mikroskop. Diese Variante hat den Vorteil, dass die Strahlen zwischen den beiden optischen Elementen kollimiert ist. Deshalb kann ein Strahlteiler zwischen ihnen platziert werden, ohne dass die Strahlqualität beeinflusst wird. Die Aufteilung des Lichts mit einem polarisierenden Strahlteiler soll zum einen den Kamerasensor schützen, den so nur der p-polarisierte Anteil des Lichts erreicht, während der größte Teil des intensiveren s-polarisierten Lichts abgelenkt wird. Zum anderen ermöglicht der Strahlteiler den Aufbau des unteren Pilotstrahls, der zur Justage des unteren Objektivs und des Teleobjektivs gebraucht wird. Die Kamera zur Abbildung der Atome wird im Brennpunkt des Teleobjektivs 490 mm hinter dessen letzter Linse platziert.

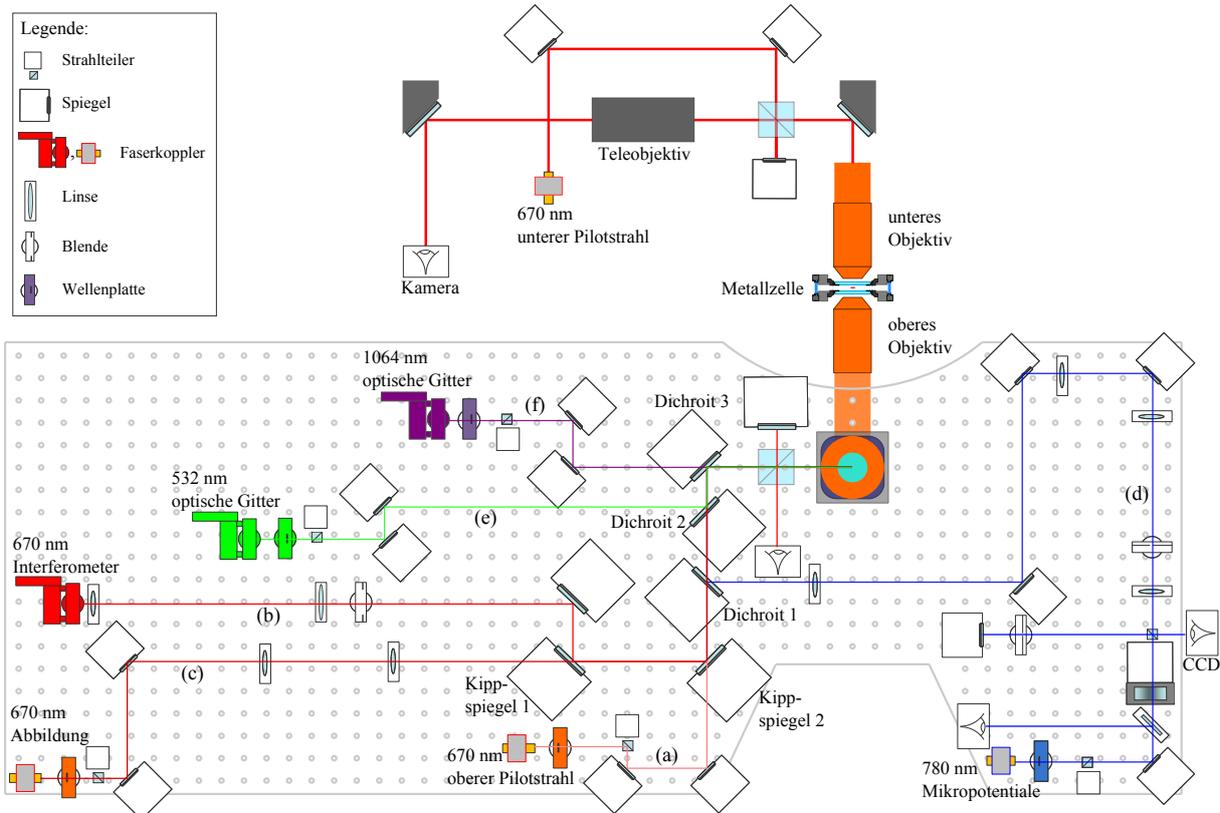


Abbildung 2.7: Der Strahlengang zeigt die geplanten (e,f) und vorhandenen (a-d) Strahlengänge für die verschiedenen Anwendungen. Strahl (a) wird als Pilotstrahl zuerst benötigt und definiert die optische Achse des Systems. Strahl (b) dient zum interferometrischen Test der Ausrichtung der Objektive. Mit dem Strahl (c) können Absorptionsabbildungen der Atome gemacht werden. Durch die Kippspiegel 1 und 2 kann zwischen den Strahlen (a-c) gewechselt werden, die eine Wellenlänge von 671 nm haben. Am Dichroiten 1 werden die Strahlen (a-c) mit Strahl (d) vereinigt, der in die Ebene der Atome fokussiert. Die Vermessung dieses Fokus diente der Bestätigung der Auflösung des Abbildungssystems. An den Dichroiten 2 und 3 können weitere Strahlen addiert werden, die zur Erzeugung von blauverstimmten (e) und rotverstimmten (f) optischen Gittern dienen.

2.3.2 Halterungen für die Komponenten des Abbildungssystems

Für die Erzeugung beugungsbegrenzter Bilder und von Mikropotentialen ist die hohe Orts- und Winkelstabilität der Objektive relativ zu den Fenstern der Metallzelle und bezüglich der Position der Atome unerlässlich. Gleichzeitig sollen sich die Objektive unabhängig voneinander positionieren lassen. Sie sind daher mechanisch nicht verbunden und auch von der Metallzelle getrennt.

Auch das Teleobjektiv, das Teil des Abbildungssystems ist, muss sehr genau und stabil auf die optische Achse ausgerichtet werden. Alle Komponenten werden daher von Haltern getragen,

die die Einstellung der Position in drei Raumrichtungen und von Winkeln um zwei Achsen ermöglichen.

Objektivhalterungen

Die Kombination mehrerer Bewegungseinheiten, deren Anordnung in Abbildung 2.8 gezeigt ist, ermöglicht die Translation der Objektive entlang aller drei Raumrichtungen und die Rotation um drei Achsen. Bei der ersten Einheit handelt es sich um einen Kreuztisch (KT 90-D56-MP) der Firma Owis für die grobe Ausrichtung der Position. Die nächste Komponente ist ein selbst konstruierter Kippeltisch zum Einstellen der Winkel um x- und y-Achse und der Höhe des Objektivs. Für die Feineinstellung und Regelung der Position in x,y- und z-Richtung kommt schließlich ein von piezoelektrischen Aktuatoren angetriebenes Positioniersystem (TRITOR 102) der Firma Piezosysteme Jena zum Einsatz.

Zur manuellen Einstellung der Position in x,y-Richtung dient je ein Kreuztisch pro Objektiv, der eine Reichweite von 20 mm und eine mechanische Auflösung von $10\ \mu\text{m}$ besitzt. Über dem Kreuztisch befindet sich ein selbst konstruierter Kippeltisch, der mit drei Feingewindeschrauben bedient wird, deren Bewegung über Gelenke in eine Winkelbewegung umgesetzt wird. Da der Hub aller drei Feingewindeschrauben mit $250\ \mu\text{m}$ pro Umdrehung gleich ist, lässt sich durch die gleichartige Bewegung der drei Schrauben die Höhe des jeweiligen Objektivs einstellen.

Direkt auf den Kippeltischen befindet sich der Tritor, der die Feineinstellung der drei Raumrichtungen ermöglicht und über einen Verstärker von einem PC gesteuert werden kann. Im Testaufbau konnte noch nicht überprüft werden, wie sich die Magnetfelder und Temperaturveränderungen des Experiments auf die Positionsstabilität der Objektive auswirken. Die Information über die Position der Aktuatoren kann aber durch integrierte Dehnungsmessstreifen an den Steuerungsrechner übergeben werden und ermöglicht damit die aktive Stabilisierung der Position.

Halter des Teleobjektivs

Für die Halterung und Positionierung des Teleobjektivs wird die in Abbildung 2.9 gezeigte Translationseinheit (OTX2.05-M) der Firma Siskiyou verwendet, die fünf Freiheitsgrade bietet. Nach der Justage des Abbildungssystems können die Einstellschrauben blockiert werden, was eine hohe Positionsstabilität gewährleistet.

2.3.3 Kameras

Für den Test der Auflösung des Abbildungssystems wurde eine CCD-Kamera vom Typ Chameleon der Firma PointGrey verwendet. Diese besitzt einen 1296×964 Pixel großen Sensor

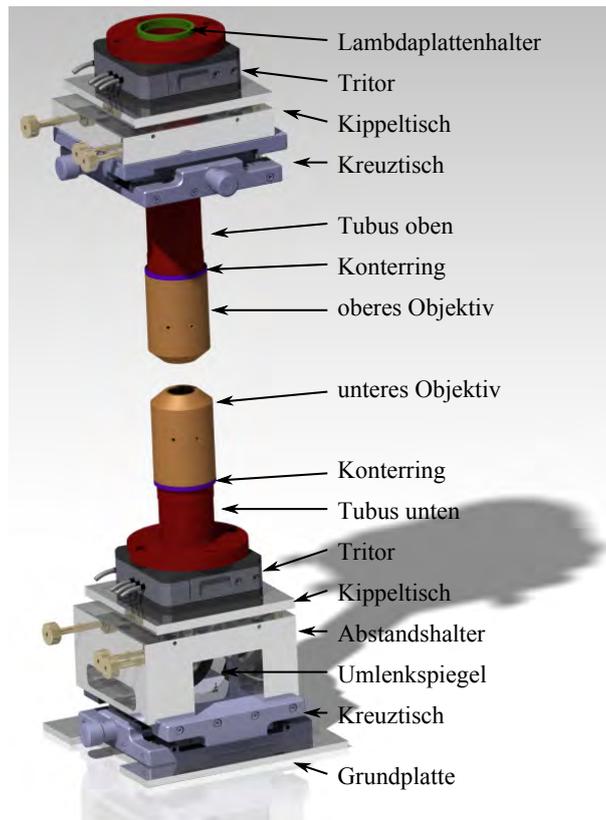


Abbildung 2.8: Die Konstruktion zur Halterung der Objektive besteht aus jeweils drei Einheiten, die deren Orts- und Winkelpositionierung ermöglichen. Zwei Tubusse aus unmagnetischem Polyetherimid (Ultem) verbinden die Objektive mit ihrem Positioniersystem. Zusätzlich nehmen die Tubusse zwei Halter für dichroitische Wellenplatten auf. Im Fall des unteren Objektivs wird diese Wellenplatte auch zur Einstellung des Winkels verwendet. Ein Umlenkspiegel auf der Grundplatte unterhalb des unteren Objektivs lenkt den Strahl in Richtung der Kamera.

mit einer Pixelgröße von $3,75 \times 3,75 \mu\text{m}^2$. Die Größe eines Pixels entspricht mit Berücksichtigung der Vergrößerung von $M = 38,46$ einer Fläche von $98 \times 98 \text{ nm}^2$ in der Objektebene. Das ermöglicht die Untersuchung der Auflösung des Abbildungssystems und der Form der Intensitätsverteilung von Mikropotentialen.

Später soll mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Abbildungssystem die Fluoreszenz einzelner Atome detektiert werden. Da die Atome nur sehr wenige Photonen streuen wird dann eine EM-CCD²-Kamera mit hoher Quanteneffizienz verwendet, die in der Lage ist, einzelne Photonen nachzuweisen.

²engl.: electron multiplying charge coupled device

2.3. AUFBAU DES ABBILDUNGSSYSTEMS

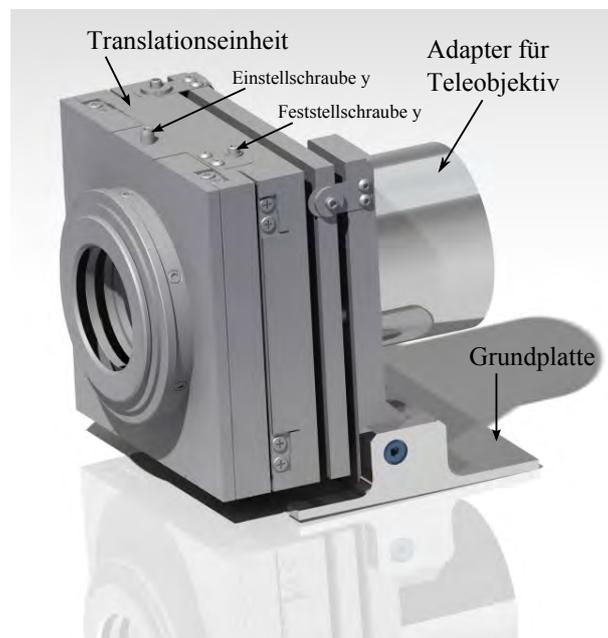


Abbildung 2.9: Die gezeigte Translationseinheit des Teleobjektivs lässt sich um zwei Achse kippen und in drei senkrechten Richtungen verschieben. Dadurch wird die freie Ausrichtung des Teleobjektivs ermöglicht. Das Teleobjektiv selbst wird von einem Adapter gehalten. Dieser Adapter ermöglicht als zusätzlichen Freiheitsgrad das Rollen um die optische Achse.

3 Abbildungstheorie

Dieses Kapitel soll die Frage beantworten, was die Qualität von Abbildungssystemen bestimmt. Im Folgenden wird gezeigt, dass auch die geometrisch ideale, fehlerfreie Linse aufgrund der Beugung an ihren Rändern kein unendlich scharfes Bild erzeugt.

Zunächst wird in Anlehnung an [Goo05] der Einfluss einer fehlerfreien Linse auf das von einem Objekt ausgesendete Licht beschrieben. Im daran anschließenden wird ebenfalls in Anlehnung an [Goo05] ein Kriterium für das Auflösungsvermögen einer fehlerfreien Linse hergeleitet. Weitere Ausführungen zur theoretischen Optik finden sich in [Hec09].

3.1 Phasentransformation einer Welle durch Linsen

Maxwell folgend [Hec09], kann sich in einem Medium ausbreitendes Licht als Welle mit einer Amplitude und einer Phase beschrieben werden. Oberflächen mit konstanter Phase $\Phi(\vec{r})$ werden dabei als Wellenfronten bezeichnet. Die von einem Objekt aus auf eine Linse einfallende Welle wird auf einfache Weise von dieser beeinflusst. Da der Brechungsindex n von Glas größer ist als der von Luft, wird die Ausbreitung der Wellenfront umso mehr verzögert, je mehr Strecke sie innerhalb der Linse zurücklegen muss. Die resultierende Phasenänderung $\Delta\Phi(x, y)$ der Welle kann daher mit einer ortsabhängigen Funktion für die Dicke $\Delta(x, y)$ der Linse beschrieben werden:

$$\Delta\Phi(x, y) = kn\Delta(x, y) + k[\Delta_0 - \Delta(x, y)]. \quad (3.1)$$

Dabei ist k der Wellenvektor des einfallenden Lichts, Δ_0 die maximale Dicke der Linse und $\Delta(x, y)$ die ortsabhängige Linsendicke

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 - R_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_1^2}} \right) + R_2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_2^2}} \right). \quad (3.2)$$

Diese Gleichung gibt einfach die geometrische Form der sphärischen Linse wieder und enthält die Krümmungsradien R_1, R_2 der beiden zur optischen Achse senkrechten Linsenoberflächen (siehe Abb. 3.1). Der Ausdruck (3.2) vereinfacht sich durch die Paraxialnäherung. Diese gilt,

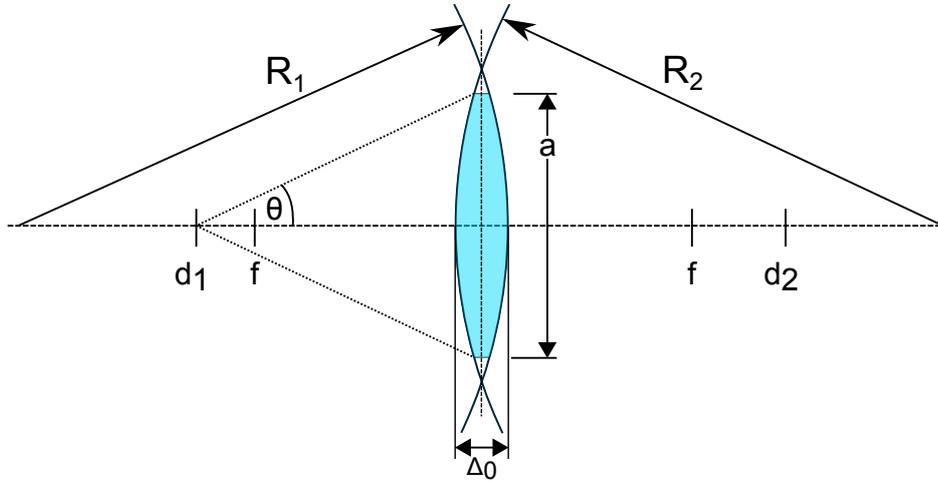


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung einer bikonvexen Linse mit einigen für die Optik relevanten Größen. Die Linse hat eine Apertur a und eine Brennweite f . Die Objektweite (oder Arbeitsabstand) ist d_1 . Dazu konjugiert ist die Bildweite d_2 . Die Krümmungsradien der beiden zur optischen Achse senkrechten Oberflächen sind R_1 und R_2 . Wichtig für die Auflösung ist insbesondere der Öffnungswinkel Θ .

wenn nur Strahlen betrachtet werden, die einen kleinen Winkel und Abstand zur optischen Achse besitzen:

$$\sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_{1,2}^2}} \approx 1 - \frac{x^2 + y^2}{2R_{1,2}^2}. \quad (3.3)$$

Mit der Paraxialnäherung (3.3) vereinfacht sich (3.2) zu

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 - \frac{x^2 + y^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (3.4)$$

Das Feld $U'(x, y)$ direkt hinter der Linse ist dann mit dem Feld $U(x, y)$ vor der Linse durch

$$U'(x, y) = U(x, y) \underbrace{\exp[ikn\Delta_0]}_{T_1} \exp \left[ik(n-1) \frac{x^2 + y^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right] \quad (3.5)$$

verknüpft. Der erste Phasenfaktor T_1 ist konstant und kann daher vernachlässigt werden. Der zweite Phasenfaktor kann vereinfacht werden, indem die Brennweite f über die, für dünne Linsen geltende, Linsenschleiferformel $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ eingeführt wird [Goo05]. Zusätzlich muss die endliche Apertur der Linse berücksichtigt werden. Dafür wird die Pupillenfunktion $P(x, y)$ eingeführt, die innerhalb der Apertur konstant ist und außerhalb der Apertur verschwindet. Das Feld hinter der Linse ist nach diesen Überlegungen

$$U(x, y) = U_0(x, y) P(x, y) \exp \left[\frac{ik}{2f} (x^2 + y^2) \right]. \quad (3.6)$$

Die letzte Gleichung bedeutet, dass eine Linse mit positiver Brennweite eine ebene Welle in eine sphärische Welle umwandelt, die in einem Punkt konvergiert. Linsen mit negativer Brennweite wandeln eine ebene Welle hingegen in eine divergierende Kugelwelle um.

Tatsächlich hat die erwähnte Pupillenfunktion einen wichtigen Einfluss auf den Abbildungsvorgang. Die Ähnlichkeit der Situation einer begrenzten Apertur zum Einzelspalt legt nahe, dass Beugung auftritt. Dadurch wird das Bild einer Punktquelle eine Breite aufweisen, die von der Größe der Öffnung a und dem Abstand d_1 der Punktquelle zu dieser abhängt. Die beiden Größen lassen sich zum Öffnungswinkel Θ zusammenfassen, der meist in Form der numerischen Apertur $NA = n \cdot \sin \Theta$ oder der Blendenzahl $f/\# = f/a$ angegeben wird (siehe Abbildung 3.1).

Ein ausgedehntes Objekt kann als Zusammensetzung vieler solcher Punktquellen gedacht werden. Das Bild dieses Objekts wird daher, je nach Größe der Apertur, mehr oder weniger stark weichgezeichnet und erscheint unscharf. Dieser Effekt begrenzt das Auflösungsvermögen optischer Systeme grundsätzlich¹ und soll im nächsten Abschnitt näher beschrieben werden.

3.2 Impulsantwort eines Abbildungssystems

Die Qualität eines Abbildungssystems äußert sich darin, wie gut ein abgebildetes Objekt in der Bildebene repräsentiert wird. In der geometrischen Optik besteht ein einfacher Zusammenhang zwischen Objekt U_0 und Bild U_g . Das Bild ist eine invertierte und mit der Vergrößerung $M = -d_2/d_1$ skalierte Version des Objekts:

$$U_g(u, v) = \frac{1}{M^2} U_0\left(\frac{u}{M}, \frac{v}{M}\right). \quad (3.7)$$

Das bedeutet, dass bei einer idealen Abbildung mit einer fehlerfreien Linse jeder Punkt in der Objektebene auf einen Punkt in der Bildebene abgebildet wird. Bei realen Abbildungsvorgängen verhindert die Beugung an der Linsenöffnung jedoch die Fokussierung einer Welle in einem Punkt. Die Frage, die hier beantwortet wird, ist also, wodurch die Abbildungsqualität in einer realistischeren Beschreibung des Abbildungsvorgangs bestimmt wird. Da für monochromatisches Licht das Superpositionsprinzip gilt, kann das Bild $U_i(u, v)$ als Überlagerungsintegral beschrieben werden:

$$U_i(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(u, v; \xi, \eta) U_0(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (3.8)$$

Jeder Punkt am Ort (ξ, η) in der Objektebene erzeugt also ein Feld $h(u, v; \xi, \eta)$ am Ort (u, v) in der Bildebene (Abb. 3.2). Es ergibt sich also eine immer bessere Annäherung an den Fall der geometrischen Optik, je schmaler diese Impulsantwort ist, die in der Optik Punktspreizfunktion

¹Seit jüngerer Zeit gibt es Methoden, die es erlauben die Beugungsgrenze zu unterschreiten, so zum Beispiel das 1999 in der Gruppe von Stefan Hell entwickelte STED-Verfahren [KH99].

