



Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

FAKULTÄT
FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

Manipulation und Abbildung ultrakalter Fermigase

Masterarbeit im Studiengang Physik

vorgelegt von

Fynn Förger

geboren am 11. März 1994
in Hamburg

Matrikel-Nr. 6444435

Juni 2018

Erstgutachter: Prof. Dr. Henning Moritz

Zweitgutachter: Dr. Thomas Lompe

Institut für Laserphysik

Luruper Chaussee 149, 22761 Hamburg, Deutschland

Kurzfassung

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde eine Monte-Carlo-Simulation zur Detektion einzelner Atome in einem Quantengas-Experiment mit ${}^6\text{Li}$ entwickelt und durchgeführt. Dabei wird die Beleuchtung eines ultrakalten Gases mit gepulsten Laserstrahlen und dessen Abgabe von Fluoreszenzphotonen simuliert. Wie im realen Experiment führen einzelne Atome in diesem Modell einen Random-Walk im Impulsraum aus, der zu einem Pfad im Ortsraum führt. Da sich das Signal einzelner Atome auf einige wenige Photonen beschränkt, musste insbesondere das Signal-zu-Rausch-Verhältnis optimiert werden. Um möglichst genaue Simulationsergebnisse zu erhalten, die für die experimentelle Realisierung nutzbar sind, wurden daher Messungen durchgeführt um das Rauschen der im Experiment verbaute EMCCD-Kamera zu bestimmen. Zur Identifizierung einzelner Atome auf den Kamerabildern sind Detektionsalgorithmen notwendig, die die aufgenommenen Bilder auf Photonenhäufungen untersuchen. Ein solcher Algorithmus wurde im Laufe dieser Arbeit realisiert. Durch die Überlagerung von echten Dunkelbildern mit dem simulierten Signal konnte dieser Algorithmus getestet werden und es war letztendlich möglich, Detektionswahrscheinlichkeiten für einzelne Atome anzugeben.

Zusätzlich wurde der Aufbau eines neuen Lasers realisiert. Mit Hilfe einer Modulations-Transfer-Spektroskopie konnte dieser Laser auf eine atomare Absorptionslinie von ${}^6\text{Li}$ stabilisiert werden. Im Verlauf dieser Arbeit wird die Funktionsweise der Spektroskopie erklärt und der optische Aufbau dargestellt.

Darüber hinaus konnte ein neues Design für eine RF-Antenne zur Erzeugung eines elektromagnetischen Feldes im Frequenzbereich von 75 MHz bis 84 MHz realisiert und erste Messungen vorgenommen werden. Dabei soll insbesondere der Nahfeldbereich genutzt werden, um Rabi-Oszillationen zwischen verschiedenen Hyperfeinstrukturzuständen anzuregen.

Abstract

This Masters thesis presents the development of a Monte-Carlo-simulation of the detection of single ${}^6\text{Li}$ atoms in a quantum gas experiment, in order to optimise experimental measurements. Atoms of an ultra-cold gas illuminated with pulsed laser light are detected as the fluorescence of emitted photons. A random walk of atoms in momentum space was simulated, similarly to experimental observations, resulting in a path in position space. Because the detection of single atoms is limited to the detection of few photons, the signal to noise ratio should be maximised. Measurements were performed to estimate the noise in the EMCCD camera and an algorithm was developed to detect single atoms. Superimposition of simulated signals with measured darkframe images allowed the probability of detecting an atom to be quantified. Additionally, a new laser was installed, using modulation transfer spectroscopy, that was stabilised to an absorption line of the ${}^6\text{Li}$ atom. In this thesis the basic principles of this spectroscopy are explained with respect to the experiment and the optical setup is presented. Furthermore, a new RF antenna design was implemented to stimulate Rabi oscillations between hyper-fine structures. An electromagnetic field with a frequency range of 75-84 MHz in the near field region was expected to be utilised.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Das Experiment	5
3	Einzel-Atom-Abbildung	9
3.1	Aufbau und Grundidee	10
3.2	Funktionsweise, Aufbau und Fehlerquellen von Electron Multiplying CCDs . .	15
3.2.1	Aufbau einer Electron Multiplying CCD	16
3.2.2	Fehlerquellen und einstellbare Parameter	17
3.2.3	Stochastisches Modell für Electron Multiplying CCDs	19
3.3	Charakterisierung der eingebauten iXon 3	24
3.3.1	Bestimmung von Ausleserauschen, Verstärkung und Schwellwert . . .	25
3.3.2	Bestimmung der Kamera-Parameter	29
3.3.3	Charakterisierung der Kamerabilder	31
3.4	Simulation	33
3.4.1	Das Atom im Laserfeld	34
3.4.2	Parameteroptimierung zur Detektion	43
3.5	Detektion einzelner Atome	47
3.5.1	Detektionswahrscheinlichkeit	50
3.6	Fazit	52
4	Modulations-Transfer-Spektroskopie	53
4.1	Atomare Absorptionslinien	54
4.1.1	Natürliche Linienbreite	54
4.1.2	Dopplerverbreiterung	55
4.1.3	Sättigungsverbreiterung	55
4.2	Das Pound-Drever-Hall-Verfahren und die Modulations-Transfer-Spektroskopie	56
4.2.1	Pound-Drever-Hall-Verfahren: Anschaulich	56
4.2.2	Pound-Drever-Hall-Verfahren: Rechnerisch	61
4.2.3	Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie	63
4.2.4	Modulations-Transfer-Spektroskopie	64
4.3	Experimentelle Realisierung und Ergebnisse	65

5	Design einer Antenne zur Erzeugung von Radiofrequenzen	69
5.1	Design der neuen Antenne	70
5.2	Experimentelle Ergebnisse	72
6	Zusammenfassung	77
	Abkürzungen	83
	Anhang: Quellcode der Simulation	87
A.1	Code zur Erzeugung von Photonenspuren	87
A.2	Code zur Bestimmung der besten Kühlparameter	94
A.3	Code zur Bestimmung der Detektionswahrscheinlichkeiten	96

1 Einleitung

Eine der großen Herausforderungen der Physik ist es, von den grundlegenden Gesetzen der mikroskopischen Physik auf das Verhalten komplexer Systeme vieler Teilchen zu schließen. Teilweise existieren weder geschlossene mathematische Lösungen noch können heutige Supercomputer in der typischen Lebensspanne eines Physikers zuverlässige numerische Lösungen finden. Besonders deutlich wird dies bei Quanten-Vielteilchen-Systemen, wie Elektronen in einem Festkörper. In solchen Systemen aus Fermionen im Potential der Atomrümpfe, sind die starken Wechselwirkungen zwischen den Teilchen von großer Bedeutung für das physikalische Verhalten. Obwohl die Physik der einzelnen Quantenobjekte mit Hilfe der Quantenmechanik beschrieben werden kann, sind Systeme mit vielen wechselwirkenden Teilchen kaum mathematisch oder numerisch lösbar. Die Simulation von 50 wechselwirkenden fermionischen Atomen geht beispielsweise schon weit über die Leistungsfähigkeit heutiger Computer hinaus [27].

Um solche Probleme zu lösen, schlug Richard Feynman den Bau von sogenannten Quantensimulatoren vor [15]. Dabei werden sehr gut kontrollierbare quantenmechanische Systeme erzeugt, deren Hamiltonian die zentralen Aspekte des nicht numerisch oder experimentell lösbaren Originalproblems abbildet. Anstatt Elektronen in einem Festkörper zu untersuchen, ist es beispielsweise möglich, ultrakalte fermionische Atome in einem periodischen Potential zu präparieren. Durch die größeren Abstände zwischen den Teilchen und die daraus resultierenden längeren Zeitskalen ist eine experimentelle Untersuchung deutlich einfacher [5]. So wird ein System geschaffen, in dem die Natur selbst für die Lösung des Rechenproblems sorgt.

Heutzutage können solche maßgeschneiderten Vielteilchen-Systeme in ultrakalten Quantengasen erzeugt werden. Dabei werden die Atome mit Hilfe von Lasern auf Temperaturen im Milli-Kelvin-Bereich gekühlt [28], bevor sie durch evaporative Kühlung zur Quantenentartung gebracht werden. Diese Gase können daraufhin in arbiträre Potentiale geladen werden [17, 18, 31], wobei die Stärke der Wechselwirkung über Feshbachresonanzen eingestellt werden kann. So ist es möglich, Fragestellungen korrelierter Vielteilchensysteme zu untersuchen [9].

Je nachdem, welche Observablen von Interesse sind, existieren unterschiedliche Möglichkeiten den Zustand des Quantensimulators auszulesen. Ein Standardverfahren ist das Aufnehmen von Absorptionsbildern, indem die Atomwolke mit resonantem Licht beleuchtet wird. Dies kann sowohl in situ oder nach einer Flugzeit [24, 26] durchgeführt werden. So war es unter anderem möglich, die ersten Bose-Einstein-Kondensate nachzuweisen [2, 13]. Es folgte die Entwicklung von Quantengasmikroskopen, in denen Atome in optische Gitter geladen und ge-

fangen werden können und anschließend mit atomarer Auflösung abgebildet werden. Mit Hilfe eines solchen Quantengasmikroskops wurde beispielsweise der Übergang vom Supraleiter zum Mott-Isolator beobachtet [3, 19].

Bei Experimenten mit Quantengasmikroskopen können zwar einzelne Atome im Ortsraum detektieren werden, doch ist es schwierig, ebenfalls atomare Auflösung im Impulsraum nach einer freien Flugzeit zu erhalten [7, 11, 29]. Die Schwierigkeit besteht darin, dass die expandierte Atomwolke durch ihre Größe kaum in ein hinreichend tiefes Gitter geladen werden kann. Ohne ein fangendes Potential müssen andere Detektionsmethoden angewendet werden, da die Atome während der Fluoreszenzabbildung viele Stöße mit Photonen erfahren, die zu einer Ausmischung des Ortes führen. Daher beschränkt sich das Signal eines freien Atoms auf etwa 20-30 Photonen auf der Kamera, wohingegen Atome in Gittern ein Signal von einigen tausend Photonen erzeugen können. Dies macht das Atom nur sehr schwer vom Hintergrundrauschen der Kamera unterscheidbar. Freie Atome zu detektieren erfordert aus diesem Grund eine hochsensible Kamera und ausgeklügelte Algorithmen zur Analyse der aufgenommenen Bilder.

Die Detektion einzelner Atome in einer Flugzeitmessung fand erstmalig mit Rubidium statt [11]. Dabei konnten die Atome nachgewiesen werden, indem sie durch einen horizontalen Lichtteppich fallengelassen wurden. Die entstandenen Fluoreszenzphotonen wurden mit Hilfe einer für einzelne Photonen sensitiven Elektronen-Multiplikations-CCD (EMCCD) detektiert.

Von besonderer Bedeutung für diese Arbeit ist die Einzel-Atom-Detektion am ${}^6\text{Li}$ -Experiment von Selim Jochim aus Heidelberg, das große Ähnlichkeit mit unserem Experiment aufweist. In diesem Aufbau wird atomare Auflösung erreicht, indem die Atome mit gepulsten Laserstrahlen beleuchtet und Fluoreszenzphotonen ebenfalls mit Hilfe einer EMCCD-Kamera detektiert werden [7]. Mit diesem Detektionsschema ist es beispielsweise gelungen, Interferenzeffekte an zwei Atomen zu beobachten, die erst in einem Doppeltopf präpariert und dann nach einer Expansionszeit abgebildet wurden.

Diese Methode ist unter anderem auch sehr gut dafür geeignet, das Verhalten homogener zweidimensionaler Gase in einem Boxpotential zu untersuchen, wie sie kürzlich in unserer Gruppe realisiert wurden [22]. Es wäre beispielsweise interessant Korrelationen von Atomen in Gasen am BEC-BCS-Übergang im Impulsraum zu untersuchen.

Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Masterarbeit eine umfangreiche Simulation dieses Detektionsschemas erstellt. Sie modelliert den gesamten Beleuchtungs- und Abbildungsvorgang und gibt Monte-Carlo-Daten für die Detektionswahrscheinlichkeiten an. Außerdem ist es mit Hilfe der Simulation möglich, Aussagen über die besten Kameraeinstellungen sowie die erfolgversprechendsten Beleuchtungskonstellationen zu treffen. Die entstandenen Daten sollen dabei helfen, die Detektion einzelner Atome auch an unserem Experiment möglich zu machen.

Der Großteil dieser Masterarbeit war experimentellen Arbeiten an unserem Lithium-Experiment gewidmet, wobei verschiedene Verbesserungs- und Austauscharbeiten durchgeführt wurden. Dazu gehörte die Aufbau eines neuen Lasers mit Stabilisierung durch eine Modulations-Transfer-Spektroskopie (MTS). Dieser Laser wird als Referenz für alle Laser verwendet, die

in der Nähe der atomaren Resonanz von ${}^6\text{Li}$ bei ca. 671 nm betrieben werden. Ein weiteres Projekt war die Entwicklung einer neuen Antenne zur Abstrahlung von Radiofrequenzen (RF) mit einem neuen Designkonzept. Anstatt, wie sonst üblich ein Anpassungsnetzwerk für eine Drahtschleife zu verwenden, wurde die komplette Antenne auf eine doppelseitige Platine gedruckt. Über vorgesehene Lötunkte konnten dabei für das Anpassungsnetzwerk Induktivitäten und Kapazitäten in Reihe oder parallel hinzugefügt werden.

Messungen an den ultrakalten Quantengasen im Rahmen der Forschungsarbeit konnten nachweisen, dass die Lebensdauer der molekularen Bose-Einstein-Kondensate auf unter 2s durch Stöße mit Hintergrundatomen limitiert wurde. Dafür war ein zu hoher Druck an Hintergrundgas im Ultrahochvakuum verantwortlich. Daher konnten weitergehende Messungen zur Vielteilchenphysik und zur Einzel-Atom-Detektion nicht durchgeführt werden.

Das folgende Kapitel stellt das Experiment vor, an dem diese Arbeit entstanden. Es handelt sich dabei um ein Quantengasexperiment mit ${}^6\text{Li}$ -Atomen, deren dritter Bewegungsfreiheitsgrad ausgefroren wurde, so dass die Physik zweidimensionaler stark korrelierter Lithiumatome untersucht werden kann. Daraufhin wird als zentraler Teil der Masterarbeit die Funktionsweise und die Simulation der Einzel-Atom-Detektion vorgestellt. Im vierten Kapitel wird die Modulations-Transfer-Spektroskopie erklärt und experimentelle Ergebnisse diskutiert. Als letztes folgt ein Kapitel zum neuen Antennendesign zusammen mit einigen charakterisierenden Messungen.

2 Das Experiment

Um Experimente durchzuführen, in denen die Quanteneigenschaften eines Gases untersucht werden, müssen Temperaturen nahe des absoluten Nullpunkts erreicht werden. Erst wenn die thermische de-Broglie-Wellenlänge die Größenordnung des Teilchenabstands erreicht, können exotische Materiezustände, wie Bose-Einstein-Kondensate, präpariert werden. Der Fokus unseres Experiments liegt dabei auf der Beobachtung von stark wechselwirkenden, zweidimensionalen Systemen.

Ein Gas mit solch geringer Temperatur muss von Störeffekten aus der Umwelt abgeschirmt werden. Dafür ist eine Vakuumkammer mit Ultrahochvakuum (UHV) notwendig (Druck $\sim 10^{-11}$ mbar). Auf Abbildung 2.1 ist der Aufbau der Vakuumapparatur zu sehen. Innerhalb der Kammer kann das Gas mit Hilfe von elektromagnetischen Feldern und Magnetfeldern manipuliert und abgebildet werden. In unserem Experiment werden ${}^6\text{Li}$ -Atome verwendet.

Um solch tiefe Temperaturen zu erreichen, sind verschiedene Schritte der Laserkühlung notwendig. Die Quelle der Atome ist ein Ofen, der auf ca. 300 °C geheizt wird und mit metallischem Lithium gefüllt ist. Um in ein für das Experiment relevantes Temperaturregime zu gelangen, muss das Gas nun um ca. 10 Größenordnungen abgekühlt werden. Das heißt, dass den Atomen kinetische Energie entzogen werden muss.

In der ersten Sektion des Experiments befindet sich aus diesem Grund ein Zeeman-Slower, der die mit hoher Geschwindigkeit aus dem Ofen austretenden Atome abbremst. Im Zeeman-Slower wird ein Laserstrahl entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung der Atome eingestrahlt, damit die Atome durch Stöße mit Photonen an Geschwindigkeit verlieren. Da die Atome jedoch wegen der Dopplerverschiebung nach wenigen Photonenstößen nicht mehr resonant mit dem Laserstrahl wechselwirken können, wird die Dopplerverschiebung mit Hilfe eines ortsabhängigen Magnetfelds ausgeglichen. Wenn die Atome daraufhin die Hauptkammer erreichen, sind sie auf eine Geschwindigkeit von etwa 10 m/s abgebremst worden. Dabei hatten die aus dem Ofen kommenden Atome eine Geschwindigkeit von etwa 500-1000 m/s [10].

In der Hauptkammer werden die Atome nicht nur weiter abgebremst, sondern auch örtlich gefangen. Dafür wird eine magneto-optische Falle verwendet. Im Gegensatz zum Zeeman-Slower werden hier Laserstrahlen aus sechs Richtungen eingestrahlt, um die Atome in allen Raumrichtungen auf einen kleinen Bereich zu lokalisieren. Sind die Laserstrahlen rotverstimmt, absorbieren die Atome primär Photonen aus dem Strahl, auf den sie zufliegen. Dadurch verlieren die Atome an Impuls. Ein inhomogenes Magnetfeld führt dabei zu einer ortsabhängigen Rückstellkraft durch den Zeeman-Effekt. An diesem Punkt des Experiments wurde das Gas um

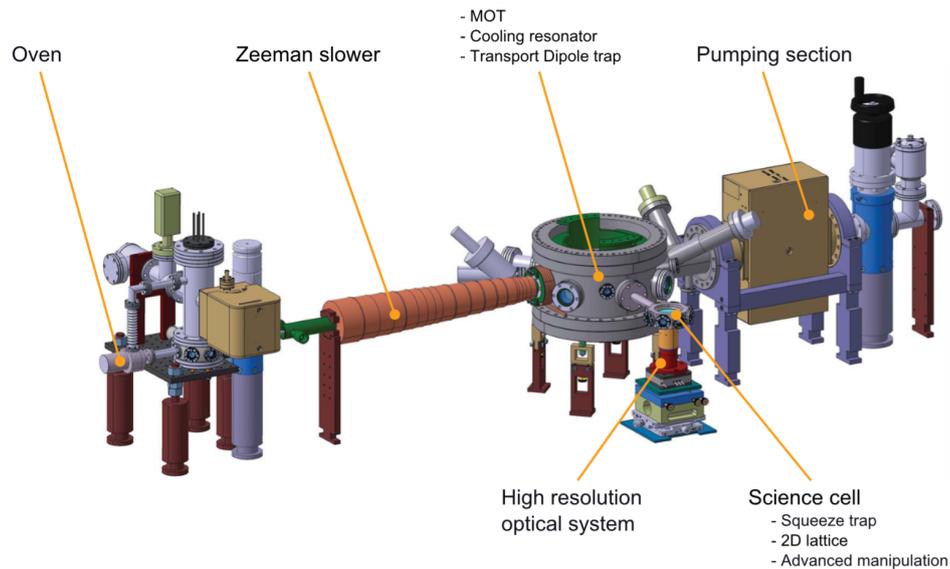


Abbildung 2.1: Aufbau der Vakuum Apparatur aus [33]. Ein Block aus metallischem Lithium wird im Ofen erhitzt und dient als Atomquelle. Im Zeeman-Slower werden die Atome abgebremst und anschließend in einer magneto optischen Falle in der Hauptkammer gefangen. Dort befindet sich ein Resonator mit ultravioletten Licht in den die Atome in eine Stehwelle geladen werden. Hier kann evaporativ gekühlt werden. Mit der FORT werden die Atome in die Messkammer transportiert, wo sie mit weiteren Lichtpotentialen manipuliert und abgebildet werden können. Auf der rechten Seite der Hauptkammer befindet sich eine Ionenpumpe um den Druck von etwa 10^{-11} mbar halten zu können.

5-6 Größenordnungen auf etwa 1 mK abgekühlt.

Im nächsten Schritt werden die Atome in eine optische Dipolfalle geladen, die über einen Resonator realisiert ist. Im Resonator wird Laserlicht mit 1064 nm aus zwei Richtungen eingekoppelt. Dadurch ergibt sich ein Stehwellenmuster, in dem sich die Atome speichern lassen. Durch Herunterfahren der Laserleistung kann evaporativ¹ gekühlt werden. Magnetfelder von ca. 300 G verbessern dabei die Thermalisierungsraten, da der Betrag der Streulänge bei diesem Magnetfeld vergleichsweise groß ist.

Für einen besseren optischen Zugang und eine präzisere Kontrolle über magnetische Felder müssen die Atome in eine Messkammer mit geringeren geometrischen Abmessungen transportiert werden. Nachdem zu Anfang eine Messkammer aus Metall eingebaut wurde, ist die Kammer mittlerweile ausgetauscht und durch eine Glaszelle ersetzt worden. Mit der neuen Zelle können tiefere Drücke in der Messkammer erreicht werden, da Glas deutlich weniger ausgast. Der Transport findet mit Hilfe einer weiteren Dipolfalle statt, die ebenfalls Laserlicht mit einer Wellenlänge von 1064 nm nutzt. Sie wird in unserem Experiment FORT genannt (Far Off Resonant dipole Trap). Nachdem die Atome aus dem Resonator in den Fokus des Lichtstrahls geladen wurden, wird der Fokus mit Hilfe einer auf einer Luftkissenschiene befestigten

¹Beim evaporativen Kühlen können durch Verringerung der Falltiefe die heißesten Atome die Falle verlassen. Die rethermalisierte Wolke hat danach eine kleinere Temperatur. Allerdings verringert sich dadurch die Teilchenzahl. Dabei muss darauf geachtet werden, dass die Falle nur so schnell heruntergefahren wird, dass während des Prozesses permanent eine Thermalisierung der Wolke statt findet.

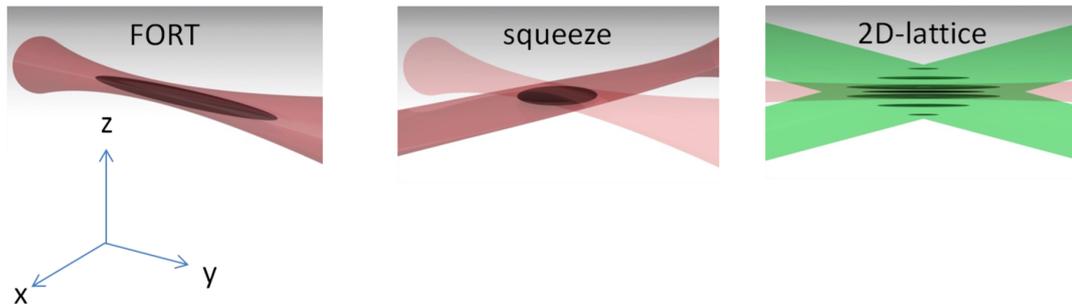


Abbildung 2.2: Dipolfallenabfolge um ein zweidimensionales Gas zu präparieren aus [33]. Die Atome werden mit Hilfe der FORT in die Messkammer transportiert (Bild 1). Dort wird von der Seite eine hochelliptische Dipolfalle eingestrahlt (Squeeze), die ein harmonisches Potential in x-y-Richtung erzeugt (Bild 2). Im letzten Schritt wird ein grünes Gitter mit einer sehr hohen Fallenfrequenz in z-Richtung erzeugt. So ist bei Atomen in diesem Gitter jeglicher Bewegungsfreiheitsgrad in z-Richtung ausgefroren.

Linse aus der Hauptkammer in die Messkammer (Science Cell, vgl. Abbildung 2.1) verschoben. Bei ausreichend kleinen Geschwindigkeiten können die Atome adiabatisch folgen. Auch in der FORT kann evaporatives Kühlen stattfinden. Dabei wird die Temperatur um eine weitere Größenordnung auf etwa $100 \mu\text{K}$ verringert.

Oberhalb und unterhalb der Messkammer befinden sich hochauflösende Mikroskope, die Licht auf verschiedene Kameras fokussieren können. So ist es möglich, Absorptions- und Fluoreszenzabbildungen aufzunehmen. Mit Magnetspulen lässt sich die Wechselwirkung der Atome über eine Feshbach-Resonanz einstellen. Je nach experimenteller Ausrichtung lassen sich so Bose-Einstein Kondensate aus gebundenen Lithium Paaren oder Fermi-Gase präparieren. Zusätzlich soll es später möglich sein, elektromagnetische Wellen im Radiofrequenzbereich einzustrahlen und so RF-Spektroskopie durchzuführen.

Wenn die Atome mit Hilfe der FORT in der Messzelle ankommen, wird eine hochelliptische Dipolfalle (Squeeze, $\omega_r = 25 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 1,2 \text{ kHz}$ [21], siehe Abbildung 2.2) von der Seite eingestrahlt. Die Atomwolke erhält nun ein pfannkuchenförmiges Aussehen (Abbildungsebene ist die x-y-Ebene). Die Temperatur des Gases liegt zu diesem Zeitpunkt bei etwa $1 \mu\text{K}$. Aus den aufgenommenen Absorptionbildern kann die integrierte zweidimensionale Dichte der Wolke berechnet werden [22].

Je nach Ziel des Experiments, können nun unterschiedliche Schritte folgen. Zur Erzeugung zweidimensionaler Gase wird ein zusätzliches optisches Gitter benötigt. Von einem zweidimensionalen Gas wird gesprochen, wenn die Fallenfrequenz in einer der drei Raumachsen so groß ist, dass sich alle Atome in dieser Richtung (z-Richtung) im Grundzustand befinden. Dadurch werden die Bewegungsfreiheitsgrade in z-Richtung ausgefroren. Die Fallenfrequenz in der Squeeze ist nicht groß genug, um bei Atomen in ihr von einem zweidimensionalen Gas zu sprechen. Aus diesem Grund wird ein zusätzliches grünes Gitter eingestrahlt, indem zwei Laserstrahlen unter einem kleinen Winkel überlagert werden. Das Potential des Lichtgitters, das sich aus den Interferenzstreifen ergibt, besitzt eine ausreichende hohe Fallenfrequenz

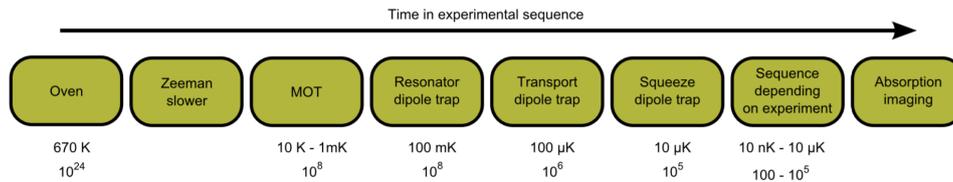


Abbildung 2.3: Temperaturen des Gases in verschiedenen Präparationsstadien aus [33]. Von etwa 670 K wird das Gas durch Laserkühlverfahren auf eine Temperatur im Nanokelvinbereich abgekühlt. Die Zahlen unter den Temperaturangaben geben die jeweiligen Teilchenzahlen an.

($\omega_z \approx 78$ kHz), um das Gas darin als zweidimensional zu bezeichnen. In Abbildung 2.2 ist eine Skizze zu sehen, in der das Einstrahlen der Squeeze und des Gitters erkennbar ist. Wenn das Gas an diesem Präparationspunkt angelangt ist, hat es typischerweise die niedrigste Temperatur. Dabei können Temperatur von ca. 10 nK erreicht werden. Eine Übersicht über die verschiedenen Temperaturen des Gases zu verschiedenen Präparationszeitpunkten ist in Abbildung 2.3 zu sehen.

An dieser Stelle kann beispielsweise ein ringförmiger Lichtstrahl eingestrahlt werden, der ein boxförmiges Potential generiert (vgl. [22]). In diesem Potential können homogene Fermigase präpariert werden. Durch die Messung der Impulsverteilung kann dabei direkt das Pauli-Prinzip für die Besetzung von Zuständen im Impulsraum beobachtet werden [23]. Mit Hilfe eines in das Experiment implementierten DMDs (Digital Micromirror Device) können auch andere, beliebige Lichtpotential generiert werden.

Nachdem das Gas alle Präparationsschritte durchlaufen hat, kann es abgebildet werden, um experimentelle Daten zu erhalten. Im Normalfall werden Absorptionbilder aufgenommen. Beim Abbilden wird der jeweilige Zustand des Systems zerstört. Aus diesem Grund muss das Experiment zyklisch ablaufen. Alle etwa 10-15 Sekunden wird ein neues Gas vorbereitet und abgebildet.

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde an verschiedenen Abschnitten des Experiments gearbeitet. Dazu gehörten die Vorbereitung des Laserlichts, die Manipulation der Atome und deren Abbildung. Im folgenden Kapitel wird auf eine neuartige Abbildungsmethode eingegangen, die es möglich macht, in kalten Gasen einzelne Atome aufzulösen.

3 Einzel-Atom-Abbildung

Die Bausteine des Universums scheinen Menschen seit Jahrtausenden zu faszinieren. Bereits mehrere hundert Jahre vor Christus war der griechische Philosoph Demokrit einer der ersten Menschen, der die Abstraktion eines natürlichen Grundbausteins zu Papier brachte und es mit dem heute gebräuchlichen Wort Atomos oder Atom bezeichnete. Die Selbstverständlichkeit, die der Existenz dieser Objekte heutzutage entgegengebracht wird, ist das Ergebnis sorgfältiger experimenteller Arbeit. Durch den Nachweis einzelner Atome wird dieses Konzept zur sichtbaren Realität und birgt die Möglichkeit auf der Ebene kleinster Quantenobjekte Observablen zu vermessen.

In ultrakalten Quantengasen lassen sich Atome durch laseroptische Methoden mit hoher Präzision manipulieren. Aus diesem Grund birgt gerade dieses Gebiet ein großes Potential, offene wissenschaftliche Fragen zu beantworten. Die Einzel-Atom-Detektion in ultrakalten Quantengasen kann es beispielsweise möglich machen, Korrelationen höherer Ordnung zu vermessen oder Quantencomputer zu bauen [7].

Von besonderem Interesse für diese Arbeit ist das Lithium Experiment von Selim Jochim aus Heidelberg, in dem es möglich war, einzelne Atome nachzuweisen. Das Experiment weist große Ähnlichkeit mit unserem Experiment auf. Dabei konnten die Atome mit Laserpulsen aus entgegengesetzten Richtungen beleuchtet und mit Hilfe einer EMCCD nachgewiesen werden. Die Gruppe erreichte Detektionswahrscheinlichkeiten von $99,4\% \pm 0,3\%$ [6]. Vorteile dieser Detektionsmethode ist der vergleichsweise kleine technische Aufwand. Da bei dieser Methode Atome mit Abständen von mehr als $4 \mu\text{m}$ abgebildet werden, ist kein fangendes Potential notwendig, um sie während der Abbildung zu lokalisieren und den Random Walk zu vermeiden. Von Nachteil ist das niedrige Signal-zu-Rausch-Verhältnis aufgrund der geringen detektierbaren Photonenzahl und dem hohen Rauschen der Kamera.

Das verwendete Detektionsschema soll nun auch in unserer Gruppe implementiert werden. Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde eine vollständige Simulation der Belichtungs- und Detektionsprozedur durchgeführt. Durch die vorherige Simulation ist es möglich, Laserintensitäten und Strahlkonfigurationen schon zu Anfang anzupassen. Dieses Kapitel stellt die Simulation selbst und deren Ergebnisse vor. Es gliedert sich grob in drei Teile. Der erste Teil behandelt den Aufbau und die Grundidee der Einzel-Atom Detektion. Im zweiten Teil wird die für die Detektion gedachte Kamera genauer charakterisiert und die besten Kameraeinstellungen ermittelt, die in die Simulation eingehen. Der letzte Teil behandelt die Simulationssoftware und gibt Detektionswahrscheinlichkeiten an.

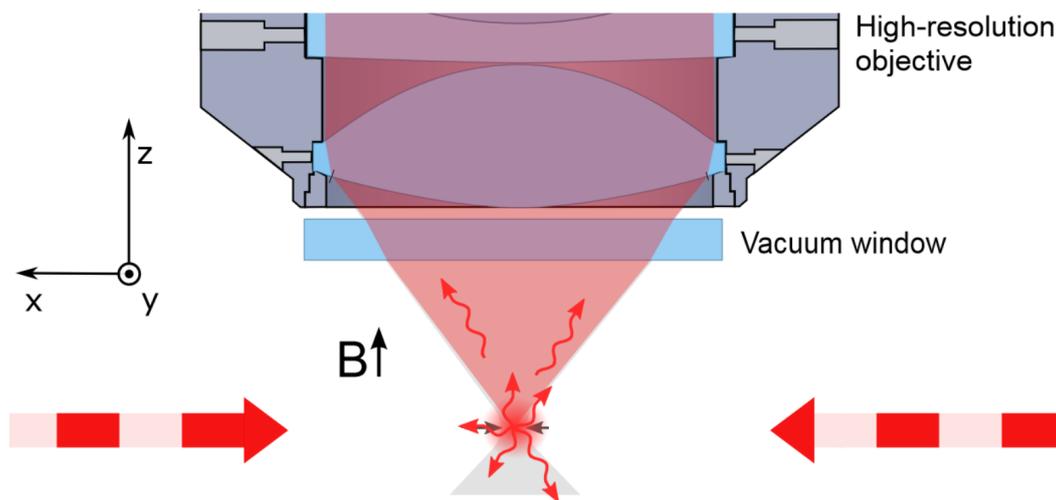


Abbildung 3.1: Aufbau zur Einzel-Atom-Detektion. Die Atome werden im Sichtfeld eines Mikroskopobjektivs präpariert und mit zwei entgegengesetzten Laserstrahlen gleicher Intensität beleuchtet. Mit Hilfe eines Mikroskops werden die Fluoreszenzphotonen auf eine Kamera abgebildet. Durch das Pulsen der Strahlen wird die Bildung eines optischen Gitters vermieden. So erfahren alle Atome die gleiche Lichtintensität. Das Magnetfeld ist in einer Richtung angelegt, dass möglichst viele Photonen die Kamera erreichen. Das Bild ist [7] entnommen, wobei experimentspezifische Angaben weggelassen worden sind.

3.1 Aufbau und Grundidee

Der in Heidelberg verwendete Aufbau zur Einzel-Atom-Detektion ist in Abbildung 3.1 dargestellt und kann für unser Experiment in den Grundzügen übernommen werden. Das Gas wird, wie in Kapitel 2 beschrieben, präpariert, mit der FORT in die Glaszelle transportiert und z.B. in ein Boxpotential geladen. Nach einer gewissen Expansionszeit wird es gepulst mit Laserstrahlen beleuchtet. Die durch Fluoreszenz entstandenen Photonen können daraufhin über ein Mikroskopobjektiv mit einer EMCCD-Kamera detektiert werden. Ein Algorithmus analysiert anschließend die aufgenommenen Bilder.

Für die Erzeugung von Fluoreszenzphotonen müssen die Atome mit nahresonantem Laserlicht beleuchtet werden. Dabei ist es nicht ausreichend, die Atome nur von einer Seite zu beleuchten, da sie dann nur Photonenimpulse aus einer Richtung erhalten können. Dies führt dazu, dass die Atome aufgrund der durch die Stöße verursachten Beschleunigung und dem daraus resultierenden Dopplereffekt schnell zum Laserlicht verstimmt sind. Sie streuen dadurch weniger Photonen und hinterlassen dabei zusätzlich schlecht detektierbare, langgezogene Photonenspuren. Die Verwendung eines zweiten Laserstrahls in gegenläufiger Richtung sorgt dafür, dass auch entgegengesetzter Impuls aufgenommen werden kann und sich der mittlere Impuls weghebt¹. Um die Ausbildung von optischen Gittern zu vermeiden, bei denen die Lichtintensität

¹Damit der Ortsmittelwert der Atome letztendlich null ergibt, muss der erste Puls halb so lang sein, wie die folgenden Pulse. Wären alle Pulse gleich lang, würde das zu einem langsamen Versatz der Atome führen, da der zweite Puls die Atome dann im Mittel nur zum Stehen brächte. Durch die Verkürzung des ersten Pulses können die Atome wieder in Richtung der Anfangsposition beschleunigt werden, sodass sie im Mittel nach

von der Position der Atome abhängig ist, werden die Laserstrahlen gepulst eingestrahlt. Die Atome können so nur mit einem Strahl zurzeit wechselwirken, erfahren jedoch zu jedem Zeitpunkt ein homogenes Feld. Wie später aus der Simulation deutlich wird, sind möglichst kurze Pulslängen besonders geeignet.

