

Fig. 8.61:  $\beta^+$ - und  $\beta^-$ -Spektren ohne und mit Korrektur durch die Fermi-Funktion  $F(Z, E^{(e)})$ . a) Impulsverteilung, b) Verteilung der kinetischen Energie.

Abb. 6.25 Impulsverteilung (links) und Energieverteilung (rechts) der Elektronen im  $\beta$ -Zerfall. Aufgrund der Fermi-Funktion ergibt sich eine im Mittel höhere Energie der  $\beta^+$  im Vergleich zu  $\beta^-$ .

Im sogenannten *Curie-Diagramm* lässt sich bei hohen  $\beta$ -Energien besonders gut der Effekt einer möglichen Neutrino-Masse ablesen, denn dieser führt zu einem kleineren Wert der maximalen Elektron-Energie. Speziell aus dem Tritium-Zerfall ( ${}^3_1\text{H}_2$ ) folgt daraus die bisher beste direkte Grenze für eine Neutrino-Masse,

$$m_{\nu_e} < 1,4\text{eV} \tag{6.46}$$

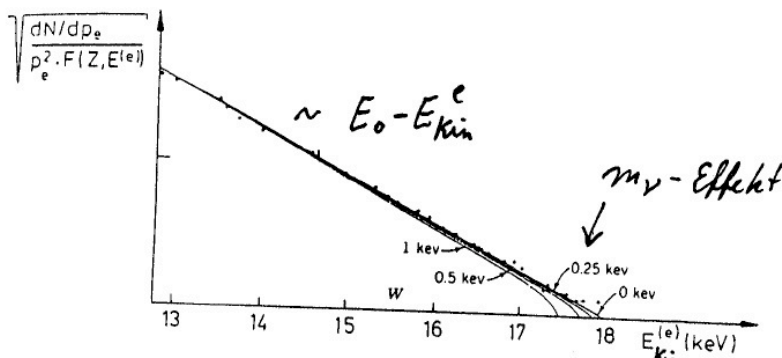


Fig. 8.62: Ausschnitt aus dem Curie-Diagramm des  $\beta^-$ -Zerfalls des Tritiums mit angenommenen Werten für  $M_{\bar{\nu}}$  zwischen 0 und 1 keV. Aus L. M. Langer, R. J. D. Moffat, *Phys. Rev.* 88(1952)689.

Abb. 6.26 Curie-Diagramm. Bei hohen Energien ist die Verteilung linear bis auf Effekte durch die Neutrino-Masse.

### 6.5.3 $\gamma$ -Zerfälle und innere Konversion

Angeregte Kerne können Ihre Energie praktisch nicht durch Stöße mit anderen Kernen abgeben, solange sie von ihren Atomhüllen abgeschirmt werden.

Selten tritt dagegen **innere Konversion** auf, bei der die Energie direkt auf einzelne Elektronen der Hülle übertragen wird. Dies ist möglich, da für die inneren Elektronenorbitale die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Kernvolumen nicht null ist. Innere Konversion führt zu einem diskreten Energiespektrum der Elektronen,

$$X_i + e^- \rightarrow X_f + e^- \quad E_e = E_f - E_i - |E_B^c| \tag{6.47}$$

Anschliessend wird die innerer Schale durch äußere Hüllenelektronen aufgefüllt, wobei weitere Röntgenquanten entstehen.

In den meisten Fällen gehen angeregte Kerne durch die Abgabe von Photonen in energetisch niedrigere Zustände über.

$$X_i \rightarrow X_f + \gamma \quad E_\gamma = E_i - E_f \quad (6.48)$$

Experimentell findet man diskrete Linien im Energiespektrum der Photonen bei Energien im keV bis MeV Bereich. Diese entsprechen im Schalenmodell der Kerne den Energieunterschieden zwischen den Energieniveaus der Schalen.