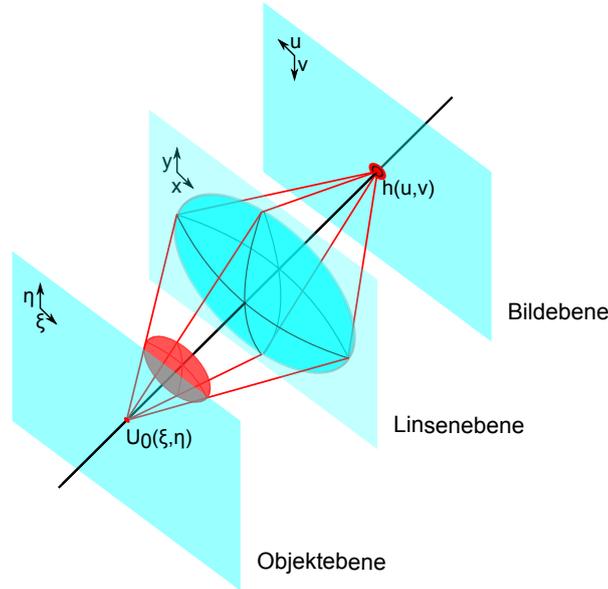


Abbildung 3.2: Darstellung der Propagation des Feldes einer Punktquelle in der Objektebene durch eine Linse in die Bildebene

genannt wird. Im Idealfall wäre also $h(u, v; \xi, \eta)$ eine Deltaverteilung. Um die tatsächliche Form der Punktspreizfunktion h zu finden, wird als Objekt eine Punktquelle mit dem Abstand d_1 zur Linse angenommen. Von der Punktquelle wird ein sphärisches Feld ausgesendet. In der Paraxialnäherung ist dieses Feld am Ort (x, y) der Linse gegeben durch

$$U_l(x, y) = \exp \left[\frac{ik}{2d_1} ((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2) \right]. \quad (3.9)$$

Beim Durchgang durch die dünne Linse erhält das Feld die aus Gleichung 3.6 bekannte Phase:

$$U'_l(x, y) = U_l(x, y) P(x, y) \exp \left[\frac{ik}{2f} (x^2 + y^2) \right]. \quad (3.10)$$

Die Propagation der Welle über die Distanz d_2 nach der Linse wird durch das Beugungsintegral in der Fraunhofer-Näherung beschrieben [Goo05]:

$$h(u, v; \xi, \eta) = \frac{1}{i\lambda d_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U'_l(x, y) \exp \left\{ \frac{ik}{2d_2} [(u - x)^2 + (v - y)^2] \right\} dx dy. \quad (3.11)$$

3.2. IMPULSANTWORT EINES ABBILDUNGSSYSTEMS

Einsetzen der Gleichungen (3.9),(3.10) in (3.11) führt zu dem Ausdruck

$$\begin{aligned}
 h(u, v; \xi, \eta) = & \frac{1}{i\lambda^2 d_1 d_2} \underbrace{\exp \left[\frac{ik}{2d_2} (u^2 + v^2) \right]}_1 \underbrace{\exp \left[\frac{ik}{2d_1} (\xi^2 + \eta^2) \right]}_2 \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x, y) \underbrace{\exp \left[\frac{ik}{2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f} \right) (x^2 + y^2) \right]}_3 \\
 & \times \underbrace{\exp \left\{ -ik \left[\left(\frac{\xi}{d_1} + \frac{u}{d_2} \right) x + \left(\frac{\eta}{d_1} + \frac{v}{d_2} \right) y \right] \right\}}_4 dx dy. \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck für die Impulsantwort liefert den formalen Zusammenhang zwischen dem Objekt U_0 und dessen Bild U_i . Ein intuitiverer Eindruck ergibt sich durch Vereinfachung des Ausdrucks. Dazu wird argumentiert, dass die drei Terme mit quadratischen Phasenfaktoren vernachlässigt werden können.

1. Term 3, der als einziger dieser Terme die Integrationsvariablen enthält, verschwindet, da nach der Linsengleichung der geometrischen Optik gilt:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f} = 0$$

2. Der von den Bildkoordinaten u, v abhängige Term 1 kann vernachlässigt werden, da nur die Intensitätsverteilung nicht aber die Phasenverteilung in der Bildebene gemessen wird.
3. Der letzte zu begutachtende Term ist der von den Objektkoordinaten ξ, η abhängige Term 2. Dieser ist potentiell kritisch für den Abbildungsprozess, da die Faltung 3.8 mit dem elektrischen Feld des Objekts über diese Koordinaten durchgeführt wird. Es kann jedoch argumentiert werden, dass bei einem guten Abbildungssystem nur ein kleiner Bereich der Objektebene zu jedem Punkt in der Bildebene beitragen sollte. Unter diesen Umständen gilt die Näherung

$$\exp \left[\frac{ik}{2d_1} (\xi^2 + \eta^2) \right] \approx \exp \left[\frac{ik}{2d_1} \frac{u^2 + v^2}{M} \right], \quad (3.13)$$

so dass Term 2 aus den gleichen Gründen wie Term 1 vernachlässigt werden kann.

Übrig bleibt also nur Term 4 und die Impulsantwort erhält die Form

$$\begin{aligned}
 h(u, v; \xi, \eta) \approx & \frac{1}{\lambda^2 d_1 d_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x, y) \\
 & \times \exp \{ -ik [(u - M\xi)x + (v - M\eta)y] \} dx dy. \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

Wobei wieder die Vergrößerung M ausgenutzt wurde. Die Normalisierung der Koordinaten der Objektebene $\tilde{\xi} = M\xi, \tilde{\eta} = M\eta$ führt zu dem nur von der Differenz der Koordinaten in der Bild und Objektebene abhängigen Ausdruck

$$h(u, v; \xi, \eta) \approx \frac{1}{\lambda^2 d_1 d_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x, y) \times \exp \left\{ -ik \left[(u - \tilde{\xi}) x + (v - \tilde{\eta}) y \right] \right\} dx dy. \quad (3.15)$$

Die Normalisierung $\tilde{x} = x/\lambda d_2, \tilde{y} = y/\lambda d_2$ macht deutlich, dass das beugungsbegrenzte Bild durch die Faltung der Punktspreizfunktion mit der Feldverteilung des Objekts entsteht:

$$U_i(u, v) = \frac{1}{M^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(u - \tilde{\xi}, v - \tilde{\eta}) U_0 \left(\frac{\tilde{\xi}}{M}, \frac{\tilde{\eta}}{M} \right) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta}, \quad (3.16)$$

oder kurz

$$U_i(u, v) = h(u, v) \otimes U_g(u, v). \quad (3.17)$$

Das Bild U_i ist also die Faltung des im Rahmen der geometrischen Optik erwarteten Bildes 3.7 mit der Impulsantwort

$$h(u, v) = \frac{1}{|M|} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\lambda d_2 \tilde{x}, \lambda d_2 \tilde{y}) \exp [-i2\pi (u \tilde{x} + v \tilde{y})] d\tilde{x} d\tilde{y}. \quad (3.18)$$

Wie aus Gleichung 3.18 ersichtlich wird, ist die Punktspreizfunktion nichts anderes als die Fouriertransformierte der Pupillenfunktion $P(x, y)$. Dies entspricht dem Feld des Fraunhofer-Beugungsintegrals einer kreisrunden Öffnung. Das resultierende Beugungsmuster hat die Form einer Airy-Scheibe und wird durch das Feld

$$h(r) \propto 2 \frac{J_1(kar/d_1)}{kar/d_2} \quad (3.19)$$

und die Intensität

$$I(r) \propto \left| 2 \frac{J_1(kar/d_1)}{kar/d_2} \right|^2 \quad (3.20)$$

wiedergegeben, wobei $r = \sqrt{u^2 + v^2}$ den Abstand von der optischen Achse bezeichnet. Bei J_1 handelt es sich um die Besselfunktion erster Art ². Als Breite der in Abbildung 3.3 gezeigten Airy-Scheibe wird der Abstand zwischen dem Hauptmaximum und dem ersten Minimum des Musters bezeichnet. Aus dieser Definition hat Lord Rayleigh [Hec09] ein Kriterium für das Auflösungsvermögen von beugungsbegrenzten Abbildungssystemen formuliert. Nach

² $J_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\tau - x \sin \tau) d\tau$

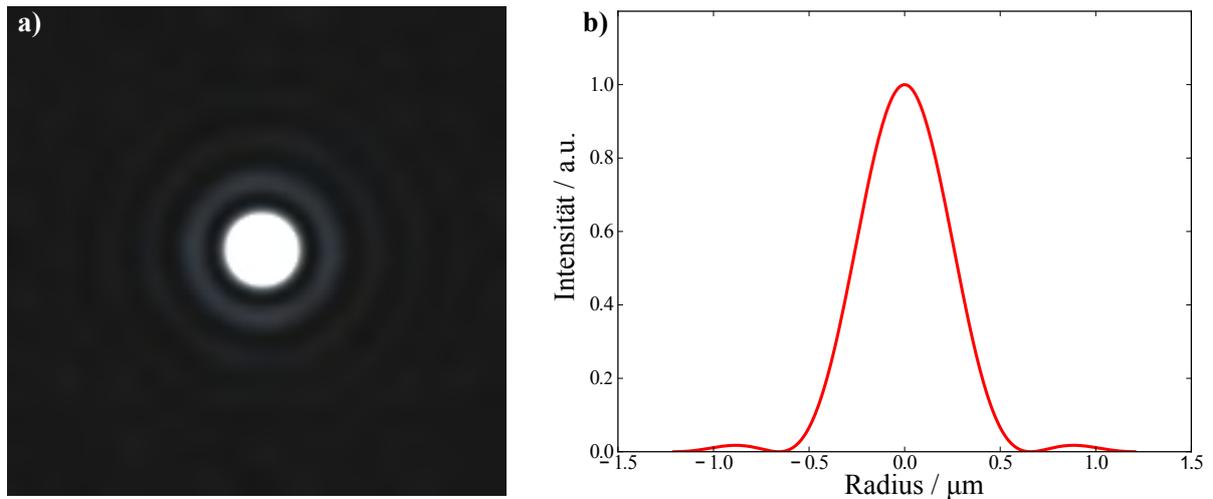


Abbildung 3.3: Teilabbildung (a) zeigt das durch Beugung des von einer Punktquelle ausgesendeten Lichts an einer kreisförmigen Apertur entstehende Muster, das auch als Airy-Scheibe bezeichnet wird. Die Breite dieser Scheibe begrenzt nach Rayleigh das Auflösungsvermögen von Linsen. In (b) ist ein Schnitt durch die Intensitätsverteilung in radialer Richtung gezeigt. Die Breite der Verteilung ist definiert durch den Abstand zwischen dem Hauptmaximum und dem ersten Minimum.

Rayleigh können die Bilder zweier Punktquellen gerade noch unterschieden werden, wenn das Maximum der einen Airy-Scheibe im ersten Minimum der zweiten Airy-Scheibe liegt. Das entspricht dem Abstand des ersten Nulldurchgangs der Airy-Funktion vom zentralen Maximum. Der Nulldurchgang tritt auf, wenn das Argument der Bessel-Funktion J_1 gleich $1,22\pi$ ist. Der entsprechende Abstand der beiden Punktquellen ist

$$r_R = 1,22 \frac{\lambda d_1}{a} = 0,61 \frac{\lambda}{NA}. \quad (3.21)$$

Mit einer numerischen Apertur $NA = 0.62$ und der verwendeten Wellenlänge $\lambda = 670 \text{ nm}$ ist die Auflösung des in dieser Arbeit vorgestellten Abbildungssystems nach Rayleigh

$$r_R \approx 660 \text{ nm} \quad (3.22)$$

Wie in Abbildung 3.4a sichtbar, unterschätzt das Rayleigh Kriterium das Auflösungsvermögen, da die beiden Quellen noch immer durch ein Minimum voneinander getrennt sind und so unterschieden werden können. Eine optimistischere Abschätzung liefert das Sparrow-Kriterium, das als Auflösungsgrenze die Distanz definiert, bei der das zentrale Minimum in der Intensitätsverteilung der beiden Quellen verschwindet, so dass diese nicht mehr voneinander unterschieden werden können (Abbildung 3.4b).

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial (\Delta r)^2} I(\Delta r) \right]_{r_S} = 0 \quad (3.23)$$

$$\implies r_S = 0,47 \frac{\lambda}{NA} \approx 508 \text{ nm} \quad (3.24)$$

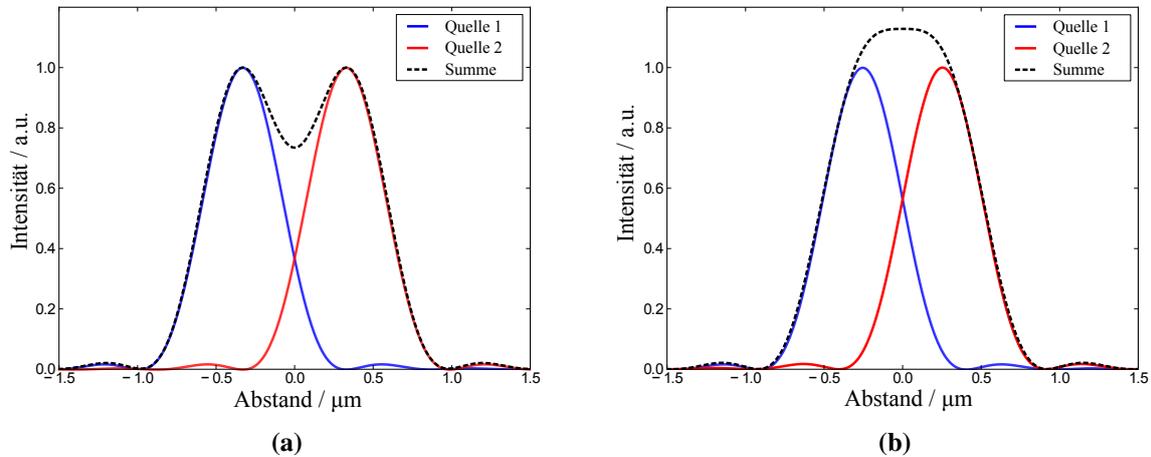


Abbildung 3.4: Gezeigt ist die Intensitätsverteilung zweier Punktspitzfunktionen im Abstand der Auflösungskriterien nach Rayleigh $r_R = 660 \text{ nm}$ (a) und Sparrow $r_S = 509 \text{ nm}$ (b). Bei der Berechnung der Abstände wurden Parameter des hier vorgestellten Abbildungssystems verwendet ($\text{NA} = 0,62$; $\lambda = 671 \text{ nm}$)

Die Bedingung 3.23 erlaubt prinzipiell eine Berechnung des Sparrow Kriteriums für beliebige Intensitätsverteilungen. Es ist aber zu bedenken, dass Gleichung 3.24 nur für fehlerfreie Linsen mit kreisförmiger Apertur gilt und deshalb eine absolute Untergrenze für den aufzulösenden Abstand darstellt. Das Rayleigh-Auflösungskriterium wurde zwar auch aus der Betrachtung einer fehlerfreien Linse hergeleitet. Es hat aber den Vorteil, dass es fehlertoleranter ist. Auch bei einer Abweichung der Punktspitzfunktion von der idealen Airy-Form gilt das Kriterium noch, so lange die Fehler klein bleiben und ein Minimum sichtbar bleibt. Bei einem gut korrigierten Abbildungssystem wird daher der tatsächlich noch aufzulösende Abstand zwischen den beiden Kriterien liegen.

Das Rayleigh Kriterium gilt, wie eine kurze Überlegung zeigt, nur für den Fall inkohärenter Beleuchtung. Um die kohärente Überlagerung zweier um den Abstand r_R voneinander entfernten Punktquellen zu erhalten, müssen zunächst deren Felder addiert und dann der Betrag der Summe quadriert werden. Die so erhaltene Intensitätsverteilung

$$I(x) = \left| 2 \frac{J_1[\pi(x-0,61)]}{\pi(x-0,61)} + \exp(i\Phi) 2 \frac{J_1[\pi(x+0,61)]}{\pi(x+0,61)} \right|^2, \quad (3.25)$$

deren Querschnitt in Abbildung 3.5 gezeigt ist, stimmt für einen Phasenunterschied von $\pi/2$ mit dem Fall inkohärenter Beleuchtung überein. Wenn die Quellen in Phase aussenden ($\Phi = 0$), führt konstruktive Interferenz zum Verschwinden des Minimums und die Quellen werden nicht aufgelöst. Senden die Punkte gegenphasiges Licht aus ($\Phi = \pi$), fällt die Intensität zwischen ihnen auf Null ab, so dass sie bei jedem Abstand aufgelöst werden können.

Bei der Abbildung zweier kohärenter Punktquellen ist also deren relative Phase entscheidend

3.2. IMPULSANTWORT EINES ABBILDUNGSSYSTEMS

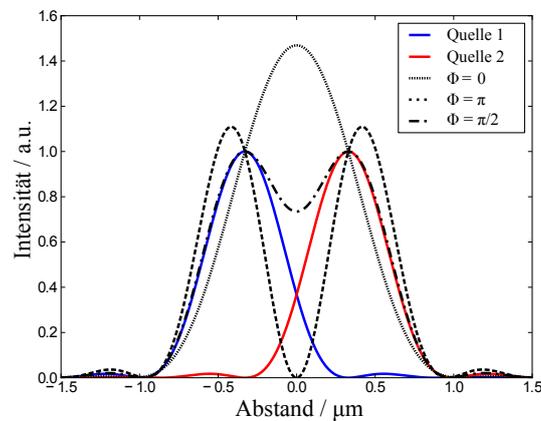


Abbildung 3.5: Veranschaulichung der Intensitätsverteilung zweier kohärenter Punktquellen für verschiedene Phasenunterschiede, die durch einen Abstand von $r_R = 660 \text{ nm}$ voneinander getrennt sind.

für die erreichbare Auflösung. Tatsächlich hat diese Überlegung Konsequenzen für die Abbildung von ausgedehnten Objekten [BMBK09]. Speziell bei der Abbildung von ultrakalten Gasen ist hier zwischen den zwei Fällen Absorptionsabbildung und Fluoreszenzabbildung zu unterscheiden. Bei der Aufnahme von Absorptionbildern erreicht räumlich kohärentes Laserlicht die Kamera und die Information über das atomare Ensemble wird durch die gestreuten und daher fehlenden Photonen als Schatten abgebildet. Bei der Aufnahme von Fluoreszenzbildern hingegen wird nicht das anregende Licht selbst, sondern die von den Atomen inelastisch gestreuten Photonen aufgenommen, die ihre Kohärenz durch den Streuprozess verlieren können [Wei11]. Die erreichbare Auflösung ist daher mit einer Fluoreszenzabbildung höher.

4 Abbildungsfehler und deren Korrektur durch optisches Design

Das Ergebnis des letzten Kapitels war, dass das Auflösungsvermögen eines optischen Systems umso besser ist, je schmaler die Punktspreizfunktion ist. Im Fall idealer Linsen ist das Auflösungsvermögen durch Beugungseffekte begrenzt. In realen Situationen können jedoch Linsenfehler einen größeren Einfluss als die Beugung haben und die Qualität der Abbildung stark vermindern. Ursache für die verminderte Abbildungsqualität ist der direkte Zusammenhang zwischen Wellenfront und Punktspreizfunktion. Da die Punktspreizfunktion aus der Wellenfront durch eine Fourier-Transformation hervorgeht [Goo05], verändert die durch Abbildungsfehler verursachte Krümmung der Wellenfront die Form der Punktspreizfunktion. Als Maß für die Stärke der Krümmung wird dabei typischerweise entweder die quadratische Mittenraue der Wellenfront (engl.: RMS = root mean square) oder der Abstand zwischen der höchsten Spitze und dem tiefsten Tal der Wellenfront (engl.: P-V = peak to valley) angegeben. Eine Abbildung gilt danach als beugungsbegrenzt, solange die Intensitätsverteilung zweier abgebildeter Punktquellen mit einem Abstand von r_R ein trennendes Minimum zeigt. Dabei ist r_R die durch das Rayleigh-Kriterium definierte Auflösung. Diese Bedingung ist nach Rayleigh [Ray02] erfüllt, wenn der Peak-to-Valley Wert der Wellenfrontkrümmung kleiner als $\lambda/4$ ist. Dies entspricht einem Wert von 7% RMS.

In diesem Kapitel werden wichtige Arten von Abbildungsfehlern am Beispiel einzelner Linsen, deren Ursachen und mögliche Wege zu ihrer Korrektur eingeführt. Weitere Darstellungen zu diesem Thema finden sich in [Hec09] und [CVI10]. Am Ende des Abschnitts werden die zentralen optischen Elemente des in dieser Arbeit aufgebauten beugungsbegrenzten optischen Systems vorgestellt, die für die beugungsbegrenzte Abbildung der Atome optimiert wurden.