Wird das Laserlicht zusätzlich rotverstimmt, so kann ähnlich wie in einer optischen Melasse gekühlt werden. Dies ist von Vorteil, da Atome, die sich weniger stark bewegen und so ihre Photonen in einem kleineren Bereich gehäuft abgeben, besser detektiert werden können. Mit Hilfe der Simulation ist es später möglich, die beste Verstimmung zu berechnen.

In Abbildung 3.2 ist der Ablauf der Detektion zu erkennen. Die Anzahl der Fluoreszenzphotonen, die die Kamera erreichen, beschränkt sich auf einige wenige Photonen. Herkömmliche CCD-Kameras besitzen ein zu hohes Ausleserauschen (± 20 Elektronen) um einzelne Photonen nachzuweisen. Aus diesem Grund wird eine EMCCD verwendet. Bei einer EMCCD werden die Photoelektronen durch ein Elektronen-Multiplikationsregister zu vielen hunderten von Sekundärelektronen verstärkt, bevor sie ausgelesen werden. So können einzelne Elektronen aus dem Ausleserauschen verstärkt werden und sind daraufhin auf den Kamerabildern nachweisbar. Allerdings ist die Verstärkung der Elektronen ein stochastischer Prozess. Die Verteilungen für die Anzahl an Sekundärelektronen sind so breit, dass sich kaum unterscheiden lässt, ob sich beispielsweise 1, 2 oder 3 Photonen zu Anfang auf einem Pixel befanden. In Abbildung 3.5 sind die Verteilungen für die Anzahl an Sekundärelektronen bei gegebener Anfangselektronenzahl dargestellt. Diese Unsicherheit kann umgangen werden, indem das Experiment in einem Regime betrieben wird, in dem typischerweise nur 0 oder 1 Photon pro Pixel erwartet wird. Da ein Pixel mit 0 Photonen keinem stochastischem Verstärkungsprozess unterliegt und die Unsicherheit des Countwertes nur vom Ausleserauschen abhängt, muss daraufhin nur noch zwischen 0 ± 20 Elektronen² und den 1000 Sekundärelektronen unterschieden werden. Es ist also zielführend, die Vergrößerung für das Mikroskop groß so zu wählen, dass typischerweise nicht mehr als ein Photon pro Pixel erwartet wird. Dadurch können die Elektronen aufgrund der EMCCD-Statistik mit viel größerer Genauigkeit bestimmt werden können.

Neben dem typischen Ausleserauschen auf der EMCCD kommt es des öfteren dazu, dass auf Pixeln Elektronen ins Leitungsband gehoben werden, auf denen kein Photon gelandet ist (ca. 1,5% der Pixel auf einem Bild). Diese sogenannten verschiebungsinduzierten Ladungen (CICs, engl. Clock Induced Charges) werden ebenfalls durch das EM-Register verstärkt und sind nicht von den tatsächlichen Photoelektronen unterscheidbar. Allerdings unterscheiden sich die Fluoreszenzphotonen von den CICs in ihrer Verteilung auf der Kamera. CICs sind homogen auf der Kamera verteilt, wohingegen die Photonen gehäuft auftreten. Auf dem vierten Bild von oben in Abbildung 3.2 ist ein beispielhaftes Kamerabild zu sehen. Auf der linken Seite befindet

allen Pulsen an der Startposition enden.

²Durch die Addition eines technisch bedingten Offsets beim Auslesen der Elektronen, sind auch negative Elektronenzahlen möglich.

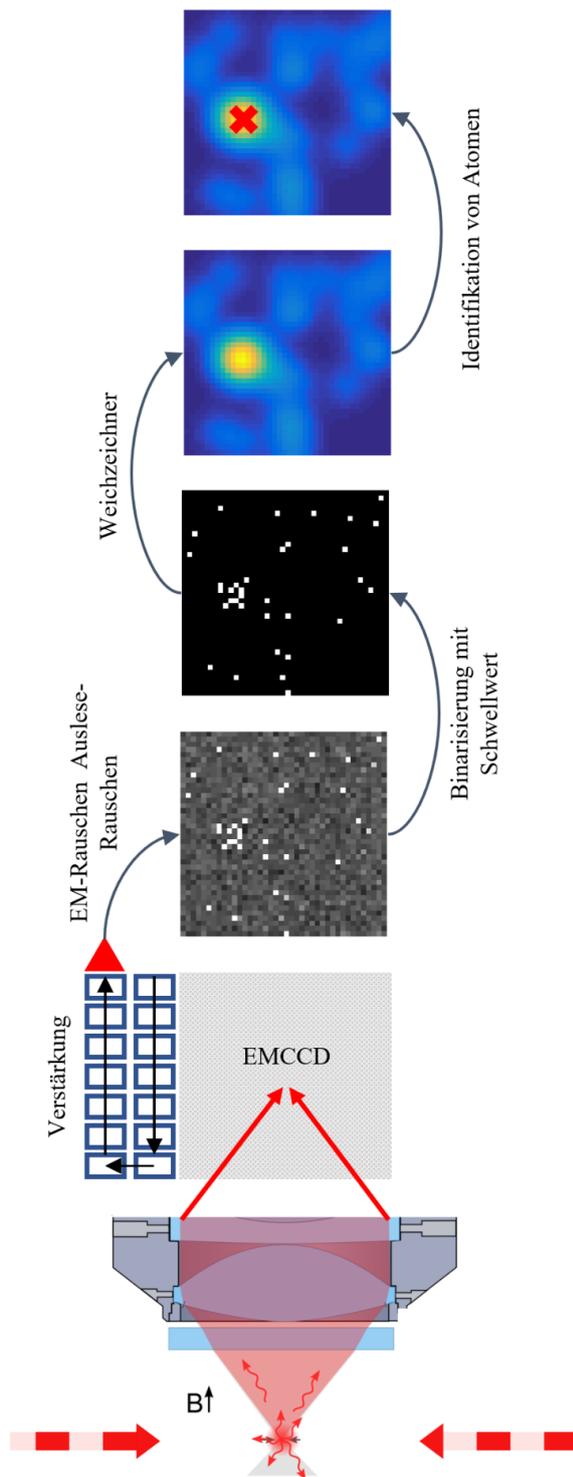


Abbildung 3.2: Ablauf der Einzel-Atom-Detektion. Nachdem die Fluoreszenzphotonen vom Mikroskop eingefangen und von der Kamera detektiert wurden, kann das aufgenommene Bild binarisiert werden. Nachdem ein Weichzeichner angewendet wurde, identifiziert ein Algorithmus die Atome.

sich eine Häufung an Counts, die auf ein Atom zurückzuführen ist. Andere helle Punkte sind hingegen auf CICs zurückzuführen.

Um Atome identifizieren zu können, muss ein Algorithmus geschrieben werden, der Photonenhäufungen auf den zufällig verteilten CICs erkennt. Dafür sind verschiedene Schritte notwendig. In einem Regime in dem im Mittel 0 bis 1 Photon pro Pixel zu erwarten ist, kann das Bild binarisiert werden (drittes Bild von oben in Abbildung 3.2). Dafür wird ein Schwellwert bestimmt ab, dem der Countwert auf einem Pixel als Elektron gewertet wird.

Das binarisierte Bild kann daraufhin mit einem gauß'schen Weichzeichner untersucht werden. Dieser hebt Bereiche hervor, in denen die Elektronen vergleichsweise kleine Abstände besitzen und aus diesem Grund mit hoher Wahrscheinlichkeit von Fluoreszenzphotonen erzeugt wurden (zweites Bild von oben in Abbildung 3.2). Daraufhin analysiert ein Algorithmus das Bild und bestimmt die Stellen, an denen ein Atom vermutet wird (oberstes Bild in Abbildung 3.2).

Die Anzahl der CICs, sowie das Ausleserauschen ist von den Kameraeinstellungen abhängig. Aus diesem Grund müssen die Kameraparameter sorgfältig ausgewählt werden. Die Bestimmung dieser Parameter wird in Abschnitt 3.3.2 durchgeführt.

Da sich unser Experiment in einer Umbauphase befand, war es nicht möglich die ersten Schritte in Richtung Einzel-Atom-Detektion experimentell durchzuführen. Mit Hilfe von Matlab konnten jedoch Photonenspuren von Atomen auf einer EMCCD simuliert werden. Daraufhin war es möglich, Tests mit Detektionsalgorithmen durchzuführen. Durch das

Variieren verschiedener Parameter, die in die Simulation eingehen, konnte ein Satz an Parameterwerten bestimmt werden, für die die höchsten Detektionswahrscheinlichkeiten zu erwarten sind.

Bei der Simulation der Atome im gepulsten Laserfeld handelt es sich um eine Monte-Carlo Simulation. Mit Hilfe der Streurrate können Stoßwahrscheinlichkeiten zwischen Atom und Photonen berechnet werden. Durch die Erzeugung von Zufallszahlen kann daraufhin die Absorption und Emission simuliert werden. Während das Atom beleuchtet wird, nimmt es Impuls bei der Aufnahme und Abgabe von Photonen auf und führt eine Folge von Zufallsbewegungen (engl. Random Walk) im Impulsraum aus. Dies führt zu einem Pfad im Ortsraum. Bei seiner Bewegung hinterlässt das Atom eine Photonenspur auf der Kamera.

Um abzuschätzen, ob die Photonenspur vor dem Hintergrundrauschen der Kamera detektierbar ist, kann das Signal-zu-Rausch-Verhältnis betrachtet werden. Dabei muss die voraussichtliche Anzahl detektierter Photonen mit dem Kamerarauschen verglichen werden. Im Gegensatz zu Experimenten mit optischen Gittern, in denen tausende von Photonen gestreut werden, werden hier nur wenige hundert Photonen gestreut. Von diesen Photonen gelangt wiederum nur ein Bruchteil zur Kamera.

Die Anzahl der detektierten Photonen lässt sich mit der Streurrate und unter Berücksichtigung des Dipolabstrahlungsmusters der Atome berechnen. Es werden bei sehr hohen Intensitäten und einer typischen Belichtungszeit von $20 \mu\text{s}$ etwa 370 Photonen gestreut, wovon letztendlich ca. 20-30 Photonen detektiert werden (Die Abschnitte zum Dipolabstrahlungsmuster und zur Streurrate gehen darauf näher ein). Längere Belichtungszeiten führen zwar zu mehr Photonen, die Atomspuren werden jedoch zum Ende der Belichtung deutlich größer und es kommt kaum noch zu Photonenhäufungen, die für die Detektion benötigt werden. Das Kamerarauschen kann durch die Analyse von Dunkelbildern ermittelt werden. Selbst bei völliger Abwesenheit von Photonen wird auf 1,5% der Pixel fälschlicherweise ein Photon detektiert. Ist die Vergrößerung richtig eingestellt, verteilen sich die 20-30 Photonen auf etwa $100 = 10 \cdot 10$ Pixeln. Das Signal sollte folglich im Vergleich zum Rauschen ausreichend groß sein, um das einzelne Atom nachzuweisen.

In der Gruppe von Selim Jochim wird dieses Detektionsschema bisher erfolgreich auf die Detektion von einzelnen Atomen im freien Raum und die Detektion von Atomen in Mikrofallen angewendet. Sobald der Detektionsalgorithmus an unserem Experiment implementiert sein wird, wird es möglich sein, zweidimensionale Systeme in situ oder im Impulsraum zu untersuchen. Der Abstand zwischen den Atomen sollte dabei deutlich größer sein, als die typische überfolgene Strecke von etwa $4 \mu\text{m}$ [7]. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, überlappen die Signale einzelner Atome und können nicht mehr unterschieden werden. Aus diesem Grund ist diese Methode besonders geeignet, um verdünnte Systeme mit wenigen Atomen zu untersuchen.

Dipolabstrahlungsmuster

Das magnetische Feld am Ort der Atome gibt eine Quantisierungsachse vor und beeinflusst damit auch die Abstrahlung. Die Atome strahlen in einem Magnetfeld gemäß des Dipolabstrahlungsmusters ab, was sich auf die Anzahl detektierbarer Photonen auswirkt. Gemäß [14] lässt sich das Abstrahlungsmuster wie folgt schreiben:

$$I(\theta) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2(\theta)) \quad (3.1)$$

Dabei entspricht $\theta = 0$ der Achse des Magnetfelds. Unter Beachtung der NA ($NA = 0,62 = \sin(\alpha)$, Öffnungswinkel: $\alpha = 38,2^\circ$) kann der Anteil S an Photonen, die die Kamera erreichen berechnet werden:

$$S = \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} I(\theta) \sin(\theta) \cdot d\phi d\theta \quad (3.2)$$

$$= \frac{3}{8} \int_0^\alpha (1 + \cos^2(\theta)) \sin(\theta) \cdot d\theta \quad (3.3)$$

$$= -\frac{1}{16} [\cos(\theta) (\cos(2\theta) + 7)]_0^\alpha \quad (3.4)$$

$$= 14,6\% \quad (3.5)$$

Bei einer isotropen Abstrahlung würden $\frac{1}{2} (1 - \cos(\arcsin(0,62))) = 11,4\%$ der Photonen die Kamera erreichen. Die Winkelabhängigkeit der Abstrahlung verbessert somit die Anzahl detektierbarer Photonen um ca. 3%. Informationen über die absolute Anzahl der Photonen enthält die Streurrate eines Atoms im Laserfeld. Mit ihr kann das erwartete Signal berechnet werden. Darauf geht der folgende Abschnitt ein.

Streurrate

Die Anzahl der auf der Kamera ankommenden Photonen wirkt sich stark auf die Detektion aus. Erste Machbarkeitsabschätzungen lassen sich mit Hilfe der Streurrate vornehmen. Aus den Gleichgewichtslösungen der optischen-Bloch-Gleichungen lässt sich folgende Gleichung für die Streurrate Γ_a eines Atoms in einem Laserfeld ableiten:

$$\Gamma_a = \frac{s_0 \Gamma / 2}{1 + s_0 + (2\delta / \Gamma)^2} \quad (3.6)$$

Hier ist $s_0 = I/I_0$ die auf die Sättigungsintensität normierte Lichtintensität. Wenn γ die Breite des Übergangs ist, gilt $\Gamma = 2\pi\gamma = 2\pi \cdot 5,8724 \text{ MHz} = 36,898 \text{ MHz}$. δ ist die Verstimmung des eingestrahnten Lichts mit $\delta = \omega_l - \omega_a$. Es kann der fast geschlossene Dipol

Übergang von $^2S_{1/2}$ nach $^2P_{3/2}$ bei hohen Feldern von ca. 800 G genutzt werden, der eine Übergangswellenlänge von 670.977 nm aufweist.

Für hohe Intensitäten sättigt die Rate zu $\Gamma_a (s_0 \rightarrow \infty) \approx 18,45$ MHz. Bei einer typischen Belichtungszeit von 20 μs entspricht dies ca. 370 Photonen. Von diesen 370 Photonen erreichen aufgrund des Dipolabstrahlungsmusters $370 \cdot 0,146 \approx 54$ das Mikroskop. Durch Verluste an den Optiken ($\sim 25\%$) und der Quanteneffizienz der Kamera ($\sim 85\%$) verbleiben ca. 34 Photonen. Sollten mehrere Photonen auf den gleichen Pixel treffen, wird durch die Binarisierung der Kamerabilder nur ein Photon gezählt. Außerdem sollten sehr hohe Intensitäten aufgrund des zunehmenden Streulichts vermieden werden. Folglich scheinen 20 bis 30 Photonen pro Atom eine realistische Größenordnung für das zu erwartende Signal zu sein.

Ob das Signal-zu-Rausch-Verhältnis später ausreichend groß ist, lässt sich mit Informationen über das Rauschverhalten der Kamera abschätzen. Wie später erläutert wird, werden auf ca. 1,5% der Pixel Photonen gezählt, auch wenn die Kamera nicht beleuchtet wird. Wird ein Bereich von 100 Pixeln betrachtet, so befinden sich auf ihm demzufolge ca. 1-2 falsche Kamera-Counts. Werden 20-30 Photonen in diesem Bereich verteilt, so ist die Anzahl der falschen Counts ca. vier bis fünf Standardabweichungen vom Signal entfernt (Standardabweichung: $\sqrt{20} = 4,47$). Folglich sollte eine Detektion möglich sein³. Die Vergrößerung des Mikroskops spielt dabei ebenfalls eine entscheidende Rolle. Ist die Vergrößerung zu groß, verteilen sich die Photonen über einen so großen Bereich, dass sie im Rauschen nicht detektierbar sind. Ist sie zu klein, treffen alle Photonen auf einen Pixel und sind ebenfalls aufgrund der speziellen Rauschstatistik im EM-Modus kaum detektierbar.

Der nächste Abschnitt behandelt die in diesem Experiment benutzte Kamera. Sie ist die wichtigste Detektionskomponente und ein genaues Verständnis der Funktionsweise und eine präzise Charakterisierung der Rauscheigenschaften sind essentiell zur Durchführung der Einzel-Atom-Detektion.

3.2 Funktionsweise, Aufbau und Fehlerquellen von Electron Multiplying CCDs

Der Nachweis einzelner Atome erfordert hochsensible Detektionsmethoden, da sich das erwartete Signal von einem einzelnen Atom auf einige wenige Photonen beschränkt. Somit ist eine Kamera notwendig, die es möglich macht, einzelne Photonen nachzuweisen. In einem Regime, in dem im Mittel höchstens ein Photon pro Pixel erwartet wird, sind EMCCDs besonders geeignet. Diese Art der CCD-Kamera besitzt vor ihrem Elektronen-Ausleseregister ein zusätzliches Elektronenmultiplikations-Register (EM-Register). Durch das Verstärken einzelner Photoelektronen auf viele hunderte von Sekundärelektronen kann der relative Fehler pro Photon, der beim Auslesen entsteht, deutlich verkleinert werden. Bei der hier verwendeten Kamera handelt es sich

³Eigentlich müsste hier der Pfad den ein Atom fliegt und die Verteilung der abgestrahlten Photonen berücksichtigt werden. Dies soll allerdings nur eine erste Abschätzung sein.

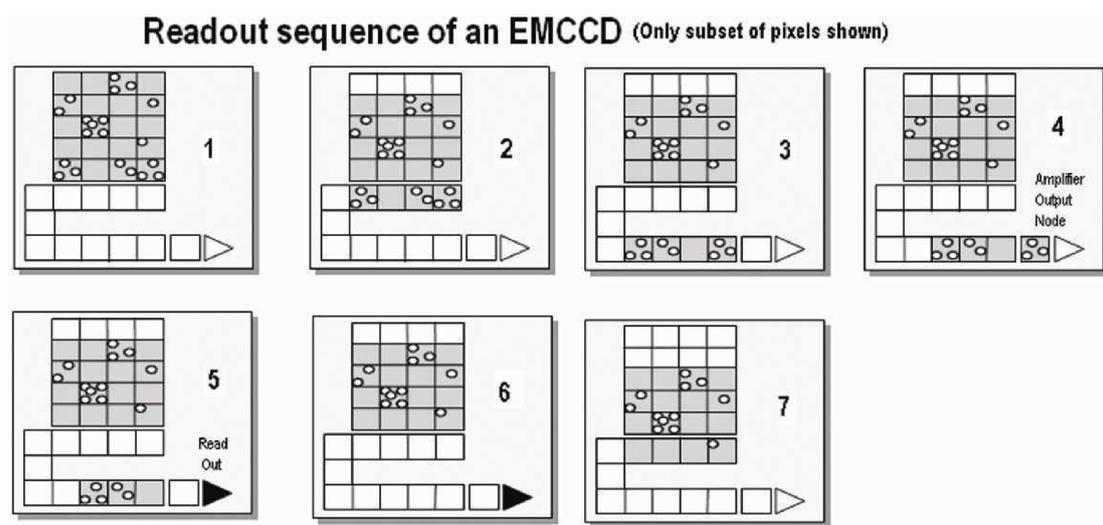


Abbildung 3.3: Aufbau einer EMCCD. Im oberen Bereich befindet sich ein großes Array an Pixeln, hier vereinfacht durch 5×4 Pixel dargestellt. Auf diesen Pixeln können durch Lichteinfall Photoelektronen entstehen (Bild 1). Die Ladungen werden einzeln, Zeile für Zeile, vertikal ins unterste Register verschoben (Bild 2). Vom untersten Register gelangen die Elektronen horizontal ins EM-Register (Bild 3) und danach über einen zusätzlichen Verstärker ins Ausleseregister, wo Pixel für Pixel ausgelesen wird (Bild 4 und 5). Daraufhin wiederholt sich der Prozess (Bild 6 und 7). [1]

um eine Andor iXon Ultra 897. Dieses Abschnitt behandelt die grundlegende Funktionsweise einer EMCCD. Zusätzlich werden zufällige Fehlerquellen diskutiert und statistisch eingeordnet, sowie die Kamera im Hinblick auf systematische Fehler untersucht.

3.2.1 Aufbau einer Electron Multiplying CCD

Ein EMCCD-Chip besteht im wesentlichen aus drei verschiedenen Bauteilen: Einem photoaktivem Pixelarray mit hoher Quanteneffizienz, einem EM-Register und einem Ausleseregister. Jedes dieser Bauteile besitzt Parameter, die genutzt werden können, um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis für die jeweilige Anwendung optimieren zu können. In diesem Abschnitt wird anhand der Funktionsweise erklärt, welche Parameter einstellbar sind und welche Auswirkungen sie auf die aufgenommenen Bilder haben.

Durch Belichtung werden auf den einzelnen Pixeln Elektronen vom Valenz- ins Leitungsband gehoben. Zum Auslesen werden diese Ladungen mit der sogenannten vertikalen Verschiebungsgeschwindigkeit Zeile für Zeile Richtung EM-Register verschoben, wobei immer die Elektronen aus der letzten Zeile ins EM-Register gelangen. So wird im Gegensatz zu aktiven Pixel Sensoren nur ein Auslese-Register benötigt [5]. Danach wird die Anzahl der Elektronen auf jedem Pixel im Ausleseregister ermittelt. In Abbildung 3.3 kann dieser Prozess schematisch nachvollzogen werden.

Der vertikale Verschiebungsprozess kommt durch das Anlegen zeitlich veränderlicher Spannungen an jedem Pixel zustande. Vereinfacht kann sich ein Pixel als Potentialtopf vorgestellt

werden, in dem sich während der Belichtungszeit Ladungen ansammeln können. Durch das Anlegen einer Spannung wird das Ladungsband so deformiert, dass alle Ladungen zeilenweise zum nächsten Pixel Richtung Ausleseregister verschoben werden.

Das EM-Register ist der wesentliche Baustein zur Einzel-Atom-Detektion. Dabei werden die Elektronen beim Verschieben zum nächsten Verstärkungsregister beschleunigt und erzeugen durch Stöße Sekundärelektronen, welche daraufhin ebenfalls Elektronen erzeugen können. Bei der Detektion im Auslese-Register ergibt sich typischerweise eine Unsicherheit von ca. 20 Elektronen. Ohne zusätzliche Verstärkung kann nicht aufgelöst werden, ob z.B. null oder ein Elektron auf einem Pixel gewesen sind. Bei einer EM-Verstärkung von 1000 muss das Auslese-Register jedoch nur noch zwischen 0 und 1000 Elektronen unterscheiden können. Dafür kommt eine zusätzliche Fehlerquelle durch den stochastischen Verstärkungsprozess der Elektronen hinzu.

Nach dem Auslese-Register, das die Ladungen in eine Spannung umwandelt, befindet sich ein weiterer elektronischer Verstärker. Daraufhin wird die Spannung mit einem AD-Wandler digitalisiert. Der AD-Wandler gibt für jeden Pixel eine Zahl (Count) heraus, die je nach Betriebsmodus mit unterschiedlichen Faktoren multipliziert werden muss, um die tatsächliche Elektronenanzahl zu erhalten⁴.

3.2.2 Fehlerquellen und einstellbare Parameter

Jeder Abschnitt bei der Detektion mit einer EMCCD ist für sich fehlerbehaftet. Der Gesamtfehler für die Einzel-Atom-Detektion ist letztendlich eine mehrfache Faltung der verschiedenen Fehlerquellen. Die drei wesentlichen Fehlerquellen sind: verschiebungsinduzierte Ladungen (engl. Clock-Induced-Charges (CICs)), der Verstärkungsprozess der Elektronen und das Rauschen beim Auslesen der Pixel. Zusätzlich können Elektronen durch Streulicht oder thermisch ins Leitungsband angehoben werden. Dieser Abschnitt behandelt kurz jede dieser Fehlerquellen und ordnet ihre Auswirkungen ein. In Kapitel 3.3 wird die benutzte Kamera (iXon Ultra 897) genauer im Hinblick auf diese Fehler charakterisiert und die besten Betriebsparameter werden experimentell bestimmt.

Thermische Anregungen

Elektronen können spontan thermisch vom Valenz ins Leitungsband angeregt werden. Laut dem Datenblatt [1] der Kamera lässt sich die Kamera mit Hilfe von Peltier-Elementen auf bis zu -100 °C abkühlen. Typischerweise fällt die Anzahl der thermisch angeregten Elektronen exponentiell mit der Temperatur. Bei -85 °C und einem Gain von 1000 wird ein Dunkelstrom von etwa 0,005 Elektronen/Pixel/Sekunde erwartet [1]. Mit einer Belichtungszeit von $20\ \mu\text{s}$ und 512×512 Pixeln entspräche dies 0,003 Pixeln pro aufgenommenem Bild. Aus diesem Grund lassen sich thermische Anregungen in guter Näherung vernachlässigen.

⁴Das kleinste Ausleserauschen ergibt bei folgenden Ausleseereinstellungen: 1 MHz Rate, 14-bit Digitalisierung, Vorverstärkerfaktor von 5. Dabei entspricht ein Count 10,19 Elektronen.

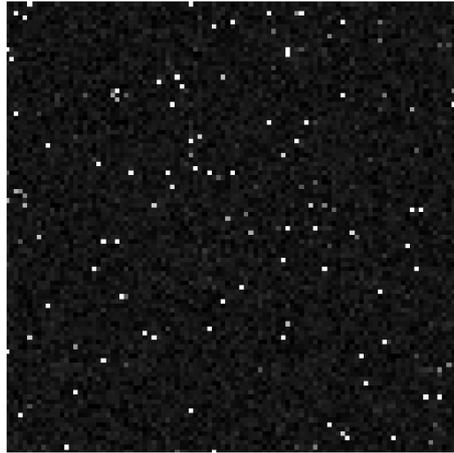


Abbildung 3.4: Ausschnitt aus einem Dunkelbild der EMCCD. Dieses Bild wurde mit geschlossenem Shutter aufgenommen. Folglich kann das Signal nur durch CICs oder Ausleserauschen entstanden sein.

Streulicht

Auch Streulicht führt zu ungewollten Counts auf der Kamera. Aus diesem Grund ist es wünschenswert mit möglichst geringen Lichtintensitäten abzubilden. Zum jetzigen Zeitpunkt können leider keine Aussagen über die Stärke und Verteilung des Streulichts gemacht werden, da bisher keine Tests aufgrund der Upgrade-Phase durchführbar waren. Bei der Implementierung der Einzel-Atom-Detektion sollte dies noch einmal gesondert untersucht werden.

Clock-Induced-Charges (CICs)

Auch wenn keine Photonen das Pixelarray erreichen, werden die Pixel nach dem Belichten in Richtung des Auslese-Register verschoben. Beim Verschieben der Ladungen zwischen den Pixeln kann es zu sogenannten Clock-Induced-Charges (CICs) kommen. Das bedeutet, dass durch den Verschiebungsprozess zusätzliche Elektronen ins Leitungsband angeregt werden. Bei der Detektion einzelner Photonen und damit einzelner Elektronen kann das ein limitierender Faktor sein, da auch die CICs durch das EM-Register verstärkt werden. Unter bereits optimierten Kameraeinstellungen ist bei völliger Abwesenheit von Photonen zu erwarten, dass durch die CICs auf ca. 1,5% der Pixel trotzdem ein Elektron detektiert wird.

Die Anzahl dieser CICs ist stark abhängig von der Verschiebungsgeschwindigkeit und der angelegten Verschiebungsspannung, die zur Deformierung der Töpfe führen soll. Hierbei gilt: Je höher die Verschiebungsgeschwindigkeit ist, desto weniger CICs entstehen. Die Größe der Verschiebungsgeschwindigkeit wird dadurch begrenzt, dass ab einer gewissen Geschwindigkeit das Verschieben der Pixel in der Mitte des Bildes nicht mehr wie vorgesehen funktioniert (Siehe Kapitel 3.3). In Abbildung 3.4 ist ein Ausschnitt eines typischen Dunkelbilds zu erkennen. Da der Shutter der Kamera geschlossen war, sind ausschließlich CICs und das Ausleserauschen zu sehen.

Rauschen beim Auslesen der Pixel

Das Auslese-Register wandelt die Ladung aus den Pixeln in eine Spannung um, die daraufhin von einem AD-Wandler digitalisiert wird. Typischerweise liegt der Fehler hier bei einigen Elektronen. Für konventionelle CCDs ist dies der limitierende Faktor. Da die Elektronen jedoch durch das EM-Register aus dem Ausleserauschen herausverstärkt werden, ist das Signal deutlich größer, als das Rauschen.

Rauschen durch das EM-Register

Das Verstärken der Elektronen im EM-Register ist ein stochastischer Prozess. Die Elektronen werden beschleunigt und erzeugen Sekundärelektronen, die wiederum neue Elektronen erzeugen können. Bei diesem exponentiellen Prozess führen kleine Veränderungen in der anfänglichen Elektronenzahl zu großen Schwankungen zum Ende des Registers. Dabei ergibt sich eine breite Verteilung für die mögliche Anzahl der Ausgangselektronen dieses Registers, die sich auch für verschiedene Anfangselektronenzahlen stark überlappen. (Dazu mehr in Kapitel 3.2.3)

Im folgenden wird genauer auf ein stochastisches Modell für EMCCDs eingegangen. Dabei wird berechnet, welche Count-Verteilung für bestimmte Betriebsparameter zu erwarten ist.

3.2.3 Stochastisches Modell für Electron Multiplying CCDs

Die Prozesse, die in einer EMCCD Kamera ablaufen, sind aufeinanderfolgende, sich bedingende Zufallsprozesse. Um genauer zu verstehen, welches Signal bei unterschiedlichen Einstellungen der Kamera zu erwarten ist, lohnt sich ein Blick in das dahinter liegende theoretische Modell.

In [20] befindet sich eine umfassende Herleitung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für Counts pro Pixel unter Berücksichtigung aller Rauscheffekte. Allerdings ist eine der Grundannahmen die Poissonverteilung der Anzahl der ankommenden Photonen. Im Limit kleiner Photonenzahlen scheint diese Annahme problematisch. Die Poisson-Verteilung ist der Grenzwert der Binomialverteilung für unendlich viele Versuche bei konstantem Erwartungswert. Bei kleinen Photonenzahlen befindet man sich nicht in diesem Grenzfall. Für die Anwendung der EMCCD als Detektor einzelner Atome ist eine Annahme über die Verteilung der ankommenden Photonen nicht von großem Interesse. Von größerem Interesse ist, wie die Kamera eine bestimmte Anzahl ankommender Photonen verarbeitet. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird keine Photonenverteilung benötigt, da die Simulation der Atome für Einzelprozesse Photonenzahlen ausgibt. Anders ausgedrückt beschränkt sich das Thema dieses Kapitels auf folgende Frage: Wenn auf einen Pixel N Photonen treffen, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit x Elektronen im Ausleseregister zu messen?

In einem ersten Schritt muss betrachtet werden, wie viele Elektronen das EM-Register bei einer gewissen Anzahl ankommender Photonen erreichen. Dadurch, dass die Quanteneffizienz $q \neq 1$ ist, erzeugt ein gewisser Anteil der Photonen keine Photoelektronen. Die Wahrschein-

Tabelle 3.1: Liste aller verwendeten Variablen

Variable	Bedeutung
N	Anzahl der ankommenden Photonen
q	Quanteneffizienz der Kamera
n_{ph}	Anzahl der erzeugten Photoelektronen durch Photonen
c	Erwartungswert falscher Photoelektronen durch CICs
n_{cic}	Anzahl der durch CICs erzeugten Photoelektronen
n_{em}	Anzahl der Elektronen, die das EM-Register erreichen
n	Anzahl der detektierten Elektronen
$G(x, \sigma)$	Ausleserauschen
σ	Breite des Ausleserauschs
b	elektronischer Offset im Auslese-Register
$B(k, N, p)$	Binomialverteilung
$P(k, \lambda)$	Poissonverteilung
$p_1(n_{\text{em}}, N, c)$	Wahrscheinlichkeit dafür, dass n_{em} Elektronen das EM-Register erreichen
$p_{\text{em}}(n, n_{\text{em}})$	Erlangen-Verteilung. Wahrscheinlichkeit aus dem EM-Register n Sekundärelektronen bei n_{em} Anfangselektronen zu erhalten
$p_2(x, N, c, g)$	Gesamtwahrscheinlichkeit x Elektronen nach dem EM-Register zu erhalten.
$p_3(x, N, c, g, \sigma)$	Endwahrscheinlichkeit durch N Photonen n Elektronen zu messen.

lichkeit n_{ph} Photoelektronen bei N ankommenden Photonen zu erhalten, folgt demnach einer Binomialverteilung:

$$B(n_{\text{ph}}, N, q) = \binom{N}{n_{\text{ph}}} \cdot q^{n_{\text{ph}}} (1 - q)^{N - n_{\text{ph}}} \quad (3.7)$$

Wenn CICs hinzu kommen, kann sich die Anzahl der Elektronen nur vergrößern. Die zusätzlichen CICs können in guter Näherung durch eine Poissonverteilung modelliert werden. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die Anzahl der Elektronen für die es möglich ist, den Sprung durch das Verschieben ins Leitungsband durchzuführen auf Größenordnung der Avogadrokonstante liegt. Wenn c der Erwartungswert der Anzahl der CICs pro Pixel ist, lässt sich die Wahrscheinlichkeit dafür n_{cic} CICs zu erzeugen folgendermaßen schreiben:

$$P(n_{\text{cic}}, c) = \frac{c^{n_{\text{cic}}}}{n_{\text{cic}}!} e^{-c} \quad (3.8)$$

Die Elektronen gelangen nun vom Pixel-Array in das EM-Register. Um die Wahrscheinlichkeit $p_1(n_{\text{em}}, N, c)$ zu errechnen, mit der n_{em} Elektronen das EM-Register betreten, wenn N Photonen auf den Pixel getroffen sind, müssen die Wahrscheinlichkeiten aller Pfade im Baumdiagramm addiert werden, die zu n_{em} Photoelektronen führen. Dementsprechend müssen beide

Wahrscheinlichkeitsverteilungen gefaltet werden:

$$p_1(n_{em}, N, c) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{n_{em}} B(m, N, q) P(n_{em} - m, c) & , \text{ für } n_{em} \leq N \\ \sum_{m=0}^N B(m, N, q) P(n_{em} - m, c) & , \text{ für } n_{em} > N \end{cases} \quad (3.9)$$

Die Fallunterscheidung ist notwendig, da die Binomialverteilung für $m > N$ nicht definiert ist. Es kann jedoch durch CICs dazu kommen, dass mehr Elektronen das EM-Register erreichen, als Photonen den Pixel getroffen habe.

