

Übungen zur Physik III

Blatt 10 (16 P.)

Aufgabe 37: Zwei-Niveau-System im Kontakt mit Wärme- und Teilchenbad

Betrachten Sie ein System mit zwei Zuständen mit den Energiewerten $\epsilon_1 > \epsilon_0 > 0$. Das System sei an ein Wärmebad der Temperatur T und an ein Teilchenbad mit chemischem Potential μ gekoppelt.

(a) Bestimmen Sie die Zustandssumme sowie die mittleren Besetzungen der beiden Einteilchenzustände für die beiden möglichen Fälle, dass die Teilchen Bosonen bzw. Fermionen sind.

(4 P.)

(b) Bestimmen Sie das großkanonische Potential, die innere Energie, die Entropie und die Gesamtteilchenzahl des Systems in Abhängigkeit von den Variablen μ und T für den fermionischen und den bosonischen Fall.

(4 P.)

Hinweise: $0 < q < 1$: $\sum_{n=0,1,\dots} q^n = \frac{1}{1-q}$, $\sum_{n=0,1,\dots} nq^n = q \frac{\partial}{\partial q} \frac{1}{1-q}$

Aufgabe 38: Fluktuation der Teilchenzahl im großkanonischen Ensemble

Ein System mit Einteilchenzuständen $|i\rangle, i=0,1,2,\dots$ sei im Kontakt mit einem Teilchenreservoir und einem Wärmebad mit dem chemischen Potential μ und der Temperatur T . Zeigen Sie, dass die Fluktuation der Gesamtteilchenzahl im System gegeben ist durch die Varianz:

$$\Delta N^2 = k_B T \frac{1}{Z} \frac{\partial N}{\partial \mu}$$

(4 P.)

Hinweis: Man kann folgende Beziehungen aus dem Skript verwenden

$$N = k_B T \frac{\partial}{\partial \mu} \ln(Z), \quad N_{\bar{n}} = \sum_{i=0,1,2,\dots} n_i, \quad \bar{n} \equiv [n_1, n_2, \dots], \quad N = \sum_{\bar{n}} N_{\bar{n}} P_{\bar{n}}, \quad \Delta N^2 + N^2 = \sum_{\bar{n}} N_{\bar{n}}^2 P_{\bar{n}}$$

Aufgabe 39: Irreversibler Ausgleichsvorgang mit Wärmetransport

Zwei gleich große Volumina V seien mit einem idealen Gas mit je N Teilchen bei den Temperaturen $T_1 \neq T_2$ befüllt. Nun werde zwischen den Volumina ein Durchlass geöffnet, sodass sich die Temperatur T einstellt. Berechnen Sie diese Temperatur und zeigen Sie, dass die Entropie bei dem Vorgang größer geworden ist.

(4 P.)