Der Einfluss der relativen Ausrichtung von Linsen eines optischen Systems zueinander wird hier nicht berücksichtigt, spielt aber bei der Fertigung eines anspruchsvollen Abbildungssystems eine wichtige Rolle.

4.1 Abbildungsfehler

Beim Übergang zwischen Luft und Linse wird Licht aufgrund des geänderten Brechungsindex abgelenkt. Der Zusammenhang zwischen den Brechungsindexen, dem Einfallswinkel Θ_1 und dem Brechungswinkel Θ_2 ist durch das Snelliusche Brechungsgesetz gegeben:

$$n_1(\lambda) \sin \Theta_1 = n_2(\lambda) \sin \Theta_2 \quad (4.1)$$

Abbildungsfehler lassen sich grob darin einteilen, bis zu welcher Ordnung die Taylorentwicklung

$$\sin \Theta_1 = \Theta_1 - \frac{\Theta_1^3}{3!} + \frac{\Theta_1^5}{5!} - \frac{\Theta_1^7}{7!} + \frac{\Theta_1^9}{9!} - \dots \quad (4.2)$$

der Sini des Snelliuschen Brechungsgesetz durchgeführt werden muss, um sie zu berücksichtigen.

4.1.1 Aberrationen erster Ordnung

Die Paraxialnäherung 3.3 gilt für kleine Winkel Θ , so dass die Näherung $\sin \Theta \approx \Theta$ erfüllt ist. Zu den Fehlern, die im Rahmen dieser Näherung beschrieben werden können, gehören Defokussierung, verkippte Linsen und chromatische Aberration. Letztere ist dabei allerdings nicht auf die Form der Linsen zurückzuführen sondern auf die Dispersion. Da Defokussierung und Verkipfung leicht behoben werden können, soll hier nur auf die chromatische Aberration eingegangen werden. Diese ist für die vorgesehene Anwendung wichtig, da das Abbildungssystem verschiedene Wellenlängen in möglichst nahe beieinander liegenden Foki abbilden soll und entsprechend ausgelegt wurde.

Longitudinale chromatische Aberration

Die chromatische Aberration betrifft jede Linse. Der materialspezifische Brechungsindex ist wellenlängenabhängig und fällt typischerweise mit zunehmender Wellenlänge monoton. Daher wird Licht mit kurzer Wellenlängen stärker gebrochen als Licht längerer Wellenlängen und hat eine kürzere Schnittweite (siehe Abb. 4.1a). Eine Möglichkeit zur Minimierung der chromatischen Aberration ist die Verwendung von Glas mit extrem niedriger Dispersion. Die zweite Möglichkeit ist die Kombination von Sammell- und Streulinse aus unterschiedlichen Glassorten.

Die einfachste Ausführung ist der Achromat aus einer konkaven und einer konvexen Linse (Abb. 4.1b), der Licht zweier Wellenlängen in einem Punkt fokussiert. Die konkave Linse besteht typischerweise aus einem Glas mit hoher Dispersion, während die konvexe Linse aus einem

Material mit niedriger Dispersion besteht. Durch die negative Brennweite der konkaven Linse erhält auch deren Dispersionsrelation effektiv ein negatives Vorzeichen, so dass der Farbfehler der positiven Linse korrigiert werden kann [CVI10].

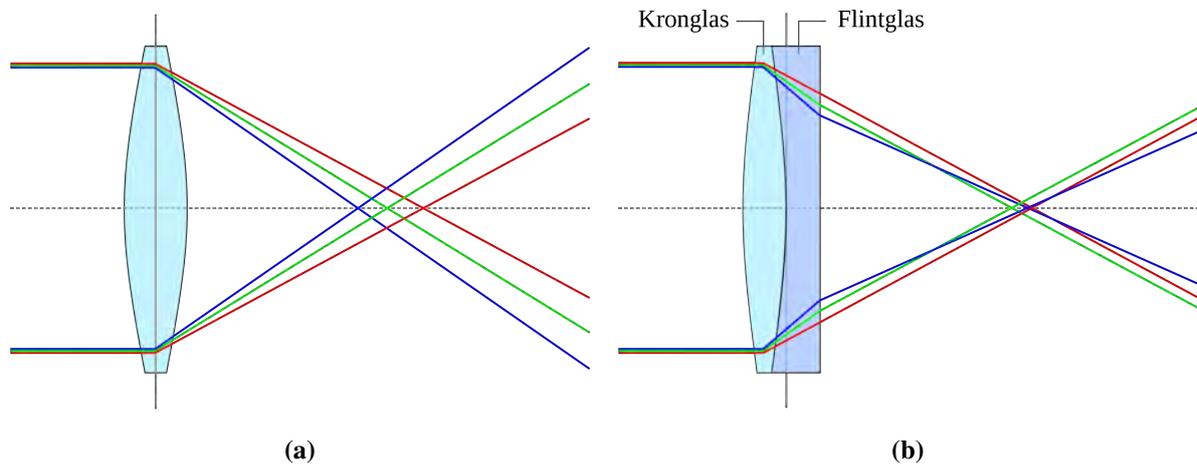


Abbildung 4.1: Veranschaulichung der chromatischen Aberration einer Linse mit normaler Dispersion (a) und Korrektur der chromatischen Aberration durch die Kombination von Linsen mit unterschiedlicher Dispersion und Brennweite zu einem Achromaten (b) (die Abbildungen wurden aus [Wik12b] übernommen)

4.1.2 Aberrationen höherer Ordnung

Für Strahlen, die eine sphärische Linse am Rand oder unter größerem Winkel treffen, ist die Paraxialnäherung nicht mehr sinnvoll. Erst die Berücksichtigung von Termen höherer Ordnung in Θ führt wieder zu einer korrekten Beschreibung der Ablenkung der einfallenden Strahlen durch die Linse. Als wichtigste Typen von Abbildungsfehlern sollen hier nur die Fehler dritter Ordnung in Θ vorgestellt werden. Obwohl die Fehler hier einzeln beschrieben werden, treten sie in einer realen Situation meist gemeinsam auf und verursachen so komplexe Formen von Wellenfront und Punktspreizfunktion.

Sphärische Aberration

Der von einer Linse auf die einfallende Welle aufgeprägte Phasenschub sollte idealerweise $\Delta\phi(\Theta) = \sin \Theta$ sein. Dem entspricht eine sphärische Linse mit konstantem Krümmungsradius jedoch nur in der Kleinwinkelnäherung. Diese gilt nicht mehr, wenn stark gekrümmte Oberflächen oder Linsen mit hoher numerischer Apertur betrachtet werden.

Die sphärische Aberration äußert sich darin, dass Strahlen am Rand der Linse stärker abgelenkt

und dadurch näher an der Linse fokussiert werden als achsnahe Strahlen. Am Ort des paraxialen Fokus der idealen Linse ist das Airy-Scheibchen nun verbreitert (Abb. 4.2c), wodurch das Bild unscharf wirkt. Die Unschärfe des Bildes kann zwar durch eine entsprechende Defokussierung verringert werden, das Bild büßt dann jedoch an Kontrast ein. An der Punktspreizfunktion aus Kapitel 3.2 äußert sich dies, indem die Intensität der Nebenmaxima relativ zum Hauptmaximum zunimmt (Abb. 4.2b). Der ideale Weg zur Verhinderung der sphärischen Aberration, ist

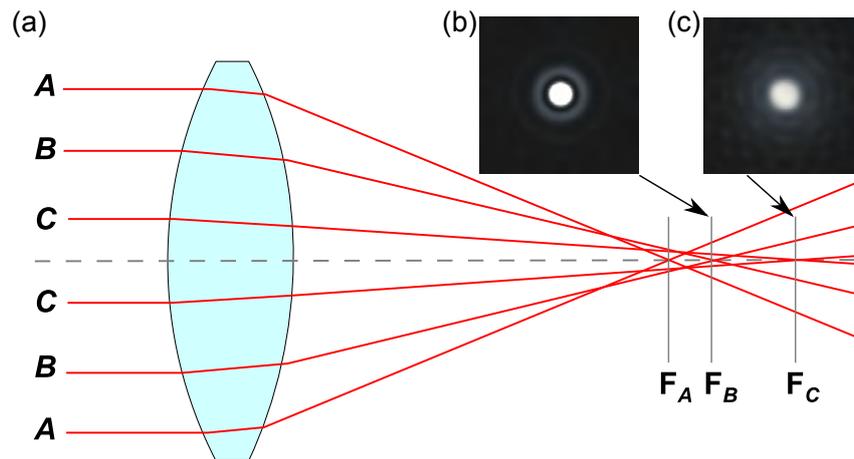


Abbildung 4.2: Strahlengang (a) durch eine mit sphärischer Aberration behafteten Linse. Die Punktspreizfunktion am Ort des Paraxialen Fokus ist stark verbreitert (b). Mit Kompensation durch zusätzliche Defokussierung (c) wird das zentrale Maximum der Punktspreizfunktion wieder schärfer. Gleichzeitig nimmt aber die Intensität des ersten Nebenmaximums zu. (Teilabbildung (a) wurde mit Änderungen aus [Wik12d] übernommen)

ein über den Durchmesser der Linse variierender Krümmungsradius. Die Herstellung solcher asphärischer Linsen ist jedoch mit hohen Kosten verbunden.

Steht keine Asphäre zur Verfügung, ist die erste Regel für den Einbau einer Linse, die stärker gekrümmte Linsenoberfläche zu der Seite auszurichten, auf der der Strahl einen größeren Öffnungswinkel hat. Da so die Paraxialnäherung weniger verletzt wird, entstehen weniger Fehler durch sphärische Aberration.

Besser als mit einer einzelnen Linse kann sphärische Aberration durch die Kombination sphärischer Linsen mit positiven und negativen Brennweiten verhindert werden. Da die sphärische Aberration stark von der Linsenform abhängt, können unterschiedlich geformte Linsen zusammen verwendet werden, so dass die sphärische Aberration ihrer Oberflächen sich weitgehend kompensiert. Dabei kann durchaus auch eine Linsenorientierung optimal sein, die die erstgenannte Regel verletzt, wie es auch bei dem hier vorgestellten Objektiv (siehe Abb. 4.5a) vorkommt. Für die longitudinale sphärische Aberration LSA , die die Abweichung vom paraxialen Fokus bezeichnet, gilt nach [CVI10]

$$LSA = \frac{k \cdot f}{(f/\#)^2} \quad (4.3)$$

4.1. ABBILDUNGSFEHLER

Der Aberrationskoeffizient k gibt dabei die Form und Orientierung der Linse an. Für ein gegenüber sphärischer Aberration korrigiertes optischen System ist die summierte LSA der kombinierten Linsen im besten Fall Null.

Koma

Die Ursache von Koma ist ähnlich der sphärischen Aberration. Sie betrifft allerdings Objekte, die nicht auf der optischen Achse liegen. In diesem Fall werden Strahlen, die auf konzentrische Bereiche der Linse treffen, auf Ringe in der Bildebene abgebildet (Abb. (4.3a) [CVI10]). Ein von einem Punkt außerhalb der optischen Achse ausgehendes Strahlenbündel wird daher nicht scharf abgebildet. Stattdessen nimmt das Bild des Punktes eine kometenschweifartige Form an (4.3b). Auch komaartige Abbildungsfehler können durch die Verwendung mehrerer sphärischer Linsen vermieden werden.

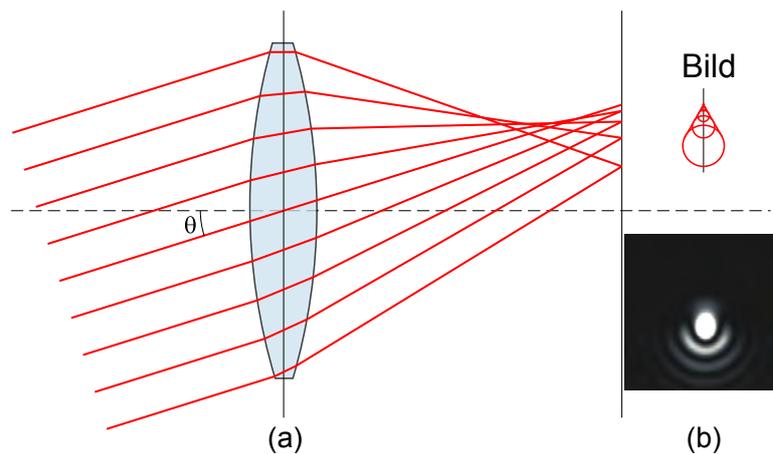


Abbildung 4.3: Teilabbildung (a) zeigt den Strahlengang für eine Linse mit Koma (die Abbildung wurde mit Änderungen aus [Wik12c] übernommen). Teilabbildung (b) zeigt die resultierende Form der Punktspreizfunktion.

Astigmatismus

Astigmatismus betrifft ebenfalls Strahlenbündel, die nicht auf der optischen Achse liegen und unter einem Winkel auf die Linse treffen. Auf die Strahlen wirkt diese Situation so wie eine verkippte Linse.

Zur Beschreibung von Astigmatismus betrachtet man Strahlen in unterschiedlichen Ebenen. Die Ebene, die die optische Achse und den Ausgangspunkt der Strahlen enthält, bezeichnet man als tangentielle Ebene. Der Hauptstrahl verläuft vom Ausgangspunkt durch den Schnittpunkt von

Linse und optischer Achse. Senkrecht zu der tangentialen Ebene verläuft die sagittale Ebene, die den Hauptstrahl enthält. Strahlen, die in der tangentialen Ebene liegen, werden näher zur Linse fokussiert als Strahlen in der sagittalen Ebene. Beide Foki sind dann nicht punkt- sondern linienförmig (Abb. 4.4a, 4.4b). Zwischen den beiden Foki ist das Bild zunächst elliptisch, dann radialsymmetrisch und schließlich wieder elliptisch. Als Stärke des Astigmatismus wird der Abstand zwischen sagittalem und tangentialem Fokus angegeben [CVI10].

Wenn ein Spiegel mit sphärischer Krümmung unter einem Winkel passiert wird, kann Astigmatismus auch für Punkte auf der optischen Achse auftreten (siehe Abb. 5.15a).

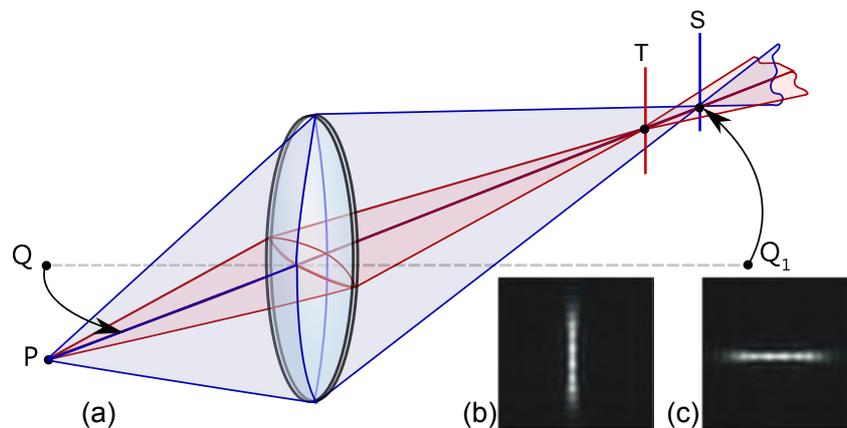


Abbildung 4.4: In Teilabbildung (a) ist der Strahlengang für eine astigmatische Linse gezeigt. Bei vorliegendem Astigmatismus treten zwei linienförmige Foki in unterschiedlicher Distanz zur Linse auf. Eine Fokallinie liegt in der tangentialen Fokalebene (b), eine zweite in der sagittalen Fokalebene (c). (Teilabbildung (a) wurde mit Änderungen aus [Wik12a] übernommen)

Bildfeldwölbung

Wenn die Ebene, auf der das Objekt scharf abgebildet wird, nicht eben sondern gekrümmt ist, spricht man von einer Bildfeldwölbung. Der reziproke Krümmungsradius der Bildebene eines optischen Systems ergibt sich dabei aus den Brennweiten der einzelnen Linsen und wird als Petzvalradius bezeichnet.

Falls gleichzeitig auch Astigmatismus vorliegt, treten zwei unterschiedlich gekrümmte Bildebenen für tangentiale und sagittale Strahlen auf [CVI10]. Für das hier vorgestellte Mikroskop spielt die Bildfeldwölbung keine Rolle, da nur ein sehr kleiner Ausschnitt der Bildebene auf dem Kamerasensor abgebildet wird.

Verzeichnung

Verzeichnung liegt vor, wenn die Distanzen des Objekts in der Bildebene nicht linear proportional wiedergegeben werden. Dieser Fehler betrifft nur die geometrische Form der Abbildung. Das Auflösungsvermögen wird nicht beeinflusst.

4.2 Korrektur der Abbildungsfehler durch optisches Design

Die vorangegangene Betrachtung macht deutlich, dass sphärische Linsen mit Fehlern behaftet sind. Eine Möglichkeit diese Fehler weitgehend zu vermeiden, ist die Verwendung einer asphärischen Linse. Die Herstellung von Asphären ist jedoch mit erheblichem Aufwand verbunden und dadurch sehr teuer.

Ein günstigerer Weg, der hier besprochen wurde ist die Verwendung eines optischen Systems aus sphärischen Linsen. Durch Strahlverfolgungsrechnungen kann die Linsenform und die Orientierung der Linsen so optimiert werden, dass ihr Fehler sich gegenseitig weitgehend kompensieren. Die Komplexität des Systems nimmt jedoch schnell zu, wenn ein System mit hoher numerischer Apertur entwickelt werden soll, dessen Fehler unterhalb der Beugungsgrenze liegen. Deshalb wurde auf die Erfahrung der Firma Special Optics zurückgegriffen, die ein auf die vorgesehene Anwendung optimiertes System neu entwickelt und gefertigt hat.

Zentrale Elemente des optischen Systems sind zwei Mikroskopobjektive mit einer numerischen Apertur von $NA=0,6$ (Abb. 4.5a). Diese bestehen aus acht Einzellinsen, die in enger Passform in einem unmagnetischen Gehäuse zusammengefasst sind. Eines der Objektive soll beugungsbegrenzte Mikropotentiale erzeugen, während das zweite zusammen mit einem Teleobjektiv (Abb. 4.5b) ein Mikroskop (Vergrößerung $M=38,46$) zur beugungsbegrenzten Abbildung von Atomen bildet. Als zusätzliche Komponente können die Glasfenster der Metallzelle bezeichnet werden, da sie bei der Optimierung des Systems berücksichtigt wurden. Das System ist für den beugungsbegrenzten Betrieb mit drei Wellenlängen ausgelegt

Bei der Betrachtung der Farbfehler können zwei Situationen unterschieden werden. Zum einen die Einstrahlung von Potentialen mit dem oberen Objektiv und zum anderen die Abbildung von Objekten in der Ebene der Atome mit dem Mikroskop. Im ersten Fall muss der in Abbildung ?? gezeigte Farblängsfehler des Objektivs betrachtet werden. Dieser liegt mit bis zu $3 \mu m$ zwar im Bereich der Schärfentiefe, kann aber durch die Anpassung der einlaufenden Strahlen auf einfache Weise vermieden werden. Im zweiten Fall kann der Farblängsfehler als Verschiebung der scharf abgebildeten Ebene auf der Objektseite beschrieben werden. Die Verschiebung beträgt hier, wie im Fall des Objektivs allein, etwa $3 \mu m$. Meist wird das Abbildungssystem die Atome abbilden und entsprechend für eine Wellenlänge von 671 nm ausgerichtet sein. Für

4. ABBILDUNGSFEHLER UND DEREN KORREKTUR DURCH OPTISCHES DESIGN

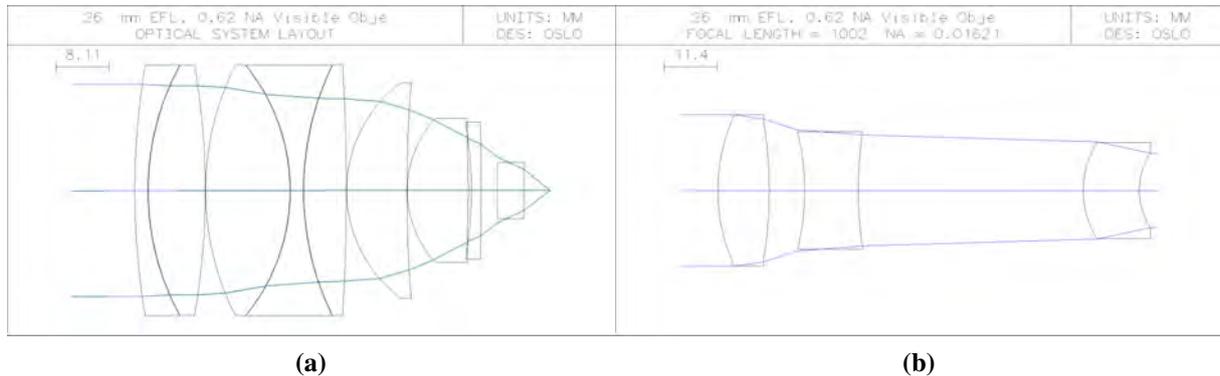


Abbildung 4.5: Die Abbildungen zeigen den Aufbau des Objektivs (a) und der Tubuslinse (b) aus mehreren Linsengruppen. Der komplexe Aufbau dient dazu Abbildungsfehler wie sphärische und chromatische Aberration zu vermeiden. In beiden Abbildungen ist sichtbar, dass meist die weniger gekrümmte Linsenoberfläche zu der Seite ausgerichtet ist, auf der die farbig eingezeichneten Strahlen unter größerem Winkel einfallen. Dies dient dazu sphärische Abberation zu vermeiden. Die Strahlenwege wurden mit dem Strahlverfolgungsprogramm OSLO berechnet.

die Abbildung anderer Objekte, zum Beispiel die Intensitätsverteilung in optischen Gittern, kann dass kann das Mikroskopobjektiv entlang der optischen Achse verschoben werden, um den geringen Farblängsfehler anderer Wellenlängen auszugleichen. Das ist mit dem piezogetriebenen Verschiebetisch sehr einfach.