Der zweite Schritt beinhaltet die Betrachtung des stochastischen Prozess innerhalb des EM-Registers. Laut [4] kann die Wahrscheinlichkeit bei n_{em} eingehenden Elektronen n_{EM} Elektronen aus dem EM-Register zu erhalten wie folgt angegeben werden:

$$p_{em}(n_{EM}, n_{em}) = \begin{cases} \frac{n_{EM}^{n_{em}-1} \exp(-n_{EM}/g)}{g^{n_{em}} (n_{em}-1)!} & \text{für } n_{em} > 0 \\ \delta_{0, n_{EM}} & \text{für } n_{em} = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

Hier bezeichnet g den Gain bzw. Verstärkungsfaktor des EM-Registers. Diese Funktionen werden auch als Erlangen-Funktionen bezeichnet und sind diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Eine erneute Faltung ergibt die Gesamtwahrscheinlichkeit $p_2(n_{EM}, N, c, g)$ dafür n_{EM} Elektronen nach dem EM-Register zu erzeugen:

$$p_2(n_{EM}, N, c, g) = \sum_{m=0}^{\infty} p_1(m, N, c) p_{em}(n_{EM}, m) \quad (3.11)$$

Im letzten Schritt muss das Rauschen des Auslese-Registers und des AD-Wandler berücksichtigt werden. Typischerweise ist das Rauschen $G(x, \sigma)$ gaußförmig um den Erwartungswert (symbolisch: Gemessene Anzahl Elektronen = $n_{EM} \pm G$) und unter besten Einstellungen ist eine Breite von $\sigma \sim 20$ realistisch:

$$G(x, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.12)$$

Die Variable x ist hier in Einheiten von Elektronen angegeben. Bei der späteren Auswertung der Kamerabilder muss beachtet werden, dass als Einheit der sogenannte Count pro Pixel verwendet wird. Der Umrechnungsfaktor von Counts zu Elektronen hängt vom jeweiligen Betriebsmodus ab. Nun kann durch eine erneute Faltung die Gesamtwahrscheinlichkeit

$p_3(n, N, c, g, \sigma)$ angegeben werden bei N eingehenden Photonen n Elektronen zu detektieren:

$$p'_3(n, N, c, g, \sigma) = \sum_{m=0}^{\infty} p_2(m, N, c, g) G(n - m, \sigma) \cdot 1 \quad (3.13)$$

Nun muss zusätzlich berücksichtigt werden, dass durch das Ausleseregister ein elektronischer Offset $b \approx 100$ zu jedem Count-Wert hinzugefügt wird:

$$p_3(n, N, c, g, \sigma, b) = \sum_{m=0}^{\infty} p_2(m, N, c, g) G(n - b - m, \sigma) \quad (3.14)$$

Die Formel kann in folgender Weise begründet werden: Wird beispielsweise der Wert der verschobenen Verteilung p_3 für $n = 100$ betrachtet, muss er genau dem Wert der unverschobenen Verteilung p'_3 für $n = 0$ entsprechen. In analoger Weise muss p_3 für $n = 100 + k$ mit $k \in \mathbb{N}$ mit p'_3 für $n = k$ übereinstimmen. Dies kann durch einsetzen gezeigt werden. Für $n < b$ entspricht die Summe ebenfalls den Erwartungen. Erst durch den Offset wird es möglich, dass sich das gaußförmige Ausleserauschen symmetrisch auf kleine Countwerte auswirkt. Dies wird deutlich, wenn beispielsweise die ersten Terme von p_3 für $n = 0$ betrachtet werden:

$$p_3(0, N, c, g, \sigma, b) = p_2(0, N, c, g) G(-100, \sigma) + p_2(1, N, c, g) G(-101, \sigma) + \dots \quad (3.15)$$

Die unverschobene Verteilung war für $n < 0$ hingegen nicht definiert. Aus Gleichung 3.15 wird deutlich, dass der $n=0$ Wert erreicht werden kann, wenn zum Beispiel 0 Elektronen im EM-Register erzeugt werden und das Ausleserauschen diesen Wert um 100 Elektronen verschiebt oder, wenn 1 Elektron im EM-Register erzeugt wird und das Ausleserauschen um 101 Elektronen verschoben wird, usw. .

Mit Hilfe dieser Rechnung ist es nun möglich, die voraussichtliche Verteilung an Elektronen für Dunkelbilder zu bestimmen. Mit der vereinfachenden Annahme, dass durch die CICs höchstens ein Photoelektron pro Pixel entsteht ($n_{em} \in \{0, 1\}$), ergibt sich für $p_1(n_{em}, 0, c)$:

$$p_1(n_{em}, 0, c) = P(n_{em}, c) \quad (3.16)$$

Für die Anzahl an Elektronen nach dem EM-Register gilt dann:

$$p_2(n_{EM}, 0, c, g) = \sum_{m=0}^1 P(m, c) p_{em}(n_{EM}, m) = P(0, c) p_{em}(n_{EM}, 0) + P(1, c) p_{em}(n_{EM}, 1) \quad (3.17)$$

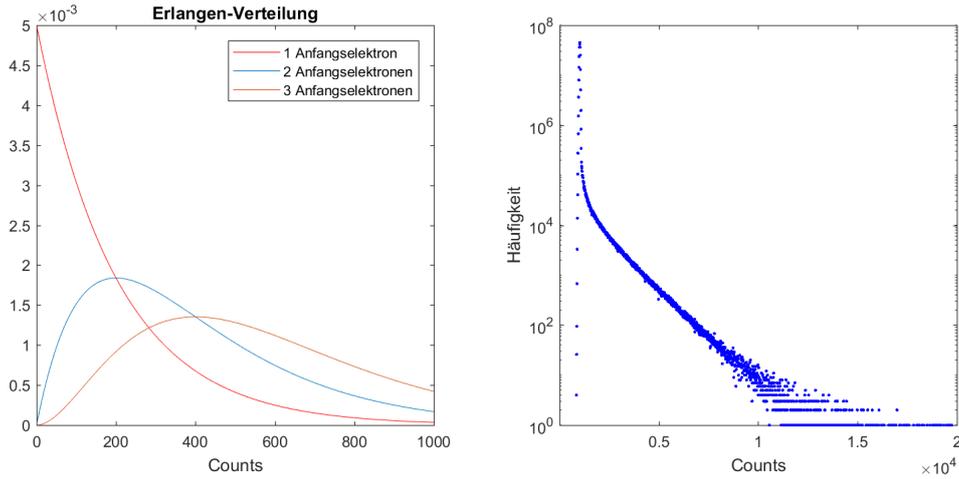


Abbildung 3.5: Erlangen-Verteilungen und Histogramm mit Countwerten. Auf der linken Seite sind Erlangen-Verteilungen für verschiedene Anfangselektronenzahlen abgebildet. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich diese Verteilungen stark überlappen. Aus diesem Grund ist es schwer, höhere Photonenzahlen zu unterscheiden. Auf der rechten Seite ist ein Histogramm zu sehen, wobei sich auf der x-Achse Countwerte und auf der y-Achse deren Häufigkeit für 1000 Dunkelbilder befinden. Das Diagramm ist logarithmisch dargestellt. Es ist ein klarer Peak durch das Ausleserauschen auf den Pixeln mit null Elektronen zu erkennen. Darauf folgt ein exponentieller Abfall durch die Pixel, auf denen mindestens ein Elektron erzeugt wurde.

Nun folgt die Faltung mit dem Fehler durch das Ausleseregister:

$$p_3(n,0,c,g,\sigma,b) = \sum_{m=0}^{\infty} (P(0,c)\delta_{0,m} + P(1,c)p_{em}(m,1))G(n-b-m,\sigma) \quad (3.18)$$

$$= P(0,c)G(n-b,\sigma) + \sum_{m=0}^{\infty} P(1,c)p_{em}(m,1)G_b(n-b-m,\sigma) \quad (3.19)$$

Nach Gleichung 3.19 besteht das Ergebnis aus zwei Anteilen. Der Erste entspricht dem Ausleserauschen mit der Amplitude $P(0,c)$ um den Offset b . Der Zweite ist die um das Ausleserauschen „ausgeschmierte“ erste Erlangen-Verteilung mit der Amplitude $P(1,c)$. Da im Allgemeinen gilt, dass $P(0,c) \gg P(1,c)$, ist der Peak durch das Ausleserauschen um b deutlich höher, als der Anteil durch die erste Erlangen-Verteilung.

Dieses Verhalten ist in Abbildung 3.5 erkennbar. Auf der rechten Seite ist ein Histogramm abgebildet. Dabei wurden 1000 Dunkelbilder verwendet. Auf der x-Achse befindet sich die Count-Werte, die auf einem Pixel auftreten können. Auf der y-Achse befindet sich die Häufigkeit des Auftretens dieses Wertes bei $1000 \cdot 512 \cdot 512 = 262.144.000$ Pixeln. Für eine bessere Lesbarkeit wurde eine logarithmische Darstellung gewählt. Im linken Teil des Histogramms ist ein deutlicher Peak erkennbar, der auf das gaußförmige Ausleserauschen zurückzuführen ist. Für

höhere Count-Werte ist ein um mehrere Größenordnungen kleinerer exponentieller Abfall zu sehen, der durch Pixel verursacht wird, auf denen sich CICs befanden. Der Abfall entspricht der Exponentialfunktion in der ersten Erlangen-Verteilung (der Ausgangsverteilung des EM-Registers für ein Eingangselektron). Auf dem linken Diagramm sind Erlangen-Verteilungen für 1, 2 und 3 Anfangselektronen dargestellt. Je nach Anzahl der Anfangselektronen verändert sich der Verlauf. Bei einem Anfangselektron ist die Erlangen-Verteilung eine einfache e-Funktion: $p_{em} \sim e^{-x/g}$. Für mehrere Elektronen wird der Verlauf komplizierter, doch fallen alle Funktionen für große Werte wie $\sim e^{-x/g}$ ab. Aus diesem Grund fällt auch die Verteilung im rechten Plot für große x exponentiell. Der nicht exponentielle Übergangsbereich zwischen Ausleserauschen und exponentiellem Abfall mag den Eindruck erwecken, dass die Annahme, dass sich auf den Pixeln nur höchstens ein Elektron befindet, falsch ist. Eine zweite Annahme war jedoch, dass das EM-Register exakt null Elektronen erzeugt, wenn kein Elektron das Register betritt. Laut [20] ist das jedoch nicht korrekt. Diese zusätzlichen Sekundärelektronen können die Verteilung im Anfangsbereich deformieren.

Nun wird das erste Mal qualitativ deutlich, warum ein Regime mit null oder einem Photon pro Pixel am leistungsstärksten ist. Wenn mehr als ein Photon pro Pixel berücksichtigt werden muss, ist es notwendig, zusätzliche Terme in den jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Betracht zu ziehen. So wird man auch in p_3 zusätzliche Erlangen-Verteilungen erhalten. In Abbildung 3.5 ist zu sehen, dass der Überlapp der Verteilungen relativ groß ist. Aus diesem Grund wird es schwer einen gewissen Count-Wert einer bestimmten Verteilung zuzuordnen. Am wenigsten überlappen sich die Verteilungen für null Elektronen und einem Elektron. Da ein Pixel mit null Elektronen nicht dem stochastischen Verstärkungsprozess unterliegt und nur von der Unsicherheit durch das Ausleserauschen beeinflusst wird. In dieser Herleitung wäre dieser Überlapp näherungsweise der Überlapp zwischen der Gauß-Kurve des Ausleserausches und der ersten Erlangen-Funktion. Hier kann ein Schwellwert für Counts auf einem Pixel definiert werden. Besitzt ein Pixel einen Wert über dem Schwellwert, kann mit großer Wahrscheinlichkeit von einem echten Elektron ausgegangen werden.

Im folgenden Kapitel wird die Kamera genauer charakterisiert. Dabei wird unter anderem darauf eingegangen, bei welchen Kameraparametern die besten Schwellwerte definierbar sind.

3.3 Charakterisierung der eingebauten iXon 3

Um Messungen mit größtmöglicher Genauigkeit durchzuführen, ist es notwendig die Kennwerte der Kamera präzise zu kennen und zu wissen, unter welchen Einstellungen das beste Ergebnis zu erwarten ist. In Tabelle 3.2 sind die Hardwareparameter aufgelistet.

Im Verlaufe dieses Kapitels wird die Verstärkung und das Ausleserauschen bestimmt und betrachtet für welche Kameraeinstellungen die besten Schwellwerte definiert werden können. Der Schwellwert gibt an, ab welchem Count-Wert auf einem Pixel davon ausgegangen wird, dass sich dort ein Elektron befand. Ist der Schwellwert zu niedrig, werden auf zu vielen Pixeln

Tabelle 3.2: Kameradaten

Name	Andor iXon 3 Ultra 897
Pixelanzahl	512 x 512
Pixelgröße	16 μm
Bildgröße	8,2 mm x 8,2 mm
Quanteneffizienz	85% bei 670 nm
Bildrate	bis zu 56 fps
Kühltemperatur	bis -100°C
Verstärkung	bis 1000

Elektronen gezählt, auf denen keine Elektron vorhanden war. Ist der Schwellwert zu hoch, werden zu viele Pixel, auf denen sich ein Elektron befand, fälschlicherweise dem Ausleserauschen zugeordnet. Nachdem dieser Schwellwert definiert wurde, können die Kamerabilder binarisiert werden. Mit den binarisierten Bildern kann die Struktur der CICs genauer untersucht werden. Die Anzahl der CICs ist ebenfalls von den Kameraeinstellungen abhängig.

Bei verschiedenen Kameraparametern den besten Schwellwert zu bestimmen, ist letztendlich ein mehrdimensionales Optimierungsproblem. Dabei kann bei vielen Parametern davon ausgegangen werden, dass sie voneinander unabhängig sind. Im ersten Teil wird beispielhaft erklärt, wie man aus dem Histogramm in Abbildung 3.5 die Verstärkung und das Ausleserauschen bestimmt und dann daraus den Schwellwert berechnet. Die Parameter für die das kleinste Ausleserauschen, die wenigsten CICs und die besten Detektionswahrscheinlichkeiten berechnet wurden, bilden die besten Kameraeinstellungen.

3.3.1 Bestimmung von Ausleserauschen, Verstärkung und Schwellwert

In diesem Kapitel wird beispielhaft für die besten Kameraeinstellungen das Ausleserauschen und die Verstärkung der Kamera bestimmt. Daraufhin ist es jeweils möglich, einen Schwellwert, sowie Detektions- und Verlustwahrscheinlichkeiten für Photoelektronen zu berechnen. Führt man dies mit verschiedenen Kombinationen an Parametern durch, kann der Satz an Parametern mit den besten Detektionswahrscheinlichkeiten ausgewählt werden. Auf die Bestimmung der besten Einstellungen wird näher in Kapitel 3.3.2 eingegangen.

Das Ausleserauschen und die Verstärkung können über Fits an das Histogramm aus Abbildung 3.5 bestimmt werden. Wie bereits erläutert, ist der Peak auf der linken Seite des Histogramms auf die Pixel ohne Elektronen und damit auf das Ausleserauschen zurückzuführen. Dabei wird der Anteil der Erlangen-Verteilung in diesem Bereich vernachlässigt, da er um mehrere Größenordnungen kleiner ist, als das Ausleserauschen. Durch einem Gauß-Fit an den Peak kann die Breite des Ausleserauschs berechnet werden. Wird die Kurve zusätzlich normiert, ergibt der Fit die tatsächliche Verteilung des Ausleserauschs.

Die Verstärkung kann über den rechten Bereich des Histogramms bestimmt werden, der durch den zweiten Term in Gleichung 3.19 definiert wird. Mit der Näherung von einem Elektron

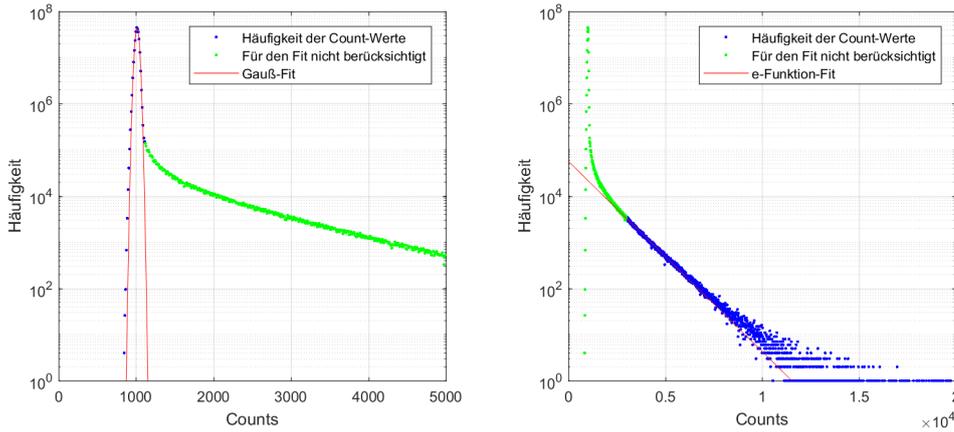


Abbildung 3.6: Fits für das Auslese- und EM-Rauschen. Um die Breite des Ausleserausens zu bestimmen, wurde auf der linken Seite ein Fit an den Peak der Verteilung berechnet. Auf der rechten Seite ist ein Fit für den exponentiell abfallenden Bereich des Histogramms zu sehen. Aus dessen Gleichung kann die Verstärkung bestimmt werden.

pro Pixel und dem Übergang in die integrale Form der Summen, kann der Term in folgender Weise geschrieben werden:

$$\sum_{m=0}^{\infty} p_2(m, N, c, g) G(n - b - m, \sigma) \quad (3.20)$$

$$\approx \int_0^{\infty} P(1, c) p_{em}(m, 1) G(n - b - m, \sigma) dm \quad (3.21)$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{\exp(-m/g)}{g} \exp\left(-\frac{(n - b - m)^2}{2\sigma^2}\right) dm \quad (3.22)$$

$$\text{Substitution: } u = -(n - b - m), \quad du = dm \quad (3.23)$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{\exp((-u - n + b)/g)}{g} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) dm \quad (3.24)$$

$$= \text{konst.} \cdot \exp(-n/g) \quad (3.25)$$

Obwohl keine geschlossene Form der Stammfunktion für den Integranden existiert, ist der Wert des Integrals endlich. Durch einen Fit mit einer Exponentialfunktion an den rechten Teil des Histogramms kann folglich die Verstärkung g berechnet werden.

In Tabelle 3.3 sind die Ergebnisse beider Fits abgebildet. Die Bereiche für die Datenpunkte wurden jeweils so angepasst, dass die Fits möglichst gut fangen. Punkte im Übergangsbereich zwischen den Regimen wurden dabei nicht berücksichtigt. Für das Ausleserausens σ gilt, dass $\sigma = \frac{c}{\sqrt{2}} \approx 22,5$ und für die Verstärkung erhält man aus dem Fit $g \approx 1055$.

Beide Werte stimmen grob mit den Werten aus dem Datenblatt überein. Die Verstärkung war laut dem von Andor bereitgestellten Kamerakontrollprogramm Solis auf 1000 eingestellt. Das

Tabelle 3.3: Fit-Ergebnisse

Ausleserauschen:	EM-Rauschen:
$f_{read} = a \cdot \exp\left(-\left(\frac{x-b}{c}\right)^2\right)$	$f_{em} = d \cdot \exp\left(-\frac{x}{g}\right)$
$a = 4.441_{-0.002}^{+0.003} \cdot 10^7$	$d = 5.688_{-111}^{+111} \cdot 10^4$
$b = 1013$	$g = 1055_{-7}^{+7}$
$c = 33.21_{-0.03}^{+0.02}$	

Ausleserauschen entspricht nach dem Datenblatt 20,99. Nun kann ein Schwellwert s definiert werden, über dem etwas als Elektron gewertet wird.

Um ein quantitatives Mittel zu haben diesen Schwellwert zu beurteilen, müssen zwei Wahrscheinlichkeiten definiert werden. Zum Einen wird die Wahrscheinlichkeit p_{loss1} benötigt, mit der man durch den Schwellwert einen Pixel als leer detektiert, auf dem sich genau ein Elektron befand. Da nur wenige Photonen von einem Atom erwartet werden, ist es wichtig einen möglichst großen Anteil dieser Photonen zu detektieren. Zum Anderen muss die Wahrscheinlichkeit p_{add} definiert werden, mit der ein Pixel mit null Elektronen durch das Ausleserauschen fälschlicher Weise als Elektron gezählt wird. Die dominierende Fehlerquelle bei der Detektion einzelner Atome ist die Anwesenheit von CICs auf den Kamerabildern. Die Wahrscheinlichkeit p_{add} sollte im Vergleich zur Wahrscheinlichkeit CICs zu erzeugen klein sein, damit sich die Anzahl falscher Counts, die vor allem durch CICs bestimmt ist, nicht wesentlich vergrößert.

Über die Fit-Funktionen f_{read} , für das Ausleserauschen, und f_{em} , für das EM-Rauschen, können diese Wahrscheinlichkeiten wie folgt formuliert werden (b : Elektronischer Offset durch das Ausleseregister):

$$p_{loss1} = \frac{\int_b^s f_{em}(x) dx}{\int_b^\infty f_{em}(x) dx} \quad (3.26)$$

$$p_{add} = \frac{\int_s^\infty f_{read}(x) dx}{\int_{-\infty}^\infty f_{read}(x) dx} \quad (3.27)$$

Bei der Festlegung des Schwellwert muss die konkrete Auswirkung auf die Detektion einzelner Atome berücksichtigt werden. Die richtige Wahl dieses Wertes spielt eine entscheidende Rolle, da beispielsweise durch einen zu geringen Wert auf Pixeln häufiger Elektronen gezählt werden. Daraufhin kommt es öfter zu zufälligen Elektronenhäufungen in eigentlich dunklen Bereichen, die als Atom detektiert werden können. Da sich nur wenige Atome auf einem Bild befinden, sollten diese jedoch auch zuverlässig erkannt werden. Der Verlust an Elektronen sollte dementsprechend höchstens in einer Größenordnung von 10% liegen, damit die Atome trotz CICs noch detektierbar sind.

Aus diesem Grund ist es nicht unbedingt zielführend, die Funktion $p_{ges} = p_{loss1} + p_{add}$ zu

Tabelle 3.4: Verschiedene Schwellwerte und deren Auswirkung. Je nachdem welcher Schwellwert eingestellt ist, ergeben sich unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten Elektronen nicht zu detektieren p_{loss1} oder Elektronen fälschlicherweise zu detektieren p_{add} . Nach Abwägung der Vor- und Nachteile liegt der aktuelle Schwellwert bei 108 Counts.

Schwellwert in Counts	107	108	109	110	111
p_{loss1}	5,6%	6,3%	7%	8%	8,8%
p_{add}	0,04%	$8,8 \cdot 10^{-3}\%$	$1,5 \cdot 10^{-3}\%$	$2,4 \cdot 10^{-4}\%$	$2,5 \cdot 10^{-5}\%$
p_{add}/p_{cic}	3%	0,6%	0,1%	0,02%	0,002%

minimieren. Es wäre möglich, Vorfaktoren einzuführen, die die Wahrscheinlichkeiten gewichten. Der Schwellwert ist jedoch in Einheiten von Counts eine ganze Zahl. Eine Wertetabelle für verschiedene s schien demnach ausreichend. Die Ergebnisse können in Tabelle 3.4 nachgelesen werden. In diesem Betriebsmodus ist der Umrechnungsfaktor von Counts in Elektronen 10,19 (1 Count = 10,19 Elektronen). In der letzten Zeile befindet sich der Quotient aus p_{add} und p_{cic} . Hier bezeichnet p_{cic} die Wahrscheinlichkeit für die Entstehung eines CIC auf einem Pixel. Dieser Quotient gibt an, inwieweit die Entstehung von falschen Counts auf dem Rauschen durch die CICs relevant ist. Dabei ist $P_{cic} = 1,46\%$. Um später Atome detektieren zu können, müssen 20-30 zusätzliche Photonen in einem kleinen Bereich nachgewiesen werden. Unter einem Schwellwert von 108 kommen deutlich mehr falsche Counts (p_{add}) hinzu und der sich verringernde Verlust für die ankommenden Photonen (p_{loss1}) kann dies nicht mehr ausgleichen. Bei $s = 107$ entspricht p_{add} schon 3% der CICs (115 Pixel pro Bild), was auch nicht mehr unwesentlich scheint. Aus diesem Grund liegt der Schwellwert s aktuell bei 108. Dabei muss im Mittel mit 23 falschen Pixeln pro Bild gerechnet werden. Auch bei einem Schwellwert von 107 sollte eine Detektion noch möglich sein. p_{add} steigt allerdings in diesem Bereich relativ schnell, sodass noch kleinere Schwellwerte zu deutlich höheren Wahrscheinlichkeiten für falsche Elektronen-Counts führen würden. Die hier berechneten Wahrscheinlichkeiten können später in der Simulation verwendet werden.

Wie bereits erwähnt ist die Kamera am leistungsstärksten, wenn sie in einem Regime betrieben wird, in dem im Mittel 0-1 Photon pro Pixel detektiert werden sollen. Im späteren Betrieb kann es jedoch trotzdem vorkommen, dass mehr als ein Photon einen Pixel erreicht. Die Detektionswahrscheinlichkeiten p_{lossN} (N: #Photonen) für diese Fälle sind bei dem gesetzten Schwellwert ebenfalls von Interesse. Da angenommen wird, dass das Ausleserauschen unabhängig von der Anzahl der ankommenden Elektronen ist, muss nur p_{loss} neu berechnet werden. p_{add} bleibt konstant. Das Kamerabild wird durch den Detektionsalgorithmus binarisiert. Das bedeutet, dass nicht zwischen 1, 2, 3, ... Photonen unterschieden wird. Jeder Pixel, wird dem Schwellwert entsprechend als 0 oder 1 detektiert. Folglich ist nur die Information von Interesse, ob sich auf einem Pixel Photonen befanden oder nicht. Dieses Detail vereinfacht die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten. Die Ermittlung von p_{lossN} kann durchgeführt werden indem in Formel 3.26 mit den Erlangen-Verteilungen für andere Anfangsphotonenanzahl gerech-

net wird. Für die höheren Erlangen-Verteilungen gilt:

$$p_{em}(x, N) = A \cdot \frac{(x-b)^{N-1}}{g^{N-1}(N-1)!} \cdot f_{em}(x) \quad (3.28)$$

Wobei A ein Normierungsfaktor ist. Für p_{loss2} gilt demnach:

$$p_{loss2} = \frac{\int_b^s \frac{(x-b)}{g} f_{em}(x) dx}{\int_b^\infty \frac{(x-b)}{g} f_{em}(x) dx} = 0,16\% \quad (3.29)$$

Für höhere Anfangsphotonzahlen wird die Wahrscheinlichkeit Photonen zu verlieren immer kleiner. Ab drei Anfangsphotonen ist sie so klein, dass sie nicht mehr berücksichtigt wird.

Das Ergebnis der Schwellersuche ist gemäß Tabelle 3.4, dass ein Elektron mit einer Wahrscheinlichkeit von 93,7% detektiert werden kann. Die Wahrscheinlichkeit ein Photon zu detektieren ist unter Berücksichtigung der Quanteneffizienz ($\sim 85\%$, [6]) und den Verlusten an den Optiken ($\sim 25\%$ Verlust) dementsprechend: $0,937 \cdot 0,85 \cdot 0,75 \approx 60\%$.

3.3.2 Bestimmung der Kamera-Parameter

Im vorherigen Abschnitt wurden unter besten Kamera-Einstellungen verschiedene Detektionswahrscheinlichkeiten für Photonen berechnet. Thema dieses Abschnitts ist die Bestimmung dieser Einstellungen. Ohne jegliches Vorwissen müssten alle Kombinationen an Einstellungen verwendet werden um Tabelle 3.4 zu erstellen. Das beste Paar an p_{loss1} und p_{add} definiert die besten Einstellungen. Manche Parameter können jedoch als voneinander unabhängig angesehen oder andere theoretisch abgeschätzt werden. Dadurch verringert sich glücklicherweise der Aufwand. Im folgenden werden kurz alle Einstellungen aufgeführt.

- **Gain:** Bei der iXon 3 Ultra 879 kann die Verstärkung zwischen 0 und 1000 eingestellt werden. Je größer die Verstärkung ist, desto flacher fallen die Erlangen-Funktionen $\sim \exp(-x/g)$ ab. Der Überlapp zwischen dem EM-Rauschen und dem Ausleserauschen wird demnach mit größerer Verstärkung immer kleiner. Deswegen werden die besten Detektionswahrscheinlichkeiten bei größter Verstärkung erwartet.
- **Vorverstärker und Ausleserate:** Es ist möglich, zwischen zwei verschiedenen Ausleseraten (1 MHz und 3 MHz) und drei Vorverstärkermodi (1x und 2,4x und 5x) zu wählen. Dabei wird der Modus gewählt, in dem sich das kleinste Ausleserauschen ergibt. Außerdem kann die kleinste Ausleserate gewählt werden, da die Kamera nur einmal pro Experimentzyklus belichtet wird. Bei der kleinsten Rate von 1 MHz und 5x Vorverstärkung ist laut Datenblatt die höchste Elektronenaufösung mit EM-Register zu erwarten (Einzel Pixel Rauschen: 20,99 Elektronen, Elektronen pro Count: 10,19)

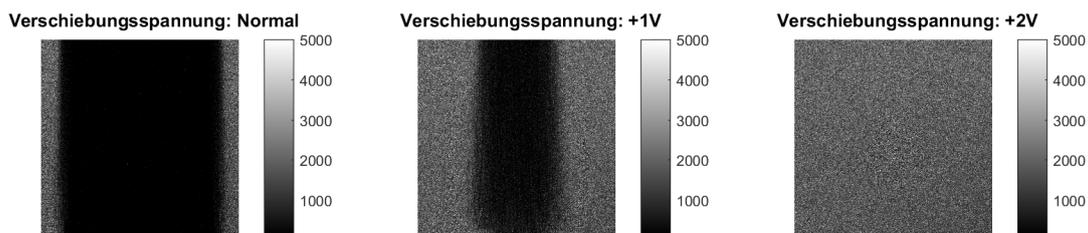


Abbildung 3.7: Kamerabilder mit geöffnetem Shutter für verschiedene vertikale Verschiebungsspannungen unter homogener Belichtung aus Hintergrundphotonen. Da die Verschiebungsgeschwindigkeit der Kamera zu groß eingestellt ist ($0,3 \mu\text{s}/\text{Pixel}$), werden die Ladungen im mittleren Bereich des Bildes nicht wie vorgesehen transportiert. Durch das Anlegen einer höheren Verschiebungsspannung kann dieser Effekt kompensiert werden. Allerdings vergrößert sich dadurch ebenfalls die absolute Anzahl an CICs.

Tabelle 3.5: Durchschnittliche Anzahl an CICs für verschiedene Verschiebungseinstellungen. Je größer die Verschiebungsgeschwindigkeit ist, desto weniger CICs entstehen auf dem Bild. Bei einer Geschwindigkeit von $0,3$ muss jedoch die Verschiebungsspannung erhöht werden, um die Ladungen korrekt zu transportieren. Mit der erhöhten Spannung vergrößert sich wieder die Anzahl der CICs. Dementsprechend ist eine Verschiebungsgeschwindigkeit von $0,5 \mu\text{s}/\text{Pixel}$ und eine normale Verschiebungsspannung am besten zur Detektion einzelner Photonen geeignet.

Verschiebungsgeschw. [$\mu\text{s}/\text{Pixel}$]	1,7	0,9	0,5	0,3
Verschiebungsspannung	Normal	Normal	Normal	+2V
Anzahl CICs	11690 ± 263	5435 ± 164	3690 ± 128	4108 ± 232

• Vertikale Verschiebungsgeschwindigkeit und Verschiebungsspannung

Die Kamera besitzt fünf verschiedene Verschiebungsgeschwindigkeiten. ($3,3 \mu\text{s}/\text{Pixel}$, $1,7 \mu\text{s}/\text{Pixel}$, $0,9 \mu\text{s}/\text{Pixel}$, $0,5 \mu\text{s}/\text{Pixel}$, $0,3 \mu\text{s}/\text{Pixel}$). Für die Verschiebungsspannung (Vertical Clock Voltage) können fünf verschiedene Modi eingestellt werden (Normal, +1V, +2V, +3V, +4V). Diese Einstellungen wirken sich nicht direkt auf das Auslese- oder EM-Rauschen aus. Sie beeinflussen die Entstehung von CICs. Laut Benutzerhandbuch gilt: Je schneller die Verschiebungsgeschwindigkeit, desto weniger CICs entstehen. Die Verschiebungsgeschwindigkeit kann allerdings nur bis zu einem Wert erhöht werden, bei dem der Ladungstransport noch korrekt funktioniert. Hierbei ist zu beachten, dass auf Bildern mit geschlossenem Shutter, nicht beurteilt werden kann, ob der Ladungstransport funktioniert, da sich kaum Ladungen auf den Pixeln befinden. Um dies zu überprüfen, muss der Shutter geöffnet werden. Die im Raum befindlichen Photonen sind ausreichend, um zu sehen, ob die Ladungen gleichmäßig verschoben werden. Ab einer Verschiebungsgeschwindigkeit von $0,3 \mu\text{s}/\text{Pixel}$ bildet sich in der Mitte des aufgenommenen Bildes ein Streifen aus. In Abbildung 3.7 ist dieser Effekt zu sehen.

Es ist möglich, die Streifen zu kompensieren, indem eine höhere Verschiebungsspan-

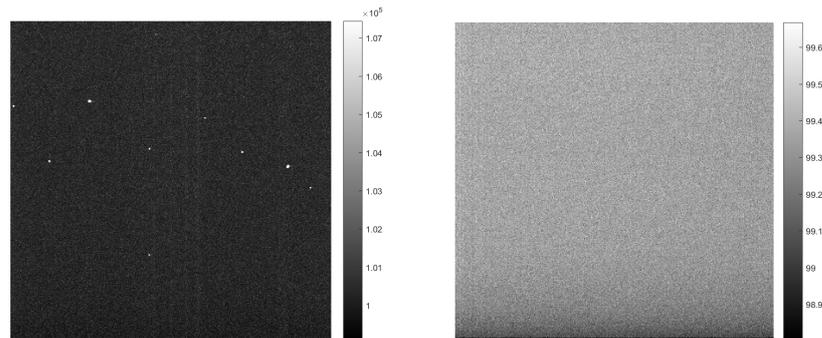


Abbildung 3.8: Summen verschiedener Kamerabilder. Im linken Bild ist die einfache Summe aus 1000 Kamerabildern mit besten Kameraeinstellungen dargestellt. Die hellen Punkte entstehen mit großer Wahrscheinlichkeit, wenn hochenergetische Teilchen aus der kosmischen Höhenstrahlung das Kamera-Array treffen. Auf der rechten Seite ist ein gefiltertes Bild zu sehen. Es wurden nur Pixel betrachtet, deren Countwert unter dem Schwellwert liegt. Daraufhin wurde der mittlere Wert jedes Pixels berechnet. Im unteren Bereich sind die mittleren Countwerte etwas kleiner, was auf Anfahr- oder Abklingeffekte des elektronischen Offsets hinweist. Die Fehler durch diesen Effekt sind jedoch so klein, dass sie nicht in die Simulation eingehen.

nung angelegt wird. Allerdings erhöht sich dadurch ebenfalls die Anzahl der CICs. In Tabelle 3.5 sind die Ergebnisse dargestellt. Dabei ist die Anzahl der CICs über 100 Bilder gemittelt worden. Um zu überprüfen, ob die Verschiebeeinstellungen das Ausleserauschen und das EM-Rauschen beeinflussen, wurden für jede Einstellung Fits berechnet und der Schwellwert so gesetzt, dass bei jeder Einstellung die gleiche Menge an Elektronen verloren geht. Der Schwellwert lag bei allen Messungen bei 111 Counts. Mit diesem Wert können ca. 9% der Elektronen nicht detektiert werden (Einstellungen für das Ausleseregister: 1 MHz 14 bit Pre Amp 5x). Die fett hervorgehobenen Einstellungen führten zu den besten Ergebnissen.

Bei der iXon 3 ist es möglich, verschiedene Modi für unterschiedliche Anwendungsgebiete auszuwählen. Unter anderem existiert ein „Photon Counting Mode“. Zu deutsch: „Photonen-Zähl-Modus“. Die in diesem Kapitel experimentell bestimmten Kameraeinstellungen entsprechen exakt den Einstellungen dieses Modus.

3.3.3 Charakterisierung der Kamerabilder

Zusätzlich zu der absoluten Anzahl an CICs kann die Struktur der CICs, sowie der Countwerte auf den Bildern untersucht werden. In einem ersten Schritt wurden 1000 Dunkelbilder aufgenommen und die Summe aller Bilder berechnet. Im linken Teil der Abbildung 3.8 kann das Ergebnis betrachtet werden.