Ausser Energieerhaltung muss aber auch Drehimpulserhaltung erfüllt sein,

$$\vec{J}_\gamma = \vec{J}_i - \vec{J}_f \quad (6.49)$$

Der Spin der Kerne ( $\vec{J}$  = Gesamtdrehimpuls) setzt sich aus der Summe der Bahndrehimpulse und Spins der Protonen und Neutronen zusammen,

$$\vec{J} = \sum_{p,n} \vec{L}_{p,n} + \sum_{p,n} \vec{S}_{p,n} \quad l_{p,n} = 0, 1, 2, \dots, \quad s_{p,n} = \frac{1}{2} \quad (6.50)$$

Hier sind  $l, s$  wie üblich die Quantenzahlen von Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  und Spin  $\vec{S}$  mit  $\vec{L}^2\Psi = l(l+1)\hbar^2\Psi$ ,  $\vec{S}^2\Psi = s(s+1)\hbar^2\Psi$ . Kernspins sind in aller Regel klein ( $< 10$ ), auch bei großer Anzahl von Nukleonen, da abgeschlossene Schalen nicht zum Drehimpuls beitragen. So ist der Spin für alle stabilen (gg) Kerne gleich Null. Für (ug) und (gu) Kerne ist der Kernspin halbzahlig. Eine Erklärung für diese starke Korrelation zwischen Kernspins liefert das Schalenmodell der Kerne.

Der Gesamtdrehimpuls der Photonen ist wiederum die Summe von Bahndrehimpuls und Photonspin,

$$\vec{J}_\gamma = \vec{L}_\gamma + \vec{S}_\gamma \quad (6.51)$$

Klassisch wird Strahlung emittiert bei Änderung der elektrischen Ladungsverteilung oder des magnetischen Moments (Spins). Man unterscheidet daher elektrische und magnetische Multipolstrahlung. Die Multipolordnung ergibt sich dabei aus dem Spin der Photonen. Die Multipolordnung und dabei die Unterschiede zwischen den Spins der Kernzustände kann aus der Winkelverteilung der Photonen relativ zur Spinrichtung des Kerns gemessen werden.

Experimentell findet man, dass die Wahrscheinlichkeit für Multipolstrahlung hoher Ordnung sehr unwahrscheinlich ist. Dies lässt sich durch eine klassische Betrachtung des Bahndrehimpulses der Photonen relativ zum Kernzentrum verstehen,

$$L_\gamma = |\vec{r} \times \vec{p}_\gamma| = r_\perp p_\gamma = r_\perp E_\gamma \quad (6.52)$$

Für zum Beispiel  $L = \hbar$  und  $E_\gamma = 1$  MeV folgt  $r_\perp = 200$  fm, also ein sehr viel größerer Abstand zum Kernzentrum als der Kernradius selbst. Noch höhere Bahndrehimpulse sind also sehr unwahrscheinlich.

## 6.6 Anwendungen der Kernphysik

**Altersbestimmung von Organismen:  $^{14}\text{C}$ -Methode** Durch die kosmische Strahlung entstehen in der Atmosphäre freie Neutronen, die durch die Reaktion



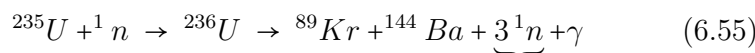
Stickstoff in ein bestimmtes Kohlenstoff-Isotop umwandeln. Der  $^{14}\text{C}$  Anteil am  $\text{CO}_2$  der Atmosphäre liegt daher immer bei  $1,5 \cdot 10^{-12}$  und wird durch den Stoffwechsel auch so in Organismen eingebaut. Nach deren Tod zerfällt das  $^{14}\text{C}$  Isotop mit einer Lebensdauer von  $\tau = 8,2 \cdot 10^3$  Jahre.

Eine Messung des Anteils von  $^{14}\text{C}$  zu einem späteren Zeitpunkt erlaubt daher eine Altersbestimmung,

$$T = -\tau \cdot \ln(^{14}\text{C} / C) \quad (6.54)$$

**Kernspaltung** Da die Bindungsenergie pro Nukleon bei schweren Kernen kleiner ist als bei z.B. Eisen, kann durch die Spaltung sehr schwerer Kerne Energie gewonnen werden.