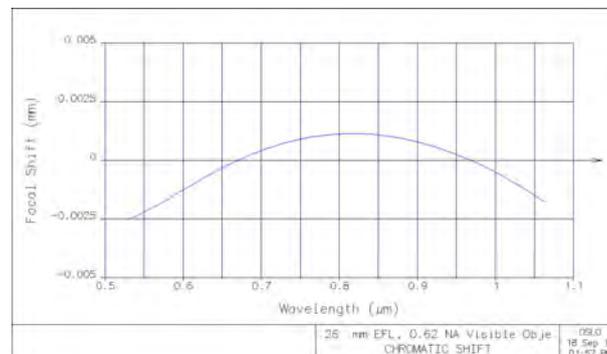


Abbildung 4.6: Die chromatische Aberration führt zu einer Abhängigkeit der Lage der Fokalebene des Objektivs von der Wellenlänge. Der relativ zur Lage des Fokus in der Objektebene bei einer Wellenlänge von 670 nm angegebene Farblängsfehler beträgt nicht mehr als $3 \mu\text{m}$.

5 Entwicklung einer Justagestrategie und Bestimmung des Auflösungsvermögens

Der beugungsbegrenzte Betrieb eines Abbildungssystems erfordert nicht nur qualitativ hochwertige optische Komponenten, sondern auch die Ausrichtung dieser Komponenten auf eine gemeinsame optische Achse mit hoher Winkel- und Ortsgenauigkeit. Bei dem vorliegenden System spielt insbesondere der Winkel zwischen dem Fenster der Metallzelle und dem Objektiv eine entscheidende Rolle. Da die Objektive für die Fenster korrigiert wurden, ist eine beugungsbegrenzte Abbildung ohne diese gar nicht möglich. Um die erforderliche Genauigkeit zu erreichen, sind verschiedene Methoden denkbar: Methode A basiert auf der Minimierung der Wellenfrontfehler mit Hilfe eines Interferometers. Bei der Methode B wird das Bild eines bekannten Objekts optimiert. Am einfachsten ist jedoch Methode C bei der die Komponenten genau auf die optische Achse ausgerichtet werden, die zuvor durch einen Pilotstrahl definiert wird.

Die gewählte Methode sollte dabei ohne großen zusätzlichen Aufwand in das bestehende Experiment integriert werden können. Die erwähnten Methoden haben in dieser Hinsicht unterschiedliche Stärken und Schwächen.

Um die Komponenten mit Hilfe von Methode C auszurichten, sind zwei Wege möglich. In beiden Fällen wird zunächst die optische Achse definiert, indem ein Pilotstrahl senkrecht zum Fenster der Metallzelle ausgerichtet wird. Der erste Weg besteht darin, die diversen Reflexe von den Linsenoberflächen von Objektiv und Teleskop auszunutzen, indem die Reflexe miteinander und mit dem Pilotstrahl überlagert werden. Der zweite Weg besteht darin eine reflektierende Fläche an die auszurichtende Komponente zu halten und deren Rückreflex mit dem Pilotstrahl zu überlagern. Der Aufwand für Methode C ist in beiden Fällen gering. Es hat sich jedoch gezeigt, dass die Genauigkeit dieser Methode nicht ausreicht, um beugungsbegrenzte Abbilder zu erzeugen.

Methode B basiert darauf ein Testobjekt mit sehr gut bekannten Abmessungen in der Objektebene zu platzieren und dann das Abbildungssystem einzustellen, bis das erzeugte Bild der theoretischen Erwartung entspricht, die leicht aus der Faltung des Objekts mit der Punktspreizfunktion

des Abbildungssystems berechnet werden kann. Für diese Methode ist jedoch der Zugang zur Fokalebene des Objektivs notwendig. Da diese sich im Experiment innerhalb der Metallzelle befindet, scheidet diese Methode aus.

Für die Methode A wird ein Interferometer ähnlich dem Michelson-Interferometer benötigt. Dieses ist auf Krümmungen der Wellenfront empfindlich, die einem Bruchteil der verwendeten Wellenlänge entsprechen. Mit dieser Methode ist es daher möglich, die Komponenten mit hoher Genauigkeit auszurichten. Um die Objektive einzeln auszurichten muss jedoch eine große Referenzsphäre verwendet werden, die die Strahlen in sich zurückreflektiert. Für diese Referenzsphäre ist im Experiment um die Metallzelle jedoch kein Platz vorhanden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde deshalb eine Methode entwickelt, die die genannten Schwierigkeiten umgeht. Dafür wird die große Empfindlichkeit von Methode A mit der einfachen Durchführbarkeit von Methode C kombiniert. Die neue Methode basiert darauf, mit Methode C das Objektiv auszurichten. Dann wird Methode A durchgeführt, die zunächst eine fehlerhafte Wellenfront zeigt. Mit einer zusätzlichen Einstellung der Winkel werden die Wellenfrontfehler dann minimiert. Die richtige Stellung der Objektive lässt sich nun herstellen, indem Methode C um die notwendigen Kompensationsdrehungen ergänzt werden.

In diesem Kapitel wird zunächst der für die Wellenfrontmessung verwendete Interferometeraufbau vorgestellt. Daran anschließend werden Beispiele für Interferogramme gegeben, wie sie durch die Wellenfrontkrümmung typischer Abbildungsfehler verursacht werden. Aufbauend auf den ersten beiden Abschnitten wird der Weg zu einer zuverlässigen Justagemethode aufgezeigt und diese selbst Schritt für Schritt dargestellt. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird die Bestimmung der erreichten Auflösung erläutert.

5.1 Wellenfrontoptimierung mit Hilfe eines Twyman-Green Interferometers

Lord Rayleigh entwickelte neben der oben aus dem Airy-Scheibchen abgeleiteten Auflösungsgrenze für ideale Abbildungssysteme noch ein zweites Kriterium für deren Qualität. Er stellte fest, dass ein optisches System beugungsbegrenzte Abbildungen liefert, so lange die Abweichung der Wellenfront von der idealen Form nicht mehr als ein Viertel der Wellenlänge beträgt [Ray02]. Da die korrekte Ausrichtung aller Komponenten zueinander die Wellenfrontfehler minimiert, kann die Wellenfrontmessung auch als Werkzeug für die Prüfung der Justage eines optischen Systems benutzt werden. Zur Untersuchung der Wellenfront wurde das im Folgenden vorgestellte Twyman-Green Interferometer aufgebaut.

5.1.1 Das Twyman-Green Interferometer

Das von Twyman und Green 1916 patentierte Interferometer [Mal92] dient dazu Linsen, Spiegel und andere optische Komponenten zu testen und ähnelt dem bekannteren Michelson Interferometer. Der hier verwendete Aufbau (Abb. 5.2) nutzt einen großen kollimierten Laserstrahl, der von einem Strahlteiler in einen Referenz- und einen Testarm aufgeteilt wird. Der Testarm enthält dabei die zu prüfenden Objektiv. Im Referenzarm wird das Licht von einem Planspiegel zurück reflektiert, um im Strahlteiler mit dem Licht aus dem Testarm zu interferieren. Für die Anordnung des Testarms gibt es verschiedene Möglichkeiten. Der einfachste Aufbau besteht

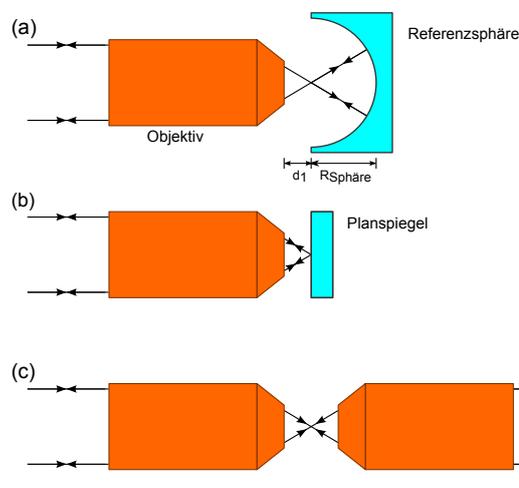


Abbildung 5.1: Die Abbildung zeigt verschiedene Varianten mit denen Mikroskopobjektive in den Testarm eines Twyman-Green Interferometers integriert werden können. In allen drei Fällen tritt ein kollimierter Strahl von der Größe der Apertur in das Objektiv ein und wird von diesem fokussiert. In Abbildung (a) reflektiert eine Referenzsphäre den Strahl in sich zurück. In Abbildung (b) dient ein flacher Spiegel als Reflektor. Dadurch wird allerdings die Wellenfront um 180° gedreht. In Abbildung (c) wird ein gleichartiges zweites Objektiv verwendet um den Strahl vor dem flachen Spiegel wieder zu kollimieren, die Wellenfront wird dann nicht gedreht. Die Wellenfrontfehler schlagen sich hier zweifach im Interferogramm nieder.

aus dem zu testenden Mikroskopobjektiv und einem Planspiegel (Abb. 5.1b), der sich im Fokus des Objektivs befindet. Nachteilig ist dabei, dass die Methode nur auf unter Punktspiegelung symmetrische Fehler empfindlich ist. Dabei handelt es sich um Fehler wie Astigmatismus und sphärische Aberration. Unter Punktspiegelung antisymmetrische Fehler wie Koma verändern das Interferogramm nicht, da die Wellenfront beim zweiten Durchlauf um 180° gedreht wird. Die zweite Variante besteht aus zwei gleichen Objektiven, so dass das Licht am Ausgang wieder kollimiert ist (Abb. 5.1c). Da die Wellenfront in diesem Aufbau nicht gedreht wird, zeigt diese Variante des Interferometers sowohl symmetrische als auch antisymmetrische Wellenfrontfehler, obwohl ein flacher Spiegel verwendet wird. In diesem Fall entspricht das Interferogramm

der Summe der von beiden Objektiven eingeführten Wellenfrontfehler, so dass die Messung empfindlicher ist.

Die in Abbildung 5.1a gezeigte Variante verwendet an Stelle eines flachen Spiegels eine Referenzsphäre, deren Mittelpunkt im Fokus des Objektivs platziert wird. Dadurch laufen die Strahlen exakt in sich zurück, so dass asymmetrische Fehler nicht, wie bei der ersten Variante, beim zweiten Durchgang durch das Objektiv kompensiert werden. Ein dieser Methode entsprechender Aufbau (Abb. 5.2b) wurde im Testarm des Interferometers (Abb. 5.2a) platziert, um die Güte der Objektive einzeln zu testen und um eine Justagemethode zu entwickeln, die die Wellenfrontfehler minimiert.

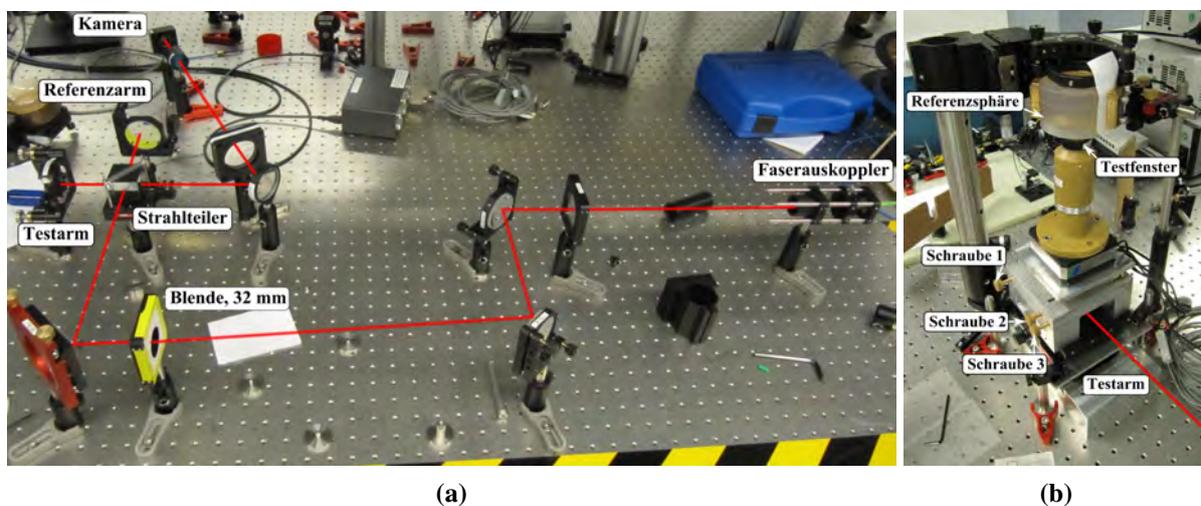


Abbildung 5.2: Aufbau des Twyman-Green Interferometers (a). Der eingekoppelte Strahl wird zunächst mit einem Teleskop auf den Durchmesser des Objektivs vergrößert und kollimiert. Mit Hilfe eines Strahlteilers wird ein Referenzarm und ein Testarm erzeugt. Um auf einer Kamera abgebildet werden zu können, wird der Strahl mit einem zweiten Teleskop verkleinert. Die so erzeugten Interferenzmuster zeigen den Unterschied der Krümmungen des Referenzspiegels und des getesteten Objekts. (b) Für den Test der Güte der Objektive und die Entwicklung und Erprobung einer Justagemethode wird das Objektiv im Testarm des Interferometers platziert. Die über dem Objektiv angebrachte Referenzsphäre reflektiert den einlaufenden Strahl in sich zurück.

5.1.2 Beispielrechnung für erzeugte Interferogramme

Bereits 1857 legte der Physiker Phillip Ludwig von Seidel (1821 - 1896) eine mathematische Beschreibung von Abbildungsfehlern vor [vS57]. Diese macht es möglich, komplexe Wellenfrontformen durch die Zerlegung in eine Basis einfacherer Polynome darzustellen. Die fünf wichtigsten Fehlertypen, Koma, Astigmatismus, sphärische Aberration, Bildfeldwölbung und

5.1. WELLENFRONTOPTIMIERUNG MIT HILFE EINES TWYMAN-GREEN INTERFEROMETERS

Verzeichnung werden deshalb auch als Seidel-Aberrationen bezeichnet [WC92]. Die Information über die Form der fehlerbehafteten Wellenfront ist im Interferogramm des Twyman-Green Interferometers enthalten und entspricht dem optischen Wegunterschied $\Delta W(\vec{r})$ der beiden Strahlengänge, der mit den erwähnten Seidel-Polynomen ausgedrückt werden kann. Die folgende Berechnung von Interferenzbildern beschränkt sich auf die drei erstgenannten Fehlertypen. Hinzu kommen noch die trivialeren Verkippungen des Referenzarms oder der Referenzsphäre um x- und y-Achse sowie Fehler durch die Defokussierung des Objektivs.

Das Feld der ebenen Welle U_{ref} des Referenz- und der durch die Fehler gekrümmten Welle U_{test} des Testarms ist gegeben durch

$$U_{ref}(\vec{r}) = U_0 \exp[i \vec{k} \cdot \vec{r}] \quad (5.1)$$

$$U_{test}(\vec{r}) = U_0 \exp[i \vec{k} \cdot (\vec{r} + \Delta W(\vec{r}))]. \quad (5.2)$$

Die Intensität der Überlagerung beider Wellen ist dann

$$\begin{aligned} I(\vec{r}) &= |U_{ref}(\vec{r}) + U_{test}(\vec{r})|^2 \\ &= I_{ref} + I_{test} + 2\sqrt{I_{test}I_{ref}} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} \Delta W(\vec{r})\right]. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Konstruktive Interferenz tritt also auf, wenn $\Delta W = n\lambda$. Wie bereits erwähnt, setzt sich der Optische Wegunterschied aus den Abbildungsfehlern zusammen, die wiederum in Seidel-Polynomen entwickelt werden können [Mal92].

$$\begin{aligned} \Delta W &= A(x^2 + y^2)^2 + Bx(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) \\ &\quad + D(x^2 + y^2) + Ey + Fx + \dots + O^n \end{aligned} \quad (5.4)$$

Dabei geben die Koeffizienten A bis F die Art des Abbildungsfehlers und die Krümmung der Wellenfront in Einheiten der Wellenlänge an.

- A: Sphärische Aberration
- B: Koma
- C: Astigmatismus
- D: Defokussierung
- E: Verkippung um x-Achse
- F: Verkippung um y-Achse

Für die gezeigten Abbildungen wurde das Interferogramm einer fehlerfreien Linse (Abb. 5.3), einer Linse mit Koma (Abb. 5.4), sowie einer Linse mit Astigmatismus (Abb. 5.5) berechnet. Zum Vergleich mit experimentellen Daten sind jeweils auch Bilder mit zusätzlicher Verkippung und Defokussierung gezeigt. Die Interpretation der Interferogramme lässt sich an einem

Beispiel veranschaulichen. Dazu denke man sich eine reflektierende Oberfläche, die von einer perfekten Wellenfront getroffen wird. Wenn diese Oberfläche eine Stufe aufweist, wird ein Teil der einfallenden Wellenfront später reflektiert als ein anderer Teil der Wellenfront. Die Stufe der Oberfläche hat daher ihr Äquivalent in der Phasenbeziehung der Welle. In einem Interferometer entspricht dies einem Sprung in der optischen Weglängendifferenz zwischen Referenz- und Testarm, so dass das Interferenzmuster auf der einen Seite des Interferogramms gegenüber dem auf der anderen Seite verschoben ist. Tatsächlich werden Abbildungsfehler meist nicht von abrupten Stufen in optischen Elementen verursacht. Es ist daher die Krümmung der Interferenzstreifen über den Durchmesser der Wellenfront zu betrachten. Wenn die Krümmung einer halben Periode entspricht, liegt ein Wellenfrontfehler von 1λ P-V vor.

Wie sich gezeigt hat, treten komaartige Fehler in unserem Aufbau am häufigsten auf. Deshalb wird eine Variante des Twyman-Green Interferometers benötigt, die in der Lage ist, antisymmetrische Fehler der Wellenfront anzuzeigen. Dafür ist ein Interferometer mit einer Referenzsphäre wie in Abbildung 5.1a geeignet.

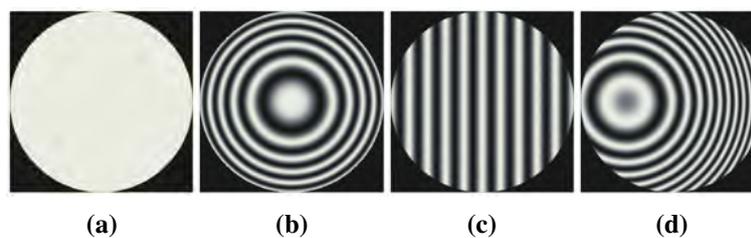


Abbildung 5.3: Berechnete Interferogramme einer idealen Linse mit Apertur = 1 mm, im Fokus (a), um $D=5$ defokussiert (b), Verkippung um x-Achse ($E = 5$) (c), defokussiert und verkippt ($D=E=5$) (d). Die Koeffizienten D und E , geben die Defokussierung und Verkippung der Linse in Einheiten der Wellenlänge λ an.

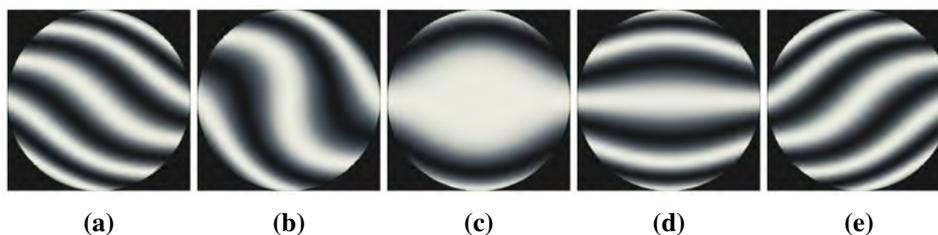


Abbildung 5.4: Berechnete Interferogramme einer Linse mit Koma ($B=1$) (c) und mit zusätzlicher Verkippung um eine (b,d) oder zwei Achsen (a,e).

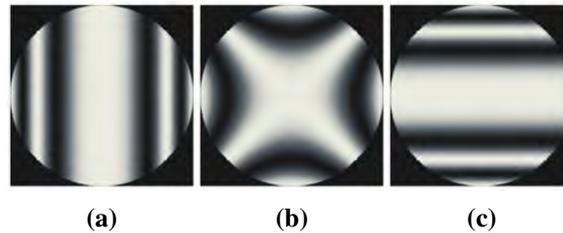


Abbildung 5.5: Die Abbildung zeigt berechnete Interferogramme einer Linse mit Astigmatismus ($C=1$) für verschiedene Defokussierungen. Defokussierung heißt dabei am Ort der tangentialen Fokallinie ($D=-C$) (a), dem Ort des besten Fokus ($D=-2C$) (b) und am Ort der sagittalen Fokallinie ($D=-3C$) (c).