Auf dem Bild sind vereinzelte helle Flecke zu erkennen. Diese sind ca. 5%-10% heller, als der Rest des Bildes. Die Position dieser Punkte ist nicht konstant für verschiedene Bilderfolgen. Es ist unwahrscheinlich, dass der Grund für dieses Phänomen rein statistisch ist, da es sich bei den

Flecken oftmals um kleine Cluster von Pixeln handelt und nicht um einzelne Pixel. Mit großer Wahrscheinlichkeit handelt es sich hierbei um Events durch kosmische Höhenstrahlung. Wenn ein hochenergetisches Teilchen aus der kosmischen Höhenstrahlung auf das Pixelarray trifft und mit den Elektronen darin stößt, können sehr viele Anregungen ins Leitungsband stattfinden. Meist verteilen sich die Elektronen auf mehrere Pixel, wobei sie vorzugsweise in Verschieberichtung propagieren und so charakteristische horizontale Streifen auf den Bildern hinterlassen. Diese Streifen können auf dem linken Bild in Abbildung 3.8 nicht erkannt werden, da die Countwerte im Streifen deutlich kleiner sind als die Countwerte im Bereich der übergelaufenen Pixel und so nicht vom Rauschen zu unterscheiden sind. Beim Auswerten der Kamerabilder sollte später ein Filter programmiert werden, der solche Events aussortiert.

Im rechten Bild von Abbildung 3.8 werden nur Pixel berücksichtigt, bei denen die Countwerte unterhalb des Schwellwerts liegen. Dazu gehören alle Pixel, die mit großer Wahrscheinlichkeit zum Ausleserauschen gehören. Bei jedem Pixel wurde hier der durchschnittliche Rauschwert berechnet. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Pixel zum unteren Rand dunkler werden. Ein Grund könnte sein, dass der elektronische Offset im Ausleseregister bestimmten Anfahr- bzw. Abklingprozessen unterliegt (Verschieberichtung ist hier horizontal). Der Fehler liegt allerdings nur bei ca. 1% und wird aus diesem Grund nicht berücksichtigt.

Auf der rechten Seite von Abbildung 3.9 ist die Verteilung von CICs auf der Kamera für 1000 Dunkelbilder zu sehen. Der Schwellwert lag, wie vorher berechnet, bei 108 Counts. Die Flecken aus dem linken Bild in Abbildung 3.8 sind nicht mehr zu erkennen, da die Kamerabilder beim Detektieren der CICs binarisiert werden. Das heißt, dass selbst extrem hohe Countwerte nur zu einer 1 auf den Bildern werden. Wenn sich auf einem der 1000 Bilder nun eine Häufung von vielen Einsen befindet, kann dies im Rauschen nicht detektiert werden. Es sind jedoch vertikale Streifen sichtbar, in denen die Wahrscheinlichkeit CICs zu erzeugen um ca. 10% größer ist. Im rechten Bild von Abbildung 3.9 wurde die Summe aus allen Pixeln in einer Spalte gebildet. Es sind deutliche Peaks in bestimmten Spalten erkennbar. Der Grund für diese Streifen ist bisher nicht bekannt und scheint ein Fabrikationsfehler oder bauartbedingt zu sein. Um die Streifen beim späteren Experimentieren zu umgehen, könnte nur der linke Teil des Pixelarrays verwendet werden. Betrachtet man es allerdings quantitativ, wird schnell deutlich, dass die Streifen in guter Näherung vernachlässigbar sind. Streut das Atom 20 Photonen auf 10×10 Pixeln, dann sind für diesen Bereich ein bis zwei CICs zu erwarten. Im Bereich der Streifen würden 0,1 CICs hinzukommen. Das ist für ein Signal von 20 Photonen vernachlässigbar und beeinträchtigt nicht die Detektion.

Die in diesem Kapitel erarbeiteten Parameter und Verlustwahrscheinlichkeiten konnten genutzt werden um den kompletten Prozess der Einzel-Atom-Detektion zu simulieren. Im folgenden Kapitel wird näher auf diese Simulation und deren Ergebnisse eingegangen.

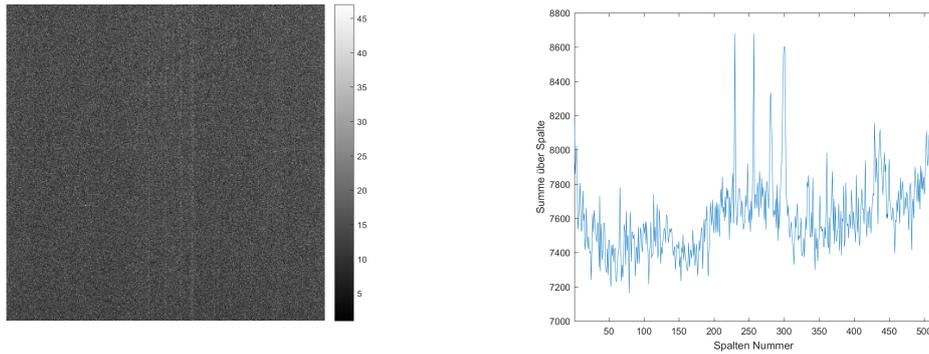


Abbildung 3.9: Summe aller CICs in 1000 Bildern. In diesem Bild wurden nur Pixel berücksichtigt, die Countwerte oberhalb des Schwellwertes aufweisen. Es sind vertikale Streifen sichtbar in denen es mit 10% höherer Wahrscheinlichkeit zu CICs kommt. Für die spätere Detektion von Atomen ist dies jedoch ein vernachlässigbarer Effekt. Im rechten Diagramm wurden Summen über Pixel in Spalten durchgeführt und grafisch dargestellt. Auch hier sind vier deutliche Peaks erkennbar.

3.4 Simulation

Zu dem Zeitpunkt an dem diese Arbeit entstand, befand sich das Lithium-Experiment in unserer Gruppe in einer Umbau-Phase. Viele Komponenten wurden ausgebaut, überholt und wieder eingebaut oder komplett ausgetauscht. Aus diesem Grund waren Experimente mit Atomen nicht durchführbar. Um die Planung und die ersten Schritte auf dem Weg zur Einzel-Atom Detektion einfacher zu gestalten, wurde beschlossen, den gesamten Prozess zu simulieren. Durch diese Simulationen können Aussagen darüber gemacht werden, welche Laserintensitäten nötig sind oder welche Strahlkonfiguration zu den besten Ergebnissen führt. Dies konnte in die Planung verschiedener Optiken um die neue Glaszelle einfließen.

Den vorliegenden Prozess analytisch zu lösen, ist ein sehr forderndes Problem. Aus diesem Grund wurde eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Hierbei werden Einzelprozesse mit computergenerierten Zufallszahlen simuliert. Betrachtet man ausreichend viele dieser Ereignisse, kann auf die statistischen Größen geschlossen werden, die die Wahrscheinlichkeitsverteilung charakterisieren.

Für diese Art der Simulation schien Matlab als Programmierumgebung besonders geeignet. Der einfache Umgang mit Arrays war dabei ein bedeutender Vorteil. Außerdem wird die Datenanalyse an unserem Experiment ebenfalls zu großen Teilen in Matlab durchgeführt. Wenn der Detektionsalgorithmus mit den simulierten Daten zu nutzbaren Ergebnissen führt, ist ein Implementation des Algorithmus ins Experiment umso einfacher.

Die Simulation kann grob in zwei Teile geteilt werden. Der erste Teil beinhaltet die Simulation eines Atoms im Laserfeld, und dessen Bewegung während der Emission von Photonen. Außerdem berücksichtigt dieser Teil die Abbildung durch das Mikroskop, sowie Verluste durch Optiken und Quanteneffizienz. Im zweiten Teil findet die Binarisierung der Kamerabilder und der gesamte Detektionsalgorithmus statt. Zum Testen des Algorithmus wurden die simulier-

ten Photonen auf der Kamera mit tatsächlich aufgenommenen Dunkelbilder überlagert und so Monte-Carlo Daten für die Detektionswahrscheinlichkeiten generiert.

Außerdem wird in diesem Kapitel insbesondere auf Softwaretests eingegangen. Mit Hilfe der Tests können spezifische Fehler im Code ausgeschlossen werden.

3.4.1 Das Atom im Laserfeld

Dieser Abschnitt behandelt den ersten Teil der programmierten Software. Es wird simuliert inwieweit ein Atom im freien Raum mit gepulsten Laserstrahlen wechselwirkt und wie sich das auf dessen Photonenabgabe auswirkt. Im ersten Teil wird beschrieben, welche Annahmen und Vereinfachungen im Code enthalten sind. Daraufhin wird genauer auf die Struktur des Codes eingegangen.

Annahmen und Vereinfachungen

Wie in der Einführung bereits beschrieben, wird ein Atom betrachtet, welches zu Anfang in Ruhe ist. Im fermionischen Regime werden viele verschiedene Impulszustände besetzt. Allgemein sollte für die Anfangsimpulse der Atome gelten, dass sie höchstens auf der Größenordnung der Photonenimpulse liegen, damit die Simulation ihre Gültigkeit behält. In unserem 2D Lithium-Experiment liegen die Fermi-Impulse bei $\hbar k_f = 2,1 \cdot 10^{-28} \text{Js}$ [23]. Der Impulsübertrag von einzelnen Photonen liegt bei $9,9 \cdot 10^{-28} \text{Js}$. Dementsprechend ist die die Annahme für diese Konstellation gerechtfertigt.

Die Dauer eines Zeitschritts der Simulation beträgt $\Delta t = 10^{-9} \text{s}$. Bei einer Belichtungszeit von ca. $20 \mu\text{s}$, einer minimalen Pulszeit von $0,5 \mu\text{s}$ und einer maximalen Streurrate von ca. $18,45 \text{MHz}$ (Maximal alle 54 Zeitschritte Absorption und Emission eines Photons, typischerweise eher alle 100 Zeitschritte) scheint dies ausreichend klein.

Die Streurrate Γ_a enthält alle Information, die benötigt werden um die Bewegung des Atoms zu simulieren. Sie beinhaltet die Laserintensität, Verstimmung und Lebensdauer des Zustands. Sie stellt ein Maß für den mittleren Abstand zwischen zwei Absorptionsvorgängen zur Verfügung. Durch die diskreten Zeitschritte kann die Absorption der Photonen binomialverteilt simuliert werden. Dafür wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass ein Photon innerhalb von Δt absorbiert wird. Diese Wahrscheinlichkeit muss so gewählt werden, dass der Erwartungswert für die Anzahl der absorbierten Photonen pro Sekunde genau $\frac{1}{\Gamma_a}$ entspricht. Pro Zeitintervall kann genau ein Photon absorbiert werden. Der unwahrscheinliche Fall, dass innerhalb von Δt zwei Prozesse stattfinden können, kann dabei nicht berücksichtigt werden. Da die Lebensdauer des Zustandes jedoch deutlich größer als das Zeitintervall ist, spielt diese Einschränkung keine Rolle. Für die Wahrscheinlichkeit q in jedem Zeitintervall ein Photon zu absorbieren gilt:

$$q = \Delta t \cdot \Gamma_a \tag{3.30}$$

Der verstimmungsabhängige Term in der Streurrate kann einfach modifiziert werden, um die Verschiebung des Übergangs durch die aufgesammelte Geschwindigkeit zu berücksichtigen:

$$\Gamma_a = \frac{s_0 \cdot \Gamma/2}{1 + s_0 + \left(\frac{2 \left(\delta + 2\pi f_0 \left(1 - \sqrt{\frac{c + \vec{v} \cdot \vec{n}}{c - \vec{v} \cdot \vec{n}}} \right) \right)}{\Gamma} \right)^2} \quad (3.31)$$

Hierbei ist s_0 die Sättigungsintensität, δ die Verstimmung des Lasers zum Übergang ohne Geschwindigkeit, \vec{v} die Geschwindigkeit des Atoms, \vec{n} ein Einheitsvektor in Richtung des Laserstrahls, f_0 die Übergangsfrequenz des Atoms und c die Lichtgeschwindigkeit.

Eine weitere vereinfachende Annahme ist, dass die Absorption und Emission eines Photons gleichzeitig stattfindet. Normalerweise sollte der angeregte Zustand im Mittel erst nach der Lebensdauer des Übergangs zerfallen. Diese Annahme verschlechtert das Ergebnis der Simulation. Der Grund ist der folgende: Ein Atom sammelt bei der Wechselwirkung mit Licht zwei verschiedene Impulse auf. Den Impuls des Photons, das absorbiert wird und den Impuls des Photons, das emittiert wird. Dabei ist es durch die Verstimmung der Laserstrahlen wahrscheinlich, dass das Photon, das absorbiert wird das Atom abbremst. Der Impulsübertrag durch das wegfliegende Atom ist dagegen komplett zufällig und kann das Atom auch beschleunigen. Fliegt das Atom länger nur mit dem zusätzlichen Impuls von der Absorption, so fliegt es durchschnittlich länger mit insgesamt kleinerem Impuls. Dementsprechend wird erwartet, dass sich das Atom in der Realität in einem kleineren Bereich um den Startpunkt aufhält, als in dieser Simulation und dadurch Photonenhäufungen wahrscheinlicher sind. Um diese Vereinfachung zu umgehen, könnte die Simulation erweitert werden. Dafür müsste der Streuprozess der Atome mit den Photonen in zwei Teile aufgeteilt werden. Der erste Teil entspricht dem Atom im Grundzustand, dass mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ein Photon absorbiert. Im zweiten Teil wird das Photon im angeregten Zustand nachgebildet, welches mit einer anderen Wahrscheinlichkeit zerfällt. Dabei müssen die Wahrscheinlichkeit pro Zeitschritt so angepasst werden, dass das Atom im Mittel seine Lebensdauer im angeregten Zustand verbringt und trotzdem die Anzahl der gestreuten Photonen pro Sekunde der Streurrate entspricht⁵.

Nun ist es möglich, eine Schleife zu programmieren, die die einzelnen Zeitschritte durchläuft und mit Hilfe einer Zufallszahl bestimmt, ob im jeweiligen Zeitintervall ein Photon absorbiert

⁵Neue Absorptionswahrscheinlichkeit:

$$q' = \frac{\frac{1}{\Gamma_a}}{\frac{1}{\Gamma_a} - \tau} \cdot q = \frac{\Delta t}{\frac{1}{\Gamma} - \tau} \quad (3.32)$$

Emissionswahrscheinlichkeit:

$$q'_e = \frac{\Delta t}{\tau} \quad (3.33)$$

wurde oder nicht. Im nächsten Schritt muss die Bewegung des Atoms simuliert werden. Durch die Absorption und Emission von Photonen ändert sich der Impuls des Atoms. Dadurch ändert sich wiederum die Streurate und damit die Absorptionswahrscheinlichkeit für folgende Photonen. Da hier die Detektion von Atomen im freien Raum untersucht wird, ist es eine gute Annahme, dass sich der Impuls nicht ändert so lange es keine erneute Wechselwirkung mit dem Lichtfeld gab. Auch gravitative Einflüsse können vernachlässigt werden. Bei einer Belichtungszeit von $t = 20 \mu\text{s}$ ist der durch Gravitation aufgesammelte Impuls $p_g = m_a g t$. Dieser Impuls entspricht ca. 0,2% des Impulses, der durch ein einzelnes Photon übertragen wird. Während der Belichtungszeit sind hingegen ungefähr 300 Photonen gestreut worden. Die Vernachlässigung dieses Effekts ist also nicht von Bedeutung. Auch die Veränderung des Impulsübertrags der Photonen durch die Eigenbewegung des Atoms, wird nicht berücksichtigt, da der Effekt zu klein ist.

Struktur des Codes

Der Code besteht im wesentlichen aus zwei Teilen: Einem Kopf, in dem alle wichtigen Variablen deklariert werden und einem Rumpf, in dem der eigentliche Simulationsvorgang abläuft. Der Rumpf wiederum besteht aus zwei ineinander verschachtelten for-Schleifen. So kann der Umstand berücksichtigt werden, dass drei verschiedene Zeitskalen in diesem Programm existieren. Zu unterst gibt es Δt , die zeitliche Schrittweite der Simulation. Die nächst größere Zeitskala ist die Zeit, die ein Laserpuls andauert (`pulseTime`). Die größte Zeitskala ist die gesamte Belichtungszeit (`exposureTime`). Im folgenden Code-Beispiel kann die Struktur genauer nachvollzogen werden. Hierbei wurde wieder Matlab als Programmiersprache verwendet. Im Anhang A befindet sich der vollständige Quellcode. Dadurch, dass der Belichtungsprozess mit einem halben Puls startet, wird die Variable `pulseStartTime` benötigt. Der tatsächliche Code nutzt anstatt des If-Blocks, in dem die `pulseStartTime` festgelegt wird, eine zusätzliche for-Schleife, um den letzten halben Puls einzustrahlen. Aus Platzgründen ist hier nur die kurze Programmieroption dargestellt.

```

pulseStartTime=pulseTime/2;

for i=0:pulseTime:exposureTime
    for t=pulseStartTime/2:delta_t:(pulseTime-delta_t)
        %Wahrscheinlichkeit fuer Absorption berechnen
        %Zufall, Findet Absorption statt: true/false

        if(Absorption == true)
            %Neue Impulse berechnen
        end

        %Neue Koordinaten berechnen: s=v*delta_t
        %Impulse/Koordinaten in Array speichern
    end

    if(i== exposureTime)
        pulsStartTime=pulseTime/2
    else
        pulseStartTime=0
    end

    %Laserstrahlrichtung wechseln
end

```

Wie die Wahrscheinlichkeit für die Absorption eines Photons berechnet wird, wurde schon im vorherigen Abschnitt beschrieben. Die Zufallszahlen werden mithilfe der $\text{rand}(n)$ -Funktion in Matlab generiert. Ein Event findet statt, wenn gilt: $\text{rand}(1) < q$. Im folgenden wird die Berechnung der neuen Impulse behandelt.

Berechnung der Impulsänderung

Wenn ein Atom ein Photon streut, erhält es den Impuls des ankommenden Photons und den Impuls durch den Rückstoß des emittiert Photons. Beim Berechnen der Impulse müssen verschiedene Dinge berücksichtigt werden. Nach jedem Puls muss beispielsweise die Richtung der Laserstrahlen geändert werden. Im Code wird dies durch die Auswertung der Streurrate mit unterschiedlichen Vorzeichen vor der Geschwindigkeit realisiert. Außerdem muss darauf geachtet werden, dass auch der von den Atomen aufgenommene Impuls bei der Absorption nach jedem Puls sein Vorzeichen ändert. Das Abstrahlen ist wieder ein zufälliger Prozess, wobei das Atom, wie bereits in der Einleitung geschrieben, gemäß des Dipol-Abstrahlungsmusters Photonen emittiert. In Kugelkoordinaten lässt sich das Abstrahlungsmuster folgendermaßen formu-

lieren:

$$I(\theta) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2(\theta)) \quad (3.34)$$

Bei der Berechnung der neuen Atom-Impulse muss dieses Musters berücksichtigt werden. Der Winkel ϕ ist völlig zufällig und kann einfach über die $\text{rand}(1)$ Funktion erzeugt werden. Den θ -Winkel aus einer gleichverteilten Zufallsgröße zu erzeugen, ist allerdings schwieriger. Da sich in der Literatur nur wenig zu diesem Problem findet, folgt eine kurze Herleitung der Vorgehensweise [16]:

Das Ziel ist eine Funktion f zu finden, die durch Anwendung aus einer gleichverteilten Zufallszahl X zwischen null und eins eine andere Zufallszahl Y erzeugt, von der die Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt ist. In symbolischer Schreibweise soll folgendes gelten:

$$f(X) = Y \quad (3.35)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ist $p_y(y')$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist $p_x(x') = 1$. Mit Hilfe dieser Verteilungen können folgende Wahrscheinlichkeiten berechnet werden:

$$P(X < x) = \int_0^x 1 \cdot dx' = x \quad (3.36)$$

$$P(Y < y) = \int_{-\infty}^y p_y(y') \cdot dy' \quad (3.37)$$

Wahrscheinlichkeitsdichten müssen immer positiv sein. Aus diesem Grund sind $P(X < x)$ und $P(Y < y)$ monoton steigend. Da f die Funktion ist, die X nach Y abbildet und $f(x) = y$, gilt folgendes:

$$P(X < x) = P(Y < y) \quad (3.38)$$

$$P(X < f^{inv}(y)) = P(Y < y) \quad (3.39)$$

$$f^{inv}(y) = \int_{-\infty}^y p_y(y') \cdot dy' \quad (3.40)$$

Folglich gilt:

$$f(y) = \left(\int_{-\infty}^y p_y(y') \cdot dy' \right)^{inv} \quad (3.41)$$

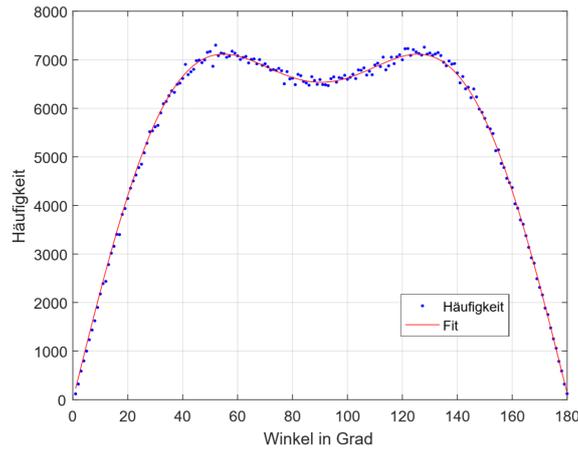


Abbildung 3.10: Histogramm für zufällig erzeugte θ -Winkel. Insgesamt wurden eine Million Winkel generiert. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, passen die Werte sehr gut zu dem Fit mit der Funktion: $f(\theta) = a \cdot (1 + \cos^2(\theta)) \cdot \sin(\theta)$.

Damit kann ein f angegeben werden, mit dem die gleichverteilten Zufallszahlen in θ 's umgerechnet werden können die, nach $I(\theta)$ verteilt sind:

$$f(x) = \left(\frac{3 \cdot 2\pi}{16\pi} \int_0^x \frac{1 + \cos^2(\theta)}{2} \sin(\theta) \cdot d\theta \right)^{inv} \quad (3.42)$$

$$= \left(-\frac{1}{8} \cos(x) (\cos^2(x) + 3) + \frac{1}{2} \right)^{inv} \quad (3.43)$$

Diese Funktion lässt sich nicht analytisch invertieren. Aus diesem Grund wurde bei der Berechnung des Winkels θ eines wegfliegenden Photons eine Intervallschachtelung implementiert, die die Funktion numerisch für einen vorgegebenen Wert invertiert.

In Abbildung 3.10 ist ein Test von f zu sehen, bei dem die erwartete Verteilung an θ 's exakt generiert wird. Dabei wurden eine Million zufällige θ 's erzeugt und ein Histogramm erstellt. Die Fit-Funktion $f(\theta) = a \cdot (1 + \cos^2(\theta)) \cdot \sin(\theta)$ passt sehr gut an die generierten Daten⁶.

Abhängig von der Abstrahlungsrichtung erreichen die Photonen die Kamera oder nicht. Wie in der Einleitung bereits berechnet, werden ohne Verluste durch Optiken 14,6% der Photonen

⁶Im ersten Moment mag es irritierend sein, dass ein zusätzlicher $\sin(\theta)$ -Term an $I(\theta)$ multipliziert werden muss, um die tatsächliche θ -Verteilung zu erhalten. Es muss jedoch bedacht werden, dass $I(\theta)$ in Kugelkoordinaten angegeben ist. Die Definition einer Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x')$ ist:

$$P(X < x) = \int_{-\infty}^x p(x') \cdot dx' \quad (3.44)$$

In diesem Fall gilt für $P(X < \theta)$:

$$P(X < \theta) = 2\pi \int_0^\theta I(\theta') \sin(\theta') \cdot d\theta' \quad (3.45)$$

Nun kann die Wahrscheinlichkeitsdichte als $I(\theta) \sin(\theta)$ identifiziert werden. In anderen Worten, muss die sich verändernde Größe der Breitenkreise auf der Einheitskugel für verschiedene θ berücksichtigt werden.

auf der Kamera erwartet. Dieser Wert lässt sich ebenfalls reproduzieren, wenn untersucht wird, wie viele Photonen die Simulation als Photoelektronen auf der Kamera ausgibt.

Überprüfung des Codes

Softwaretests sind wesentliche Bestandteile jedes Programmierprojekts. Auch diese Software wurde weiteren ausführlichen Tests unterzogen. Leider ist es mit Testen meist nur möglich, die Anwesenheit von Fehlern zu zeigen und nicht deren allgemeine Abwesenheit. In diesem Fall können die Ergebnisse der Simulation mit den physikalischen und statistischen Erwartungen verglichen werden. Der Software Code zur Simulation der Flugbahn des Atoms befindet sich in Anhang A.1. Im folgenden eine Auflistung über einige wesentliche Tests:

- Anzahl an gestreuten Photonen:

In diesem ersten einfachen Test wird überprüft, ob die gesamte Anzahl an gestreuten Photonen zu der berechneten Streurrate passt. Die Streurrate sättigt für sehr hohe Lichtintensitäten zu 18,45 MHz. Bei einer Belichtungszeit von 20 μs entspricht dies ca. 370 Photonen. Ein Test mit 1000 Wiederholungen bei einer Lichtintensität von $1000I_0$ und einer Pulszeit von 1 μs ergab durchschnittlich $368,6 \pm 18,7$ Photonen für die gleiche Belichtungszeit. Dieser Wert passt gut zur maximalen Streurrate. Bei so hohen Lichtintensitäten spielt die Verstimmung durch die Dopplerverschiebung keine Rolle mehr, da der Übergang stark sättigungsverbreiter ist. Für kleinere Lichtintensitäten nimmt die Anzahl der gestreuten Photonen mit der Streurrate ab.

Bei einer ähnlichen Überprüfung der absoluten Anzahl an Photonen wurde die Anzahl der gestreuten Photonen mit der mittleren Streurrate für einzelne Atomspuren verglichen. Entspricht das Produkt aus mittlerer Streurrate und Belichtungszeit der tatsächlichen Anzahl an Photonen, so kann davon ausgegangen werden, dass die Umsetzung der Streurrate in Photonenemissionen korrekt ist. Bei einer Intensität von $10I_0$ ergab sich bei 1000 Wiederholungen folgendes Ergebnis: Mittlere Anzahl abgestrahlter simulierter Photonen: 295,87. Anzahl der Photonen aus mittlerer Streurrate: $295,25 \pm 22,4$ Photonen. Auch für andere Intensitäten verläuft dieser Test positiv.

Es verbleiben Tests für den Übergangsbereich mit kleinen Lichtintensitäten und die Umsetzung der Atomgeschwindigkeit in einen Dopplervershift. Die Streurrate für kleine Intensitäten wurde hierbei mit den Plots für die Streuraten aus [25] verglichen. Sie stimmen sehr genau überein. Die Umsetzung der Geschwindigkeit der Atome in eine Dopplerverschiebung scheint ebenfalls korrekt zu sein. Dafür spricht, dass bei der Ermittlung der besten Kühlparameter für die Atome als passendste Verstimmung der Laserstrahlen ein für die Laserkühlung typischer Wert von etwa 2γ ermittelt wurde.

- Strahlrichtung und Absorptionswahrscheinlichkeit:

Während der Programmierung der Simulation war nicht immer offensichtlich, ob das

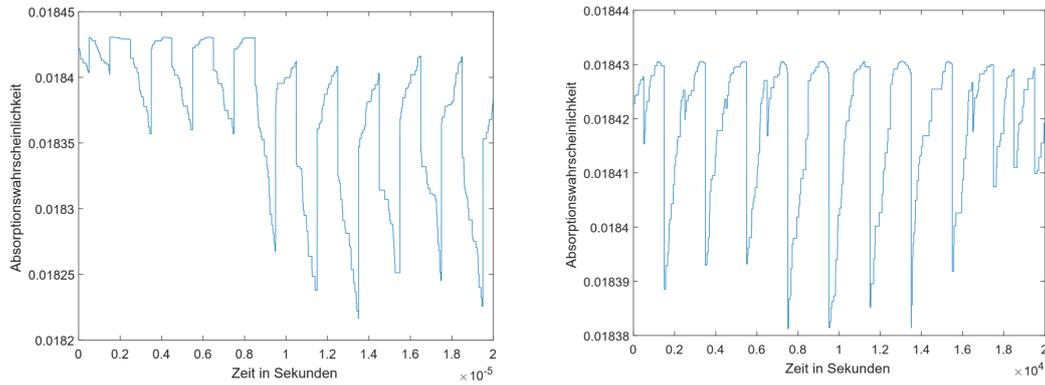


Abbildung 3.11: Absorptionswahrscheinlichkeiten für verschiedene Vorzeichenkonstellationen der Verstimmung und Geschwindigkeit. Um zu sehen, ob die Geschwindigkeiten in die Streurate mit richtigem Vorzeichen eingehen und die Atome effektiv gekühlt werden, wurde der zeitliche Verlauf der Absorptionswahrscheinlichkeiten für einen Simulationdurchgang dargestellt. Die einzelnen Zacken in den Diagrammen kommen durch das Wechseln der Laserstrahlrichtung zustande. Kühlung ist nur möglich, wenn die Wahrscheinlichkeiten durch eine Wechselwirkung mit dem Lichtfeld innerhalb eines Pulses abnehmen. Auf der linken Seite wurde die Simulation mit korrekten auf der rechten Seite mit falschen Parametern durchgeführt. Am deutlichsten ist der Unterschied zwischen den beiden Fällen in den ersten $0,5 \mu\text{s}$.

Kühlen durch die beiden Laserstrahlen aus verschiedenen Richtungen korrekt funktioniert. Um dies genauer zu überprüfen, wurden die Absorptionswahrscheinlichkeiten untersucht. Bei einem kühlenden Prozess mit korrekt gewählter Verstimmung ist zu erwarten, dass die Absorptionswahrscheinlichkeiten nach Streuprozessen tendenziell abnehmen. Hat die Verstimmung ein falsches Vorzeichen oder gehen die Geschwindigkeiten mit falschen Vorzeichen in die Streuraten ein, so nehmen die Wahrscheinlichkeiten erst zu bevor sie abnehmen. In Abbildung 3.11 sind Diagramme für beide Fälle exemplarisch für eine Photonenspur dargestellt. Das Diagramm auf der linken Seite wurde mit richtiger Vorzeichenkonstellation erstellt. Die einzelnen Zacken des Diagramms kommen zustande, wenn sich die Richtung des Laserstrahls ändert. Im Anfangsbereich ist deutlich zu sehen, dass die Wahrscheinlichkeit für eine erneute Absorption abfällt, sobald eine Absorption stattgefunden hat. Dies ist von Bedeutung, da sonst ein sich selbst verstärkender Prozess stattfinden kann und das Atom stark beschleunigt wird. Später steigt die Wahrscheinlichkeit teilweise nach einem Richtungswechsel kurzzeitig, fällt daraufhin aber wieder ab. Dies ist der Fall, wenn das Atom so viel Geschwindigkeit aufgesammelt hat, dass es mehr als die Laserverstimmung dopplerverschoben ist.

Im rechten Bild ist zu erkennen, wie sich die Wahrscheinlichkeiten bei falscher Vorzeichenkonstellation verhalten. Nach jedem Richtungswechsel der Strahlen wächst die Wahrscheinlichkeit Photonen zu absorbieren. Dadurch werden die Atome beschleunigt und nicht, wie eigentlich vorgesehen, gekühlt.

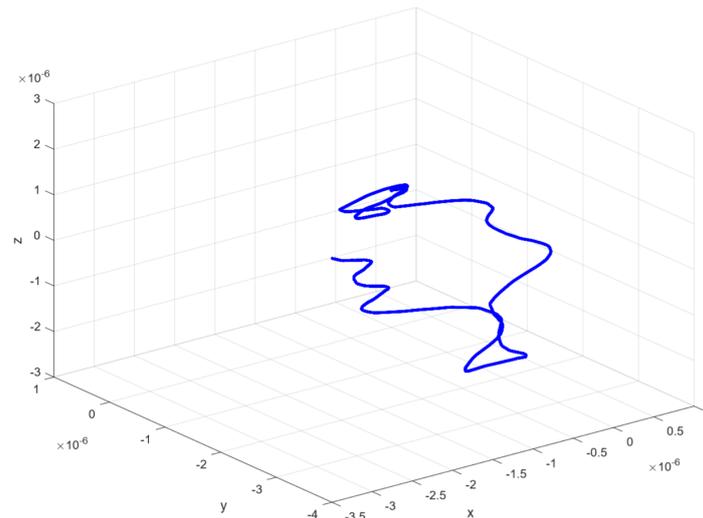


Abbildung 3.12: Simulierte Atomspur für das Atom im Lichtfeld. Die Strecke, die von den Photonen überflogen wird entspricht den experimentellen Daten aus [7]. Durch die gepulsten Laserstrahlen weist das Atom eine Spur in Form einer Schlangenlinie auf.

- Atomspuren:

Es ist ebenfalls von Interesse einzelne von der Simulation erzeugte Atomspuren anzuschauen und sie mit den physikalisch Erwartungen zu vergleichen. In Abbildung 3.12 ist eine solche Spur zu sehen ($1000I_0$, $\Delta = 2\gamma$, $20 \mu s$ Belichtungszeit, $0,5 \mu s$ Pulsdauer). In [7] wird der Bereich, in dem ein Atom Photonen abgibt mit etwa $4 \mu m$ Größe angegeben. Die einzelnen Atomspuren, die von der Simulation erzeugt werden, überfliegen einen ähnlich großen Bereich. Außerdem sind in x-Richtung die unterschiedlichen Laserpulse durch eine „Schlangenlinie“ erkennbar.

Um genauer zu untersuchen, ob die simulierten Daten in diesem Punkt mit den experimentellen Daten übereinstimmen, müsste ein Maß für die Größe des Bereichs definiert werden, in dem die Atome Photonen abgeben. Dabei ist es nicht ausreichend, viele Atomspuren zu addieren und einen Gauß-Fit durchzuführen, da die Summe an Atomspuren nicht unbedingt die gewünschten Information über die Einzelspur enthalten. So starten alle Atome immer am gleichen Punkt und die Spuren werden mit r^{-2} für größere Abstände verdünnt, wobei die Pixelgröße gleich bleibt. Dies führt dazu, dass die Summe aus den Spuren in der Mitte sehr hohe Werte aufweist und nach außen hin schnell abfällt. Ein Gauß-Fit ist hier also weder möglich, noch enthält er die gewünschte Information. Eine andere Möglichkeit wäre, bei jeder Spur einen Weichzeichner zu verwenden und danach jede Spur für sich mit einer Gauß-Funktion zu fitten. Dabei wäre es zielführend, bei jeder Spur alle emittierten Photonen zu betrachten und nicht nur die, die die Kamera erreichen, um ein besseres Signal zum Fitten zu erhalten. Dies wurde jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr durchgeführt. Es kann demnach nur die qualitative Aussage gemacht werden, dass der Bereich, den ein Atom in der Simulation überfliegt, in der gleichen Größenordnung liegt, wie in [7] angegeben.

3.4.2 Parameteroptimierung zur Detektion

Da nun die Simulation eines Atoms im Laserfeld mit Abgabe von Photonen und dessen Abbildung auf eine Kamera existiert, können verschiedene Parameter variiert werden, um möglichst hohe Detektionswahrscheinlichkeiten zu erhalten. Die Detektion der Atome wird später durch die Anwendung eines gauß'schen Weichzeichners auf das Kamerabild durchgeführt. Beim Weichzeichnen werden Bereiche, in denen sich Counts häufen, hervorgehoben. Atomspuren sind mit diesem Algorithmus besonders gut zu detektieren, wenn sie in einem möglichst kleinen Bereich Photonen abgeben und keine langgezogene Spuren ohne Umkehrpunkte hinterlassen.