In der Natur kommt hauptsächlich das Isotop  $^{238}\text{U}$  vor (99,3%). Technisch wird angereichertes Uran präpariert, bei dem der Anteil des seltenen  $^{235}\text{U}$  auf ca. 3,3% erhöht wird. Da Neutronen im Gegensatz zu Protonen nicht durch den Coulomb-Wall am Eindringen in den Kern gehindert werden, kann die Spaltung durch die Reaktion



erfolgen, aber auch viele andere Isotope sind als Spaltprodukte möglich. Durch weitere  $\beta$  und  $\gamma$  Zerfälle entstehen Elektronen, Antineutrinos und Photonen. Insgesamt wird eine Energie von ca 200 MeV pro Uran-Kern frei. Da mehrere Neutronen im Endzustand entstehen, ist eine Kettenreaktion möglich. Die Energien der Neutronen im Endzustand sind von der Größenordnung  $\lesssim 1\text{MeV}$ . Da  $^{238}\text{U}$  Neutronen von mindestens 1 MeV benötigt um zu spalten, ist mit diesem Isotop allein keine Kettenreaktion möglich.

Hingegen benötigt  $^{235}\text{U}$  thermische Neutronen um gespalten zu werden. Daher wird zumeist Wasser verwendet, um schnelle Neutronen durch Stöße mit Protonen auf thermische Energien ( $\sim 30$  MeV) zu moderieren. Damit die Kettenreaktion nicht unkontrollierbar schnell wächst wird z.B. Cadmium verwendet, um den Neutronenfluss zu regulieren, denn Cadmium hat einen hohen Wirkungsquerschnitt für thermische Neutronen.

Der sehr großen Energieausbeute pro Gramm Uran stehen als Nachteile Unfälle wie in Tschernobyl oder Fukushima, radioaktive Abfälle mit Halbwertzeiten von vielen tausend Jahren und erhebliche Rückbaukosten alter Kernkraftwerke gegenüber.

Mehrere andere Reaktortypen wurden für technische Anwendungen entwickelt.

**Atombombe:** Hierfür wird fast fast reines  $^{235}\text{U}$  oder  $^{239}\text{Pu}$  verwendet. Da bei der Kettenreaktion viele  $n$  durch die Oberfläche verloren gehen ist eine kritische Masse nötig, um einen hohen  $n$ -Fluss zu erzeugen. Für die Hiroshima-Bombe wurden 64 kg Uran verwendet, davon wurden ca. 1 kg gespalten. Die Massendifferenz zwischen Uran und Spaltprodukten betrug etwa 1 g (Sprengkraft 125 000 t TNT). Sie tötete etwa 140 000 Menschen.

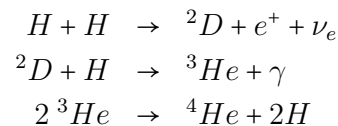
## 6.7 Kerne im Kosmos

### 6.7.1 Sterne und die Entstehung der Elemente

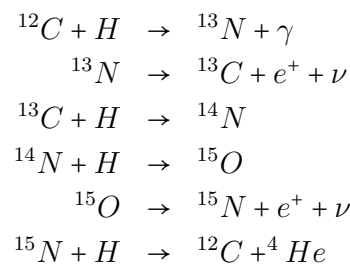
Sterne bestehen zu Anfang in der Regel aus Wasserstoff (und wenig Helium). Bei der Ballung eines Sterns wird Gravitationsenergie frei und führt zu einer hohen Temperatur (kinetischen Energie der  $H$ -Kerne) und zu hohem Druck. Unter diesen Bedingungen können die Protonen der  $H$ -Kerne den Coulomb-Wall anderer Protonen durchdringen, so dass eine Fusion der Protonen zunächst zu Deuterium und dann zu Helium möglich wird.

- Die Temperatur im Innern der Sonne ist daher abhängig von der Reichweite der starken WW und der elektrischen Elementarladung.