5.1.3 Optimierung der Wellenfront

Ziel der Wellenfrontmessung war es, die Justage des Aufbaus mit Hilfe eines Pilotstrahls zu testen und zu bewerten. Dazu wurde das Objektiv ausgerichtet, indem der von einer Referenzfläche reflektierte Pilotstrahl in die Faser zurückgekoppelt wurde. Die Stellung des Objektivs wurde dann mit dem Twyman-Green Interferometer daraufhin untersucht, wie stark eine einfallende Wellenfront durch das Objektiv gekrümmt wurde. Als Referenzfläche dient bei der Justage eine Wellenplatte, die im Tubus gehalten ist.

Für den Test der Justage werden mehrere Schritte durchgeführt. Der erste Schritt besteht darin die optische Achse des Aufbaus zu definieren und das Interferometer daran auszurichten. Im zweiten Schritt wird das Objektiv mit Hilfe des Interferometerstrahls, der hier auch als Pilotstrahl dient, ausgerichtet. Der eigentliche Test der Justage besteht dann darin die Interferenz zwischen einer Referenzwellenfront und der Wellenfront des Objektivs zu betrachten und auf Wellenfrontkrümmungen zu untersuchen. Es hat sich gezeigt, dass das Interferogramm nach der Justage mit dem Pilotstrahl Wellenfrontfehler aufweist. Diese sind stark genug um die Abbildungsqualität zu verschlechtern. Um die auftretenden Wellenfrontfehler zu kompensieren, ist es nötig den Winkel des Objektivs zusätzlich einzustellen, bis die Wellenfrontfehler minimal sind. Diese Kompensationen minimieren die Wellenfrontfehler reproduzierbar nach der Justage mit dem Pilotstrahl, so dass sie einfach in eine Justagemethode integriert werden können.

Zur Definition der optischen Achse wird ein großer kollimierter Laserstrahl senkrecht zu einem Glasfenster ausgerichtet. Das Glasfenster dient als Ersatz für das Fenster der Metallzelle und besteht aus dem gleichen Material wie dieses. Der Strahl wird ausgerichtet, indem das vom Fenster reflektierte Licht in die Faser zurückgekoppelt wird. Der Erfolg der Rückkopplung wird mit einer Kamera oder einem Leistungsmessgerät hinter der Faser beobachtet. Wenn die in die Faser eingekoppelte Leistung maximal ist, ist der Interferometerstrahl senkrecht zum Fenster ausgerichtet. Anschließend wird der Referenzarm mit der optischen Achse überlagert.

Für den zweiten Schritt wird das Mikroskopobjektiv mit Tubus und Wellenplatte (Abb. 2.8) auf

dem Tritor platziert. Mit dem Pilotstrahl werden nun Reflexe von der Wellenplatte und dem Referenzarm erzeugt und mit einer Kamera betrachtet, die den freien Ausgang des Strahlteilers abbildet. Der Halter der Wellenplatte ist drehbar im Tubus gehalten und weist einen Winkel relativ zur Oberfläche des Tritors auf. Deshalb führt der Reflex der Wellenplatte bei Drehungen eine Kreisbewegung um den Referenzreflex aus. Indem der Winkel des Objektivs mit dem Kippeltisch eingestellt wird, wird der Mittelpunkt der Kreisbewegung mit dem Referenzreflex überlagert. Um die beiden Strahlen auf der Kamera voneinander getrennt wahrnehmen zu können und eine hohe Genauigkeit zu erreichen, ist es hilfreich, den einlaufenden Strahl vor dem Strahlteiler mit einer Irisblende zu verkleinern. Nachdem diese Schritte durchgeführt worden sind, sind im Interferogramm immer noch deutliche komaartige Fehler sichtbar (Abb. 5.6), die über der tolerierbaren Grenze von $\lambda/2$ P-V liegen.

Da das Interferogramm in Echtzeit von der Kamera aufgenommen wird, kann durch sukzessives

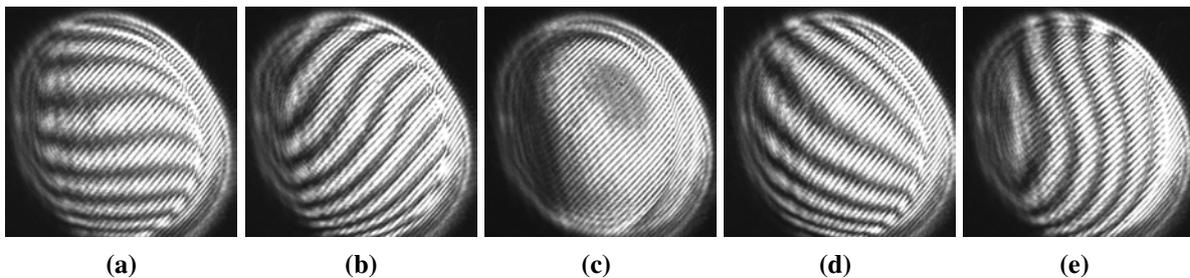


Abbildung 5.6: Gezeigt ist die Interferenz zwischen Referenz- und Testarm nach der Justage des Objektivs mit Hilfe der Lambdaplatte. Teilabbildung (c) zeigt das Interferenzbild nach der Justage, das Fehler von 1λ aufweist. Die Interferenzbilder (a,b,d,e) mit zusätzlicher Verkipfung der Wellenfront wurden erzeugt, indem die Referenzsphäre senkrecht zur optischen Achse verschoben wurde. Besonders in den Teilabbildungen (a) und (e) ist die s-förmige Variation der Wellenfront erkennbar, die auf Koma hinweist. Vor allem in Teilabbildung (d) ist auch die stärkere Krümmung der Wellenfront am Rand des Objektivs sichtbar, die darauf zurückzuführen ist, dass die Abbildungsfehler hier weniger gut kompensiert sind. Die sichtbare Variation der Intensität mit höherer Frequenz stammt von der Interferenz des Referenzstrahls mit dem Reflex der Wellenplatte.

Verändern der Winkelstellung das Interferogramm optimiert werden. Wie sich schnell gezeigt hat, kann die Wellenfrontkrümmung mit Kompensationsdrehungen im Uhrzeigersinn an den Schrauben 1 um 225° und 2 um 180° reproduzierbar minimiert werden. Das Interferogramm weist nun nur noch Wellenfrontfehler auf, die kleiner als $\lambda/4$ sind (Abb.5.7). Dies entspricht einem beugungsbegrenzten Abbildungsverhalten.

Die entwickelte Methode kann sowohl beim Einbau der Objektivs in das Experiment als auch bei eventuell notwendigem Wiederholen der Justage schnell ausgeführt werden. Dank der Verlässlichkeit der Kompensationsdrehungen kann dabei auf den Aufbau eines Interferometers ver-

zichtet werden. Die Durchführung der Justage im experimentellen Aufbau mit Hilfe des Pilotstrahls und den nachträglichen Kompensationsdrehungen wird im nächsten Abschnitt näher erläutert.

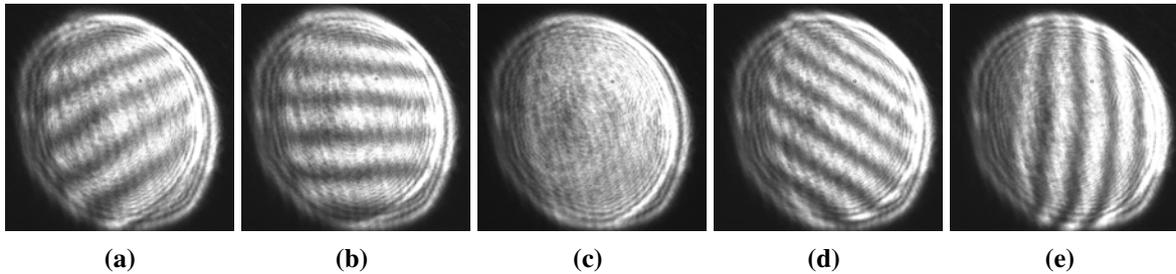


Abbildung 5.7: Gezeigt sind Interferogramme, die nach der Justage mit Hilfe der Lambda-platte und der Durchführung der Kompensationsdrehungen gemessen wurden. Im Vergleich mit Abbildung 5.6 ist die Krümmung der Wellenfront stark reduziert. Insbesondere in den Abbildungen (d) und (e) ist noch immer die im Randbereich zunehmende Krümmung des Objektivs sichtbar.

5.2 Justageprozedur

Mit Hilfe der Optimierung der Wellenfront war es möglich, eine Justageprozedur für die Objektiv zu finden. In der folgenden Anleitung wird Schritt für Schritt die Justage des kompletten optischen Systems erläutert.

Pilotstrahl

- Der Aufbau zur Justage des Abbildungssystems ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Als erstes wird der Halter des unteren Objektivs mit $2\frac{1}{4}5^\circ$ Umlenkspiegel grob mittig unter der Glaszelle positioniert.
- Zur Definition der optischen Achse wird nun ein Pilotstrahl senkrecht auf die untere Glaszelle ausgerichtet.

Dazu werden die folgenden Schritte unternommen:

1. Um eine hohe Genauigkeit zu gewährleisten, sollte der Strahldurchmesser des Pilotstrahls möglichst klein sein. Deshalb wird zunächst ein Faserkoppler mit einer Einkoppellinse mit kurzer Brennweite aufgebaut und über eine Lichtleitfaser mit Licht versorgt. Der Pilotstrahl wird dann kollimiert.

Für die Kollimation hat sich die Verwendung eines Shear-Plate Interferometers als

5. ENTWICKLUNG EINER JUSTAGESTRATEGIE UND BESTIMMUNG DES AUFLÖSUNGSVERMÖGENS

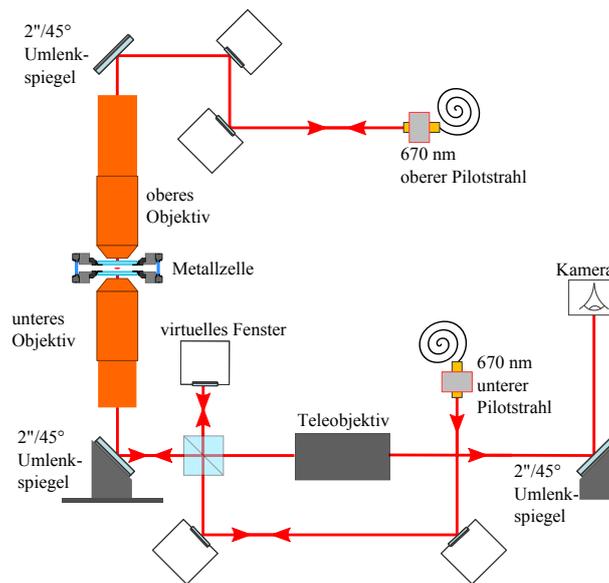


Abbildung 5.8: Die Abbildung zeigt den Aufbau zur Justage des Abbildungssystems. Die optische Achse wird von zwei kollimierten Pilotstrahlen mit einer Strahltaille von ungefähr 0,5 mm definiert. Dazu wird der gezeigte Aufbau zunächst ohne Objektive und Teleobjektiv aufgebaut. Dann werden die Pilotstrahlen senkrecht zu den Fenstern der Metallzelle ausgerichtet, indem die Rückreflexe zurück in die Faser gebracht werden. Zur Ausrichtung des oberen Objektivs wird ein Pilotstrahl auf der Glasfaserplatte (oberer Pilotstrahl) verwendet, während das untere Objektiv und das Teleobjektiv mit dem unteren Pilotstrahl ausgerichtet werden, der auf dem optischen Tisch unterhalb der Metallzelle aufgebaut wird.

sehr hilfreich erwiesen. Mit seiner Hilfe kann in vielen Situationen die Kollimation von Strahlen bequem überprüft und eingestellt werden.

2. Der Pilotstrahl wird mit zwei 1'' Spiegeln und einem Strahlteilerwürfel senkrecht auf das untere Fenster der Metallzelle ausgerichtet. Dazu wird der Rückreflex des Fensters in die Faser zurückgekoppelt. Der untere Umlenkspiegel wird dabei iterativ mittig auf die Metallzelle ausgerichtet. Für die Beobachtung des Rückreflexes wird eine Kamera oder ein Leistungsmessgerät auf der Einkoppelseite der Faser aufgebaut. Der Pilotstrahl ist senkrecht zur Glaszelle, wenn der Rückreflex die maximale Intensität erreicht.
- Sobald das untere Objektiv eingebaut wird, divergiert der Rückreflex des Glasfensters nach dem Durchgang durch das Objektiv und kann daher nicht mehr mit ausreichender Genauigkeit zur Definition der optischen Achse verwendet werden. Als Ersatz wird daher ein Spiegel, im Folgenden „virtuelles Fenster“ genannt, senkrecht zum Pilotstrahl am freien Ausgang des Strahlteilerwürfels platziert. Das virtuelle Fenster wird mit der optischen Achse überlagert, indem sein Rückreflex ebenfalls in die Faser gekoppelt wird. Damit die optische Achse erhalten bleibt, darf nur das virtuelle Fenster verstellt werden.

- Zur groben Einstellung von Ort und Winkel des oberen Pilotstrahls wird der untere Pilotstrahl mit den Spiegeln des oberen Pilotstrahls in die obere Faser eingekoppelt.
- Zur Feineinstellung des oberen Pilotstrahls muss dieser ebenfalls senkrecht zur Metallzelle ausgerichtet werden. Da das obere und das untere Fenster der Metallzelle nicht genau parallel zueinander ausgerichtet sind, muss dazu der Rückreflex des oberen Fensters benutzt werden.
- Nach der Justage der Objektive kann deren Ausrichtung mit einem Interferometer getestet werden, dessen Testarm der Variante in Abbildung 5.1c entsprechend aus den beiden Objektiven besteht. Dafür wird auf der Glasfaserplatte ein großer kollimierter Strahl erzeugt und durch beide Objektive geschickt. Der Strahlteiler zur Aufteilung des Strahls in Referenz- und Testarm wird direkt vor dem oberen Umlenkspiegel (Abb. 5.8) aufgebaut. Krümmungen der Dichroite und Spiegel haben dann keinen Einfluss auf die Messung der Wellenfront der Objektive im Testarm. Zur Definition des Referenzarms wird ein 2“-Spiegel am abgelenkten Ausgang des Strahlteilers platziert und parallel zum oberen Fenster der Metallzelle ausgerichtet. Die Wellenfront im Testarm wird von einem zweiten 2“-Spiegel reflektiert, der vor dem unteren Strahlteilerwürfel platziert wird.
 - Das Interferogramm zeigt die Summe der Wellenfrontfehler der beiden zweimal durchlaufenen Objektive an. Daher sind recht starke Wellenfrontkrümmungen tolerierbar. Ein sichtbarer Fehler von 1λ P-V entspricht hier 25% P-V, oder 7% RMS, pro Objektiv und erfüllt damit das Kriterium der Beugungsbegrenzung.
 - Der Spiegel des Referenzarms kann als oberes virtuelles Fenster auch zur Justage der übrigen Strahlengänge (siehe Abbildung 2.7) verwendet werden.

Unteres Objektiv und Teleskop

- Vor dem Aufstellen des Teleobjektivs wird der zweite 2“/45° Umlenkspiegel (siehe Abbildung 5.8) unter die EMCCD-Kamera (es kann auch eine andere Kamera verwendet werden) gestellt. Die Kamera sollte so ausgerichtet sein, dass der Rückreflex des Retroreflektors in der Bildmitte liegt. Die Position des Rückreflexes auf der Kamera wird markiert, um daran später die Position des Teleobjektivs auszurichten.
- Nun kann das Teleobjektiv eingebaut werden. Dieses muss in Winkel und Position ausgerichtet werden. Dazu wird ein Fünfachshalter von Siskiyou verwendet. Um den Winkel einzustellen, wird ein großer Spiegel auf die Rückseite des Teleobjektivs gehalten (Abb.5.9) und dessen Reflex mit dem Pilotstrahl überlagert. Die Position wird eingestellt, indem der Lichtfleck auf der Kamera wieder an die vorher markierte Position gebracht wird. Winkel und Position sind iterativ einzustellen.

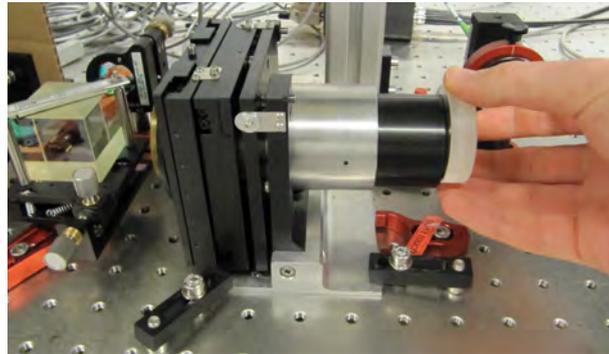


Abbildung 5.9: Um den Winkel des Teleobjektivs einzustellen wird der Rückreflex eines Spiegels mit dem von dem virtuellen Fenster reflektierten Pilotstrahl überlagert. Dazu wird ein Spiegel auf die Rückseite des Teleobjektivs gehalten und dessen Reflex mit den beiden Winkeleinstellschrauben des Halters ausgerichtet. Wenn die in die Faser eingekoppelte Intensität des Reflexes maximal ist, ist der Winkel des Teleobjektivs korrekt eingestellt.

- Bei der Ausrichtung des unteren Objektivs wird die in Kapitel 5.1.3 entwickelte Methode angewandt: Um den Reflex der Wellenplatte und den Pilotstrahl auf einen weit entfernten Schirm zu projizieren, wird ein kleiner 45° Spiegel auf die Teleskopseite des Strahlteilers gestellt. Mit einem Imbusschlüssel kann der Wellenplattenhalter langsam gedreht werden, so dass der Reflex der Wellenplatte eine Kreisbewegung ausführt. Mit dem Kippeltisch kann jetzt der Mittelpunkt dieser Kreisbewegung mit der optischen Achse überlagert werden. Als letztes müssen die Kompensationsdrehungen ausgeführt werden. Dazu wird Schraube 1 um 225° und Schraube 2 um 180° hinein gedreht.

Oberes Objektiv

- Vor dem Einbau des oberen Objektivs muss zunächst der obere Umlenkspiegel abgenommen werden. Die Position des Spiegelhalters wird durch Anschläge am senkrechten Breadboard definiert (Abbildung 5.10a)
Um die Position des Umlenkspiegels mit hoher Genauigkeit reproduzieren zu können, sollten die Klemmschrauben, die den Umlenkspiegel fixieren, bei dessen Einbau immer mit dem gleichen Drehmoment und in gleicher Reihenfolge angezogen werden. Ich schlage daher vor, dass der Aus- und Einbau des Spiegels immer an einem Tag und von der selben Person vorgenommen wird. Sofern dies berücksichtigt wird, kann die Ausrichtung des Umlenkspiegels mit einer Genauigkeit von $0,01^\circ$ reproduziert werden.
- Zum Anbringen des Objektivs muss der Tubus etwas herausgezogen werden. Das Mikroskop darf nur leicht und auf Kontakt angeschraubt werden, da sonst die Orientierung der einzelnen Linsen des Objektivs zueinander verändert werden kann.

5.2. JUSTAGEPROZEDUR

- Die Position des Tubus wird grob eingestellt und der Umlenkspiegel wieder angebracht. Beim Anbringen des Umlenkspiegels muss darauf geachtet werden, dass die Grundplatte des Spiegelhalters Kontakt zu den Anschlägen hat, da sonst Winkel und Position des Pilotstrahls nicht mehr stimmen.
- Nun wird vorsichtig eine rechteckige Glasplatte durch die in Abbildung 5.10b gezeigten seitlichen Schlitzte in den Tubus eingebracht und auf dem Objektivgehäuse abgelegt. Dies ist im Testaufbau von der Seite möglich. Im Experiment versperren hingegen Magnetspulen den seitlichen Zugang, so dass es erforderlich ist, die Glasplatte von oben einzuführen.

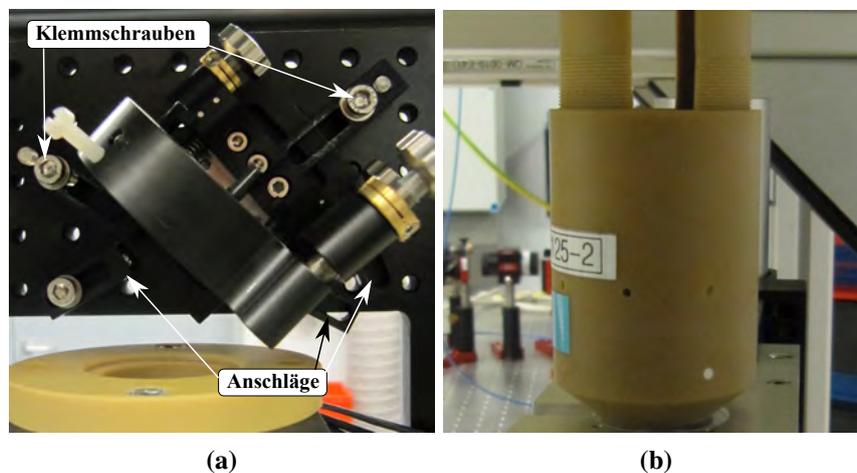


Abbildung 5.10: Teilabbildung (a) zeigt den oberen Umlenkspiegel der an einem senkrechten Breadboard angebracht ist. Unterhalb des Spiegelhalters sind die Anschläge sichtbar, die dessen Position markieren. Teilabbildung (b) zeigt die seitlichen Schlitzte im Tubus des oberen Objektivs, die dazu dienen eine Glasplatte für die Ausrichtung des Winkels des Objektivs einzuführen.