In einem ersten Schritt wurde die Vergrößerung des Mikroskops nicht verändert und nur die Photonenzahl in einem kleinem Pixelbereich um den Startpunkt maximiert. So kann ermittelt werden, unter welchen Bedingungen die Atome am effektivsten gekühlt werden können. Dabei wurde ein Pixelkreis von 4 Pixeln Radius um den Startpunkt des Atoms ausgewählt. Dies entspricht insgesamt ca. 50-60 Pixeln und einem realen Durchmesser von $4 \mu\text{m}$. In diesem Bereich gäbe es im Mittel einen halben falschen Count durch CICs. In Abbildung 3.14 sind Photonenzahlen innerhalb dieses Kreises für vier verschiedene Parameter farblich dargestellt. Dabei werden Verluste durch Quanteneffizienz, Optiken und die Richtungsabhängigkeit der Abstrahlung nicht berücksichtigt, um ein besseres Signal zu erhalten. In jedem einzelnen Bild ist die Lichtintensität gegen die Verstimmung aufgetragen. Die Diagramme sind in einer Matrix angeordnet, wobei sich die Belichtungszeit jeweils in den Zeilen und die Pulszeit in den Spalten ändert. Auf der x-Achse befindet sich jeweils die Lichtintensität in Einheiten von I_0 und auf der y-Achse die Verstimmung in Einheiten von γ (Die Verstimmung ist hier: $\delta = \omega_a - \omega_l$). Um diese Monte-Carlo Daten zu erzeugen, wurden für jeden Datenpunkt 200 zufällige Atomspuren generiert.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Photonenzahlen höher werden, je kürze die Pulse sind. Für größere Pulszeiten sammeln die Atome innerhalb eines Pulses mehr Impuls auf und fliegen deutlich häufiger aus dem Kreis heraus. Außerdem verschiebt sich das Photonenmaximum für lange Pulszeiten in Richtung größerer Verstimmungen. Der Grund ist ebenfalls, dass sich während eines Pulses mehr Impuls ansammelt und dadurch beim Umkehren der Strahlen eine höhere Verstimmung benötigt wird.

Es ist zusätzlich erkennbar, dass sich die Photonenzahl innerhalb des Kreises ab einer Belichtungszeit von $15 \mu\text{s}$ nicht mehr stark verändert. Bei der Zufallsbewegung (engl. Random-Walk) im Impulsraum heben sich die verschiedenen Impulse nie völlig auf. Der mittlere erhaltene Impuls ist so groß, dass die Atome ab einer gewissen Zeit den Kreis mit großer Wahrscheinlichkeit verlassen haben. Der Detektionsalgorithmus, bei dem der Weichzeichner verwendet wird, kann jedoch auch empfindlich auf Photonencluster außerhalb des Kreises reagieren. Aus diesem Grund ist es möglich, dass sich die errechneten Detektionswahrscheinlichkeiten mehr in Richtung höherer Belichtungszeiten verbessern, als diese Bilder erwarten lassen. Allerdings ist ebenfalls zu erwarten, dass Atome, die weit nach außen fliegen, höhere Impulse haben und bei höheren Impulsen sind Photonenhäufungen unwahrscheinlicher.

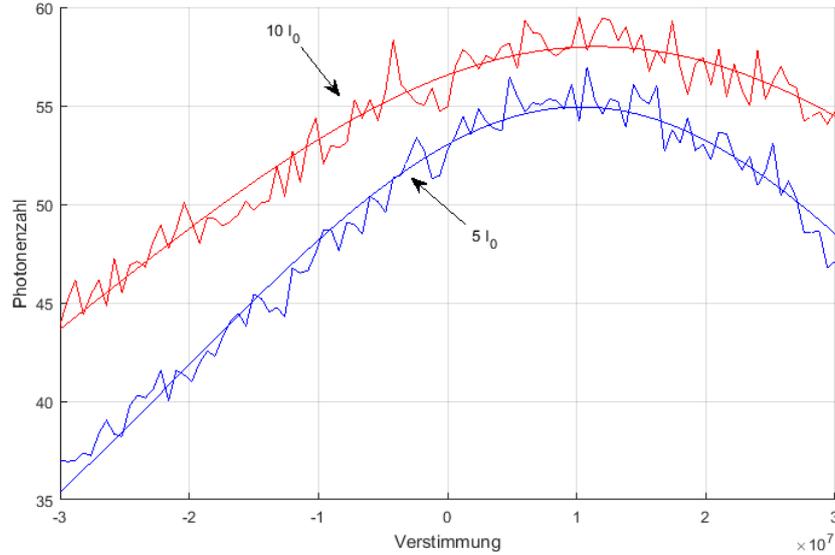


Abbildung 3.13: Schnitt durch das Diagramm in Abbildung 3.14 mit einer Belichtungszeit von $20 \mu\text{s}$ und einer Pulszeit von $0,5 \mu\text{s}$ bei $I = 5I_0$ und $I = 10I_0$. Auf der x-Achse befindet sich die Verstimmung in Einheiten von $\frac{1}{s}$. Für höhere Intensitäten verschiebt sich das Maximum in Richtung höherer Verstimmungen. Ebenso ist eine Dopplerverbreiterung des Signals erkennbar. Mit Hilfe eines Fits mit der Streuratenfunktion, konnten die Verstimmungen mit den höchsten Photonenzahlen berechnet werden.

Aus den Einzeldiagrammen lassen sich für feste Intensitäten Verstimmungen extrahieren, unter denen die größten Photonenzahlen zu erwarten sind. Dafür können vertikale Schnitte durch die Diagramme erzeugt und mit der Streuratenfunktion gefittet werden. In Abbildung 3.13 sind die Daten und Fits erkennbar. Die Belichtungszeit entsprach hier $20 \mu\text{s}$ und die Pulszeit $0,5 \mu\text{s}$. Der Schnitt für eine Intensität von $10I_0$ weist höhere Photonenzahlen auf. Es ist ebenfalls eine Sättigungsverbreiterung zu erkennen. Außerdem verschiebt sich das Maximum für höhere Intensitäten zu höheren Verstimmungen, da hier ebenfalls mehr Impuls pro Lichtpuls aufgesammelt wird. In diesem Fall ist dafür jedoch nicht die längere Pulslänge, sondern die höhere Streuratenfunktion verantwortlich. Für die Verstimmungen δ_{max} mit den höchsten Photonenzahlen ergeben sich folgende Werte:

$$\delta_{max}(5I_0) = (10,28 \pm 0,6) \text{ MHz} = (1,71 \pm 0,1) \gamma \quad (3.46)$$

$$\delta_{max}(10I_0) = (11,57 \pm 1) \text{ MHz} = (1,92 \pm 0,2) \gamma \quad (3.47)$$

Wie bereits beschrieben, sind dies typische Werte im Bereich der Laserkühlung.

Ein weiterer zu optimierender Parameter ist die Vergrößerung des Mikroskops. Der Detektionsalgorithmus reagiert jedoch sehr sensibel auf eine Veränderung dieses Parameters. Aus diesem Grund wurde die beste Vergrößerung erst bestimmt, als es möglich war, Detektionswahrscheinlichkeiten zu berechnen. Die Vergrößerung war bis hier hin auf 30,8 eingestellt. Wäre

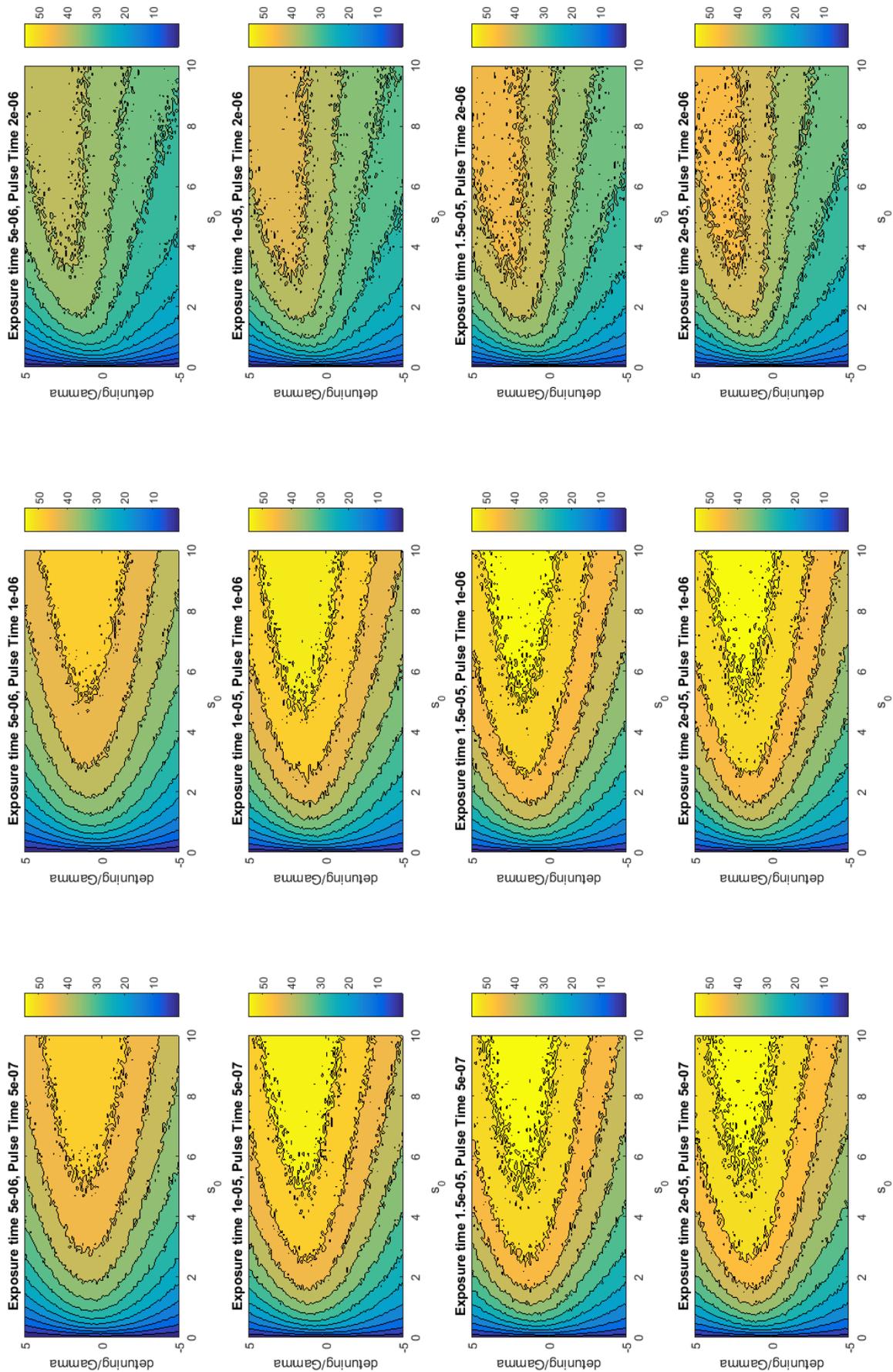


Abbildung 3.14: Photonenzahlen um den Startpunkt für verschiedene Parameter

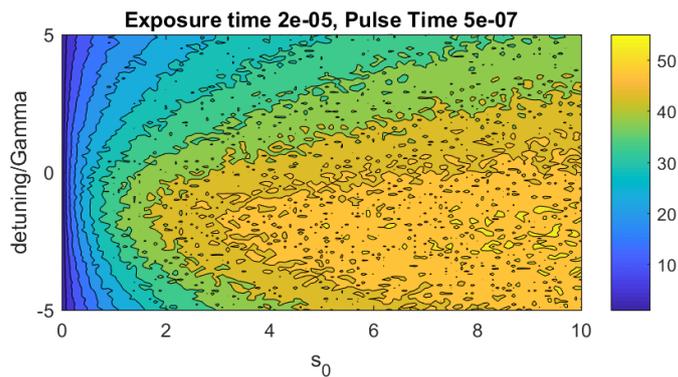


Abbildung 3.15: Photonenzahlen um den Startpunkt für die Beleuchtung mit vier Strahlen. Hier wurden nur die besten Parameter aus der obigen Simulation genutzt. Die Photonenzahl ist kleiner, als bei der Beleuchtung mit zwei Strahlen. Bei vier Strahlen dauert es im Mittel länger, bis ein Laserstrahl eingestrahlt wird, der bremsenden Impuls übertragen kann.

die Vergrößerung zu klein, so wäre kein Unterschied zwischen den jeweiligen Datensätzen für unterschiedliche Parameter erkennbar, weil sich die gesamte Atomspur innerhalb des Kreises befände. Da jedoch bei jeder Parameterkombination innerhalb des Kreises deutlich weniger Photonen emittiert wurden, als insgesamt durch die Streurrate an Photonen zu erwarten wären, kann davon ausgegangen werden, dass sich die Simulation nicht in diesem Grenzfall befindet.

Beleuchtung mit 4 Strahlen

Das Ziel der Parameteroptimierung war, die Parameter zu finden, mit denen die Photonen in einem möglichst kleinen Bereich gehäuft gestreut werden. Es ist naheliegend die Frage zu stellen, ob zusätzliche Laserstrahlen in einer weiteren Achse das Ergebnis verbessern können. Mit diesen Strahlen könnten die Atome gekühlt werden, falls sie durch die spontane Emission senkrecht zur Laser-Achse Impuls erhalten haben. Werden die Strahlen ebenfalls gepulst, sodass das Atom nur von einem Strahl zur Zeit beleuchtet wird, kann auch bei vier Strahlen die Bildung eines optischen Gitters vermieden werden. Dabei sollten immer beide Pulse in einer Achse ausgeführt werden, bevor zur nächsten Achse übergegangen wird. Um vier Strahlen in der Simulation zu implementieren, waren umfangreiche Erweiterungen nötig. Ähnlich wie in Abschnitt 3.4.1 wurden Softwaretests durchgeführt. In Abbildung 3.15 sind die Ergebnisse der Simulation abgebildet (Hier gilt für die Verstimmung: $\delta = \omega_l - \omega_a$). Wie im vorherigen Kapitel stellen die Diagramme die Anzahl der Photonen innerhalb eines Pixelkreises mit 4 Pixeln Radius dar. Für jeden Datenpunkt wurden 200 Atomspuren simuliert. Es wurde hier nur die längste Belichtungszeit und die kürzesten Pulse betrachtet, da auch bei vier Strahlen erwartet wird mit diesen Parametern die höchsten Photonenzahlen zu erhalten.

Es ist keine Verbesserung zu dem Aufbau mit zwei Strahlen erkennbar. Unerwarteterweise befinden sich tendenziell weniger Photonen innerhalb des Kreises. Eine Erklärung des Effekts, könnte die Zeit sein, die zwischen den Pulsen vergeht. Hat ein Atom einen Impuls in eine bestimmte Richtung, so dauert es im Mittel länger, als bei zwei Pulsen, bis der Laserstrahl

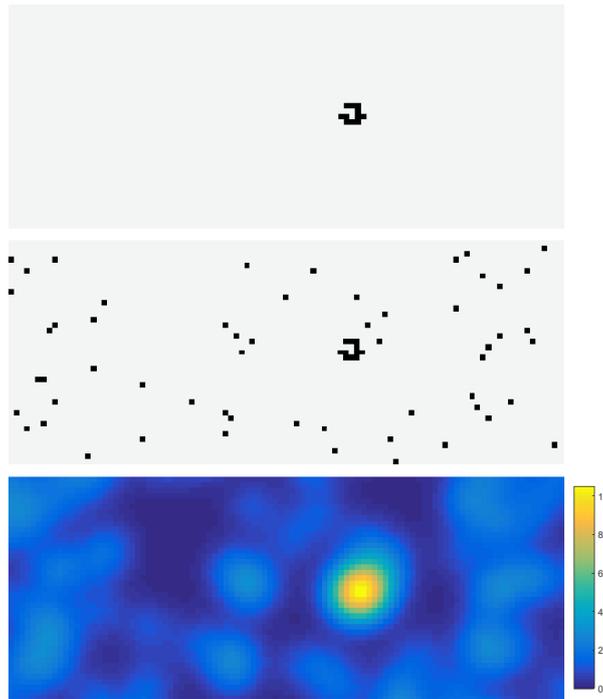


Abbildung 3.16: Beispielhafter Ablauf der Simulation zur Detektion einzelner Atome. Es ist jeweils ein Kameraausschnitt von 100x40 Pixeln dargestellt. Im ersten Schritt (oberstes Bild) wird der Flug eines Atoms und dessen Abgabe von Photonen simuliert. Der zweite Schritt (mittleres Bild) beinhaltet die Überlagerung der Photonenspuren mit einem zufälligen Dunkelbild. Im dritten Schritt wird ein gauß'scher Weichzeichner angewendet, der Häufungen von Photonen hervorhebt.

eingeschaltet wird, der den entgegengesetzten Impuls auf das Atom übertragen kann. Dabei werden längere Wege zurückgelegt und Häufungen treten seltener auf. Es wäre möglich, dass sich das Ergebnis für vier Strahlen ab deutlich kleineren Pulslängen verbessert. Da es jedoch technisch nicht möglich ist, diese Pulslängen zu erzeugen, wurde dieser Parameterbereich nicht mehr untersucht.

3.5 Detektion einzelner Atome

Bisher beschäftigte sich dieses Kapitel mit der Simulation eines Atoms im Laserfeld und der Findung der besten Parameter, um es zu kühlen. Beim späteren Experimentieren werden die Parameter zu Anfang eingestellt und die Natur bestimmt die Bewegung des Atoms und dessen Abstrahlung. Von großer Bedeutung fürs Experimentieren wird dann der Nachweis der Atome auf einzelnen Bildern unter der Verwendung eines Detektionsalgorithmus sein. Das Ziel ist die Detektion einer durch das Atom verursachten Häufung weniger Photonen auf dem Hintergrundrauschen der EMMCCD-Kamera.

In [6] wurde dies mit Hilfe eines gauß'schen Weichzeichners durchgeführt. Dabei wird das Kamerabild mit einer Gauß-Funktion gefaltet, dessen Größe der Ausdehnung der Häufung entspricht. So werden Teile mit höherer Pixeldichte hervorgehoben. Nachdem das Kamerabild ge-

faltet wurde, besteht das Bild nicht mehr nur aus 0 und 1. An Häufungspunkten können sich höhere Werte ergeben. Nun ist es möglich, Schwellwerte zu definieren. Befindet sich in dem gefalteten Bild ein Pixelwert oberhalb des Schwellwerts, so wird davon ausgegangen, dass sich an der jeweiligen Stelle ein Atom befand.

Die Simulation der Detektion kann in Abbildung 3.16 nachvollzogen werden. Zu Anfang wird die Photonenspur eines Atoms erzeugt. Diese Spur wird im nächsten Schritt mit einem zufälligen Dunkelbild der Kamera überlagert. Der letzte Schritt beinhaltet die Anwendung eines gauß'schen Weichzeichners.

Es ist möglich, dass CICs auch zufälligerweise gehäufte Strukturen bilden. Deswegen muss über viele Wiederholungen statistisch ausgewertet werden. In diesem Fall werden die Maximalwerte auf den gefalteten Bildern mit und ohne Atome verglichen. Überlappen sich die Verteilungen der Maximalwerte kaum, so können Atome mit hoher Wahrscheinlichkeit identifiziert werden (Siehe Abbildung 3.17).

Parameter die variiert werden können, um die Detektionswahrscheinlichkeit zu erhöhen, sind die Vergrößerung, sowie die Breite der Gauß-Funktion. Auch die Laserintensität wurde hier erneut als Parameter verändert, da die Wahrscheinlichkeit stark von der Anzahl der Photonen abhängt. Außerdem kann die Methode der Maximierung der Photonenzahl innerhalb eines Kreis aus dem vorherigen Kapitel überprüft werden.

Um den Überlapp der jeweiligen Verteilungen zu berechnen, wurden die gemeinsamen Flächen der Histogramme addiert. Bei ausreichend vielen Simulationswiederholungen gibt dieser Wert ein Maß für den tatsächlichen Überlapp an. Ein Fit an die Daten ist zu diesem Zeitpunkt nicht möglich, da die zugrundeliegende Verteilung nicht bekannt ist. In [5] wird hierfür eine Gauß-Kurve angenommen. Wie in Abbildung 3.17 zu sehen, verhält sich das Histogramm jedoch nicht wie eine gauß'sche Glockenkurve. Dies kann mit der Vereinfachung zusammenhängen, dass während der Simulation Photonen gleichzeitig emittiert und absorbiert werden. Diese Vereinfachung hat einen Einfluss auf die Flugbahn der Atome und damit auf die Verteilung der Photonen auf der Kamera. Verändert sich die Verteilung der Photonen auf der Kamera, ist auch eine Änderung der Verteilung der Maximalwerte auf den gefalteten Bildern möglich.

Im Anhang A.3 befindet sich der vollständige Matlab Code des Detektionsalgorithmus. Die grobe Struktur des Codes zur Erzeugung der Detektionswahrscheinlichkeiten ist die folgende:

```

for s_0=s_0s %Lichtintensitaeten
  for gaussSigma=gaussSigmas %Gaussbreiten

    for n=1:numberOfRepitions %Wiederholungen
      %Dunkelbild einlesen und binarisieren
      %Dunkelbild mit Gaussfunktion falten
      %Maximalen Pixelwert bestimmen
      %und speichern
    end

    for magnification=magnifications %Vergoesserungen

      for i=1:numberOfRepitions
        %Dunkelbild einlesen und
        %binarisieren
        %Dunkelbild mit Atomspur
        %ueberlagern
        %Bild mit Gaussfunktion falten
        %Maximalen Pixelwert bestimmen
        %und speichern
      end

    end

  end
end

%Ueberlappungen bestimmen
%Werte in Tabellen zusammenfassen
%Diagramme erstellen

```

Um Rechenzeit zu sparen und weil die Dunkelbilder nicht abhängig von der Vergrößerung sind, wird die Vergrößerung nur für die Bilder mit Atomen verändert. So bedienen sich alle Überlapp-Werte für gleiche Vergrößerungen der gleichen Verteilung an Maximalwerten für gefaltete Bilder ohne Atome. Diese Vereinfachung sollte bei 200 Wiederholungen vernachlässigbar sein.

Bei der Parameteroptimierung sind alle Kombination folgender Parameterwerte getestet worden:

$s_0 = 5/10/20/30/40$, $\sigma = 3,5/4/4,5/5/5,5/6$, Vergrößerung = $6/10/14/16/20/24/28$. Insgesamt wurden pro Kombination 200 Werte generiert und daraus ein Histogramm gebildet. Den wenigsten Ueberlapp mit dem jeweiligen Histogramm aus den Bildern ohne Atome, wies das folgende Triplet auf: $s_0 = 40$, Vergößerung = 20 , $\sigma = 4,5$. In Abbildung 3.17 sind die entstan-

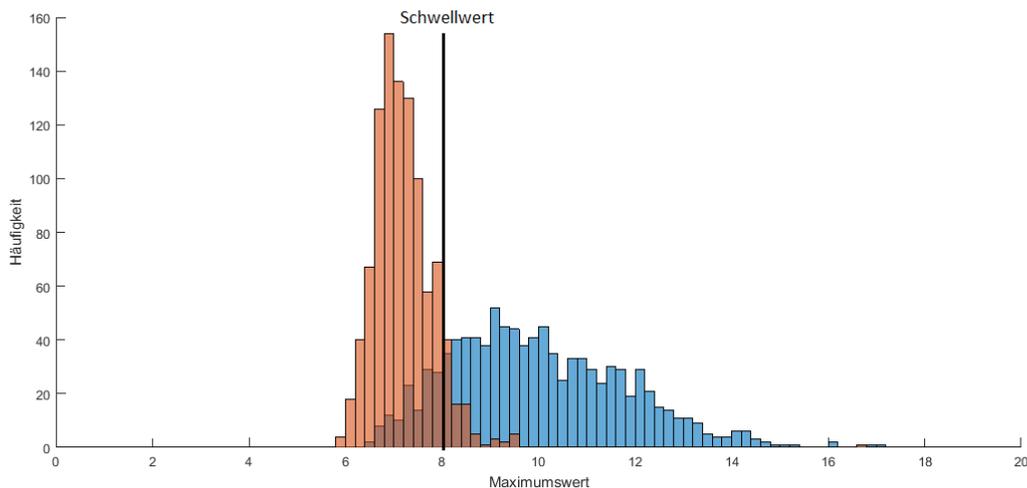


Abbildung 3.17: Häufigkeit der Maximalwerte für $s_0 = 40$, $\sigma = 4,5$, Vergößerung = 20. Das rote Histogramm gehört zu den maximalen Pixelwerten bei den gefalteten Bildern ohne Atome. Das blaue Histogramm gehört zu den maximalen Pixelwerten der gefalteten Bildern mit Atomen. In dem Bereich, in dem beide Verteilungen überlappen, ist nicht erkennbar, ob ein solcher Maximalwert durch ein Atom oder durch das Rauschen auf den Bildern verursacht wurde. Ab hohen Maximalwerten kann hingegen mit großer Sicherheit davon ausgegangen werden, dass es sich um ein Atom handelte. Es kann ein Schwellwert definiert werden, ab dem die Häufung als Atom identifiziert wird.

denen Histogramme erkennbar.

Sind die Parameter falsch gewählt, liegen beide Histogramme übereinander. In Abbildung 3.18 ist ein solches Histogramm zu sehen. Dort gilt $s_0 = 10$, $\sigma = 3$ und Vergößerung = 6. Unter diesen Einstellungen ist es laut dieser Simulation nicht möglich, Atome mit großer Wahrscheinlichkeit zu identifizieren.

3.5.1 Detektionswahrscheinlichkeit

Um die Detektionswahrscheinlichkeiten zu berechnen, muss ein Schwellwert definiert werden. Weißt ein gefaltetes Bild auf einem beliebigen Pixel einen Wert auf, der größer ist, als der Schwellwert, so wird von einem Atom an dieser Stelle ausgegangen. Es können Wahrscheinlichkeiten angegeben werden, ob es sich bei dem Count tatsächlich um eine Atom handelt oder welcher Anteil an Atomen durch den Schwellwert nicht detektiert wird. In diesem Fall wurde der Schwellwert so definiert, dass die Wahrscheinlichkeit ein Atom nicht zu detektieren ungefähr der Wahrscheinlichkeit entspricht auf einem Dunkelbild fälschlicherweise ein Atom zu identifizieren. In anderen Worten sollte die Fläche des roten Histogramms oberhalb des Schwellwerts der Fläche des blauen Histogramms unterhalb des Schwellwerts entsprechen. Mittelt man über 50 Histogramme bei den besten Parametern, ergeben sich folgende Detektionswahrscheinlichkeiten (Schwellwert ≈ 8):

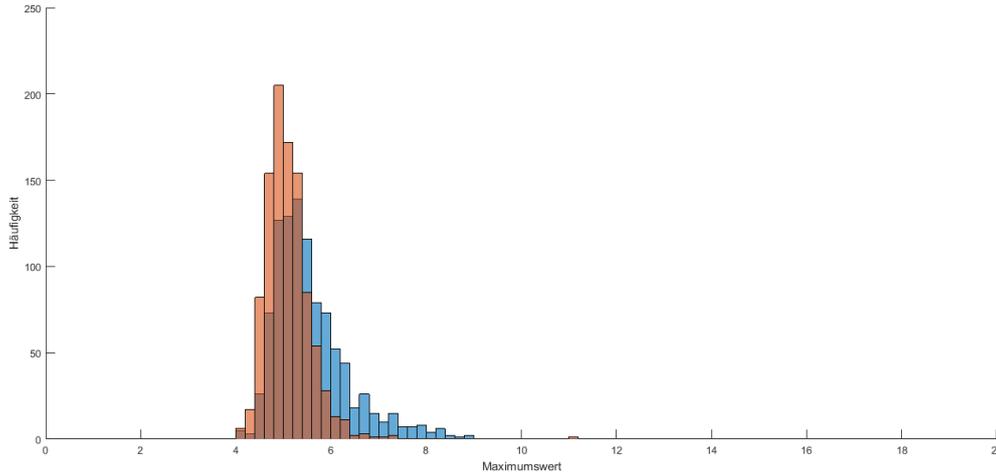


Abbildung 3.18: Häufigkeit der Maximalwerte für $s_0 = 10$, $\sigma = 3$, Vergößerung = 6. Das rote Histogramm gehört zu den maximalen Pixelwerten bei den gefalteten Bildern ohne Atome. Das blaue Histogramm gehört zu den gefalteten Bildern mit Atomen. Beide Verteilungen überlappen sich stark. Es lässt sich kein sinnvoller Schwellwert definieren, ab dem ein Maximalwert ein Atom identifiziert.

- Wahrscheinlichkeit ein Atom zu detektieren:

$$P_a = (89,6 \pm 1,7)\%$$

- Wahrscheinlichkeit ein Atom zu detektieren, wenn keins vorhanden war:

$$P_{na} = (12,8 \pm 1,9)\%$$

Es ist von Interesse, möglichst geringe Lichtintensitäten zu verwenden, da bei kleinen Intensitäten auch weniger Streulicht zu erwarten ist. Aus diesem Grund wurden die Detektionswahrscheinlichkeiten auch für $s_0 = 10$ und $s_0 = 20$ bestimmt. Für beide Intensitäten können ebenfalls die besten Parameter berechnet werden, indem der Überlapp der obigen Histogramme betrachtet wird. Die besten Ergebnisse sind laut der Simulation ebenfalls bei $\sigma = 4,5$ und der Vergößerung = 20 zu erwarten. Es ergeben sich die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$s_0 = 20 \quad P_a = (83,2 \pm 1,9)\% \quad (3.48)$$

$$P_{na} = (19,9 \pm 2,9)\% \quad (3.49)$$

$$s_0 = 10 \quad P_a = (75,4 \pm 1,7)\% \quad (3.50)$$

$$P_{na} = (35,4 \pm 0,0)\% \quad (3.51)$$

Erst bei hohen Intensitäten von über $40I_0$ ergeben sich nutzbare Detektionswahrscheinlichkeiten. Dies war aufgrund von Abbildung 3.14 nicht zu erwarten. Die Anzahl an Photonen innerhalb des Pixelkreises, blieben für hohe Intensitäten fast konstant. Das sich die Detektionswahrscheinlichkeit von $s_0 = 10$ auf $s_0 = 40$ um fast 15% verbessern, war daher überraschend.

Der Algorithmus scheint sehr sensibel auf die Gesamtzahl der Photonen zu sein. Zwischen diesen beiden Intensitäten ändert sich die absolute Anzahl an Photonen nur um ca. 7%.

In [7] werden deutlich höhere, experimentell bestimmte Wahrscheinlichkeiten von über 99% bei $8,5I_0$ und einer Vergrößerung von ca. 6 angegeben. Die absolute Anzahl an Photonen im Experiment entspricht der hier geschriebenen Simulation. Es kann demnach nur die Verteilung der Photonen auf der Kamera sein, die in der Realität von der Simulation abweicht. Die gemachten Vereinfachungen wären mögliche Gründe für diese Abweichung.

3.6 Fazit

Im Verlauf dieses Kapitels wurden die ersten Schritte Richtung Einzel-Atom-Detektion diskutiert und Erwartungen bezüglich der Detektionswahrscheinlichkeiten berechnet. Dafür war es nötig, die EMCCD-Kamera im Hinblick auf ihre Performance zu charakterisieren und die besten Kameraeinstellungen zur Detektion zu finden. Unter den berechneten Einstellungen können 94% der Photoelektronen detektiert werden, wobei pro Bild nur ca. 20-30 Pixel fälschlicherweise Elektronen enthalten. Es konnte eine Simulation realisiert werden, die den gesamten Vorgang von der Belichtung des Atoms, bis hin zu dessen Detektion modelliert. Ohne die Berücksichtigung von Streulicht und unter Annahmen zum Emissions- und Absorptionsverhalten der Atome liegt die Wahrscheinlichkeit dafür ein Elektron bei einer Lichtleistung von $40I_0$ zu detektieren bei ca. 90%. Die Wahrscheinlichkeit auf einem Bild ein Atom zu identifizieren auf dem es kein Atom gab, liegt bei ca. 13%. Meist geben Simulationen bessere Werte aus, als sie experimentell realisierbar wären. In diesem Fall scheinen manche Vereinfachungen die Detektion so stark zu beeinflussen, dass dies für diese Simulation nicht gilt. Experimentell wurde die Detektionswahrscheinlichkeit für ein Atom in der Gruppe von Selim Jochim zu 99,4% bestimmt. Sobald die Umbau-Phase unseres Experiments beendet ist, kann eine experimentelle Verifikation stattfinden.

4 Modulations-Transfer-Spektroskopie

Die Manipulation von Atomen innerhalb einer Vakuumkammer erfordert spezielle Werkzeuge. Die Atome müssen transportiert, abgebildet und in verschiedene interne Zustände gebracht werden. Das tiefe Verständnis und die präzise Kontrolle der Wechselwirkung von Atomen mit elektromagnetischen Feldern bildet dabei einen Werkzeugkasten an experimentellen Methoden. Der Transport der Atome findet beispielsweise mit Dipolfallen und die Abbildung mit resonantem Laserlicht statt. Dabei ist es erforderlich, dass die Frequenz des Laserlichts stets konstant gehalten wird.

In unserem Experiment existiert ein Laser, dessen Frequenz über eine Spektroskopie stabilisiert wird und als Referenz für alle anderen Laser dient, die nahe der atomaren Resonanz arbeiten. Aus diesem Grund wird dieser Laser „Referenz-Laser“ genannt. Laserlicht nahe der Resonanz wird beispielsweise für den Zeeman-Slower, die MOT und die Abbildung benötigt. Um zwei Laserfrequenzen zueinander konstant zu halten, wird eine sogenannte Offsetstabilisierung (Offset Lock) aufgebaut. Dabei wird der Strahl des Referenz-Lasers mit dem zu stabilisierenden Laserstrahl überlagert. Wenn beide Laser nicht exakt die gleiche Frequenz aufweisen, entsteht dabei eine Schwebung. Die Schwebungsfrequenz entspricht dem Frequenzabstand der beiden Strahlen. Dieses Signal, das typischerweise im RF-Bereich liegt, kann mit einer Photodiode detektiert werden. Mit Hilfe eines PID-Regler wird daraufhin der Laserstrom oder andere Parameter des zu regulierenden Lasers so angepasst, dass die Frequenz der Schwebung konstant bleibt. Wenn der Referenz-Laser eine hohe Stabilität aufweist, können daraufhin auch alle anderen Laser mit konstanter Frequenz betrieben werden.

Es muss nun eine Methode angewendet werden, die den Referenz-Laser selber auf die Übergangsfrequenz von ${}^6\text{Li}$ stabilisiert. Dafür wurde im Rahmen dieser Masterarbeit ein neuer Referenz-Laser (Toptica DL Pro) eingebaut, der über eine Modulations-Transfer-Spektroskopie stabilisiert wird. Zurzeit werden drei zusätzliche Laser mit Hilfe des Referenz-Laser stabilisiert. Die Laserwellenlängen für die FORT, Squeeze und den Resonator liegen bei ca. 1064 nm und nutzen aus diesem Grund andere Stabilisierungsmethoden. Der Laser, der die Stehwelle im Resonator speist, wird beispielsweise auf den Resonator mit Hilfe des Pound-Drever-Hall Verfahrens (s.u.) stabilisiert.

Um einen Laser zu stabilisieren, muss im Allgemeinen ein Fehlersignal bereitgestellt werden, das Informationen über den Abstand zur gewünschten Frequenz enthält. Wenn kleine Abweichungen von der Soll-Frequenz zu großen Änderungen des Fehlersignals führen, kann ein effektiver Regler gebaut werden, der bei Änderungen präzise nachregelt. Mit anderen Worten

sollte die Ableitung des Fehlersignals um den Sollwert möglichst groß sein.

Es ist naheliegend, dass zur Stabilisierung eines Lasers auf eine bestimmte Übergangsfrequenz die jeweilige Atomsorte als Referenz genutzt wird. Aus diesem Grund wird in unserem Experiment eine Zelle mit heißem Lithiumgas verwendet, durch die Laserstrahlen geleitet werden. Dabei wird ausgenutzt, dass die Transmission durch eine Wolke an Atomen in der Nähe der Übergangsfrequenz stark absinkt. Die Modulations-Transfer-Spektroskopie (MTS) ist im Grunde auch ein Pound-Drever-Hall Verfahren, das zwei gegenläufige Strahlen nutzt, durch die ein dopplerfreies Signal erzeugt wird. Einer der beiden Strahlen erhält dabei eine Modulation über einen Elektrooptischen Modulator (EOM). Durch eine Licht-Atom-Licht Wechselwirkung wird die Modulation dieses Strahls auf den zweiten Strahl übertragen. Eine schnelle Photodiode und einige RF-Bauteile generieren daraufhin ein Signal, das einen Nulldurchgang und scharfe Flanken an der Stelle besitzt, an der die Frequenz des Laserstrahls der Übergangsfrequenz entspricht.