Diese Zündung der Kernfusion entsteht bei hohen Temperaturen, Wasserstoff-Brennen bei  $\approx 10 \cdot 10^6 K$



CNO-Zyklus bei  $\approx 15 \cdot 10^6 K$



Sterne sind relativ stabile Objekte, da in ihnen, zumindest über lange Zeitspannen, ein Gleichgewicht aus Gravitation und Strahlungsdruck herrscht. Danach kollabiert der Stern, die freiwerdende Gravitationsenergie führt zu einem Aufheizen der Hülle, es entsteht ein Roter Riese. Im Zentrum setzt nacheinander He-Brennen, C-Brennen, O, Si  $\rightarrow$  Fe ein. Beim Eisen als stabilstem Kern hört die Kernreaktionen auf, der Strahlungsdruck sinkt, und der Kern kollabiert weiter. Die *solaren* Neutrinos aus solchen Reaktionen wurden auf der Erde nachgewiesen.

- Für ( $M < 1,4 \cdot M_{Sonne}$ ): Es bildet sich ein Elektronen-Fermi-Gas, das wegen des Pauli-Prinzips nicht weiter komprimiert werden kann (weißer Zwergstern).
- Bei höheren Massen kollabiert der Stern bis die Elektronen in die Kerne gedrückt werden und sich dort Protonen in Neutronen umwandeln,

$$e^- p \rightarrow \nu + n \quad \leq 2 - 3 \cdot M_{Sonne}$$

Das Neutronen-Fermi-Gas stoppt den Kollaps und es verbleibt ein Neutronenstern, dessen Dichte ebenso groß ist wie die in einem Kern.

- Bei noch höheren Massen bildet sich ein schwarzes Loch, bei dessen Kollaps die äußere Hülle in einer Explosion abgestoßen wird. Dadurch werden die schweren Elemente bis zum Eisen frei und bei der Explosion bilden sich durch Kollisionen auch noch schwerere Kerne. Dies ist die Hauptquelle der schweren Elemente im Universum. Die bei der Entstehung einer Supernova freiwerdenden Neutrinos wurden 1987 tatsächlich beobachtet.

## 6.7.2 Big Bang Nukleonsynthese

Die Masse der leichten Quarks  $u, d$  ist viel kleiner als die Bindungsenergie des Protons oder Neutrons, so dass die Massendifferenz  $m_n - m_p$  nur etwa 1,3 MeV beträgt. Bei hohen Temperaturen, liegt daher ein thermisches Gleichgewicht zwischen  $p$  und  $n$  vor, so dass für die Anzahldichten  $n, p$

$$\frac{n}{p} \approx e^{-\frac{m_n - m_p}{k_b T}} \quad (6.56)$$

gilt. Für  $k_b T \gg m_n - m_p$  ist daher  $n \approx p$ . Bei Temperaturen unterhalb etwa  $T \approx 600$  MK (oder mittlere  $E_{kin} = \frac{3}{2} k_b T = 0,08$  MeV) ca. 1 s nach dem Urknall bildet sich erstmals Deuterium ( ${}^2_1H_1$ ). Bei dieser Temperatur ist  $\frac{n}{p} = \frac{1}{6}$ . Dieses Verhältnis hat sich durch  $n$ -Zerfälle sowie durch Gleichgewichtsprozesse

$$kT \approx 0,1 \text{ MeV} \quad d + \gamma \leftrightarrow p + n \quad (6.57)$$

weiter zu  $\frac{n}{p} \approx \frac{1}{7}$  verändert, wenn bei  $E_{kin} = 0,08$  MeV (ca 1 min nach dem Urknall) praktisch alle verbleibenden Neutronen in Deuterium eingefangen werden. Da das daraus entstehende Helium  ${}^4_2He_2$  zwei Neutronen enthält, ist

$$\frac{He}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{He}{p+n} = \frac{\frac{1}{2}n}{p+n} = \frac{\frac{1}{2}n/p}{1+n/p} \approx 0,06 \quad (6.58)$$

Dies entspricht fast dem beobachteten Wert im Kosmos von 0,08. Der Unterschied erklärt sich aus der Produktion von He durch Sterne.