- Um den Winkel des Objektivs auszurichten, wird der Rückreflex des oberen Pilotstrahls vom Glasplättchen in die obere Faser eingekoppelt. Danach wird das Glasplättchen wieder entfernt.
 - Die im Testaufbau verwendete Glasplatte weist einen Keil von $0,05^\circ$ zwischen Ober- und Unterseite auf und produziert daher zwei Reflexe. Ideal wäre es, den Reflex der Oberseite zu identifizieren und zu nutzen. Falls das nicht möglich ist, kann auf das Zentrum der beiden Reflexe justiert werden. Der eingeführte Winkelfehler ist dann $0,025^\circ$ groß und damit kleiner als die erforderliche Justagegenauigkeit von $0,05^\circ$ (vgl. Tabelle 2.1).

5. ENTWICKLUNG EINER JUSTAGESTRATEGIE UND BESTIMMUNG DES AUFLÖSUNGSVERMÖGENS

- Einstellung des Ortes: Mit Hilfe des Kreuztischs wird der obere Pilotstrahl auf der unteren Kamera abgebildet und dort mit dem Rückreflex der virtuellen Glaszelle vom unteren Pilotstrahl überlagert.
- Die Höhe des oberen Objektivs wird eingestellt, indem mit dem Kippeltisch die Größe des Pilotstrahls auf der Kamera minimiert wird. Dabei wird gleichzeitig die Position des Justagestrahls auf der Kamera erhalten.
- Der Abstand der Objektive zueinander kann eingestellt werden, indem ein kollimierter Strahl, der in das obere Objektiv tritt, mit dem unteren Objektiv wieder kollimiert wird. Dazu wird mit dem Kippeltisch das Objektiv in z-Richtung verfahren. Um sicherzustellen, dass der Winkel des Objektivs zum Fenster der Metallzelle noch stimmt, muss die Position des Reflexes der Lambdaplatte auf einem weit entfernten Schirm (mindestens 4 m) markiert und laufend daraufhin überprüft werden, ob es eine Veränderung gibt. Für die Erzeugung eines großen kollimierten Strahls und eines Pilotstrahls für die Betrachtung der Reflexe der Lambdaplatte sollten 2 Fasern verwendet werden, die entweder gleichzeitig oder abwechselnd über einen Kippspiegel mit Licht versorgt werden (siehe Abb.5.11).
 - Wahlweise kann die Einstellung des Abstandes auch mit dem oberen Objektiv erreicht werden.

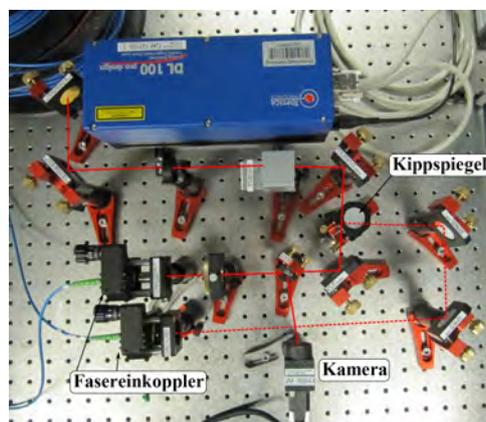


Abbildung 5.11: Der zur Justage verwendete Laser kann je nach Stellung eines Kippspiegels zwei unterschiedliche Lichtleitfasern mit Licht versorgen, die dazu dienen Pilot- und Interferometerstrahlen zu erzeugen. Mit der Kamera kann die Rückkopplungseffizienz des Rückreflexes von der Glaszelle zur Einstellung des Winkels des Pilotstrahls verfolgt werden.

- Die feinere Justage der Position des Fokus in der Ebene der gefangenen Atome wird erreicht, indem die Atome gesucht und mit dem unteren Objektiv abgebildet werden. Die Position des oberen Objektivs wird eingestellt, indem ein resonanter Lichtfleck erzeugt

5.3. BESTIMMUNG DES AUFLÖSUNGSVERMÖGENS

wird. Trifft dieser die Atome, werden sie durch den bei der Anregung aufgenommenen Impuls aus dem Bild entfernt.

- Da im Testaufbau keine Atome zur Verfügung standen, wurde stattdessen der Interferometerstrahl auf einem weit entfernten Schirm mit dem unteren Justagestrahl überlagert. Diese Methode ist relativ ungenau, führte aber zu Interferogrammen mit Fehlern kleiner als 1λ P-V (siehe Abbildung 5.12), was hier ausreichend ist, da die Wellenfront zweimal beide Objektive passiert.

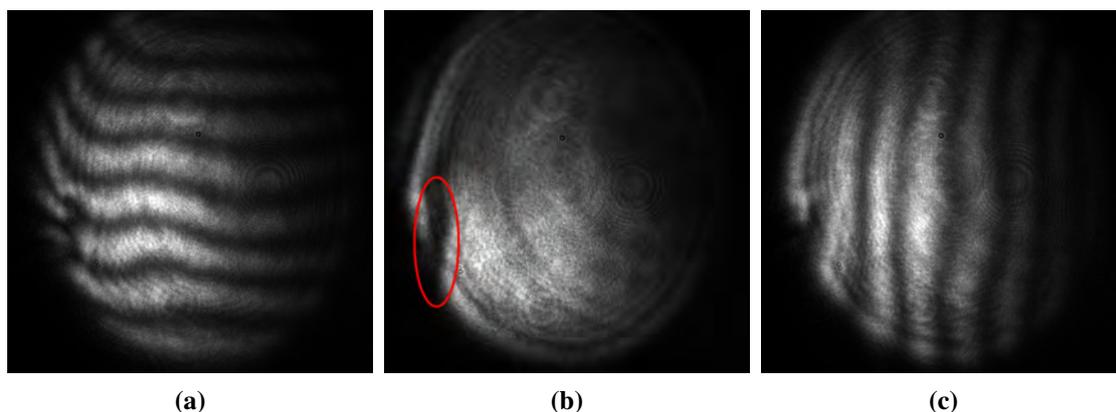


Abbildung 5.12: Die Abbildung zeigt die nach der Justage aufgenommenen Interferogramme, die die Ausrichtung der beiden Objektive wiedergeben. Da die Objektive doppelt durchlaufen werden, ist hier ein Wellenfrontfehler von 1λ P-V tolerierbar. Die größeren Fehler am rechten Rand der Interferogramme mit Verkippung (a,c) gehen auf einen Riss im Strahlteilerwürfel zurück, der in (b) gut zu sehen ist (rote Umrandung.)

5.3 Bestimmung des Auflösungsvermögens

Die Messung des Einflusses der einzelnen Objektive und beider Objektive zusammen auf eine einlaufende Wellenfront hat gezeigt, dass die Qualität der Wellenfront und damit das Auflösungsvermögen in beiden Fällen beugungsbegrenzt ist. In diesem Kapitel soll nun quantitativ das Auflösungsvermögen der Objektive auf zwei Wegen bestimmt werden. Beide Wege basieren auf der Abbildung eines Testobjekts mit bekannten Abmessungen. Als Testobjekte wurde zum einen ein speziell gefertigtes Lochgitter und zum anderen ein fokussierter Laserstrahl verwendet.

In Kapitel 3 wurde gezeigt, dass das Auflösungsvermögen eines Abbildungssystems direkt mit dessen Impulsantwort zusammenhängt. Um die Auflösung mit einer Messung zu bestätigen wäre es also optimal, eine Punktquelle abzubilden und so direkt die Impulsantwort zu bestimm-

men. Es gestaltet sich jedoch schwer, eine Punktquelle zu finden, die sehr viel kleiner als die 500 nm breite erwartete Punktspreizfunktion ist. Wie in Kapitel 3 jedoch ebenfalls dargestellt wurde, lässt sich das Abbild eines Objekts als dessen Faltung mit der Punktspreizfunktion beschreiben. Deshalb kann als Testobjekt auch eine ausgedehnte Lichtquelle dienen, deren Abmessungen sehr gut bekannt sind. Für die Interpretation der aufgenommenen Bilder wurde der Abbildungsvorgang für ein fehlerfreies Abbildungssystem simuliert, indem das bekannte Objekt mit der erwarteten einer Airy-Funktion gefaltet wurde.

5.3.1 Bestimmung der Breite der Punktspreizfunktion

Als erstes Testobjekt wurde ein von der Firma LennoxLasers hergestelltes Lochgitter verwendet, das einen Gitterabstand von $25 \mu m$ und 20×20 kreisförmige Öffnungen mit Durchmessern zwischen $0.6 \mu m$ und $0.8 \mu m$ hat. Wie in der Aufnahme des Lochgitters mit einem herkömmlichen Lichtmikroskop (Abbildung 5.13) zu sehen ist, ist nur eine geringe Anzahl der Öffnungen lichtdurchlässig. Dafür kann es zwei Gründe geben: Entweder wurde das Testobjekt nach der Herstellung verschmutzt, oder der Fertigungsprozess selbst verlief nicht so zuverlässig wie erhofft. Dennoch wurde versucht, das Gitter zur Auflösungsbestimmung einzusetzen. Die so ermittelte Auflösung war dabei wesentlich geringer als erwartet.

Für eine erneute unabhängige Bestimmung der Punktspreizfunktion war daher ein zweites Testobjekt notwendig. Verwendet wurde ein Laserstrahl, der unter Ausnutzung der vollen Apertur des oberen Objektivs fokussiert wurde. Der so erzeugte Lichtfleck in der Objektebene des zweiten Objektivs wurde mit Hilfe des Mikroskops auf einer Kamera abgebildet.

Abbildung eines Lochgitters

Um die Größe der Abbildungen von einzelnen Öffnungen des Lochgitters zu bestimmen, wurde an die Intensitätsverteilung ein gaußscher Verlauf angepasst, dessen Taille als Wert für die Bildbreite verwendet wurde. Mit Hilfe des piezo-Verschiebetischs wurde die Höhe des Objektivs angepasst, um das Objekt zu fokussieren und die minimale Strahltaile zu ermitteln.

Für die Simulation des Abbildungsvorgangs wurde eine Airy-Funktion $h(x, y; NA)$, deren Breite nur von der numerischen Apertur NA des Objektivs abhängt, mit einer radialsymmetrischen Stufenfunktion $E(x, y)$ gefaltet (siehe angehängtes Mathematica Script, Abschnitt „Simulation des Abbildungsvorgangs“):

$$I_{Bild}(u, v) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} h(x - u, y - v; NA) E(x, y) dx dy \right|^2 \quad (5.5)$$

Das effektive Auflösungsvermögen wurde dann bestimmt, indem die Breite der für die Simulation des Abbildungsvorgangs verwendeten Punktspreizfunktion erhöht wurde, bis die Simulation

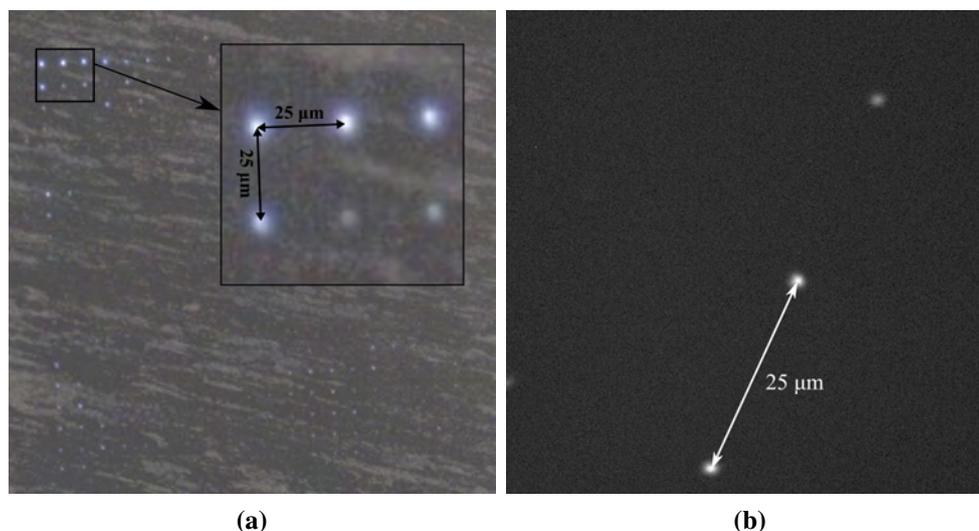


Abbildung 5.13: Teilabbildung (a) zeigt die Aufnahme des Lochgitters mit einem kommerziellen Lichtmikroskop. Das Lochgitter besteht aus 20×20 kreisförmigen Öffnungen mit einem Durchmesser zwischen $0,6 \mu\text{m}$ und $0,8 \mu\text{m}$ und einem Gitterabstand von $25 \mu\text{m}$ zueinander. Teilabbildung (b) zeigt das gleiche Lochgitter, abgebildet mit dem vorgestellten Abbildungssystem mit einer Wellenlänge von 671 nm . Mit dem bekannten Gitterabstand und der Anzahl von $256,3$ Pixeln zwischen zwei Öffnungen kann die Vergrößerung des Mikroskops $M=38,44$ bestimmt werden.

mit der minimalen Strahltaile der abgebildeten Öffnung übereinstimmte.

Die so bestimmte Auflösung lag bei 1100 nm , und war damit wesentlich geringer, als das optimale theoretische Rayleigh-Kriterium ($r_{R,Opt} = 660 \text{ nm}$, bei $NA=0,62$) vermuten ließ.

Zusätzlich kann aus den Abbildungen auf den Einfluss von Astigmatismus auf die Abbildung geschlossen werden. Dieser äußert sich in einer unterschiedlichen Entfernung von tangentialer und sagittaler Fokalebene zum Objektiv. Der vorhandene Astigmatismus lag allerdings im Bereich der Schärfentiefe und wirkte sich daher nicht stark auf die Abbildungsqualität aus (Abb. 5.14).

Abbildung eines beugungsbegrenzten Lichtflecks

Für eine zweite unabhängige Messung wurde ein Testobjekt in Form eines in der Objektebene des Mikroskops fokussierten Laserstrahls erzeugt. Als Ausdehnung des fokalen Lichtflecks wird der Radius r_{1/e^2} bezeichnet, bei dem die gaußsche Intensitätsverteilung auf $1/e^2$ des Maximalwertes abgefallen ist. Dieser Radius ist laut [CVI10]

$$r_{1/e^2} = \frac{K \cdot \lambda}{4 \cdot NA}. \quad (5.6)$$

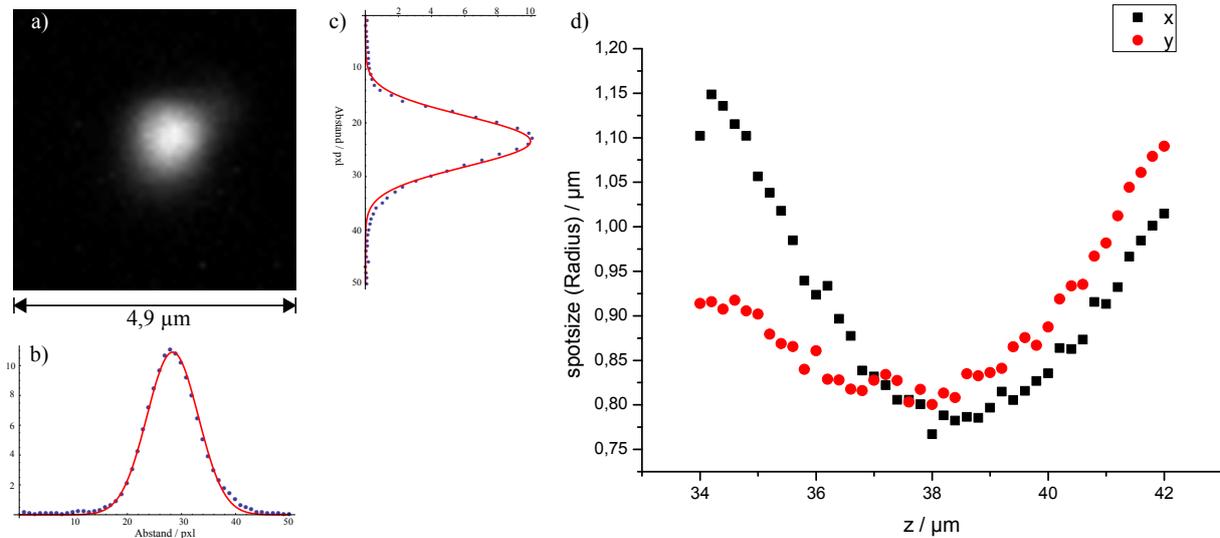


Abbildung 5.14: Die summierten Intensitätsverteilungen in x-Richtung (c) und y-Richtung (b) (blaue Punkte) wurden jeweils mit einem gaußschen Verlauf angenähert (rot). In (d) ist als Beispiel für eine Messung die Taille des Bildes in Abhängigkeit von der Auslenkung des Tritors entlang der optischen Achse aufgetragen. Die Abbildung erfolgte mit einer Wellenlänge von 671 nm

Wenig überraschend ist, dass die Größe des Lichtflecks wie auch die erreichbare Auflösung mit dem Öffnungswinkel des Objektivs zusammenhängt. Sie hängt jedoch zusätzlich von der einfallenden Intensitätsverteilung und dem Verhältnis $T = D_b/a$ aus Strahldurchmesser D_b und Apertur a ab, die in die Konstante K eingehen. Für Gaußsche Strahlen gilt nach [CVI10]

$$K_{1/e^2} = 1,6449 + \frac{0,6460}{(T - 0,2816)^{1,821}} - \frac{0,5320}{(T - 0,2816)^{1,891}}. \quad (5.7)$$

Mit einem aberrationsfreien Objektiv ist demnach bei einer Wellenlänge von 780 nm möglich ein $0,58 \mu m$ großes Potential zu erzeugen, wenn die Apertur den einlaufenden Strahl an seiner Taille beschneidet. Neben einem fehlerfreien Objektiv ist dazu allerdings auch eine fehlerfrei einlaufende Wellenfront nötig.

Wie sich in einer interferometrischen Überprüfung der planen Elemente des Aufbaus gezeigt hat, weisen die verwendeten Dichroite eine sphärische Krümmung auf (Abb. 5.15a). Da die Dichroite unter 45° zum Strahl stehen, sind die effektiven Krümmungsradien in tangentialer und sagittaler Richtung unterschiedlich. Dies entspricht einer Kombination aus einer sphärischen und einer zylindrischen Linse und äußert sich hier in einem astigmatischen Wellenfrontfehler von mindestens $1\lambda P$ -V (vergleiche Abb. 5.15b). Dieser Fehler kann jedoch durch die Verkipfung einer Linse weitgehend kompensiert werden, so dass der verbleibende Fehler der Wellenfront kleiner als $\lambda/4P$ -V ist (Abb. 5.15c). Der mit dem oberen Objektiv erzeugte Lichtfleck kann nun mit dem zweiten Objektiv auf die Kamera abgebildet werden (Abbildung 5.16a) und bietet so eine weitere Möglichkeit, die Auflösung des Objektivs zu bestimmen. Die gemessene

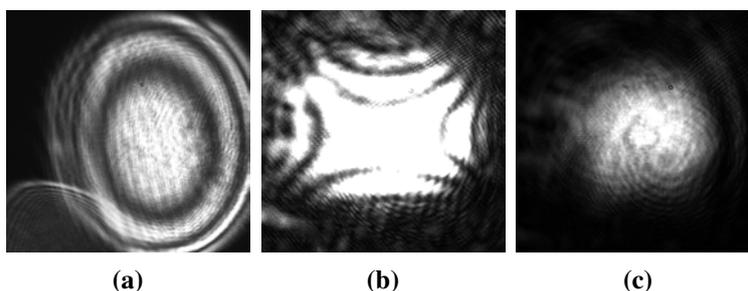


Abbildung 5.15: Die Krümmung der Dichroite, z.B. Thorlabs DMLP900L gemessen mit dop-
pelttem Strahldurchgang unter 45° (a), führt zu einer astigmatischen Krümmung der Wellenfront
(b), diese kann jedoch durch die Verkippung einer Linse weitgehend kompensiert werden (c).

Strahltaile der Intensitätsverteilung auf der Kamera betrug dabei $0,66 \pm 0,05 \mu\text{m}$ in x-Richtung und $0,67 \pm 0,05 \mu\text{m}$ ¹ in y-Richtung (siehe Abbildung 5.16). Für die Bestimmung der Punktspreizfunktion wurde wieder eine Simulation der Abbildung durchgeführt, bei der das als gaußförmig angenommene Feld in der Objektebene mit einer Airy-Funktion gefaltet wurde (siehe angehängtes Mathematica Script, Abschnitt „Simulation des Abbildungsvorgangs“):

$$I_{Bild}(u, v) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} h(x - u, y - v; NA) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{d_{1/e^2}}\right) dx dy \right|^2 \quad (5.8)$$

Durch die Verringerung der numerischen Apertur wurde die Breite der Punktspreizfunktion gefunden, bei der die Breite des simulierten Bildes des Lichtflecks mit dem aufgenommenen Bild übereinstimmte. Dabei wurde nicht nur die Breite der Airy-Funktion variiert, sondern auch der Radius r_{1/e^2} des Lichtflecks, da die numerische Apertur hier ebenfalls eingeht. Die so ermittelte effektive numerische Apertur des Abbildungssystems liegt bei $NA_{eff} = 0,6 \pm 0,04$.