Im Folgenden wird noch einmal genauer auf Grundlagen der Atomphysik, den Aufbau der Spektroskopie, sowie auf deren Funktionsweise eingegangen.

4.1 Atomare Absorptionslinien

Atome besitzen viele verschiedene Übergangsfrequenzen deren Summe als Linienprofil bezeichnet wird. Der Verlauf des Linienprofils lässt sich über die Transmission einer Gaszelle bestimmen, in der die Atome enthalten sind. Die gemessene Breite einer Absorptionslinie ist wesentlich für den Bau einer Laserstabilisierung, da aus dem Transmissionssignal ein Fehlersignal generiert wird. In diesem Kapitel werden drei Beiträge zur Breite eines Übergangs diskutiert, die im Verlauf dieser Arbeit von Bedeutung sind. Dazu gehört die kleinst mögliche Breite, die als natürliche Linienbreite bezeichnet wird und zwei Linienverbreiterungsmechanismen die als Dopplerverbreiterung und Sättigungsverbreiterung bezeichnet werden. Diese Mechanismen führen dazu, dass die gemessene Transmission einer Gaszelle mit vielen Atomen breiter erscheint, als sie es für einzelnes Atom wäre.

Durch einen geschickten optischen Aufbau kann ein unverbreitetes Signal erzeugt werden, das nur noch von der natürlichen Linienbreite abhängig ist. Dadurch lässt sich ein Fehlersignal erzeugen, welches den Betrieb eines Laser mit äußerst stabiler Frequenz möglich macht.

4.1.1 Natürliche Linienbreite

Die natürliche Linienbreite ist auf die Energie-Zeit-Unschärferelation zurückzuführen:

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau} \tag{4.1}$$

Hier bezeichnet ΔE die Energieunschärfe des quantenmechanischen Niveaus und τ dessen

Lebensdauer. Ein Zustand mit einer endlichen Lebensdauer hat demnach eine endliche Energieunschärfe, die inhärent aus der Quantenmechanik folgt. Für Lithium ergibt sich eine Linienbreite von $\gamma = 5,8724$ MHz.

4.1.2 Dopplerverbreiterung

Die Geschwindigkeiten der Atome in einem thermischen Gas folgen der Maxwell-Boltzmann-Verteilung:

$$p(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} \quad (4.2)$$

Die typische Temperatur des Gases in unserer Dampfzelle liegt bei ca. 270 °C. Dabei beträgt die mittlere Geschwindigkeit der Atome in etwa 1400 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Folglich spielt die Verschiebung der Spektrallinien durch die Dopplerverschiebung eine große Rolle. Für die dopplerverschobene Frequenz gilt folgende Formel:

$$f_B = f_S \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad (4.3)$$

Hier bezeichnet f_B die Frequenz, die der Beobachter misst, wenn f_S die Frequenz des Signals im Ruhesystem der Quelle ist. Die Variable v steht für die Geschwindigkeit mit der sich der Beobachter und die Quelle zueinander bewegen. Bei einer Geschwindigkeit von 1400 m/s entspricht die Frequenzverschiebung ca. 1000 MHz. In einem Ensemble von Atomen führt dies zu einem stark verbreiterten Absorptionsprofil, da für hohe Verstimmungen ein ausreichender Anteil an Atomen existiert, der durch seine Geschwindigkeit so weit dopplerverschoben ist, dass er eine große Anzahl an Photonen absorbiert.

4.1.3 Sättigungsverbreiterung

Die Sättigungsverbreiterung ist ein Effekt, der auf die Sättigung eines Zwei-Niveau-Systems zurückzuführen ist. Sie beschreibt den Umstand, dass die Absorptionslinie eines Gases für höhere Lichtintensitäten zunehmend breiter wird. Die Population eines angeregten Zustands in einem Zwei-Niveau-System kann höchstens $\frac{1}{2}$ betragen. Folglich nimmt die Absorption in der Nähe der Resonanz ab einer gewissen Intensität nicht mehr zu, da die Atome fast vollständig gesättigt sind. Abseits der Resonanz sind die Atome jedoch noch nicht vollständig gesättigt und die Absorption kann für höhere Intensitäten weiter zunehmen. Im Grenzfall für unendliche Intensitäten ist das Absorptionsprofil vollständig flach, sodass die Atome für jede Frequenz gesättigt sind. Für nicht unendliche, jedoch hohe Intensitäten, ist die Kurve dementsprechend deutlich flacher, als für niedrige Intensitäten. Die neue Breite γ' der Absorptionskurve durch

die Sättigungsverbreiterung lässt sich in folgende Formel fassen:

$$\gamma' = \gamma \sqrt{1 + \frac{I}{I_0}} \quad (4.4)$$

Hier ist I die Intensität des Lichts und I_0 die sogenannte Sättigungsintensität (Intensität, bei der sich ein Viertel der Atome im angeregten Zustand befindet). Im Vergleich zur Dopplerverbreiterung spielt diese Art der Verbreiterung bei solch hohen Temperaturen nur eine kleine Rolle. Selbst bei einer Intensität von $100I_0$ entspricht die Verbreiterung der Linie durch die Sättigungsverbreiterung nur ca. 10γ . Die Dopplerverbreiterung liegt in der Größenordnung von 170γ .

Das folgende Kapitel beinhaltet experimentelle Methoden, um eine spektroskopische Auflösung zu erhalten, die auf Größenordnung der natürlichen Linienbreite liegt. Dafür wird der Aufbau verschiedener Methoden beschrieben und erklärt, wie mit Hilfe des Pound-Drever-Hall-Verfahrens ein Fehlersignal erzeugt werden kann.

4.2 Das Pound-Drever-Hall-Verfahren und die Modulations-Transfer-Spektroskopie

Um aus dem Absorptionsprofil eines atomaren Gases ein Fehlersignal zu erzeugen, das es möglich macht, einen Laser auf eine bestimmte Übergangsfrequenz zu stabilisieren, wird das sogenannte Pound-Drever-Hall-Verfahren (PDH-Verfahren) verwendet. Zum Verständnis der Grundidee dieses Verfahrens, ist es ausreichend, einen vereinfachten Aufbau zu betrachten. Dabei wird ein Laserstrahl mit einer Radiofrequenz moduliert und nach der Wechselwirkung mit den Atomen mit einer Photodiode detektiert. Das Signal auf der Photodiode wird danach mit verschiedenen RF-Bauteilen manipuliert, um ein DC-Signal zu erhalten, welches die gewünschten Informationen über den Abstand zur Übergangsfrequenz enthält und ein Nachregeln möglich macht.

Im Folgenden wird das Verfahren zu Anfang anschaulich erklärt, worauf später eine genauere rechnerische Herleitung folgt. Daraufhin wird der Aufbau schrittweise verbessert, um letztendlich den Aufbau der MT-Spektroskopie zu erhalten.

4.2.1 Pound-Drever-Hall-Verfahren: Anschaulich

In Abbildung 4.1 ist der einfachst mögliche Aufbau dargestellt. Ein Laser wird ohne weitere Manipulation durch eine Gaszelle mit heißem Lithium geleitet und trifft auf eine Photodiode.

Im rechten Teil des Bildes ist die Transmission in Abhängigkeit von der Frequenz des Lichts dargestellt. Sobald die Frequenz in der Nähe der atomaren Resonanz ist, wird ein Großteil des Lichts absorbiert. Die heißen Atome verbreitern durch ihre Dopplerverschiebung die Absorpti-

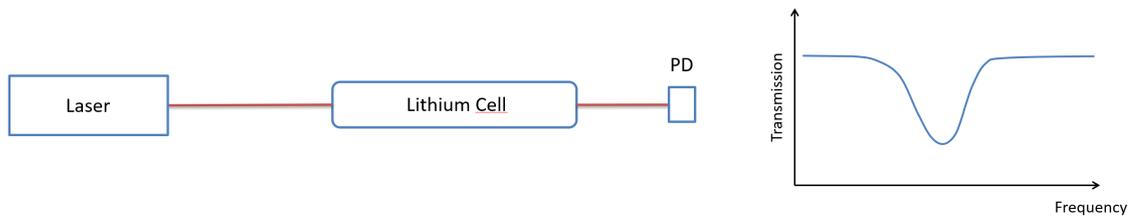


Abbildung 4.1: Einfachst möglicher Aufbau, um ein Signal zu erhalten, welches hilft, einen Laser auf eine bestimmte Frequenz zu stabilisieren. Auf der rechten Seite ist das zu erwartende Signal der Photodiode erkennbar. Nahe der Resonanz verringert sich die Transmission und es entsteht ein Tal, dessen Breite zum größten Teil durch die Dopplerverbreiterung bestimmt ist.

onslinie um mehrere 100 MHz. Die Form des Signals eignet sich nicht ohne weitere Maßnahmen als Fehlersignal für einen Regelkreis. Befindet sich der Laser beispielsweise zu Anfang auf Resonanz und die Transmission erhöht sich, ist nicht nachvollziehbar in welche Richtung sich die Frequenz des Lasers verschoben hat, da eine Verschiebung der Frequenz in beide Richtungen eine Erhöhung der Transmission zur Folge hat. Folglich ist unter diesen Umständen auch nicht bekannt, in welche Richtung der Regler, der die Frequenz des Lasers steuert, nachregeln muss. Dieses Problem kann behoben werden, indem mehrere Lichtfrequenzen gleichzeitig eingestrahlt werden. So kann das Transmissionssignal simultan an verschiedenen Stellen getestet werden. Durch die Messung eines Schwebungssignals zwischen den Frequenzen, kann daraufhin die genau Position im Absorptionsprofil bestimmt werden.

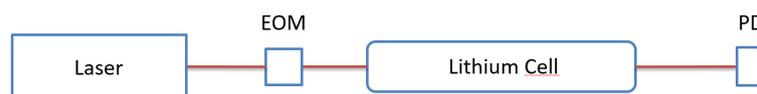


Abbildung 4.2: Aufbau zur Erzeugung eines Fehlersignals aus dem Absorptionsprofil des Gases mit Hilfe von Seitenbändern.

Die zusätzlichen Frequenzen werden über einen elektrooptischen Modulator (EMO) erzeugt, der in den Strahlengang eingebaut und von einer RF-Quelle betrieben wird (Der Aufbau ist in Abbildung 4.2 zu sehen). Dieser Modulator fügt zur eigentlichen Laserfrequenz Seitenbänder hinzu, indem er eine zeitlich veränderliche Phase auf das Laserfeld aufprägt. Dies wird mit Hilfe eines Kristalls erreicht, der abhängig vom angelegten elektrischen Feld unterschiedliche Brechungsindizes besitzt. Wenn sich die aufgeprägte Phase nun periodisch mit der Frequenz ω_m ändert und die Amplitude der Phasenmodulation $a \ll 1$ ist, entstehen Seitenbänder mit den Frequenzen $(\omega - \omega_m)$ und $(\omega + \omega_m)$:

$$E(t) \sim e^{i(\omega t + a \cdot \sin(\omega_m t))} + c.c. \quad (4.5)$$

$$\approx e^{i\omega t} (1 + i \cdot a \cdot \sin(\omega_m t)) + c.c. \quad (4.6)$$

$$= e^{i\omega t} \left(1 + \frac{a}{2} (e^{i\omega_m t} - e^{-i\omega_m t}) \right) + c.c. \quad (4.7)$$

$$= i \cdot e^{i\omega t} + \frac{a}{2} \left(e^{i(\omega + \omega_m)} - e^{i(\omega - \omega_m)} \right) + c.c. \quad (4.8)$$

Das Laserfeld $E(t)$ enthält dementsprechend neben seiner Hauptfrequenz zwei weitere Frequenzen. Seitenbänder höherer Ordnung sind auch sichtbar, müssen jedoch nicht berücksichtigt werden.

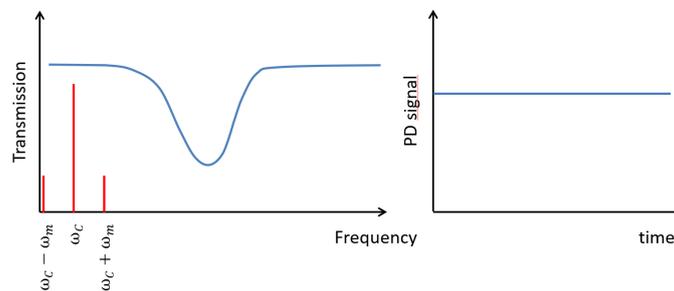


Abbildung 4.3: Das Transmissionsprofil wird durch die Seitenbänder an drei Positionen gleichzeitig getestet. Da sich die Schwebung zwischen unterem Seitenband und Hauptfrequenz und oberem Seitenband und Hauptfrequenz gerade wegheben, ist keine Oszillation auf der Photodiode erkennbar.

In Abbildung 4.3 ist schematisch dargestellt, welches Signal auf der Photodiode zu erwarten ist, wenn die Laserfrequenz sehr weit von der Übergangsfrequenz entfernt ist. Die Seitenbänder und die Hauptfrequenz erfahren die gleiche Absorption und Phasenverschiebung von der Dampfzelle. Die Laserfrequenz und die Seitenbänder weisen Frequenzen $\sim 10^{14} \frac{1}{s}$ auf und sind somit nicht auf der Photodiode detektierbar. Es ist allerdings die Schwebung zwischen den Seitenbändern und der Hauptfrequenz detektierbar, die eine Frequenz von ω_m besitzt. Dabei liegt ω_m typischerweise im RF-Bereich. Da die Schwebung vom unteren Seitenband mit der Hauptfrequenz und die Schwebung vom oberen Seitenband mit der Hauptfrequenz unterschiedliche Vorzeichen haben, hebt sich das Schwebungssignal in dieser Konstellation jedoch weg (dafür muss $|E(t)|^2$ ausgehend von Gleichung 4.8 betrachtet werden¹).

Sobald die Laserfrequenz nahe der Übergangsfrequenz ist, erfahren die Seitenbänder unterschiedliche Absorptionen und Phasenverschiebungen. Daraufhin können sich die Schwebungen der Seitenbänder mit der Hauptfrequenz nicht mehr wegheben. Es verbleibt ein Schwebungssignal, das auf der Photodiode detektierbar ist. In Abbildung 4.4 ist diese Konstellation zu erkennen.

¹Die Schwebung zwischen den Seitenbändern, die eine Frequenz von $2\omega_m$ besitzt, muss nicht berücksichtigt werden, da in sie a^2 eingeht und angenommen wird, dass $a \ll 1$

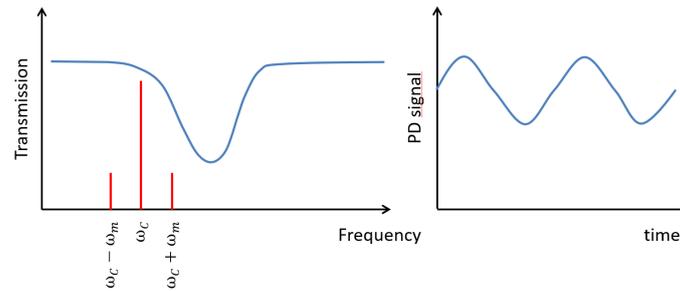


Abbildung 4.4: Wenn die Laserfrequenz nahe der Resonanz ist, können sich die Schwebungen zwischen den einzelnen Laserfrequenzen nicht mehr wegheben und es verbleibt eine Intensitätsschwankung mit einer Frequenz im RF-Bereich, die mit der Photodiode detektierbar ist.

Entspricht die Laserfrequenz exakt der Resonanzfrequenz, erfahren wiederum beide Seitenbänder die gleiche Absorption und Phasenverschiebung und die Schwebung hebt sich erneut weg (Abbildung 4.5).

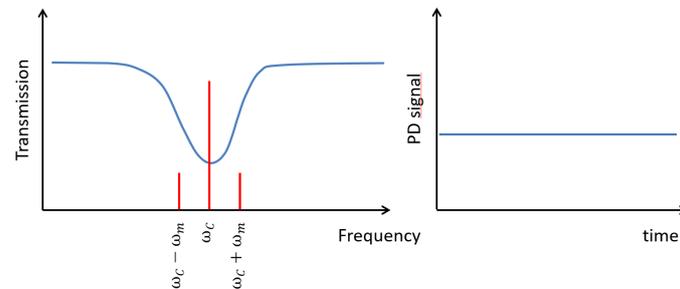


Abbildung 4.5: Wenn die Laserfrequenz der Resonanz entspricht, können sich die Schwebungen zwischen den einzelnen Laserfrequenzen erneut wegheben und das Signal auf der Photodiode bleibt konstant.

Sobald sich die Laserfrequenz oberhalb der Übergangsfrequenz befindet, erscheint das Schwebungssignal wieder auf der Photodiode. Da nun jedoch das obere Seitenband weniger Absorption und Phasenverschiebung erfährt, erhält dieses Signal ein anderes Vorzeichen, als das Photodiodensignal für Trägerfrequenzen auf der unteren Seite der Resonanz.

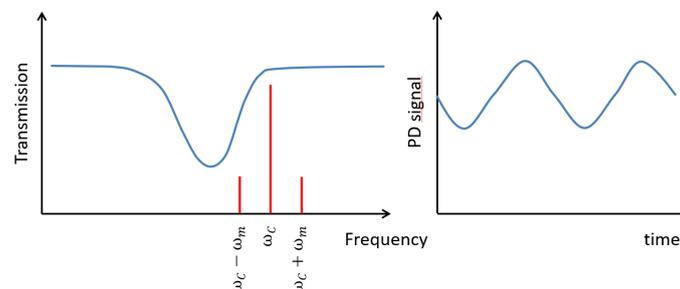


Abbildung 4.6: Die Laserfrequenz befindet sich oberhalb der Resonanz. Es ist erneut eine Schwebung detektierbar allerdings mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Sobald alle Seitenbänder Richtung höherer Frequenzen erneut die gleiche Absorption erfahren, verschwindet das Signal auf der Photodiode wieder.

Die Amplitude C der Oszillation auf der Photodiode enthält demnach Informationen über die Abweichung zur Übergangsfrequenz. Das Vorzeichen gibt an, auf welcher Seite der Resonanz sich die Laserfrequenz befindet. Mit Hilfe verschiedener RF-Bauteile lässt sich die Amplitude zusammen mit dem Vorzeichen aus dem Signal der Photodiode extrahieren. In Abbildung 4.7 ist der Aufbau der RF-Bauteile dargestellt.

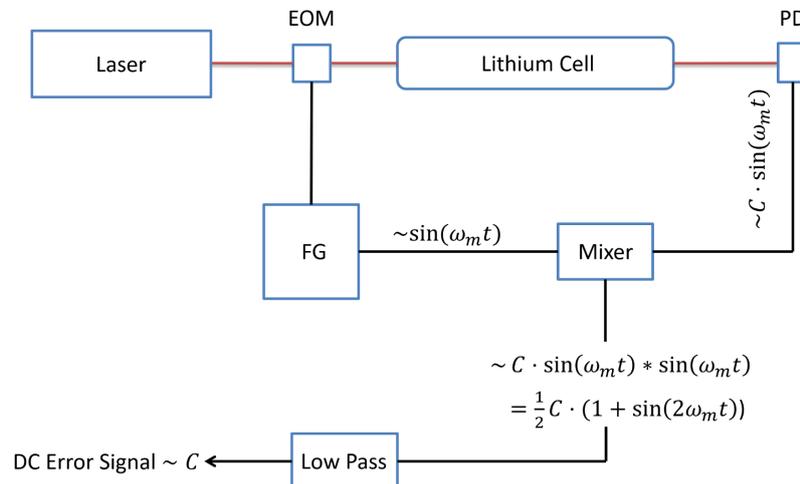


Abbildung 4.7: Aufbau, um die Amplitude und das Vorzeichen des Schwebungssignals zu extrahieren. Der Funktionsgenerator (FG), der den EOM mit RF speist, kann ein zweites Signal mit gleicher Frequenz (mit einstellbarer Phase) erzeugen, das zusammen mit dem Photodiodensignal in einen RF-Mischer geleitet wird. Nachdem ein Tiefpass angewendet wurde, ergibt sich ein DC-Signal, das proportional zu C ist.

Der Funktionsgenerator, der den EOM betreibt, besitzt einen zweiten Ausgang, an dem ebenfalls eine RF mit ω_m ausgegeben wird. Zusammen mit dem Signal der Photodiode wird es in einen RF-Mischer geleitet. Im Mischer wird das Signal der Photodiode mit dem Signal des Funktionsgenerators multipliziert. Durch das Anwenden von Additionstheoremen wird schnell deutlich, dass das Signal, das aus einem Produkt aus zwei Sinusfunktionen gleicher Frequenz besteht, einen oszillierenden und einen konstanten Anteil aufweist. Wird der oszillierende Anteil durch einen Tiefpass herausgefiltert, verbleibt ein DC-Signal, das proportional zur Amplitude ist. Dieses Signal kann als Fehlersignal genutzt werden. Es ist beispielhaft in Abbildung 4.8 zu sehen. Es besitzt einen Nulldurchgang und eine hohe Steigung an der Übergangsfrequenz.

Aus einem symmetrischen Signal um die gewünschte Frequenz wurde somit ein nutzbares Fehlersignal generiert. Der nächste Abschnitt beschäftigt sich mit der rechnerischen Herleitung des Fehlersignals, welches durch die Seitenbänder erzeugt wird².

²Eine äquivalente Formulierung ist die folgende: Aufgrund von Additionstheoremen ist das Modulieren von Seitenbändern gleichbedeutend damit, die Laserfrequenz in einem kleinem Bereich periodisch zu ändern (umgangssprachlich: „wackeln“ an der Laserfrequenz). Durch dieses „Wackeln“ testet man durchgängig die Frequenzen rechts und links neben der eingestellten Frequenz und erhält ein Signal, welches später proportional zur Ableitung des Transmissionsignal ist.

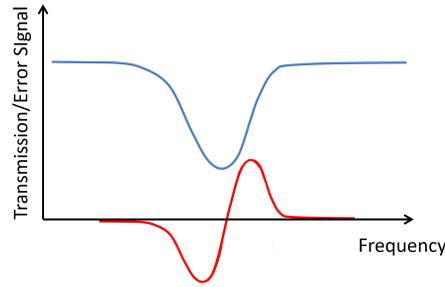


Abbildung 4.8: Fehlersignal. Die rote Linie zeigt schematisch, welche Form des Fehlersignals erwartet wird. An der Resonanzfrequenz befindet sich ein Nulldurchgang, an dem eine hohe Steigung herrscht.

4.2.2 Pound-Drever-Hall-Verfahren: Rechnerisch

Ziel dieses Abschnitts ist die Berechnung des Fehlersignals beim PDH-Verfahren. Die Rechnungen sind dabei [8] entnommen.

Das Laserfeld, das nach dem EOM Seitenbändern enthält, lässt sich in folgender Weise schreiben:

$$E_1(t) = E_0 \left(\frac{M}{2} e^{i(\omega+\omega_m)t} + e^{i\omega t} - \frac{M}{2} e^{i(\omega-\omega_m)t} \right) + c.c. \quad (4.9)$$

Wobei E_0 die Laserfeldamplitude und M der Modulationsindex ist. Der Laserstrahl durchfliegt nun die Dampfzelle und erhält eine Phasenverschiebung und Absorption in Abhängigkeit von der Frequenz. Um dies in die Gleichung eingehen zu lassen, wird der Faktor $T_j = e^{-\delta_j - i\phi_j}$ für die j -te Frequenz eingeführt ($j = -1$ unteres Seitenband, $j = 0$ Hauptfrequenz, $j = 1$ oberes Seitenband). δ_j und ϕ_j geben dabei jeweils die Absorption und Phasenverschiebung der j -ten Frequenz an. Daraus erhält man für das Feld nach der Dampfzelle:

$$E_2(t) = E_0 \left(T_1 \frac{M}{2} e^{i(\omega+\omega_m)t} + T_0 e^{i\omega t} - T_{-1} \frac{M}{2} e^{i(\omega-\omega_m)t} \right) + c.c. \quad (4.10)$$

Das Betragsquadrat von $E_2(t)$ ergibt die zu erwartende Intensität $I_2(t)$, wenn angenommen wird, dass $|\delta_0 - \delta_1|$, $|\delta_0 - \delta_{-1}|$, $|\phi_0 - \phi_1|$, $|\phi_0 - \phi_{-1}| \ll 1$ und Terme von der Ordnung M^2 vernachlässigt werden:

$$I_2(t) = E_0^2 e^{-2\delta_0} (1 + (\delta_{-1} - \delta_1) M \cos(\omega_m t) + (\phi_1 + \phi_{-1} - 2\phi_0) M \sin(\omega_m t)) \quad (4.11)$$

An der Gleichung ist erkennbar, dass ein Schwebungssignal existiert, wenn entweder die Absorptionen für beide Seitenbänder unterschiedlich ist ($\delta_{-1} - \delta_1 \neq 0$) oder es einen Unterschied zwischen der Phasenverschiebung der Hauptfrequenz und der mittleren Phasenverschiebung der

Seitenbänder gibt ($\phi_1 + \phi_{-1} - 2\phi_0 \neq 0$). Die Vorfaktoren der oszillierenden Terme lassen sich zu Ableitungen umschreiben, wenn angenommen wird, dass ω_m klein im Vergleich zur Breite des zu untersuchenden Signal ist [34]:

$$\delta_{-1} - \delta_1 = \delta(\omega - \omega_m) - \delta(\omega + \omega_m) \quad (4.12)$$

$$\approx -\omega_m \frac{d\delta(\omega')}{d\omega'} \Big|_{\omega'=\omega} \quad (4.13)$$

$$\phi_1 + \phi_{-1} - 2\phi_0 = [\phi(\omega + \omega_m) - \phi(\omega)] - [\phi(\omega) - \phi(\omega - \omega_m)] \quad (4.14)$$

$$\approx \omega_m \frac{d\phi(\omega')}{d\omega'} \Big|_{\omega'=\omega-\omega_m/2} - \omega_m \frac{d\phi(\omega')}{d\omega'} \Big|_{\omega'=\omega+\omega_m/2} \quad (4.15)$$

$$\approx \omega_m^2 \frac{d^2\phi(\omega')}{d\omega'^2} \Big|_{\omega'=\omega} \quad (4.16)$$

Das gesamte Signal kann daraufhin wie folgt geschrieben werden:

$$I_2(t) = E_0^2 e^{-2\delta_0} \left(1 - \omega_m \frac{d\delta(\omega')}{d\omega'} \Big|_{\omega'=\omega} M \cos(\omega_m t) + \omega_m^2 \frac{d^2\phi(\omega')}{d\omega'^2} \Big|_{\omega'=\omega} M \sin(\omega_m t) \right) \quad (4.17)$$

Es ergibt sich ein Term, der proportional zur Ableitung der Absorption ist und mit $\cos(\omega_m t)$ oszilliert und ein Term, der proportional zur zweiten Ableitung der Phase ist und mit $\sin(\omega_m t)$ oszilliert. Wie im vorherigen Abschnitt bereits beschrieben, soll nun die Amplitude der Oszillation herausgefiltert werden, um ein DC-Fehlersignal zu erhalten. Dies wird mit dem RF-Mischer bewirkt, der das Signal von der Photodiode mit dem Referenzsignal des Funktionsgenerators multipliziert. Wird $I_2(t)$ mit einem $\sin(\omega_m t)$ multipliziert, so ist der einzige konstante DC-Term proportional zu $\frac{d^2\phi(\omega')}{d\omega'^2} \Big|_{\omega'=\omega}$ (Da $\cos(\omega_m t) \sin(\omega_m t) = \frac{1}{2} \sin(2\omega_m t)$ und $\sin(\omega_m t) \sin(\omega_m t) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\omega_m t))$). Wird die Phase des Mischsignals so verschoben, dass $I_2(t)$ mit $\cos(\omega_m t)$ multipliziert wird, entspricht das Signal der Änderung der Absorption $\frac{d\delta(\omega')}{d\omega'} \Big|_{\omega'=\omega}$. Experimentell wird die Phase des Mischsignals später so eingestellt, dass ein Fehlersignal mit möglichst steilen Flanken und großer Amplitude entsteht. In unserem Fall konnte die Phase direkt am Funktionsgenerator eingestellt werden. Sollte dies nicht möglich sein, kann die Länge der RF-Kabel variiert werden, da die Wellenlänge von Radiofrequenzen im Bereich einiger Meter liegt.

Nachdem das Signal berechnet wurde, dass sich beim PDH-Verfahren ergibt, kann der optische Aufbau weiter verbessert werden. Die dopplerverbreiterte Absorptionslinie eignet sich auch mit Hilfe des PDH-Verfahrens nicht, um den Laser auf den benötigten Frequenzbereich zu stabilisieren. Es ist ein viel schmaleres Signal notwendig. Mit Hilfe der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie ist es möglich, ein schmaleres Signal zu erzeugen.

4.2.3 Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie

Bei diesem Verfahren kann ein Signal erzeugt werden, das nur von einer einzigen Geschwindigkeitsklasse an Atomen generiert wird. Dadurch wird das Problem der Dopplerverbreiterung umgangen. In Abbildung 4.9 ist der Aufbau zu erkennen.

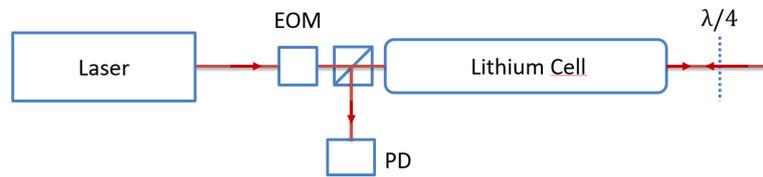


Abbildung 4.9: Aufbau zur dopplerfreien Sättigungsspektroskopie. Der Strahl wird retroreflektiert und durchläuft die Dampfzelle doppelt. Eine Photodiode detektiert den rücklaufenden Strahl.

Der Strahl durchläuft die Dampfzelle und wird anschließend retroreflektiert, um die Zelle ein zweites Mal zu durchlaufen. Auf Grund der $\lambda/4$ -Platte kann der reflektierte Strahl mit einem polarisierenden Strahlteiler (engl. PBS, Polarising Beam Splitter) auf eine Photodiode umgelenkt werden. Das frequenzabhängige Signal ist in Abbildung 4.10 dargestellt.

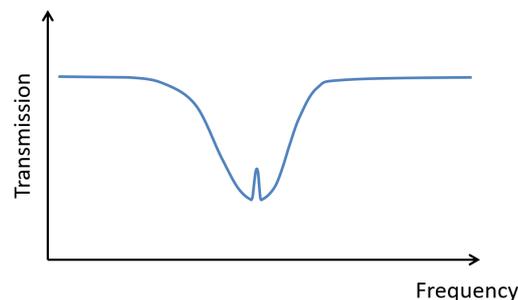


Abbildung 4.10: Signal bei der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie. Auf Resonanz wechselwirken beide Strahlen mit derselben Geschwindigkeitsklasse an Atomen. Durch Sättigungseffekte erhöht sich die Transmission des reflektierten Strahls.

Wenn verstimmtes Licht eingestrahlt wird, sind beide Strahlen mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsklassen an Atomen resonant. Bei Rotverstimmung können beispielsweise nur Atome, die auf den jeweiligen Strahl zu fliegen Photonen absorbieren. Die Strahlen können sich dabei nicht gegenseitig beeinflussen, da sie nicht mit den gleichen Atomen wechselwirken. Auf Resonanz hingegen sind beide Strahlen mit den Atomen resonant, die keine Geschwindigkeit zur optischen Achse besitzen. Da der Strahl beim ersten Durchlauf schon einen Teil der Atome angeregt hat, erfährt der Strahl beim Zurücklaufen weniger Absorption. So erhöht sich auf Resonanz die Transmission wieder und es entsteht der charakteristische Lambda-Dip in der Mitte des Signals. Die Breite dieses Hügels ist nur noch von der natürlichen Linienbreite abhängig.

Wenn kleinere Modulationsfrequenzen verwendet werden, kann der neu entstandene Peak benutzt werden, um ein wesentlich schmaleres Fehlersignal mit Hilfe des PDH-Verfahrens zu

erzeugen. Die MT-Spektroskopie macht sich ebenfalls den Peak der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie zunutze, verwendet jedoch einen anderen Aufbau, der sie weniger anfällig für externe Störungen macht und ein besseres Signal-zu-Rausch Verhältnis besitzt.

4.2.4 Modulations-Transfer-Spektroskopie

Die MT-Spektroskopie ist ebenfalls eine dopplerfreie Sättigungsspektroskopie. Dabei durchlaufen zwei gegenläufige Strahlen die Dampfzelle, die unterschiedliche Wege und optische Elemente durchlaufen haben. Es wird nur einer der beiden Strahlen moduliert und es findet ein Modulations-Transfer auf den zweiten Strahl statt. Dies macht die Spektroskopie unanfälliger.

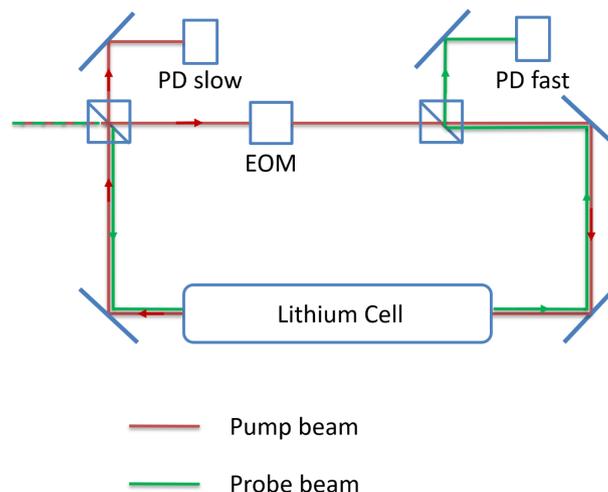


Abbildung 4.11: Aufbau der MTS. Der Laserstrahl wird in zwei verschiedene Strahlen aufgeteilt, den Pump-Strahl (engl. Pump Beam) und den Test-Strahl (engl. Probe Beam). Der Pump-Strahl wird moduliert, durch die Dampfzelle geleitet und auf einer langsamen Photodiode detektiert, die keine Radiofrequenzen messen kann. Der Test-Strahl wird hingegen auf einer für Radiofrequenzen empfindlichen Photodiode detektiert. In der Nähe der atomaren Resonanz findet ein Modulations-Transfer des Pump-Strahls auf den Test-Strahl statt. Aus diesem Grund kann daraufhin das PDH-Verfahren auf das Signal der schnellen Photodiode angewendet werden.

In Abbildung 4.11 ist der Aufbau der MTS zu erkennen. Der Laserstrahl wird mit einem PBS in zwei verschiedene Strahlen aufgeteilt. Der rote Strahl (Pump Strahl, engl. Pump Beam) wird mit Hilfe eines EOMs moduliert, durchläuft die Dampfzelle und wird auf einer langsamen Photodiode detektiert, die keine Radiofrequenzen messen kann. Diese Photodiode kann später genutzt werden, um die Laserfrequenz grob auf den Lamb-Dip einzustellen. Der zweite Strahl (Teststrahl, engl. Probe Beam) durchläuft keinen EOM, wird jedoch in entgegengesetzter Richtung durch die Dampfzelle geleitet und anschließend auf einer schnellen für Radiofrequenzen sensitiven Photodiode detektiert.

Auf den ersten Blick mag es verwirrend sein, dass der unmodulierte Strahl auf der schnellen Photodiode detektiert wird. Doch hier liegt der Vorteil dieser Methode. Durch einen nicht linearen Effekt der Vier-Wellen-Mischung und die nicht verschwindene dritte Ordnung der Suzepti-

bilität $\chi^{(3)}$ wird ein Teil der Modulation des einen Strahls auf den anderen übertragen (theoretische Grundlagen beispielsweise in [30], [12]). Der Transfer der Modulation kann jedoch auch anschaulich erklärt werden: Aus den zwei gegenläufigen Strahlen entsteht ein optisches Gitter innerhalb des Gases. In dem Gitter existieren Stellen mit hoher Intensität, an denen die Atome stärker gesättigt sind und Stellen mit niedriger Intensität, an denen die Atome hingegen weniger stark gesättigt sind. Durch die Laserstrahlen wird dementsprechend ein Sättigungsgitter erzeugt. An diesem Gitter kann Bragg-Streuung stattfinden. Ein Teil der Seitenbänder des modulierten Strahls wird in den unmodulierten Strahl gestreut und so erhält auch der zweite Strahl Seitenbänder. Nun kann mit dem PDH-Verfahren aus dem Signal der schnellen Photodiode ein Fehlersignal generiert werden.