Die numerische Apertur von 0,6 entspricht nach dem Rayleigh-Kriterium einer Auflösung von $793 \pm 53 \text{ nm}$ in guter Übereinstimmung mit dem theoretisch optimalen Wert von 767 nm bei einer verwendeten Wellenlänge von 780 nm . Damit ist der, durch das Sparrow-Kriterium definierte, minimale aufzulösende Abstand $611 \pm 41 \text{ nm}$.

In Abbildung 5.16d ist erkennbar, dass auch nach der Kompensation der, durch den Dichroiten verursachten, Wellenfrontkrümmung des einlaufenden Strahls Astigmatismus auftritt. Dieser äußert sich in einer Entfernung von ungefähr $1,5 \mu\text{m}$ zwischen tangentialer und sagittaler Fokalebene.

5.3.2 Messungen mit begrenzter Apertur

Eine mögliche Erklärung für die stark verbreiterte Punktspreizfunktion in Abschnitt 5.3.1 sind die in Kapitel 4 genannten Abbildungsfehler. Um zu ermitteln, wie stark das Abbildungssy-

¹Bei den fünf durchgeführten Messungen wurde keine Abweichung festgestellt.

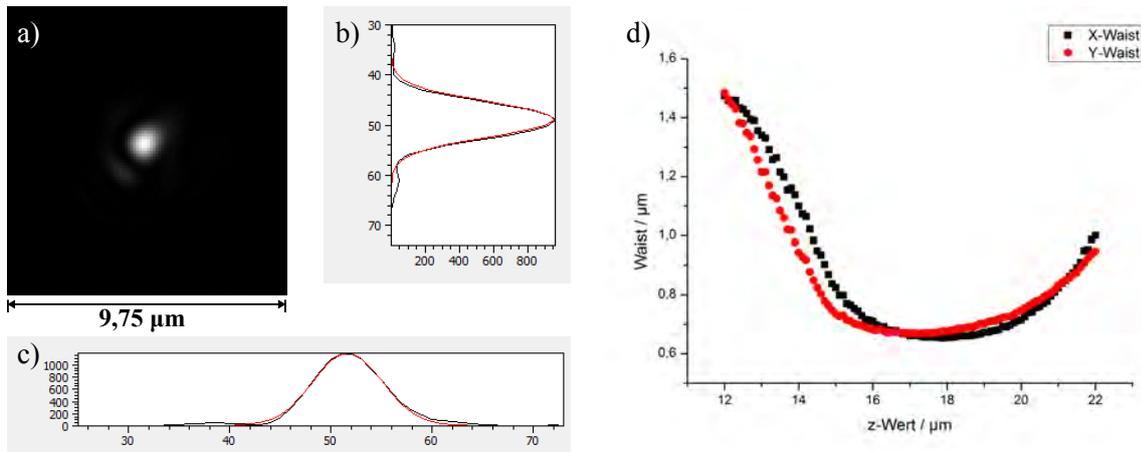


Abbildung 5.16: Abbildung eines Lichtflecks, der für die Erzeugung von Mikropotentialen in der Ebene der Atome verwendet werden soll (a). Die summierten Intensitätsverteilungen in x-Richtung (c) und y-Richtung (b) wurden jeweils mit einem gaußschen Verlauf angenähert (rot). Die Strahltaillen der gaußschen Näherungen betragen $0,66 \pm 0,05 \mu\text{m}$ in der x-Richtung (c) und $0,67 \pm 0 \mu\text{m}$ in der y-Richtung (b). Zur Erzeugung des Lichtflecks wurde ein Laser mit einer Wellenlänge von 780 nm verwendet.

stem von Aberrationen beeinträchtigt wird, kann der Zusammenhang zwischen Abbildungsfehlern und Einfallswinkel der einlaufenden Strahlen ausgenutzt werden. Dazu wird die Breite der abgebildeten Öffnungen in Abhängigkeit der numerischen Apertur des Abbildungssystems gemessen. Letztere wird dabei mit Hilfe einer Irisblende eingestellt.

Die Begrenzung der Apertur hat zur Folge, dass Strahlen, die den Rand der Linse treffen, also solche mit großem Einfallswinkel, ausgeblendet werden und nicht mehr zur Abbildung beitragen. Je kleiner der maximale Einfallswinkel der Strahlen ist, desto besser wird nach Gleichung 4.2 die Paraxialnäherung erfüllt, wodurch weniger Abbildungsfehler auftreten. Die Begrenzung der numerischen Apertur hat also zwei Einflüsse auf die Abbildung: Zum einen werden Abbildungsfehler vermieden und zum anderen wird die Auflösung reduziert. Durch die Vermeidung der Abbildungsfehler sollte für sehr kleinere numerischen Aperturen die beugungsbegrenzte Simulation der Abbildung mehr und mehr mit dem beobachteten Bild übereinstimmen.

Abbildung eines Lochgitters

Der zuvor beschriebene Zusammenhang wurde im Fall der Abbildung des Lochgitters nicht beobachtet. Vielmehr lag die gemessene Bildgröße stets um einen nahezu konstanten Faktor über der Erwartung (siehe Abbildung 5.17a). Das ist überraschend, da bei einer kleinen numerischen Apertur wie $NA=0,29$ die Punktspreizfunktion bereits um einiges breiter ($r_R = 1,41 \mu\text{m}$, $Taille=0,98 \mu\text{m}$) ist als die abgebildete Öffnung. Die Öffnung sollte daher als Punktquelle be-

5.3. BESTIMMUNG DES AUFLÖSUNGSVERMÖGENS

trachtet werden können und das Bild der Öffnung direkt die Punktspreizfunktion des Abbildungssystems wiedergeben.

Mögliche Erklärungen für das beobachtete Verhalten sind systematische Fehler bei der Simulation des Abbildungsvorgangs. Um diese Fehler zu erklären oder auszuschließen, wurde eine gleichartige Messung an dem erzeugten Lichtfleck durchgeführt.

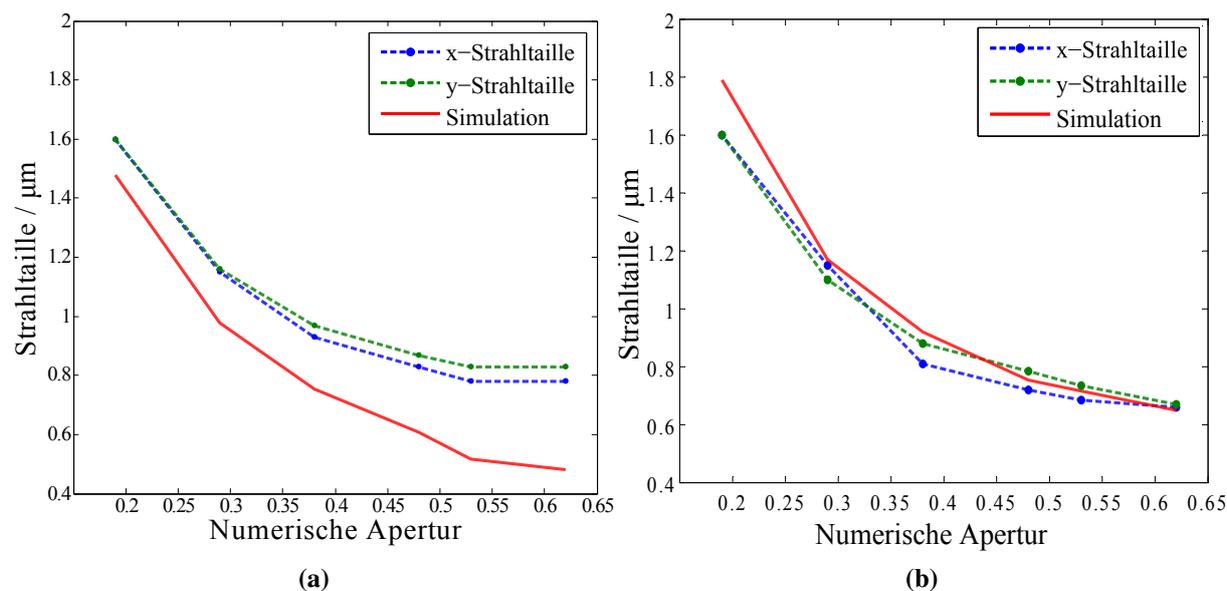


Abbildung 5.17: Messung der Verwaschung des Bildes eines Elements des Lochgitters (a) und eines, mit dem oberen Objektiv erzeugten, Lichtflecks (b) in Abhängigkeit von der numerischen Apertur des unteren Objektivs, die mit einer Irisblende verringert wird.

Abbildung eines Lichtflecks

Die mit dem oberen Objektiv erzeugten Lichtflecke boten die Möglichkeit, die Messung mit begrenzter Apertur zu wiederholen und systematische Fehler bei der Simulation des Abbildungsvorgangs auszuschließen.

Dazu wurde wieder nach dem Objektiv eine Irisblende platziert, mit der die numerische Apertur verringert wurde. Die Größe des Flecks auf der Kamera ist in Abbildung 5.17a in Abhängigkeit von der numerischen Apertur aufgetragen. Die zuvor beobachtete Abweichung der Messkurven vom erwarteten Verlauf um einen scheinbar konstanten Faktor tritt hier nicht auf. Vielmehr liegt die simulierte Kurve nahe den beiden gemessenen Kurven für die Ausdehnung des Lichtflecks, sowohl in x-, wie auch in y-Richtung.

Für die Abweichung bei kleinen numerischen Aperturen ist vermutlich der Verlust an Leistung durch die Beschränkung der Apertur verantwortlich. Die geringe Intensität des Signals führt

zu einem verringerten Verhältnis des Signals zum Rauschen des Kamerasensors und reduziert daher die Genauigkeit der Näherungsrechnung.

5.4 Diskussion

Mit Hilfe der Vermessung eines mit dem oberen Objektiv erzeugten Lichtflecks konnten die interferometrischen Messungen der Wellenfrontqualität bestätigt werden und ein quantitativer Wert für die erreichbare Auflösung ($r_R=793\pm 45$ nm) bei einer verwendeten Wellenlänge von 780 nm bestimmt werden. Aus dem Wert von $NA = 0,6 \pm 0,04$ für die effektive numerische Apertur des Systems kann auch auf die Auflösung bei einer Abbildungswellenlänge von 671 nm geschlossen werden, wie sie zur Abbildung der Lithiumatome verwendet wird. Mit dem Rayleigh-Kriterium ergibt sich eine Auflösung von $r_R = 682\pm 45$ nm. Wird auch hier wieder das Sparrow-Kriterium betrachtet, so ist der gerade nicht mehr aufzulösende Abstand $r_S = 526\pm 35$ nm. Bei der Ermittlung der effektiven numerischen Apertur wurde berücksichtigt, dass Fehler des oberen Objektivs ebenfalls die Größe des abgebildeten Lichtflecks erhöhen.

Bei der Rechnung nicht berücksichtigt wurden die Fehler der einlaufenden Wellenfront des Strahls mit dem der Lichtfleck erzeugt wurde. Das gute Ergebnis der Messung lässt aber den Schluss zu, dass diese Fehler durch das Verkippen einer Linse vor dem oberen Objektiv weitgehend kompensiert werden konnten.

Ein sichtbar verbleibender Fehler des Abbildungssystems ist der Astigmatismus. Da der resultierende Abstand zwischen tangentialer und sagittaler Fokalebene mit $1,5 \mu\text{m}$ jedoch im Bereich der Schärfentiefe liegt, beeinflusst dieser die Abbildungsqualität kaum. Indem eine Messreihe mit Begrenzung der Apertur durchgeführt wurde, konnten die simulierten Werte bestätigt und erneut gezeigt werden, dass die Leistung des Abbildungssystem nur wenig von Aberrationen beeinträchtigt wird.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein optisches System für die beugungsbegrenzte Manipulation und Abbildung von ultrakalten Quantengasen aufgebaut. Zur Manipulation des Gases dient ein unendlich korrigiertes Objektiv, mit dem optische Gitter und Mikropotentiale in die Ebene der Atome eingestrahlt werden können. Ein zweites gleichartiges Objektiv bildet zusammen mit einem Teleobjektiv ein unendlich korrigiertes Mikroskop, das es erlaubt Quantengase in zweidimensionalen Systemen mit hoher Auflösung abzubilden. Um eine beugungsbegrenzte Auflösung zu erreichen, wurde eine Justagemethode entwickelt, mit deren Hilfe die optischen Komponenten mit hoher Genauigkeit und Reproduzierbarkeit auf die optische Achse des Systems ausgerichtet werden können.

Zentrale Eigenschaft des optischen Systems ist eine hohe numerische Apertur, die den hohen optischen Zugang des in dieser Gruppe vorangetriebenen Experiments optimal ausnutzt, so dass die Auflösung von Abstände bis zu 526 ± 35 nm möglich ist.

Für die Beurteilung des erreichten Auflösungsvermögens sind mehrere Messungen durchgeführt worden. Zunächst wurde die Wellenfront der Objektive einzeln und dann die der beiden Objektive gemeinsam mit Hilfe eines Twyman-Green Interferometers untersucht. Die aufgenommenen Interferogramme zeigen in beiden Fällen Krümmungen der Wellenfront, die weniger als $\lambda/4$ der Wellenlänge betragen, womit die Objektive das von Rayleigh formulierte Kriterium für die Wellenfrontkrümmung von beugungsbegrenzten Abbildungssystemen erfüllen. Die Vermessung der gemeinsamen Wellenfront beider Objektive zeigte auch den Erfolg der entwickelten Justagemethode.

Schließlich wurde mit einer weiteren Messung die effektive numerische Apertur der Objektive und damit das quantitative Auflösungsvermögen des Abbildungssystems bestimmt. Die ermittelte effektive numerische Apertur $NA_{eff} = 0,6 \pm 0,4$ führt zu einer Auflösung von 793 ± 53 nm bei einer Wellenlänge von 780 nm, beziehungsweise von 682 ± 41 nm bei einer Wellenlänge von 671 nm nach dem Rayleigh Kriterium. Limitierend für die Abbildung zweier Punktquellen ist letztlich der durch das Sparrow-Kriterium definierte Abstand, bei dem das Minimum in der Intensitätsverteilung zwischen den Punktquellen verschwindet. Dieser beträgt mit der effektiven numerischen Apertur des Systems $r_S = 526 \pm 35$ nm bei einer Abbildungswellenlänge von 671 nm. Damit sollte es möglich sein, die Besetzung einzelner Gitterplätze in einem optischen Gitter mit 532 nm großem Gitterabstand abzubilden.

Durch die Verwendung von Algorithmen zur Interpretation der Bilder lässt sich die Auflösung sogar noch weiter steigern: Speziell bei Experimenten mit optischen Gittern können zusätzliche Informationen über das System genutzt werden. So kann bei der Auswertung der Bilder die Periodizität des Gitters, mögliche Besetzungszahlen und der Umstand, dass es sich um Atome handelt, berücksichtigt werden [KFC⁺09]. Optische Gitter können dabei durch die Verwendung zweier Objektive unabhängig vom Abbildungssystem eingestrahlt werden, was zusätzliche Flexibilität bei der Erzeugung komplexer Potentiallandschaften bietet.

Mit dem hochauflösenden optischen Systems wurde daher eine optimale Voraussetzung für die Beobachtung von Korrelationen in fermionischen und bosonischen Quantengasen geschaffen. Zu der großen Zahl denkbarer Experimente gehört zum Beispiel die Realisierung antiferromagnetischer Ordnung in Optischen Gittern oder die Untersuchung von Transporteigenschaften des Fermigases in verschiedenen Situationen. Hierzu ließen sich mit dem oberen Objektiv gezielt Störstellen einbringen, indem lokal die Temperatur weiter verringert wird oder Übergänge zwischen den Spinzuständen einzelner Atome angeregt werden, deren Propagation durch das System dann verfolgt werden kann.

Reizvoll erscheint auch der Gedanke, die Möglichkeiten des Abbildungssystems noch weiter voranzutreiben. So ist es durch den Einsatz neuer Methoden der Lichtmikroskopie wie die stimulated emission depletion-Mikroskopie (kurz STED-Mikroskopie) möglich, die Beugungsgrenze zu umgehen und eine Auflösung von wenigen 10 nm bei einer Bildwiederholrate von bis zu 80 Bildern pro Sekunde zu erreichen [WLH07]. Sehr interessant ist der Ansatz, diese Verfahren auf Experimente mit kalten Gasen zu übertragen [GJG⁺08]. Die Verfahren beruhen darauf, mit einem fokussierten Laserstrahl das zu untersuchende Objekt abzurastern und gezielt lokal zu Fluoreszenz anzuregen. Das erzeugte Bild besteht daher aus sehr vielen Einzelbildern. Das Vorgehen, ein Objekt Stück für Stück abzubilden, ist auch von Konfokalmikroskopen bekannt und ermöglicht die Aufnahme dreidimensionaler Bilder, wobei die Auflösung entlang der optischen Achse nicht, wie in der dazu senkrechten Ebene, beugungsbegrenzt ist. Die Entwicklung der 4Pi-Konfokalmikroskopie [SJE⁺08] hat diese Methode verfeinert, so dass es mittlerweile möglich ist sowohl lateral als auch axial (entlang der optischen Achse) beugungsbegrenzte Abbildungen aufzunehmen. In einem Quantengasexperiment könnte damit die dreidimensionale Ortsverteilung der Teilchen eines kalten Gases auf einer ebenso kleinen Skala abgebildet werden wie es in zweidimensionalen Systemen mit dem bestehenden optischen System schon jetzt möglich ist. Interessant wäre zum Beispiel die Erzeugung von geschichteten Ebenen mit unterschiedlichen zweidimensionalen Potentialen, um so den internen Josephson-Effekt von Hochtemperatursupraleitern nachzubilden.

Die Möglichkeiten der Erforschung von ultrakalten Quantengasen und speziell das weite, aber auch anspruchsvolle Feld der Quantensimulation komplexer Vielteilchensysteme, lassen in jedem Fall spannende Ergebnisse erwarten.

A Anhang

Zur Simulation des Abbildungsvorgangs wurden mit Mathematica Faltungen der bekannten Objekte mit einer Punktspreizfunktion berechnet. Als Punktspreizfunktion wurde eine Airy-Funktion angenommen, deren Breite durch die numerische Apertur des Abbildungssystems gegeben ist. Die simulierten Bilder ermöglichen die Interpretation der Messungen an Testobjekten mit bekannter Größe, so dass sich das effektive Auflösungsvermögen des optischen Systems bestimmen lässt. Auf den folgenden Seite wird das Mathematica-Script bereitgestellt mit dem die Rechnungen nachvollzogen werden können.

Abbildungssimulation

Numbers

```

Lambda := .78; (*Die Abbildungswellenlänge (.671µm oder .78µm)*)
NAa := .6 (*die numerische Apertur des Abbildungssystems*)
RLimit := 0.61 * Lambda / NAa (*Berechnung des Rayleigh-Kriteriums*)
RLimitOptimum := 0.61 * Lambda / .62
(*Berechnung des optimalen Rayleigh-Kriteriums des Abbildungssystems*)
SLimit := 0.47 * Lambda / NAa (*Berechnung des Sparrow-Kriteriums*)
HoleDia := 0.7; (*Durchmesser eines Elements des Lochgitters*)
Beamwaist := .62 * 1000
focalLength := 26 * 1000 (*Brennweite des Objektivs*)

```

Näherung der PSF des Mikroskops mit einer Gaussverteilung

```

psf[x_] := 2 * BesselJ[1, x * 1.22 * Pi / RLimit] / (x * 1.22 * Pi / RLimit)
(*Punktspreizfunktion des Abbildungssystems in einer Dimension*)
psfData = Table[{x, (Abs[psf[x]])^2}, {x, -10, 10, .07}];
(*Die Punktspreizfunktion kann mit einer Gaußverteilung angenähert werden*)
psfFit = FindFit[psfData, Exp[-2 x^2 / a^2], {a}, x]

Plot[{(Abs[psf[x]])^2, Evaluate[Exp[-2 x^2 / a^2] /. psfFit]},
{x, -2, 4}, PlotStyle -> Thick, PlotRange -> {0, 1}]

Print["Die folgenden Plots veranschaulichen, ob eine gegebene Punktspreizfunktion zwei
Punktquellen im Abstand des optimalen Rayleigh-Kriteriums auflösen kann"]
Plot[(Abs[psf[x + RLimitOptimum / 2]])^2 + (Abs[psf[x - RLimitOptimum / 2]])^2, {x, -3, 3}]
Plot[(Abs[psf[x + SLimit / 2]])^2 + (Abs[psf[x - SLimit / 2]])^2, {x, -3, 3}]

{a -> 0.562248}

```

Transfer Functions

```

Print["Eine äquivalente beschreibung des Abbildungsvorgangs
ist auch im Raum der räumlichen Frequenzen möglich, optische
Übertragungsfunktion ist die Fourier-Transformierte der Punktspreizfunktion"]

```

■ Berechnung der Modulation Transfer Function

$$\text{OTF}[f_] := \frac{2}{\text{Pi}} \left(\text{ArcCos} \left[\frac{f}{46} \right] - \frac{f}{46} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{46} \right)^2} \right);$$

```

otfplot = Plot[Re[OTF[f]], {f, 0, 60}, PlotStyle -> {Thick, Cyan}];

```

Normierte Contrast Transfer Function

```
CTF[f_] =  $\frac{4}{\text{Pi}}$   $\left( \text{Sum} \left[ (-1)^i * \frac{\text{Re}[\text{OTF}[f(2i+1)]]}{2i+1}, \{i, 0, 100\} \right] \right)$ ;  
ctfplot = Plot[CTF[f] / CTF[0], {f, 0, 60}, PlotStyle -> {Thick, Red}];  
UsafMessung = {{3.73, 0.97}, {4.19, 0.925}, {4.7, .929},  
  {5.28, .9}, {5.92, .85}, {6.65, .829}, {7.46, .82}, {8.38, .76}, {9.4, .8},  
  {10.56, .79}, {11.85, .748}, {13.3, .733}, {14.93, .83}, {16.76, .79}};  
Show[otfplot, ctfplot, ListLinePlot[UsafMessung, PlotStyle -> Thick]]
```

Simulation des Abbildungsvorgangs

```
Print["Zur Simulation des Abbildungsvorgangs wird das abzubildende  
Objekt (pinhole = Lochgitter, GaussianSpot = Lichtfleck) mit der  
Punktspreizfunktion gefaltet. Mit der Variation der numerischen  
Apertur, kann die effektive Auflösung des Systems bestimmt werden."]
```

```

NAa := .59;
Lambda := .78
RLimit
psf[x, y];
HoleDia := .6
LatticeConst := 5
SumElements := 1
SpotWaist := .58;

psf[x_, y_] := 
$$\frac{2 * \text{BesselJ}\left[1, \frac{\sqrt{x^2 + y^2} * 1.22 * \text{Pi}}{\text{RLimit}}\right]}{\sqrt{x^2 + y^2} * 1.22 * \text{Pi}} \text{RLimit}$$


GaussianSpot[x_, y_] = Exp[-
$$\frac{x^2 + y^2}{\text{SpotWaist}^2}$$
];

(*für die Bererchnung der Abbildung von Martins Mikropotentialen*)
GaussianSpotDisc = Table[GaussianSpot[x, y],
  {x, -
$$\frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, \frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, .07},
  {y, -
$$\frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, \frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, .07}];

pinhole[x_, y_] := Sum[Sum[UnitStep[
$$\left(x - \text{LatticeConst} \left(i - \frac{1}{2}\right) + \text{HoleDia} / 2\right)^2 +$$

  
$$\left(y - \text{LatticeConst} \left(j - \frac{1}{2}\right) + \text{HoleDia} / 2\right)^2$$

  UnitStep[-
$$\left(x - \text{LatticeConst} \left(i - \frac{1}{2}\right)\right)^2 - \left(y - \text{LatticeConst} \left(j - \frac{1}{2}\right)\right)^2 + (\text{HoleDia} / 2)^2$$
],
  {i, 0, SumElements}], {j, 0, SumElements}]

pinholeDisc = Table[pinhole[x, y], {x, 0, (SumElements) * LatticeConst, .07},
  {y, 0, (SumElements) * LatticeConst, .07}];

psfDisc = Table[psf[x, y], {x, -
$$\frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, \frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, .07},
  {y, -
$$\frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, \frac{\text{SumElements}}{2} \text{LatticeConst}, .07}];

Faltung = (Abs[ListConvolve[psfDisc, GaussianSpotDisc, 1])^2; (*kohärente Faltung*)
(*Faltung = (Abs[ListConvolve[(Abs[psfDisc])^2, pinholeDisc, 1])]);*)
FaltungRot = RotateRight[Faltung,
  {Round[Dimensions[Faltung][[1] / 2], Round[Dimensions[Faltung][[1] / 2]}];
List[ListDensityPlot[(Abs[psfDisc])^2, PlotRange -> All],
  ListDensityPlot[pinholeDisc, PlotRange -> All],
  ListDensityPlot[FaltungRot, PlotRange -> All]]

0.806441

(*Gauss an ein Loch fitten*)$$$$$$$$

```

```

PartFaltungRot =
  FaltungRot[[5 LatticeConst ;; 10 LatticeConst, 5 LatticeConst ;; 10 LatticeConst]];
ListDensityPlot[PartFaltungRot, PlotRange -> All];
GaussModel2D = b * Exp[-2  $\frac{(x - X)^2 + (y - Y)^2}{a^2}$ ];
gaussfit2D = FindFit[
  Flatten[Table[{i, j, PartFaltungRot[[i, j]]}, {i, 1, Dimensions[PartFaltungRot][[1]]},
    {j, 1, Dimensions[PartFaltungRot][[2]]}], 1],
  GaussModel2D, {a, b, X, Y}, {x, y}, MaxIterations -> 2000]
(*Table[{i, j, FaltungRot[[i, j]]}, {i, 1, Dimensions[FaltungRot][[1]]},
  {j, 1, Dimensions[FaltungRot][[2]]}]*)
DensityPlot[Evaluate[GaussModel2D /. gaussfit2D],
  {x, 1, Dimensions[PartFaltungRot][[1]]},
  {y, 1, Dimensions[PartFaltungRot][[2]]}, PlotRange -> All, Mesh -> 0];
(*DensityPlot[pinhole[x, y], {x, -1, 1}, {y, -1, 1}]*)
Print["Der Waist des abgebildeten Testobjekts ist a=",
  Evaluate[gaussfit2D[[1, 2]] * .07]
  b e  $\frac{2((x-X)^2+(y-Y)^2)}{a^2}$ 
  {a -> 9.60629, b -> 9583.06, X -> 12.4261, Y -> 12.4261}

```

Der Waist des abgebildeten Testobjekts ist a=0.67244

theoretisches Bild des USAF 1951 Targets 2D

```

Print["Die Simulation der Abbildung kann auch verwendet werden um
  komplexere Bilder zu erzeugen, hier zum Beispiel ein USAF1952 Testobjekt"]

Breite = .78;
Breite2 = .86;
NAa = .6;

sizeLow = -8; sizeHigh = 13; Steps = 0.06;
Target[x_, y_, Bb_, Ww_] :=
  1 - Sum[UnitStep[x - 2 Bb i] * UnitStep[-(x - 2 Bb i) + Bb], {i, 0, 2}] *
  UnitStep[-y + 5 Bb] * UnitStep[y] + 1 -
  Sum[UnitStep[y + 7 Bb - 2 Bb i] * UnitStep[-(y + 7 Bb - 2 Bb i) + Bb], {i, 0, 2}] *
  UnitStep[-x + 5 Bb] * UnitStep[x]
TargetDisc = Table[Target[x + 3 * Breite, y - 3 * Breite, Breite, Ww] +
  Target[x - 3.5 * Breite2, y - 3 * Breite2, Breite2, Ww], {x, sizeLow Breite,
  sizeHigh Breite, Steps}, {y, sizeLow Breite, sizeHigh Breite, Steps}];
PSFDisc = Table[psf[x - 1 / 2 (sizeLow + sizeHigh) Breite, y - 1 / 2 (sizeLow + sizeHigh) Breite],
  {x, sizeLow Breite, sizeHigh Breite, Steps},
  {y, sizeLow Breite, sizeHigh Breite, Steps}];
Try = Abs[ListConvolve[PSFDisc, TargetDisc, 1]]^2;
TryRot = RotateRight[Try, {Dimensions[Try][[1]] / 2, Dimensions[Try][[1]] / 2}];
ListDensityPlot[TryRot, ColorFunction -> "GrayTones", PlotRange -> All]
ListPlot[{TryRot[[All, Dimensions[Try][[1]] / 2 + 15]],
  TryRot[[All, Dimensions[Try][[1]] / 2 + 25]]}, Joined -> True]
Dimensions[Try][[1]] / 2 + 25

```

162

Shear Plate Interferometer

```

Print["Ein Shear Plate-Interferometer eignet sich für die Kollimation von Strahlen,
      kann aber auch verwendet werden um Wellenfrontfehler zu untersuchen. Hier
      die Interferogramme zur Interpretation der Ergebnisse simuliert werden"]

Insert wavefront errors in numbers of wavelength;
Defocus := 5
ShearX := 0.06
ShearY := 0
Tilt := 1
Coma := 0
SphericalAberration := 0
Astigmatism := 0

Here the polynomials of errors are calculated;
DefocusError[x_, y_] := 2 * Defocus * ShearX * x
TiltError[y_] := Tilt * y
ComaErrorX[x_, y_] := 2 * Coma * ShearX * x * y
ComaErrorY[x_, y_] := Coma * ShearY * (x^2 + y^2)
SphericalAberrationError[x_, y_] := 4 * ShearX * SphericalAberration * (x^2 + y^2) * x
AstigmatError[x_, y_] :=
  2 * (Defocus + Astigmatism) * ShearX * x + 2 * (Defocus - Astigmatism) * ShearY * y

ShearPlateInterferogram[x_, y_] := (Abs[UnitBox[(x - ShearX)^2 + y^2]
  Exp[2 Pi I (sqrt((x)^2 + y^2 + 10^2) + DefocusError[x, y] + TiltError[y] +
    ComaErrorX[x, y] + SphericalAberrationError[x, y] + AstigmatError[x, y])] +
  UnitBox[(x + ShearX)^2 + y^2] Exp[2 Pi I (sqrt((x)^2 + y^2 + 10^2)]])^2
DensityPlot[ShearPlateInterferogram[x, y], {x, -1, 1}, {y, -1, 1},
  ColorFunction -> "GrayTones", PlotPoints -> 100]

```

Twyman-Green Interferogramme

```

Print[
  "Hier können die Seidel-Polynome der Wellenfrontfehler dritter Ordnung kombiniert
  werden um komplexe Interferogramme zu erzeugen. Die Interferogramme können
  verwendet werden um experimentell gewonnene Wellenfrontdaten zu interpretieren."]

```

```

Insert wavefront errors in numbers of wavelength;
Defocus2 := 5
TiltX := 2
TiltY := 0
SagComa := 0
Aberration := 0
SagAstigmatism := 0

Here the polynomials of errors are calculated;
DefocusError2[x_, y_] := Defocus2 (x^2 + y^2)
TiltErrorX[x_] := TiltX * x
TiltErrorY[y_] := TiltY * y
SagComaError[x_, y_] := SagComa * x * (x^2 + y^2)
SagAstigmatismError[x_, y_] := SagAstigmatism (x^2 + 3 y^2)
SpherAberrationError[x_, y_] := Aberration (x^2 + y^2)^2
TGInterferogram[x_, y_] :=
  (
    UnitBox[ $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$ ] Abs[Exp[2 Pi I ( $\sqrt{x^2 + y^2} + 100$  + DefocusError2[x, y] + TiltErrorX[x] +
      TiltErrorY[y] + SagComaError[x, y] + SagAstigmatismError[x, y] +
      SpherAberrationError[x, y])] + Exp[2 Pi I ( $\sqrt{x^2 + y^2} + 100$ )]])^2

DensityPlot[TGInterferogram[x, y], {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, ColorFunction -> "GrayTones",
  PlotRange -> All, PlotPoints -> 100];
IFImage = Image[DensityPlot[TGInterferogram[x, y], {x, -1, 1}, {y, -1, 1},
  ColorFunction -> "GrayTones", PlotRange -> All, PlotPoints -> 100, Frame -> None]];
Export["X:\\Scratch\\Jan\\Astigl.png", IFImage]

```

■ Resulting PSF

```

Print["Aus der fehlerbehafteten Wellenfront kann mit einer Fourier-Transformation
  direkt die Form der Punktspreizfunktion berechnet werden."]

```

```

Wavefront[x_, y_] := (DefocusError2[x, y] + TiltErrorX[x] + TiltErrorY[y] +
  SagComaError[x, y] + SagAstigmatismError[x, y] + SpherAberrationError[x, y])

Plot3D[UnitBox[ $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$ ] Wavefront[x, y], {x, -1.2, 1.2},
  {y, -1.2, 1.2}, PlotPoints -> 100, ColorFunction -> "Rainbow",
  Mesh -> 30, PlotRange -> All, BoundaryStyle -> Thick];

WavefrontData := Table[UnitBox[ $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$ ] Exp[2 Pi I (Wavefront[x, y])],
  {x, -5, 5, .1}, {y, -5, 5, .1}]
FTWavefront := Fourier[WavefrontData]
FTRotWavefront := RotateRight[FTWavefront,
  {Dimensions[FTWavefront][[1]] / 2 - 2.5, Dimensions[FTWavefront][[2]] / 2 - 2.5}]
psfplot = ListDensityPlot[Abs[FTRotWavefront]^2, ColorFunction -> "GrayTones",
  PlotRange -> All, InterpolationOrder -> 20, Frame -> None];
(*PSF aus Wellenfront mittels FourierTransformation berechnet*)
ListPlot3D[
  RotateRight[Abs[Fourier[(FTWavefront)^2]], {Dimensions[FTWavefront][[1]] / 2 + .5,
    Dimensions[FTWavefront][[2]] / 2 + .5}], PlotRange -> All, Mesh -> 0];
ImageAberratedPSF = ImageCrop[Image[psfplot], 350, Center];

```

Truncation für Mikropotentiale

```

Print["Diese Formeln können verwendet werden um die Größe des Fokalen Flecks
  eines mit einer Linse fokussierten gaußschen Strahls zu berechnen"]

Apertur = 32;
Blende = 32;
Brennweite = 26;
fnumber = Brennweite / Blende;
Lambda = .78;
TruncationRatio[Strahldurchmesser_, Apertur_] := Strahldurchmesser / Apertur
K1/e2[Strahldurchmesser_, Apertur_] :=
  1.6449 +  $\frac{.646}{(\text{TruncationRatio}[\text{Strahldurchmesser}, \text{Apertur}] - .2816)^{1.821}}$  -
   $\frac{.532}{(\text{TruncationRatio}[\text{Strahldurchmesser}, \text{Apertur}] - .2816)^{1.891}}$ 
ImageSpot[Strahldurchmesser_, Apertur_] :=
  K1/e2[Strahldurchmesser, Apertur] * Lambda * fnumber
Strahldurchmesser = 32;
ImageSpot[Strahldurchmesser, Apertur] / 2
(*Durchmesser des Spots in der Objektebene, also am Ort der Atome*)

Inten[x_] = Exp[-2  $\frac{(x - .767 / 2)^2}{.6^2}$ ] + Exp[-2  $\frac{(x + .767 / 2)^2}{.60^2}$ ]
Plot[Inten[x], {x, -2, 2}]

```

Literaturverzeichnis

- [AEM⁺95] ANDERSON, M. H., J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN und E. A. CORNELL: *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. Science, 269:198–201, 1995.
- [BCS57] BARDEEN, J., COOPER, L. N. und SCHRIEFER, J. R.: *Theory of Superconductivity*. Physical Review, Seite 1175, 1957.
- [BMBK09] BRAINIS, E., C. MULDOON, L. BRANDT und A. KUHN: *Coherent imaging of extended objects*. Optics Communication, 282:465–472, 2009.
- [Bos24] BOSE, S. N.: *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*. Zeitschrift für Physik, 26:178, 1924.
- [BPFG11] BAKR, W. S. AND. GILLEN, J. I, A. PENG, S. FÖLLING und M. GREINER: *A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice*. Nature, Seite 74, 2011.
- [BPT⁺10] BAKR, W. S., A. PENG, M.E. TAI, R. MA, J. SIMON, J. I. GILLEN, L. FÖLLING POLLET und M. GREINER: *Probing the superfluid to mott insulator transition at the single atom level*. Science, 329:547–549, 2010.
- [CVI10] CVI MELLES GRIOT, CVI Melles Griot - Germany, Lilienthalstraße, 30-32, 64625, Bensheim, Deutschland: *All Things Photonic - The CVI Melles Griot Technical Guide*, 2010.
- [CVRS11] CHIESA, S., C. N. VARNEY, M. RIGOL und R. T. SCALETTAR: *Magnetism and pairing of two-dimensional trapped fermions*. Physical Review Letters, 106:35301, 2011.
- [EGK⁺09] ERNST, P. T., S. GÖTZE, J. S. KRAUSER, K. PYKA, D.-S. LÜHMANN, D. PFANNKUCHE und K. SENGSTOCK: *Probing superfluids in optical lattices by momentum-resolved bragg spectroscopy*. Nature Physics, 5:56–61, 2009.

- [Ein25] EINSTEIN, A.: *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung*. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalische Klasse, Seite 3, 1925.
- [Fey82] FEYNMAN, RICHARD P.: *Simulating physics with computers*. International Journal of Theoretical Physics, Seiten 467–488, 1982.
- [GJG⁺08] GORSHKOV, A. V., L. JIANG, M. GREINER, P. ZOLLER und M. D. LUKIN: *Coherent quantum control with subwavelength resolution*. Physical Review Letters, 100:093005, 2008.
- [GME⁺02] GREINER, M., O. MANDEL, T. ESSLINGER, T.W. HÄNSCH und I. BLOCH: *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*. Nature, 415:39–44, 2002.
- [Goo05] GOODMAN, JOSEPH W.: *Introduction to Fourier optics*. Ben Roberts, 2005.
- [Hec09] HECHT, E.: *Optik*. Oldenbourg, 2009.
- [Hub63] HUBBARD, J.: *Electron correlations in narrow energy bands*. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 276:238–257, 1963.
- [JBA⁺03] JOCHIM, S., M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. HECKER DENSCHLAG und R. GRIMM: *Bose-Einstein condensation of molecules*. Science, 302:2101–2103, 2003.
- [JSG⁺08] JÖRDENS, R., N. STROHMEIER, K. GÜNTER, H. MORITZ und T. ESSLINGER: *A Mott-insulator of fermionic atoms in an optical lattice*. Nature, 455:204–207, 2008.
- [KFC⁺09] KARSKI, M., L. FÖRSTER, J. M. CHOI, W. ALT, A. WIDERA und D. MESCHDE: *Nearest-neighbour detection of atoms in a 1D optical lattice by fluorescence imaging*. Physical Review Letters, 102, 2009.
- [KH99] KLAR, T. A. und S. HELL: *Subdiffraction resolution in far-field fluorescence microscopy*. Optics Letters, 24:954–956, 1999.
- [KZ08] KETTERLE, W. und M. W. ZWIERLEIN: *Making, probing and understanding ultracold Fermi gases*. arXiv 0801.2500v1, 2008.
- [Lam05] LAMBDA RESEARCH CORPORATION: *OSLO - Optics Reference*, 2005.
- [Mal92] MALACARA, D.: *Optical Shop Testing*. John Wiley & Sons, Inc., 1992.

- [Mül11] MÜLLER, TORBEN: *Microscopic Probing and Manipulation of Ultracold Fermions*. Doktorarbeit, ETH Zürich, 2011.
- [MvdS99] METCALF, H. J. und P. VAN DER STRATEN: *Laser cooling and trapping*. Springer, 1999.
- [Ott06] OTTENSTEIN, TIMO: *A new objective for high resolution imaging of bose-einstein condensates*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2006.
- [Ray02] RAYLEIGH, LORD: *Wave Theory of Light*. In: *Collected Papers*, Band 3, Seite 47. Cambridge University Press, 1902.
- [SGJ⁺10] STROHMEIER, N., D. GREIF, R. JÖRDENS, L. TARUELL, H. MORITZ und T. ES-
SLINGER: *Observation of elastic doublon decay in the Fermi-Hubbard Model*. Physical Review Letters, 104:080401, 2010.
- [SJE⁺08] SCHMIDT, R. ANDWURM, C.A., S. JAKOBS, J. ENGELHARDT, A. EGNER und
S.W. HELL: *Spherical nanosized focal spot unravels the interior of cells*. Nature
Methods, 5:539–544, 2008.
- [SÖT⁺11] STRUCK, J., C. ÖLSCHÄGER, R. LE TARGAT, P. SOLTAN-PANAHI,
A. ECKARDT, M. LEWENSTEIN, P. WINDPASSINGER und K. SENGSTOCK:
*Quantum simulation of frustrated classical magnetism in triangular optical
lattices*. Science, Seiten 996–999, 2011.
- [SWE⁺10] SHERSON, J. F., C. WEITENBERG, M. ENDRES, M. AND. CHENEAU, I. BLOCH
und KUHR S.: *Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic mott insu-
lator*. Nature, Seiten 68–72, 2010.
- [vS57] SEIDEL, PHILLIP LUDWIG VON: *Über die Theorie der Fehler, mit welchen die
durch optische Instrumente gesehenen Bilder, behaftet sind, und über die mathema-
tischen Bedingungen ihrer Aufhebung*. Abhandlungen der naturwissenschaftlich-
technischen Commission bei der Königl. Bayerischen Akademie der Wissen-
schaften in München, 1:227–267, 1857.
- [WC92] WYANT, J. C. und K. CREATH: *Basic wavefront aberration theory for optical
metrology*. Applied Optics and Optical engineering, 11, 1992.
- [Wei11] WEITENBERG, CHRISTOPH: *Single-Atom Resolved Imaging and Manipulation in
an Atomic Mott Insulator*. Doktorarbeit, Ludwigs-Maximilians Universität Mün-
chen, 2011.
- [Wik12a] WIKIPEDIA: *Astigmatism*, 2012. Online-Version vom 29.10.2012.

- [Wik12b] WIKIPEDIA: *Chromatic aberration*, 2012. Online-Version vom 31.10.2012.
- [Wik12c] WIKIPEDIA: *Coma (optics)*, 2012. Online-Version vom 29.10.2012.
- [Wik12d] WIKIPEDIA: *Spherical aberration*, 2012. Online-Version vom 29.10.2012.
- [Wit11] WITTKÖTTER, FLORIAN: *Realizing a resonator cooling scheme for ultra-cold Fermi gases*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2011.
- [WLH07] WESTPHAL, V., M. A. LAUTERBACH und S.W. HELL: *Dynamic far-field fluorescence nanoscopy*. *New Journal of Physics*, 9:435, 2007.