Der Modulationstransfer kann nur stattfinden, wenn sich die Laserfrequenz nahe der Resonanz befindet. Ansonsten entsteht kein Sättigungsgitter und der Teststrahl erhält keine Seitenbänder. Die schnelle Photodiode erfasst nur Änderungen der Intensität und kann keine absoluten Intensitäten detektieren. Aus diesem Grund ist das Fehlersignal ab einem gewissen Abstand zur Übergangsfrequenz konstant null. Bei der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie ohne Modulationstransfer, gibt es abseits der Resonanz gewisse Offseteffekte (siehe [34]), die die Stabilisierung stören können. Dadurch, dass der verschwindende Modulationstransfer jedes Signal ab einer gewissen Frequenz abschneidet, sind diese Störungen bei der MTS unterdrückt.

4.3 Experimentelle Realisierung und Ergebnisse

Während der Arbeit an dieser Spektroskopie wurde der Aufbau im Vorbereitungsraum realisiert und nach erfolgreichem Testen ins Experiment eingebaut. Der neue Laser befindet sich auf dem Lasertisch an dem Platz des alten Referenzlasers. Um zu vermeiden, dass die Optiken allesamt neu justiert werden müssen, wurde der alte Strahl des Referenzlasers in eine Faser eingekoppelt. Beim Einbau des neuen Lasers konnte der Strahl durch Einkoppeln in die Faser wieder so justiert werden, dass er dem alten Strahl in den vier Freiheitsgraden (zwei Ortskoordinaten und zwei Winkel) relativ genau entspricht. Trotz dieser Vorsichtsmaßnahme sind kleinere Korrekturen mit Hilfe der Spiegel notwendig gewesen.

In Abbildung 4.12 ist eine schematische Zeichnung des kompletten Referenz-Laser-Aufbaus zu erkennen. Aus Stabilitätsgründen wurden im Gegensatz zu den restlichen Optiken auf dem Lasertisch die massiven Halter aus Aluminium von Thorlabs verwendet. Unter den hier verwendeten Einstellungen weist der Laser eine Ausgangsleistung von etwa 30 mW auf. Die Lasermode ist sehr elliptisch, jedoch nur wenig astigmatisch. Aus diesem Grund wurde ein Prismenpaar vor den Isolator gestellt, um den Strahl in einer Achse zu verkleinern und das Abschneiden des Lichtes an den Rändern des Isolators zu vermeiden. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Rückreflexe der Prismen nicht in den Laser zurücklaufen, da dies die Laserdiode beschädigen könnte.

Hinter dem Isolator befinden sich eine λ -Platte und ein PBS, sodass das Licht in zwei Strahlen

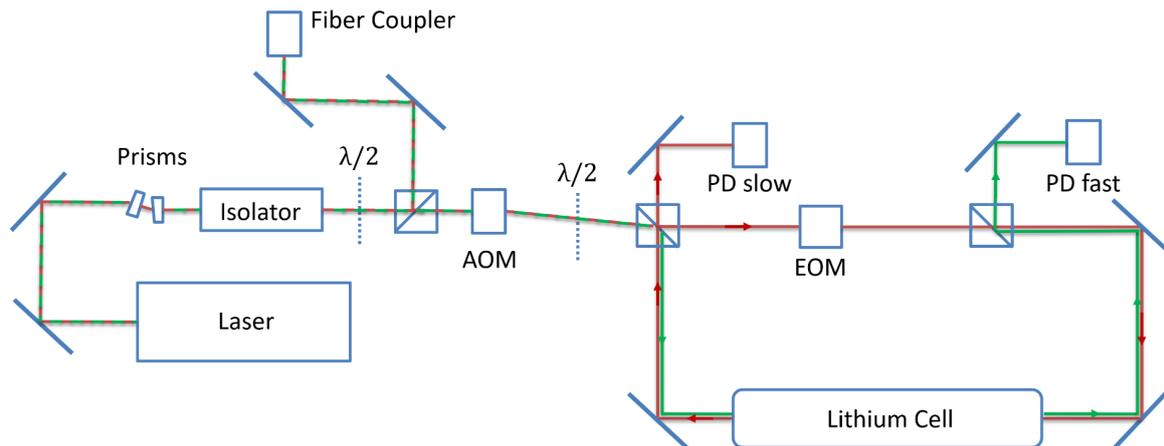


Abbildung 4.12: Aufbau der MTS im Experiment. Der elliptische Laserstrahl wird mit Hilfe eines Prismenpaares geformt und nach einem Isolator in eine Faser gekoppelt. Ein AOM hilft bei der Feinjustage der Laserfrequenz. Der restliche Aufbau entspricht Abbildung 4.11. Unter PD slow und PD fast sind die beiden Photodioden inklusive einer Linse zum fokussieren auf den Chip zusammengefasst. Die unterschiedlichen Strahlfarben stehen hier wieder für den Test- und Pump-Strahl.

aufgeteilt wird. Der Strahl, der in die Faser eingekoppelt wird, ist der eigentliche Referenzstrahl. Der andere Strahl wird zum Betreiben der Spektroskopie verwendet. Durch den AOM (Akustooptischer Modulator) kann die Frequenz des Referenzlasers eingestellt werden, da das Licht, das den AOM passiert, um die angelegte Radiofrequenz verschoben ist. Dies ist sinnvoll, da ein gewisser Frequenzabstand nötig ist, um beim Überlagern der Laserstrahlen eine Schwebung messen zu können und damit eine Offset-Stabilisierung zu betreiben.

Die Dampfzelle ist mit ${}^6\text{Li}$ befüllt und mit Hilfe eines Lecktesters konnte das Vakuum hergestellt werden. Dabei wurde ein Druck von ca. 10^{-3} mbar erreicht. Durch ein Heizband kann die Dampfzelle erhitzt werden und mehrere Lagen an Alufolie isolieren sie thermisch. Die Temperatur der Dampfzelle liegt zurzeit bei ca. $270\text{ }^\circ\text{C}$. Falls das Fehlersignal an Amplitude verlieren sollte, wäre eine Erhöhung der Temperatur eine mögliche Option. Momentan wird die Temperatur nicht aktiv geregelt. Durch Ausprobieren konnte am Netzteil des Heizbands ein Strom eingestellt, bei dem die Temperatur der Zelle konstant bei $270\text{ }^\circ\text{C}$ lag. Zwei Temperaturfühler geben dabei einen Messwert für die Temperatur aus und sind mit Hilfe eines hitzebeständigen Klebebands an der Dampfzelle befestigt. Falls die Temperatur einen einstellbaren Maximalwert überschreitet, unterbricht ein Überwachungsschalter die Stromzufuhr und muss manuell betätigt werden, um erneutes Heizen zuzulassen.

Mit Hilfe der RF-Bauteile konnte das in Abbildung 4.13 zu sehende Fehlersignal erzeugt werden. Es weist eine Peak zu Peak Spannung von über 1 V auf und hat auf der Frequenzachse die Größenordnung des Lambda-Dips. Dieses Signal eignet sich hervorragend für eine Frequenzstabilisierung. Die Regler, die die Stabilisierung durchführen, sind fest in das Steuerteil des DL pro integriert. Über das Benutzerinterface lassen sich die Regelverstärkungen einstellen.

Die bisherigen Erfahrungen zeigen, dass der Referenzlaser sehr zuverlässig auf die Frequenz

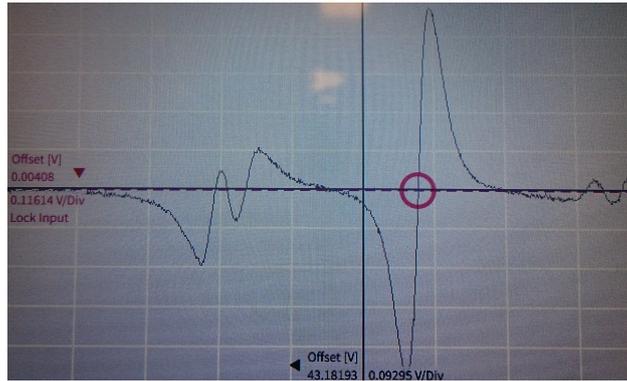


Abbildung 4.13: Fehlersignal, das auf dem Steuerteil des DL Pro angezeigt wird. Die x-Achse ist proportional zur Frequenz. Das Signal umfasst in der Breite die Größenordnung des Lambda-Dips und weist eine Peak zu Peak Spannung von ca. 1 V auf.

stabilisiert wird. Eine quantitative Einschätzung der Stabilität ist schwierig. Aus dem Laboralltag lässt sich jedoch abschätzen, dass der Laser mehrere Wochen ohne manuelles Nachregeln in dem vorgegebenen Frequenzbereich bleibt. Da der alte Referenzlaser, der Zeemanslower-Laser, der Abbildungs-Laser und der MOT-Laser nur manuell gelockt werden konnten, ist eine Remote-Steuerung des Experiments bisher schwierig gewesen. Durch die hohe Stabilität des neuen Lasers ist die Erzeugung von Messdatendaten ohne direkte Anwesenheit im Labor realistischer geworden.

5 Design einer Antenne zur Erzeugung von Radiofrequenzen

Die Entwicklung von Antennen mit definierten Resonanzfrequenzen ist keine neue, aber immer wieder fordernde experimentelle Aufgabe. Durch die starke Abhängigkeit der Resonanz von kleinen Änderungen der Kapazität und Induktivität und die Kopplung mit nahen Materialien erfordern Anpassungen häufig eine längere Folge systematischen Ausprobierens.

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde ein Antenne entwickelt, die durch ihr Design deutlich unanfälliger gegen kapazitive Kopplungen an die Umgebung ist, da sie als Leiterbahnspirale auf ein doppelseitiges PCB (Printed Circuit Board) gedruckt wurde. Eine Masseplatte gegenüber der Spirale reduziert die kapazitive Kopplung und die robuste Bauweise hilft Kapazitäts- oder Induktivitätsänderungen durch mechanische Verformung zu vermeiden. Vorgesehene Lötplätze vereinfachen die Anpassung. Allerdings wirft die Abstrahlcharakteristik der Antenne noch Fragen auf, die bisher nicht beantwortet werden konnten.

Ziel der Entwicklung dieser Antenne ist das Treiben von Übergängen zwischen verschiedenen Hyperfeinstrukturzuständen von ${}^6\text{Li}$. So kann beispielsweise das magnetische Feld, welches zur Einstellung der interatomaren Wechselwirkung verwendet wird, präzise kalibriert werden. Für diese Anwendung werden Radiofrequenzen (RF) von 75 MHz und 84 MHz benötigt.

Um diese Ziele zu erreichen, mussten folgende Designkriterien erfüllt werden:

- Hoher Strom in der Antenne bei den gewünschten Frequenzen. Bei hohem Strom entstehen hohe magnetische Felder. Je höher das magnetische Feld, desto besser kann an das magnetische Moment der Atome gekoppelt werden. Das ist gleichbedeutend damit, die Antenne auf Resonanz zu betreiben.
- Die Antenne soll für verschiedene Frequenzen nutzbar sein. Damit nicht für 75 MHz und für 84 MHz verschiedene Antennen eingebaut werden müssen, soll sie im gesamten Frequenzbereich einen ausreichend hohen Anteil der ankommenden Leistung in magnetisches Feld umwandeln.
- Die Ausmaße der Antenne müssen hinreichend klein sein. Aufgrund der Dichte der optischen Bauteile rund um die Messkammer, steht nur sehr wenig Platz für die Antenne zur Verfügung.
- Hohe mechanische Stabilität. Bei herkömmlichen Antennen führen kleine Verbiegungen

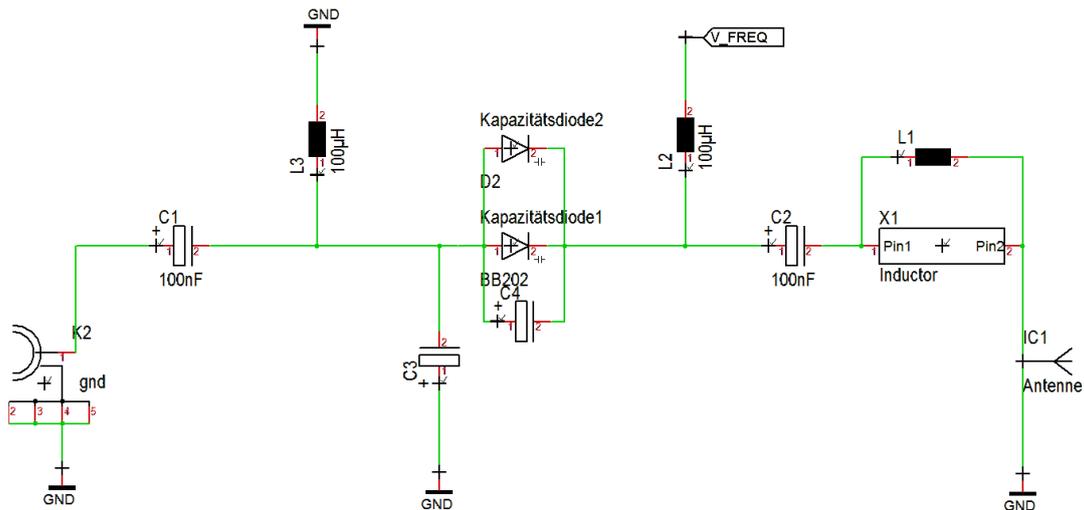


Abbildung 5.1: Schaltplan der Platine. Auf der linken Seite befindet sich eine SMA-Buchse an der das RF-Signal entgegengenommen wird. Daraufhin verhindert ein Kondensator (C1) den Fluss von DC-Strömen. Um an den Kapazitätsdioden eine Spannung anzulegen, wird über einen Tiefpass (L3) das Groundpotential an den Minuspol der Diode angeschlossen. Parallel zu den Kapazitätsdioden kann eine Offset-Kapazität (C4) eingesetzt werden. V_{FREQ} ist die Spannung mit der die Kapazität der Dioden eingestellt wird. Ein weiterer Kondensator koppelt wiederum den inneren Teil der Schaltung von der Antenne ab. Daraufhin folgen zwei Plätze für Induktivitäten, die unterschiedliche Lötflächen benötigen. Der Kondensator C3 kann bei Bedarf durch eine Induktivität ersetzt werden.

des Drahtes zur Verschiebung der Resonanz. Durch Erhöhung der mechanischen Stabilität soll dies vermieden werden.

Dieses Kapitel wird die theoretischen Grundlagen der Anpassung von Antennen nicht behandeln, da sie bereits ausführlich in der Bachelorarbeit von Réne Vollmer [32] erklärt worden sind, der seine Arbeit am gleichen Experiment angefertigt hat. Im folgenden Abschnitt wird das Design der Antenne erläutert. Darauf folgt ein Kapitel mit einigen charakterisierenden Messungen.

5.1 Design der neuen Antenne

Anstatt, wie sonst üblich, ein Anpassungsnetzwerk für eine Drahtschleife zu bauen, wurde in dieser Masterarbeit ein anderes Designkonzept verfolgt. Dabei wurde die gesamte Antenne auf eine doppelseitige Platine gedruckt. Bereits in der Bachelorarbeit von René Vollmer [32] konnten erste Schritte unternommen werden, um Antennen auf Platinen zu ätzen.

Mittlerweile ist das Ätzen von Platinen am Institut für Laserphysik nicht mehr möglich. Der geringe Preis selbst entwickelte Platinen in Asien fertigen zu lassen, macht eine eigene Ätzmaschine überflüssig. Zudem weisen die angefertigten Platinen viel höhere Genauigkeiten auf, was gerade bei Antennen die Reproduzierbarkeit verbessert.

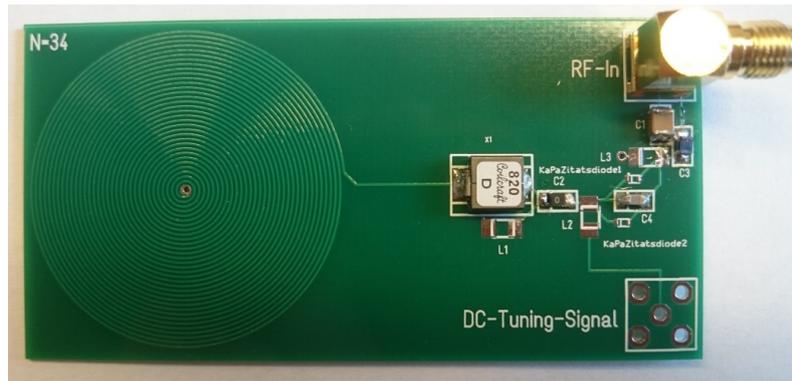


Abbildung 5.2: Platinen Design. Die Antenne und das Anpassungsnetzwerk sind auf ein doppelseitiges PCB gedruckt worden. Auf der rechten Seite befindet sich die SMA-Buchsen. In der Mitte sind Lötunkte für Kapazitäten und Induktivitäten vorgesehen. Auf der linken Seite ist die spiralförmige Antenne zu sehen.

Um es möglich zu machen, verschiedene Radiofrequenzen abzustrahlen, wurden Lötunkte für Varaktoren (Kapazitätsdioden) vorgesehen. Bei Varaktoren kann die Kapazität des Bauteils durch Anlegen einer Spannung geändert werden. Ändert sich die Kapazität, so ändert sich ebenfalls die Resonanzfrequenz des Schwingkreis. Werden die restlichen Bauteile korrekt gewählt, ist es möglich, die Resonanz der Antenne zwischen den beiden benötigten Frequenzen zu verstellen.

In Abbildung 5.1 ist der Schaltplan der Antenne zu sehen. Das Signal des Funktionsgenerators wird auf der linken Seite über eine SMA-Buchse entgegengenommen. Daraufhin gibt es die Möglichkeit Induktivitäten und Kapazitäten in Reihe oder parallel zur Antenne hinzuzufügen. C1 und C2 entkoppeln den inneren Teil der Schaltung von DC-Strömen. Die Kapazität der Varaktoren BB202 kann über die Spannung V_{FREQ} zwischen 5 pF und 33 pF eingestellt werden. Es ist ebenfalls möglich, Varaktoren zu nutzen, die eine Kapazität von 4 pF bis 46 pF besitzen. C4 ist eine Offset-Kapazität. Bei L1 und X1 handelt es sich um zwei verschiedene Bauformen von Induktivitäten, die in Reihe zur Antenne geschaltet werden können.

Ein Bild des Platinendesigns ist in Abbildung 5.2 erkennbar. Auf der rechten Seite befindet sich die SMA-Buchse an der das RF-Signal entgegengenommen wird. Die verschiedenen Lötunkte zum Einsetzen von Kapazitäten und Induktivitäten machen die Anpassung der Antenne für verschiedene Anfangsimpedanzen möglich. An der unteren rechten Ecke könnte eine zusätzliche SMA-Buchse angebracht werden, über die die Stellspannung der Varaktoren entgegengenommen werden kann. Die Leiterbahnschleife bildet die eigentliche Antenne. Auf der Rückseite der Platine befindet sich eine Massefläche, die die Antenne von anderen kapazitiven Einflüssen abschirmt.

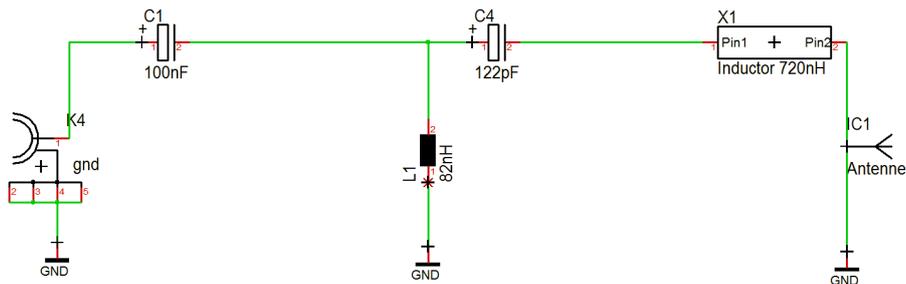


Abbildung 5.3: Schaltplan der angepassten Antenne. Aufgrund der Breite der Reflexionskurve schien Varaktoren nicht mehr notwendig. Daher sind L2, L3 und C2 aus Abbildung 5.1 nicht mehr enthalten.

5.2 Experimentelle Ergebnisse

Die Anpassung einer Antenne gestaltet sich einfacher, wenn ihre Resonanzfrequenz zu Anfang schon in der Nähe der gewünschten Frequenz liegt. Aus diesem Grund wurden verschiedene Varianten der Platine bestellt und die passendste ausgewählt. Bei den Platinen wurde die Windungszahl (28, 30, 32, 34), sowie die Dicke (0,8 mm und 1,6 mm) variiert. Die Platine mit 34 Windungen und einer Dicke von 0,8 mm wies ein Reflexionsminimum in der Nähe von 80 MHz auf und wurde daher zur weiteren Anpassung verwendet.

In Abbildung 5.3 ist der Schaltplan der angepassten Antenne dargestellt. Die Abbildung 5.4 enthält ihr Smith- und Reflexionsdiagramm. Beide wurden mit einem Vektoranalysator erstellt. Die blaue Kurve beschreibt hier die Reflexion zwischen 65 MHz und 95 MHz und die orange Kurve zeigt den Verlauf des Reflexionskoeffizienten. Bei beiden Frequenzen weist die Antenne eine Reflexion von ca. -4 dB auf. Dies entspräche einer eingekoppelten Leistung von etwa 60%. Auf den ersten Blick schien die angepasste Antenne selbst ohne Varaktoren ausreichend, da sie eine breite Resonanz aufweist. Außerdem wies die Antenne eine sehr hohe Stabilität ihrer Resonanzfrequenz auf. Nahe leitende Materialien führten nur zu minimalen Verschiebungen der Resonanz. Erst wenn die Platine beispielsweise mit einem Finger berührt wurde, verschob sich die Resonanz um relevante Werte. Allerdings war es nie möglich, Rabi-Oszillationen zu messen.

In Abbildung 5.5 ist eine solche Messung zu sehen. Dabei wurden die Atome in einem der beiden m_f -Zustände präpariert und daraufhin mit Radiofrequenzen bestrahlt. Nach unterschiedlich langer Wechselwirkungszeit konnten Absorptionsspektren des zweiten m_f -Zustands aufgenommen werden, durch die sich die Anzahl der Atome in diesem Zustand berechnen lässt. Es sind keine Rabi-Oszillationen erkennbar. Nach etwa 10 ms sättigt die Anzahl der Atome lediglich. Folglich ist die Dekohärenzzeit kürzer, als eine Schwingungsperiode der Oszillation, oder die Schwingung ist überdämpft. Zu diesem Zeitpunkt schien die Positionierung der Antenne verantwortlich für die schlechten Messergebnisse zu sein. Wie aus dem rechten Bild in Abbildung 5.5 hervorgeht, würde fast das gesamte Feld der Antenne vom Metall der Messkammer abgeschirmt werden. Es war nicht möglich, die Antenne anders zu positionieren, da die

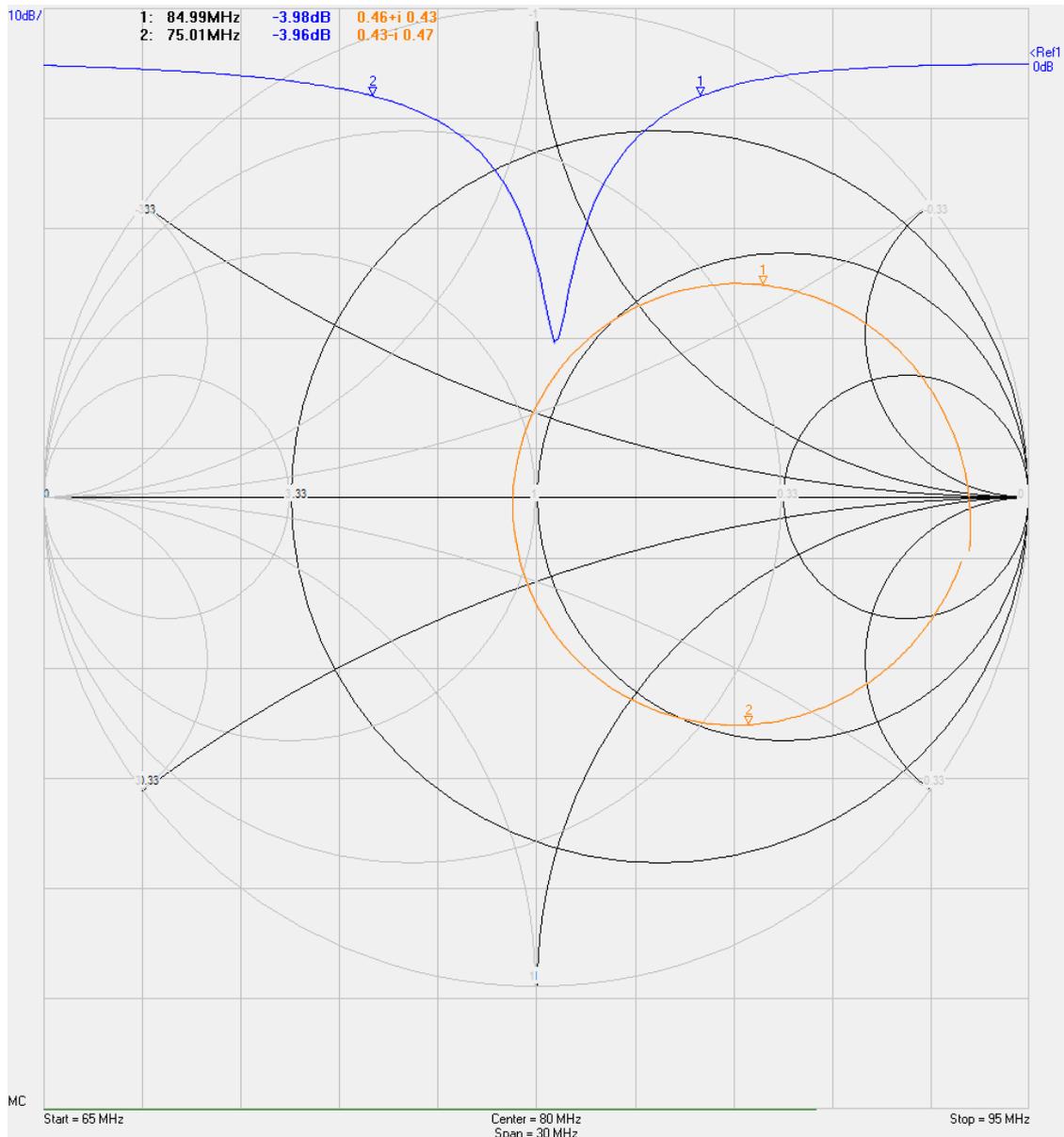


Abbildung 5.4: Reflexionskoeffizient und Betrag des Reflexionskoeffizienten der angepassten Antenne für verschiedene Frequenzen. Die blaue Linie zeigt den Betrag des Reflexionskoeffizienten zwischen 65 MHz und 95 MHz. Zwei Marker bei 75 MHz und 85 markieren den Reflexionskoeffizienten an den für das Experiment relevanten Stellen. Die orange Linie zeigt den Verlauf des Reflexionskoeffizienten im Smith-Diagramm. Auch hier sind die relevanten Frequenzen durch Marker gekennzeichnet.

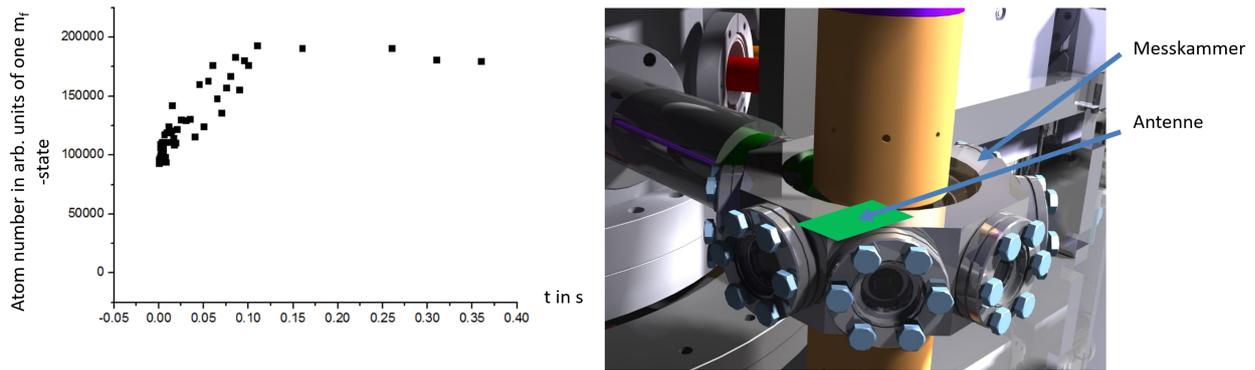


Abbildung 5.5: Links: Suche nach Rabi-Oszillationen. Die Atome befinden sich zu Anfang in einem bestimmten m_f -Zustand. Danach wird die Radiofrequenz für eine gewisse Zeit eingestrahlt. Daraufhin kann eine Absorptionsabbildung des zweiten Zustands durchgeführt und die Atomzahl berechnet werden. Es sind keine Rabi-Oszillationen erkennbar. Rechts: Positionierung der Antenne. Fast die gesamte Leistung der Antenne wird durch das Metall der Messkammer abgeschirmt. Es war weder möglich die Antenne zu drehen, noch dichter an die Atome zu gelangen.

oberen und unteren Fenster fast vollständig durch den Tubus des Mikroskops verdeckt sind und auch eine Drehung der Antenne durch die Halterung des Tubus (hier ausgeblendet) verhindert wurde.

Daher wurde von weiteren Messungen abgesehen, bis die Metallkammer während der Umbauphase durch eine Glaskammer ausgetauscht wurde. Selbst mit der neuen Glaskammer war es jedoch nicht möglich, Rabi-Oszillationen mit Hilfe der Antenne zu treiben. Daraufhin wurde das Nahfeld der Antenne genauer untersucht. Mit einer Drahtschleife, die in die Nähe der Antenne gehalten wird, kann durch das Messen des induzierten Signals die Stärke des Feldes abgeschätzt werden. Überraschenderweise befand sich bei der Frequenz bei der die Reflexion besonders niedrig war ebenfalls ein Minimum der Feldstärke (siehe Abbildung 5.6).

Eine Vermutung für diesen ungewöhnlichen Verlauf der Feldstärke ist die Ausbildung einer Stehwelle mit gegenläufigem Strömen in der Platine, sodass sich das Feld weghebt. Befindet sich ein Knoten an der Stelle, an der das reflektierte Signal gemessen wird (Das reflektierte Signal wird mit einem Richtkoppler gemessen), so ist es möglich, dass der Reflexionskoeffizient kleiner erscheint. Die Wellenlänge des Signals bei 75 MHz beträgt im Vakuum etwa 4 m. Damit sich eine Stehwelle ausbilden kann, muss die Länge der Leiterbahn einem Vielfachen der halben Wellenlänge entsprechen. Die Leiterbahnlänge auf der Platine ist jedoch deutlich kürzer, als 2 m. Allerdings muss dabei beachtet werden, dass bei elektromagnetischen Wellen in einem Leiter je nach Kapazität und Induktivität ein gewisser Verkürzungsfaktor mit der Vakuumwellenlänge multipliziert werden muss, um die tatsächliche Wellenlänge zu erhalten.

Zusätzlich entspricht der gesamte Verlauf der Feldstärke für unterschiedliche Frequenzen nicht den Erwartungen. Im Normalfall sollte sich die Feldstärke ähnlich verhalten, wie der an der Frequenzachse gespiegelte Betrag des Reflexionskoeffizienten. Für diese Antenne ist dies jedoch, im Gegensatz zu einer einfachen Drahtschleife, nicht der Fall.

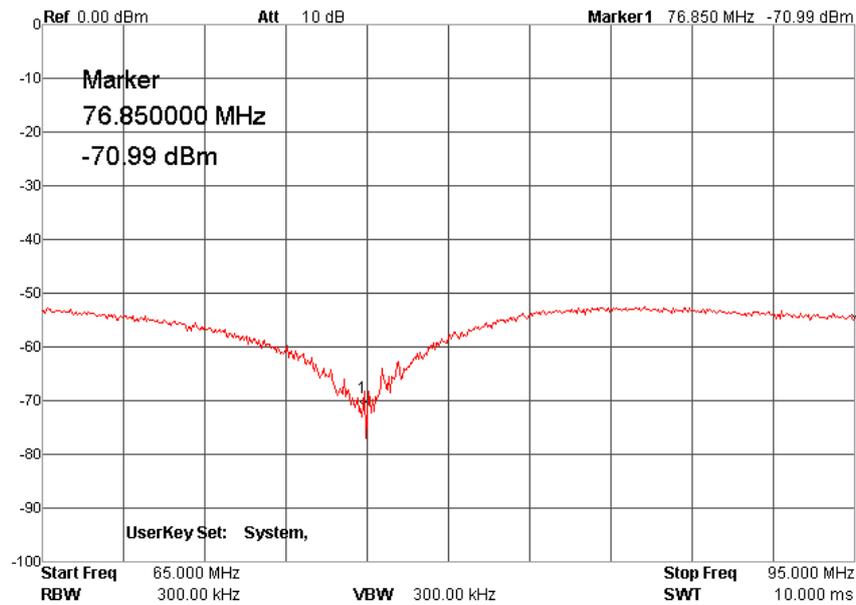


Abbildung 5.6: Gemessene Feldstärke der Antenne im Nahfeld. Wenn der Betrag des Reflexionskoeffizienten abnimmt, wird im Normalfall ein Anstieg der Feldstärke erwartet. Bei dieser Antenne verringert sich jedoch die Feldstärke, obwohl die Reflexion an der Antenne ebenfalls abnimmt. Für die Messung wurde ein Spektrumanalysator verwendet.

Zum Ende dieser Masterarbeit blieb keine Zeit, diesen Effekt genauer zu untersuchen. Mittlerweile ist wieder eine angepasste Drahtschleife als Antenne in unser Experiment eingebaut.

Falls zu einem späteren Zeitpunkt das Verhalten dieser Antenne besser verstanden wird und ein neues Platinendesign entworfen werden soll, kann folgendes verbessert werden: 1.) Die Lötunkte für die kleinen Induktivitäten passen nicht perfekt. Es erfordert etwas Fingerspitzengefühl, die kleinen Spulen zu befestigen. Besser angepasste Lötunkte könnten dies erleichtern. 2.) Zusätzlicher Platz für ein paralleles Bauteil. Bisher war dies nicht notwendig. Falls jedoch einmal andere RF-Frequenzen genutzt werden sollen, wäre es daraufhin auch möglich, zwei Bauteile in paralleler Schaltung zu betreiben.

6 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Masterarbeit konnten verschiedene Projekte zum Abbilden und Manipulieren ultrakalter Fermigase realisiert werden.

Eines dieser Projekte war die Entwicklung einer RF-Antenne. Dabei wurde ein neues Designkonzept verfolgt, indem die gesamte Antenne auf ein doppelseitiges PCB gedruckt wurde. Dadurch wurde die Antenne unanfälliger gegen kapazitive Kopplungen und wies eine höhere mechanische Stabilität auf. Bisher ist die Abstrahlcharakteristik jedoch unverstanden.

Ein weiteres Projekt war die Implementation eines neuen Lasers, der eine Frequenzreferenz für alle Laser zur Verfügung stellt, die nahe der atomaren Resonanz betrieben werden. Hierfür konnte eine Modulations-Transfer-Spektroskopie aufgebaut werden. Dabei wird eine Gazelle mit heißem Lithiumgas von zwei gegenläufigen Laserstrahlen durchflogen. Der eine der beiden Laserstrahlen erhält zuvor Seitenbänder. Durch eine Feld-Atom-Feld-Wechselwirkung können diese Seitenbänder auf den zweiten Strahl transferiert und ein Fehlersignal mit Hilfe des PDH-Verfahrens erzeugt werden. Bei dem Aufbau handelt es sich um eine dopplerfreie Sättigungsspektroskopie, die es möglich macht, ein Fehlersignal auf Größenordnung der natürlichen Linienbreite zu erzeugen. Der Laser wurde zusammen mit der Spektroskopie erfolgreich in das Experiment eingebaut. Das Fehlersignal wies eine Peak zu Peak Spannung von ca. 1 V auf und führte daher zu einer sehr fehlerunanfälligen Stabilisierung der Frequenz.

Eines der umfangreichsten Projekte war die Monte-Carlo-Simulation der Einzel-Atom-Abbildung. Diese soll in naher Zukunft ins Experiment implementiert werden. Dabei wurde die Flugbahn eines Atoms simuliert, das sich in einem gepulsten Laserfeld befindet. Unter Berücksichtigung der Streurate konnte die zufällige Absorption und Emission von Photonen und damit der Random-Walk im Impulsraum nachgebildet werden. Die Atome hinterlassen dabei auf ihrem Pfad im Ortsraum eine Spur von Photonen, die mit Hilfe einer Kamera detektiert werden soll.

Um die Detektion zu simulieren, wurden Photonenspuren mit zufälligen Dunkelbildern der Kamera überlagert. Das Signal der Atome beschränkt sich dabei auf ca. 20-30 Photonen, die in einem Bereich von etwa $4 \mu\text{m}$ abgestrahlt werden. Daraufhin wurde ein Algorithmus angewendet, der diese Photonenhäufung vom Hintergrundrauschen der Kamera unterscheiden soll. Dafür wird auf das binarisierte Kamerabild ein gauß'scher Weichzeichner angewendet, der Bereiche, in denen die Counts vergleichsweise kleine Abstände besitzen, hervorhebt.

Zur Detektion der Atome soll eine für einzelne Photonen sensitive EMCCD-Kamera verwendet werden. Um möglichst hohe Detektionswahrscheinlichkeiten zu erhalten, war es von be-

sonderem Interesse, die Kameraeinstellungen so zu wählen, dass ein hohes Signal-zu-Rausch-Verhältnis entsteht. Das Kamerarauschen ist vorallem auf CICs zurückzuführen. Für eine erfolgreiche Detektion ist daher eine möglichst geringe Anzahl an CICs und zusätzlich ein kleines Ausleserauschen von Bedeutung. Hierfür konnten die passendsten Kameraeinstellungen ermittelt werden.

Nachdem es möglich war, auf den simulierten Kamerabildern Atome zu identifizieren, konnte eine stochastische Auswertung stattfinden, um Detektionswahrscheinlichkeiten für verschiedene Parameterkonstellationen zu berechnen. Unter den besten Bedingungen ergaben sich dabei folgende Wahrscheinlichkeiten (Intensität $I = 40I_0$, Belichtungszeit: $20 \mu\text{s}$, Pulszeit: $0,5 \mu\text{s}$, Vergrößerung: 20, Breite des Gauß'schen Weichzeichners: 4,5 Pixel):

- Wahrscheinlichkeit ein Atom zu detektieren:

$$P_a = (89,6 \pm 1,7)\%$$

- Wahrscheinlichkeit ein Atom zu detektieren, wenn keins vorhanden war:

$$P_{na} = (12,8 \pm 1,9)\%$$

Die Wahrscheinlichkeit ein Atom zu detektieren, liegt deutlich unter der experimentell bestimmten Wahrscheinlichkeit von $(99,4 \pm 0,3)\%$ [7]. Ein Grund für diese Abweichungen könnten einige Vereinfachungen sein, die in den Simulationscode eingingen. Beispielsweise wurde angenommen, dass die Absorption und Emission eines Atoms immer gleichzeitig stattfindet. Dies führt dazu, dass sich die Atome im Mittel länger mit größerem Impuls bewegen. Eine Photonenhäufung ist dadurch unwahrscheinlicher und damit eine Detektion schwieriger.

Sobald die Umbau-Phase des Experiments beendet ist, können die Daten experimentell überprüft werden. Dabei muss insbesondere noch der Einfluss von Streulicht auf die Kamerabilder untersucht werden. Zielführend wäre hier die Aufnahme von Bildern während der Belichtungszeit, wenn keine Atome in die Messzelle transportiert wurden. Daraufhin können Bilder mit Atomen aufgenommen werden. Mit Hilfe von Absorption Bildern ist es möglich, die Anzahl an präparierten Atomen zu berechnen. Durch die EMCCD kann daraufhin die Anzahl an Photonen pro Atom bestimmt werden. Hiermit lässt sich abschätzen, ob bereits genug Photonen pro Atom die Kamera erreichen. Falls keine weiteren Optimierungen notwendig sind, kann die Dichte des Gases soweit verringert werden, bis der Abstand der Atome deutlich größer ist, als die typische überflogene Strecke. Daraufhin ist es möglich, den Detektionsalgorithmus auf die aufgenommenen Bilder der EMCCD-Kamera anzuwenden.

Literaturverzeichnis

- [1] *Andor Technology, Hardware Guide iXon3*, 2010
- [2] ANDERSON, M. H. ; ENSHER, J. R. ; MATTHEWS, M. R. ; WIEMAN, C. E. ; CORNELL, E. A.: Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. In: *Science* 269 (1995), Nr. 5221, S. 198–201. – URL <http://science.sciencemag.org/content/269/5221/198>. – ISSN 0036-8075
- [3] BAKR, W. S. ; PENG, A. ; TAI, M. E. ; MA, R. ; SIMON, J. ; GILLEN, J. I. ; FÖLLING, S. ; POLLET, L. ; GREINER, M.: Probing the Superfluid-to-Mott Insulator Transition at the Single-Atom Level. In: *Science* 329 (2010), S. 547
- [4] BASDEN, A. G. ; HANIFF, C. A. ; MACKAY, C. D.: Photon counting strategies with low-light-level CCDs. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 345 (2003), Nr. 3, S. 985–991. – URL <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-8711.2003.07020.x>
- [5] BECHER, J. H.: *Towards Spin and Site-Resolved, Single-Atom Imaging of Li-6 Atoms in a Multiwell Potential*. 2016
- [6] BERGSCHNEIDER, A.: *Strong correlations in few-fermion systems*, Universität Heidelberg, Dissertation, 2017
- [7] BERGSCHNEIDER, A. ; KLINKHAMER, V. M. ; BECHER, J. H. ; KLEMT, R. ; ZÜRN, G. ; PREISS, P. M. ; JOCHIM, S.: Spin-resolved single-atom imaging of Li-6 in free space. In: *ArXiv e-prints* (2018), apr
- [8] BJORKLUND, G. C.: Frequency Modulation Spectroscopy. In: *Applied Physics B Photo-physics and Laser Chemistry* 32 (1983), S. 145–152
- [9] BLOCH, Immanuel ; DALIBARD, Jean ; ZWERGER, Wilhelm: Many-body physics with ultracold gases. In: *Reviews of Modern Physics* 80 (2008), Nr. 3, S. 885–964. – ISBN 0034-6861
- [10] BOWDEN, W. J.: *An Experimental Apparatus for the Laser Cooling of Lithium and Rubidium*, University of British Columbia, Masterarbeit, 2014. – URL https://www.phas.ubc.ca/~jqd/publications/GraduateTheses/thesis{}_msc{}_Bowden.pdf

- [11] BÜCKER, R. ; PERRIN, A. ; MANZ, S. ; BETZ, T ; KOLLER, C. ; PLISSON, T. ; SCHMIED-MAYER, J.: Single-particle-sensitive imaging of freely propagating ultracold atoms To cite this version : HAL Id : hal-00746758. (2012)
- [12] CAMY, G ; BORDÉ, Ch.J. ; DUCLOY, M: Heterodyne saturation spectroscopy through frequency modulation of the saturating beam. In: *Optics Communications* 41 (1982), Nr. 5, S. 325–330. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0030401882904060>. – ISSN 0030-4018
- [13] DAVIS, K. B. ; MEWES, M .-O. ; ANDREWS, M. R. ; DRUTEN, N. J. van ; DURFEE, D. S. ; KURN, D. M. ; KETTERLE, W.: Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995), nov, Nr. 22, S. 3969–3973. – URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.3969>
- [14] DEMILLE, D. ; BUDKER, D. ; KIMBA, D. F.: *Atomic physics: an exploration through problems and solutions*. Oxford University Press, 2010
- [15] FEYNMAN, Richard P.: Simulating physics with computers. In: *Int. J. Theor. Phys.* 21 (1982), S. 467–488
- [16] FÖRGER, K: *Persönliche Kommunikation*
- [17] FUKUHARA, T. ; KANTIAN, A. ; ENDRES, M. ; CHENEAU, M. ; SCHAUSS, P. ; HILD, S. ; BELLEM, D. ; SCHOLLWÖCK, U. ; GIAMARCHI, T. ; GROSS, C. ; BLOCH, I. ; KUHR, S.: Quantum dynamics of a mobile spin impurity. In: *Nature Physics* 9 (2013), feb, S. 235. – URL <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2561><http://10.0.4.14/nphys2561><https://www.nature.com/articles/nphys2561#supplementary-information>
- [18] GAUNT, A. L. ; SCHMIDUTZ, T. F. ; GOTLIBOVYCH, I ; SMITH, R. P. ; HADZIBABIC, Z: Bose-Einstein Condensation of Atoms in a Uniform Potential. In: *Physical Review Letters* 110 (2013), Nr. 20, S. 200406
- [19] GREINER, M. ; MANDEL, O. ; ESSLINGER, T. ; HÄNSCH, T. W. ; BLOCH, I.: Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. In: *Nature* 415 (2002), jan, S. 39. – URL <http://dx.doi.org/10.1038/415039a><http://10.0.4.14/415039a>
- [20] HIRSCH, M. ; WAREHAM, R. J. ; MARTIN-FERNANDEZ, M. L. ; HOBSON, M. P. ; ROLFE, D. J.: A Stochastic Model for Electron Multiplication Charge-Coupled Devices - From Theory to Practice. In: *PLOS ONE* 8 (2013), Nr. 1. – ISBN 1932-6203
- [21] HUECK, K. M.: *Erzeugung und Untersuchung von ultrakalten , zweidimensionalen Fermi-Gasen*. 2013

- [22] HUECK, K. M.: *A Homogeneous , Two-Dimensional Fermi Gas*, Universität Hamburg, Dissertation, 2017
- [23] HUECK, K. M. ; LUICK, N. ; SOBIREY, L. ; SIEGL, J. ; LOMPE, T. ; MORITZ, H.: *Two-Dimensional Homogeneous Fermi Gases*. 2018
- [24] KETTERLE, W. ; DURFEE, D. S. ; STAMPER-KURN, D. M.: Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. In: *eprint arXiv:cond-mat/9904034* (1999), apr
- [25] METCALF, H.J.: *Laser Cooling and Trapping*. New York : Springer, 1999. – ISBN 9780387987286
- [26] MURTHY, P. A. ; KEDAR, D. ; LOMPE, T. ; NEIDIG, M. ; RIES, M. G. ; WENZ, A. N. ; ZÜRN, G. ; JOCHIM, S.: Matter-wave Fourier optics with a strongly interacting two-dimensional Fermi gas. In: *Phys. Rev. A* 90 (2014), Nr. 4, S. 43611. – URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.90.043611>
- [27] NELSON, K. D. ; LI, X ; WEISS, D. S.: Imaging single atoms in a three-dimensional array. In: *Nature Physics* 3 (2007), aug, S. 556–560
- [28] PHILLIPS, William D.: Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms. In: *Rev. Mod. Phys.* 70 (1998), jul, Nr. 3, S. 721–741. – URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.70.721>
- [29] SCHELLEKENS, M. ; HOPPELER, R. ; PERRIN, A. ; GOMES, J. V. ; BOIRON, D. ; ASPECT, A. ; WESTBROOK, C. I.: Hanbury Brown Twiss Effect for Ultracold Quantum Gases. In: *Science* 310 (2005), Nr. 5748, S. 648–651. – URL <http://science.sciencemag.org/content/310/5748/648>. – ISSN 0036-8075
- [30] SHIRLEY, J. H.: Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy. In: *Opt. Lett.* 7 (1982), nov, Nr. 11, S. 537–539. – URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-7-11-537>
- [31] TARRUELL, L. ; GREIF, D. ; UEHLINGER, T. ; JOTZU, G. ; ESSLINGER, T.: Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice. In: *\nat* 483 (2012), S. 302–305
- [32] VOLLMER, R.: *Aufbau und Charakterisierung eines RF-Setups zur Spinmanipulation ultrakalter Quantengas*. 2015
- [33] WEIMER, W.: *Probing superfluid properties in strongly correlated Fermi gases with high spatial resolution*, Dissertation, 2014
- [34] ZANDER, J.: *Aufbau eines Lasersystems zur Laserkühlung von fermionischen Kaliumatomen*. 2015

Abkürzungen

Abkürzung	Erklärung
AOM	Akustooptischer Modulator
CIC	Clock Induced Charge
EM	Elektronen Multiplikation
EMCCD	Electron Multiplying Charge-Coupled Devices
EOM	Elektrooptischer Modulator
FORT	Far Of Resonant Dipol Trap
MOT	Magneto-optische Falle
MTS	Modulations-Transfer-Spektroskopie
NA	Numerische Apertur
PBS	Polarising Beam Splitter
PCB	Printed Circuit Board
PD	Photodiode
PDH-Verfahren	Pound-Drever-Hall-Verfahren
RF	Radiofrequenz

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich die beigelegte schriftliche Masterarbeit selbständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, habe ich in jedem einzelnen Fall unter genauer Angabe der Quelle deutlich als Entlehnung kenntlich gemacht. Dies gilt auch für alle Informationen, die dem Internet oder anderer elektronischer Datensammlungen entnommen wurden. Ich erkläre ferner, dass die von mir angefertigte Masterarbeit in gleicher oder ähnlicher Fassung noch nicht Bestandteil einer Studien- oder Prüfungsleistung im Rahmen meines Studiums war. Die von mir eingereichte schriftliche Fassung entspricht jener auf dem elektronischen Speichermedium.

Ich bin damit einverstanden, dass die Masterarbeit veröffentlicht wird.

Ort, Datum

Fynn Förger

Anhang: Quellcode der Simulation

Im folgenden wird der Quellcode zur Simulation der Einzel-Atom-Detektion abgedruckt mit zwei Laserstrahlen Strahlen. Insgesamt wurden über 70 verschiedene Skripte und Funktionen geschrieben um die Simulation zu erhalten, Bilder zu generieren und Tests durchzuführen. Da diese nicht als Gesamtheit abgedruckt werden können, befindet sich in diesem Anhang nur die wesentlichen Skripte. Um den gegebenen Platz auf der Seite gut auszunutzen, wurde bei der Darstellung des Codes in dieser Arbeit auf die korrekte Formatierung durch Einrücken verzichtet.

A.1 Code zur Erzeugung von Photonenspuren

```
function [ AllAtomPositions, CameraRauslaeufer, Photonenzahl, AllAtomMomenta,
cameraPixel, allPScatter ] =
LetTheAtomsFly_DopplerCorrection_pulsed_vereinfacht( exposureTimeGiven, delta_t,
DELTA, s_0, pulseTime, magnification )
%Simulation des Pfades eines Atoms, dass in zwei gegenlaeufigen gepulsten
%Laserstrahlen fliegt. An jedem Zeitschritt werden die Positionen und Impulse
%ausgegeben. Alle Punkte an denen Photonen emittiert wurden, werden gespeichert.

m=9.9883414e-27; %Masse Li-6 Atom
lambda=670.977338e-9; %Wellenlaenge
Gamma=36.898e6; %1/s
momentumTransfer=6.626070040*10^-34/lambda; %h/lambda

exposureTime=exposureTimeGiven; %Sekunden
directionLaserbeam=1; %0 von oben 1 von links
                %2 von unten, 3 von rechts
Photonenzahl=0;

px=0; %Startimpuls
py=0;
pz=0;

x=0; %Startposition
y=0;
z=0;
```

```
%Zufaellige Startposition
%x=0.0001*(rand(1)-0.5);
%y=0.0001*(rand(1)-0.5);
%z=0.0001*(rand(1)-0.5);

AllAtomPositions=zeros(3,round(exposureTime/delta_t));
AllAtomMomenta=zeros(3,round(exposureTime/delta_t));
CameraRauslaeufer=0;
cameraPixel=zeros(512,512);

allPScatter=zeros(1,round(exposureTime/delta_t));

c=1;
counter=1;
pulsStartTime=pulseTime/2;
time=0;

for i=0:pulseTime:(exposureTime-pulseTime/2)    %Belichtungsprozess

for t=pulsStartTime:delta_t:(pulseTime-delta_t) %Pulse starten
time=time+delta_t;

AllAtomPositions(1,counter)=x;    %Schreibt alle Positionen in eine Matrix
AllAtomPositions(2,counter)=y;
AllAtomPositions(3,counter)=z;

AllAtomMomenta(1,counter)=px;    %Schreibt alle Impulse in eine Matrix
AllAtomMomenta(2,counter)=py;
AllAtomMomenta(3,counter)=pz;

counter=counter+1;
PScatterVonRechtsLinks=ScatteringRate(directionLaserbeam,DELTA,s_0,
(2-directionLaserbeam)*px/m,0*(1-directionLaserbeam)*py/m, Gamma,lambda)*delta_t;

allPScatter(c)=PScatterVonRechtsLinks;
c=c+1;

if(rand(1)<=PScatterVonRechtsLinks) %Streuevent findet statt oder nicht.

Photonenzahl=Photonenzahl+1;

[pxBoost,pyBoost,pzBoost,reachTheMicroscope ]=
calculatemomentumBoost( momentumTransfer,directionLaserbeam);

px=px+pxBoost;    %Impulsboost hinzufuegen
py=py+pyBoost;
```

```

pz=pz+pzBoost;

xCamera=round(x*magnification/(16*10^-6))+256;  %Auf Kamera-Pixel umrechnen
yCamera=round(-y*magnification/(16*10^-6))+256;

if(xCamera > 0 && xCamera <= 512 && yCamera > 0 && yCamera <= 512 &&
    reachTheMicroscope && rand(1)<=0.75 && rand(1)<=0.85)
    %Wenn ein Photon an einer Position auf dem Kamerabild emittiert und unter dem
    %richtigen Winkel abgestrahlt wurde und nicht durch Quanteneffizienz oder an den
    %Optiken verloren gegangen ist, wird es auf dem Bild gezaehlt.
    cameraPixel(yCamera,xCamera)=cameraPixel(yCamera,xCamera)+1;
end

end

pulsStartTime=0;

x=x+px/m*delta_t;  %Atom fliegt konst. in eine Richtung bis Photon gestreut wird
y=y+py/m*delta_t;
z=z+pz/m*delta_t;

end

directionLaserbeam=mod(directionLaserbeam+2,4);

end

%Es wird mit einem Puls gestartet der nur die Haelfte der normalen Pulszeit
%andauert. Hier wird noch ein zweiter Puls hinzugefuegt, sodass die gesamte
%Belichtungszeit der exposureTime etspricht

pulsStartTime=pulseTime/2;

for t=pulsStartTime:delta_t:(pulseTime-delta_t)           %Starte Puls
    time=time+delta_t;

    AllAtomPositions(1,counter)=x;  %Schreibe alle Positionen in eine Matrix
    AllAtomPositions(2,counter)=y;
    AllAtomPositions(3,counter)=z;

    AllAtomMomenta(1,counter)=px;  %Schreibe alle Impulse in eine Matrix
    AllAtomMomenta(2,counter)=py;
    AllAtomMomenta(3,counter)=pz;

    counter=counter+1;
    PScatterVonRechtsLinks=ScatteringRate(directionLaserbeam,DELTA,s_0,
        (2-directionLaserbeam)*px/m,-0*(1-directionLaserbeam)*py/m, Gamma,lambda)*delta_t;

```

```
allPScatter(c)=PScatterVonRechtsLinks;
c=c+1;

if(rand(1)<=PScatterVonRechtsLinks)

Photonenzahl=Photonenzahl+1;

[pxBoost,pyBoost,pzBoost,reachTheMicroscope ]=
calculatemomentumBoost( momentumTransfer,directionLaserbeam);

px=px+pxBoost;           %Impulsboost hinzufuegen
py=py+pyBoost;
pz=pz+pzBoost;

xCamera=round(x*magnification/(16*10^-6))+256;
yCamera=round(-y*magnification/(16*10^-6))+256;

if(xCamera > 0 && xCamera <= 512 && yCamera > 0 && yCamera <= 512 &&
reachTheMicroscope && rand(1)<=0.75 && rand(1)<=0.85) %s.o.
cameraPixel(yCamera,xCamera)=cameraPixel(yCamera,xCamera)+1;
end

end

x=x+px/m*delta.t;       %s.o.
y=y+py/m*delta.t;
z=z+pz/m*delta.t;

end

hold off;

end

function [ gamma_sc ] =
ScatteringRate( directionLaserbeam, Delta,s_0,vx,vy, Gamma,lambda )
%ScatteringRate gibt die Streurrate in Abhaengigkeit der Wellenlaenge, Linienbreite,
%Geschwindigkeit, Saettigung und Vertsimmung an.
% In diesem Fall haengt die Streurrate und damit die Wahrscheinlichkeit ein
% Photon des jeweiligen Strahls zu absorbieren von der Geschwindigkeit
% der Atome ab. Die beiden Streuraten der beiden Strahlen koennen unterschieden
% werden indem die Funktion einmal mit einem positven und einmal mit dem
% betragsgleichen aber negativem v ausgewertet wird. Funktion geht wie erwartet
% fuer grosse s_0 gegen 18.45.
```

```

c=299792458;
f0=4.468109174e14;

if (directionLaserbeam==0 || directionLaserbeam==2)
Geschwindigkeit=vy;
vy;
else
Geschwindigkeit=vx;
vx;
end

gamma_sc=(s_0*Gamma/2) / (1+s_0+((2*(Delta+2*pi*f0*(1-sqrt((c+Geschwindigkeit)/
(c-Geschwindigkeit)))))/Gamma)^2);
end

function [pxBoost,pyBoost,pzBoost,reachTheMicroscope ] =
calculatemomentumBoost( momentumTransfer,direction)
%calculatemomentumBoostDiese Funktion berechnet den Impulsboost der Atome
%durch die Absorption und Emission von Photonen.
% Die Photonen, die den Uebergang treiben, koennen aus vier verschiedenen
% Strahlen kommen.
% Wegen des Magnetfelds strahlen die Atome genaess des
% Dipolabstrahlungsmusters ab.

reachTheMicroscope=0;
precision=10^-5;
pyAbsorption=0;
pxAbsorption=0;

%0 von oben 1 von links 2 von unten, 3 von rechts

if(direction==0)
pyAbsorption=-momentumTransfer;
end

if (direction==1)
pxAbsorption=momentumTransfer;
end

if(direction==2)
pyAbsorption=momentumTransfer;
end

if(direction==3)
pxAbsorption=-momentumTransfer;
end

```

```
randomNumber=rand(1);
upperBorder=pi;
lowerBorder=0;

%Intervallschachtelung um  $-1/8*\cos(x)*(\cos(x)^2+3)+1/2$  zu invertieren.

while (upperBorder-lowerBorder > precision)

if(inverseProb((upperBorder+lowerBorder)/2) < randomNumber)

lowerBorder=(upperBorder+lowerBorder)/2;
else

upperBorder=(upperBorder+lowerBorder)/2;
end

end

theta=(upperBorder+lowerBorder)/2;
phi=2*pi*rand(1);      %Erzeuge zufaelliges Phi

if(theta<=asin(0.62))  %Nur bei richtigem Abstrahlungswinkel erreicht
reachTheMicroscope=1; %das Photon die Kamera
end

pxBoost=pxAbsorption+momentumTransfer*sin(theta)*cos(phi);
pyBoost=pyAbsorption+momentumTransfer*sin(theta)*sin(phi);
pzBoost=momentumTransfer*cos(theta);

end
```

Mit Hilfe des Skripts DataMaker konnten die Monte-Carlo Daten erzeugt werden:

```
%Dieses Skript nutzt die Funktion
%LetTheAtomsFly-DopplerCorrection-pulsed vereinfacht und fuehrt es
%mehrere Male aus um eine gute Monte Carlo Simulation zu erhalten. In jedem Schritt
%verschiedene Daten generiert und gespeichert werden.

exposureTime=0.00002;
delta_t=10^-9; %Zeitaufloesung
numberOfRepetitions=1000;
%BunchOfAtomPoints=zeros(3,round(numberOfRepetitions*exposureTime/delta_t)+1);
%Eine Matrix mit allen Atompunkten.
sumXyhistogramm=zeros(201,201);
%Histogram mit allen Emissionspunkten ein Schritt entspricht 100nm
```

```

sumRauslaeufer=0;
sumdistributionInTime=zeros(1,round(exposureTime/(delta_t*10))+1);
sumAllPScatter=zeros(1,round(exposureTime/delta_t));
sumAllMomenta=zeros(1,round(exposureTime/delta_t));
sumCameraPixel=zeros(512,512);
Gamma=36.898e6;
gamma=6e6;
DELTA=2*gamma;
s_0=10;
pulseTime=0.000001;
EndImpulse=zeros(1,numberOfRepetitions);
summe=0;
sumPhotonenzahl=0;
magnification=30.8;
photonenzahlen=zeros(1,numberOfRepetitions);
MittelPScatter=zeros(1,numberOfRepetitions);

for i=1:numberOfRepetitions

[AllAtomPositions,Rauslaeufer,Photonenzahl,AllAtomMomenta,cameraPixel,allPScatter]=
LetTheAtomsFly_DopplerCorrection_pulsed_vereinfacht( exposureTime,delta_t,DELTA,
s_0,pulseTime,magnification );
%BunchOfAtomPoints=horzcat(BunchOfAtomPoints,AllAtomPositions);
%sumRauslaeufer=sumRauslaeufer+Rauslaeufer;
%sumXyhistogramm=sumXyhistogramm+xyHistogramm;
%sumdistributionInTime=sumdistributionInTime+distributionInTime;
%sumAllMomenta=sumAllMomenta+AllAtomMomenta;
%EndImpulse(i)=AllAtomMomenta(2,length(AllAtomMomenta));
%sumPhotonenzahl=sumPhotonenzahl+Photonenzahl;
%i
sumCameraPixel=sumCameraPixel+cameraPixel;
sumAllPScatter=horzcat(sumAllPScatter,allPScatter);
MittelPScatter(i)=mean(allPScatter)*exposureTime*10^9;
photonenzahlen(i)=sum(sum(cameraPixel));
summe=sum(sum(cameraPixel))+summe;

end

%SummeImpulse=sum(sum(sumAllMomenta))\round(exposureTime/delta_t)
%summe=summe/numberOfRepetitions
%mean(MittelPScatter)
%std(MittelPScatter)
%PZahl=sumPhotonenzahl/numberOfRepetitions
%sum(sum(sumAllPScatter))/round(numberOfRepetitions
%*exposureTime/delta_t)*exposureTime*10^9
%std(sumAllPScatter)*exposureTime*10^9
%[ hortSum,vertSum ] = makeLinsums( sumXyhistogramm );

```

```
%plot (hortSum);
%scatter3 (BunchOfAtomPoints (1,1:10:end),
%BunchOfAtomPoints (2,1:10:end), BunchOfAtomPoints (3,1:10:end));
%figure;
%%imagesc (sumXyhistogramm)
%imagesc (sumCameraPixel)
%sum (sum (cameraPixel))
%histogram (EndImpulse)
%plot (sumdistributionInTime)
%plot (pyInTime./ (9.875*10^ (-28)));
%plot (sumAllPScatter./numberOfRepetitions)
%S=1:1/20000:2-1/20000;
%scatter3 (AllAtomPositions (1,:),AllAtomPositions (2,:),AllAtomPositions (3,:),'.b')
```

A.2 Code zur Bestimmung der besten Kühlparameter

```
%Dieses Skript hilft die besten Parameter zur Einzel-Atom-Detektion zu finden
%Dabei werden alle moeglichen Kombinationen getestet.
```

```
gamma=6e6;
delta.t=10e-9;
repetitions=100;
maximierungsradius=4;

%Moegliche Parameter:

exposureTimes=[0.000005, 0.000010, 0.000015, 0.000020];
pulseTimes=[0.0000005, 0.000001, 0.000002];
DELTAs=[-5:0.2:5].*gamma;
s_0s=[0:0.5:100];
magnifications=[6,10,14,16,20,24,28];

missingProb=[0.063 0.0016];
laengemissingProb=length (missingProb);

AllData=zeros (6, length (exposureTimes)*length (pulseTimes)*length (DELTAs)*
length (s_0s)*length (magnifications));
Counter=1;

for magnification=magnifications

for exposureTime=exposureTimes

for pulseTime=pulseTimes
```

```
for DELTA=DELTA_s

for s_0=s_0_s

SumZaehlerInnerhalbKreis=0;

for i=1:repetitions

%Berechne die Photonen innerhalb eines
%Kreises und beachte noch die EMCCD +Readout Noise...
%Hier wurde eine vereinfachte Version der Funktion verwendet, bei der nur
%cameraPixel ausgegeben wird, um Rechenzeit zu sparen.
[cameraPixel]=
LetTheAtomsFly_DopplerCorrection_pulsed vereinfacht (exposureTime,delta_t,DELTA,
s_0,pulseTime,magnification);

SumZaehlerInnerhalbKreis=SumZaehlerInnerhalbKreis+countInCircle( cameraPixel,
maximierungsradius );

end

durchschnittlichInnerhalbKreis=SumZaehlerInnerhalbKreis/repetitions;

%In die Matrix schreiben

AllData(1,Counter)=durchschnittlichInnerhalbKreis;
AllData(2,Counter)=exposureTime;
AllData(3,Counter)=pulseTime;
AllData(4,Counter)=DELTA;
AllData(5,Counter)=s_0;
AllData(6,Counter)=magnification;

Counter=Counter+1;

end

end

end

end

end

function [ ZaehlerInnerhalbKreis ] = countInCircle(cameraPixel,maximierungsradius)
```

```
%Diese Funktion zaehlt die Counts innerhalb eines gewissen Radius um den
%Startpunkt (256,256) der Atome.

ZaehlerInnerhalbKreis=0;

for Kreisx=-maximierungsradius:1:maximierungsradius

for Kreisy=-maximierungsradius:1:maximierungsradius

if(Kreisx^2+Kreisy^2<=maximierungsradius && cameraPixel(Kreisy+256,Kreisx+256)>0)

ZaehlerInnerhalbKreis=ZaehlerInnerhalbKreis+cameraPixel(Kreisy+256,Kreisx+256);

end

end

end

end
```

A.3 Code zur Bestimmung der Detektionswahrscheinlichkeiten

```
%Dieses Skript erstellt ein Histogramm ueber die Verteilung an Maximalwerten
%auf den gefalteten Bildern. Verschiedene Parameter werden variiert,
%um das beste Set an Parametern zu finden.

sizeConv=512;
gaussSigma=1;
histogramOhneAtome=zeros(1,100);
histogramMitAtomen=zeros(1,100);
treshold=108;
numberOfRepititions=1000;

magnifications=[6,10,14,16,20,24,28];
gaussSigmas=[3.5,4,4.5];
s_0s=[5,10,20,30,40];
hold off;
Ueberlappe=zeros(4,length(magnifications)*length(gaussSigmas)*length(s_0s));
AlleWerteOhneAtome=zeros(1,100);
AlleWertMitAtomen=zeros(1,100);

Counter=1;
```

```

%Verzeichnis der Bilder
dateiPfad='C:\Users\...';
files=dir([dateiPfad, '*.tif']);

%Create convolution Matrix
[X,Y]=meshgrid(round(-sizeConv/2):round(sizeConv/2),
round(-sizeConv/2)-1:round(sizeConv/2));
convolutionMatrix=exp(-X.^2/(2*gaussSigma^2)-Y.^2/(2*gaussSigma^2));

tic;
for s_0=s_0s
for gaussSigma=gaussSigmas

gaussSigma
s_0

%Create convolution Matrix
[X,Y]=meshgrid(round(-sizeConv/2):round(sizeConv/2),
round(-sizeConv/2)-1:round(sizeConv/2));
convolutionMatrix=exp(-X.^2/(2*gaussSigma^2)-Y.^2/(2*gaussSigma^2));

for n=1:numberOfRepetitions
picture=imread([dateiPfad, files(n).name]);
for Zeile=1:512

for Spalte=1:512

if(picture(Zeile, Spalte) > treshold)
picture(Zeile, Spalte)=1;
else
picture(Zeile, Spalte)=0;
end

end

end

convPicture=convn(double(picture), convolutionMatrix, 'same');

Max=max(convPicture(:));
AlleWerteOhneAtome(n)=Max;
if(round(5*Max)+1<80)
histogramOhneAtome(round(5*Max)+1)=histogramOhneAtome(round(5*Max)+1)+1;
end

end

```

```
%plot (histogramOhneAtome);
hold on;

for magnification=magnifications

%histogramOhneAtome=zeros (1,30);
histogramMitAtomen=zeros (1,100);

for i=1:numberOfRepetitions
[ MaximumDerFaltung ] =
FunktionZusammenfuehrungDarkshotAtomSpur_Faltung( sizeConv,gaussSigma,
magnification,s_0 );
if(round(5*MaximumDerFaltung)+1<80)
histogramMitAtomen(round(5*MaximumDerFaltung)+1)=
histogramMitAtomen(round(5*MaximumDerFaltung)+1)+1;
end
AlleWertMitAtomen(i)=MaximumDerFaltung;
end

hold on;

Ueberlapp=0;
for i=1:100
if(histogramOhneAtome(i)<=histogramMitAtomen(i))
Ueberlapp=Ueberlapp+histogramOhneAtome(i);
else
Ueberlapp=Ueberlapp+histogramMitAtomen(i);
end
end

Ueberlapp(1,Counter)=Ueberlapp;
Ueberlapp(2,Counter)=magnification;
Ueberlapp(3,Counter)=gaussSigma;
Ueberlapp(4,Counter)=s_0;

Counter=Counter+1;
%plot (histogramOhneAtome);
%hold on;
%plot (histogramMitAtomen);

histogram(AlleWertMitAtomen, 0:0.2:20)
hold on
histogram(AlleWerteOhneAtome, 0:0.2:20)
toc
end
end
end
```

```
function [ MaximumDerFaltung ] =
FunktionZusammenfuehrungDarkshotAtomSpur_Faltung( sizeConv,gaussSigma,
magnification,s_0 )

%Ziel dieses Skriptes ist ein simuliertes Atom auf einem Dunkelbild der Kamera
%zu finden. Dafuer wird eine Photonenspur mit einem Dunkelbild ueberlagert.
%Daraufhin wird ein gausscher Weichzeichner angewendet der Photonenhaefungen
%hervorhebt

exposureTime=0.00002;
delta_t=10^-9;
treshold=108;
Gamma=36.898e6;
DELTA=-2*Gamma;
pulseTime=0.0000005;

missingProb=[0.063 0.0016];
laengemissingProb=length(missingProb);

dateiPfad='C:\Users\...';
files=dir([dateiPfad,'*.tif']);
picture=imread([dateiPfad,files((round((length(files)-1)*rand(1))+1) ) .name]);

%Binarisierung des Dunkelbilds:
for Zeile=1:512

for Spalte=1:512

if(picture(Zeile,Spalte) > treshold)
picture(Zeile,Spalte)=1;
else
picture(Zeile,Spalte)=0;
end

end

end

%Erzeuge Atomspur:
[AllAtomPositions, CameraRauslaeufer, Photonenzahl, AllAtomMomenta, cameraPixel,
allPScatter ] =
```

```
LetTheAtomsFly_DopplerCorrection_pulsed_vereinfacht( exposureTime,delta_t,DELTA,
s_0,pulseTime,magnification );

binaryCameraPixel= binarisierung( cameraPixel,laengemissingProb,missingProb );

darkShotWithAtom=double (picture)+double (binaryCameraPixel);
darkShotWithAtom=im2bw (darkShotWithAtom,0.5);
%Erzeuge Faltungsmatrix

[X,Y]=meshgrid(round(-sizeConv/2)-1:round(sizeConv/2)-1,
round(-sizeConv/2)-1:round(sizeConv/2)-1);
convolutionMatrix=exp(-X.^2/(2*gaussSigma^2)-Y.^2/(2*gaussSigma^2));

darkShotWithAtomFaltung=convn (double (darkShotWithAtom),convolutionMatrix,'same');

MaximumDerFaltung=max (darkShotWithAtomFaltung (:));

end
```